

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Заур Мустафаев

2026-02-18

Содержание (i)

Вводная часть

Теория: модель

Эксперимент: базовый

Эксперимент: параметрическое исследование

Итоги

1. Вводная часть



Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрическое исследование влияния коэффициента α

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрическое исследование влияния коэффициента α
- Проанализировать:

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрическое исследование влияния коэффициента α
- Проанализировать:
 - ▶ поведение функции $u(t)$ во времени

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрическое исследование влияния коэффициента α
- Проанализировать:
 - ▶ поведение функции $u(t)$ во времени
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое представление
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрическое исследование влияния коэффициента α
- Проанализировать:
 - ▶ поведение функции $u(t)$ во времени
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ особенности вычислительных затрат

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Исследовать её математическую формулировку

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Исследовать её математическую формулировку
- Выполнить вычислительные эксперименты при различных значениях α

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Исследовать её математическую формулировку
- Выполнить вычислительные эксперименты при различных значениях α
- Визуализировать полученные результаты

2. Теория: модель



Динамика экспоненциального роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u — исследуемая величина (численность, капитал и др.)

Динамика экспоненциального роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время

Динамика экспоненциального роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – параметр роста

Динамика экспоненциального роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – параметр роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение значения

Динамика экспоненциального роста задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – параметр роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение значения
 - ▶ $\alpha < 0$ – уменьшение значения

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Выражение для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Ключевые особенности модели:

- при увеличении α система растёт быстрее

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Выражение для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Ключевые особенности модели:

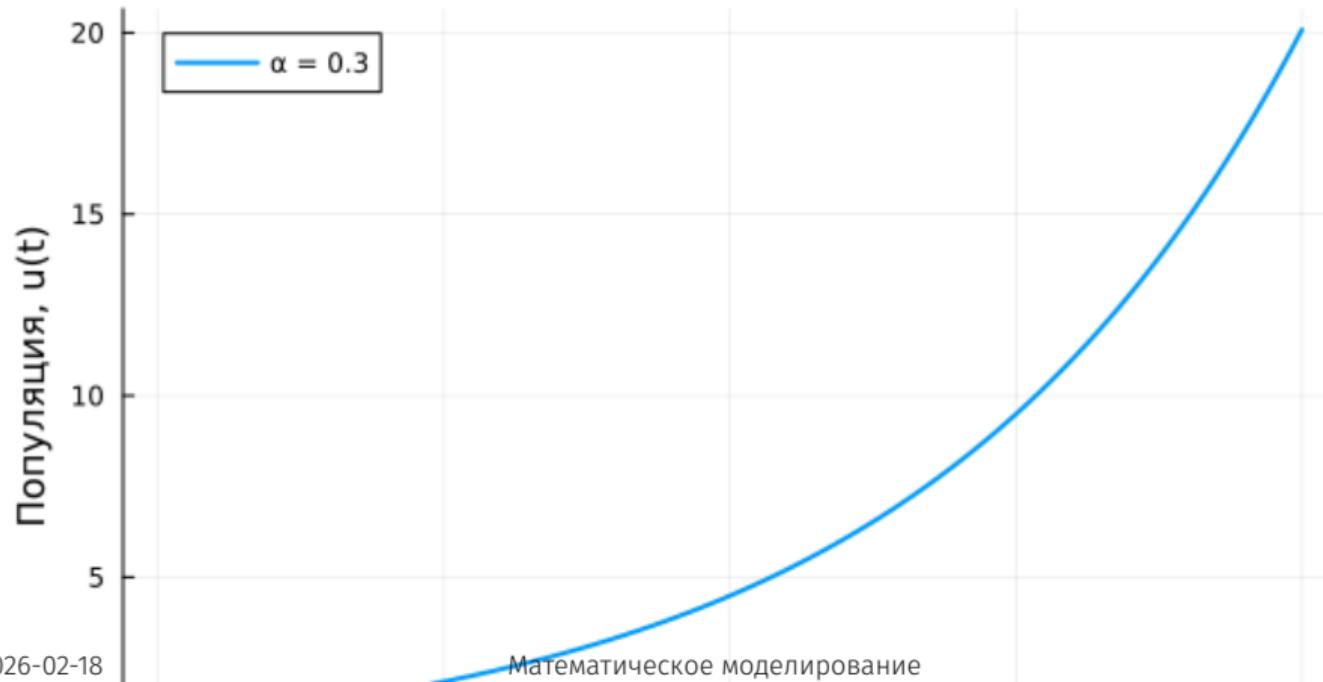
- при увеличении α система растёт быстрее
- время удвоения сокращается с ростом α

3. Эксперимент: базовый



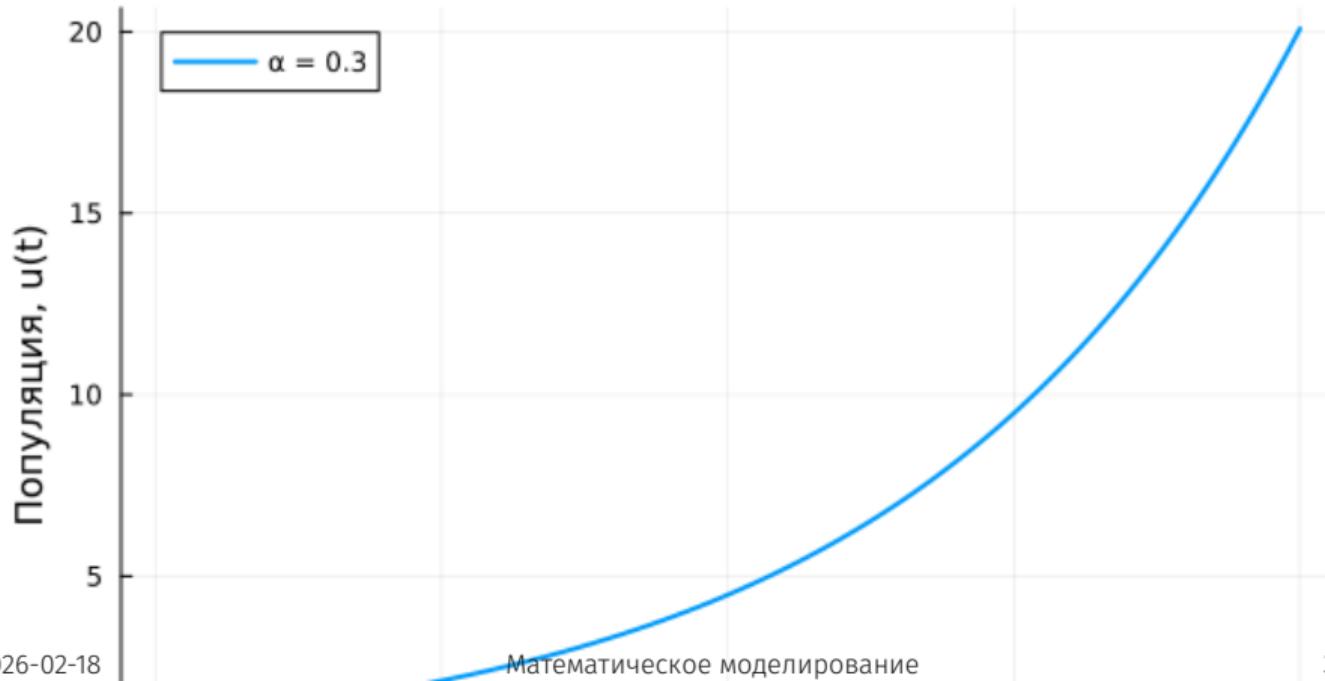
- Исследовано изменение функции $u(t)$ на заданном временном интервале

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



- Исследовано изменение функции $u(t)$ на заданном временном интервале
- Зафиксировано постепенное, а затем ускоряющееся увеличение величины

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. Эксперимент: параметрическое исследование



Влияние α на рост

- Выполнены расчёты для набора параметров:



Влияние α на рост

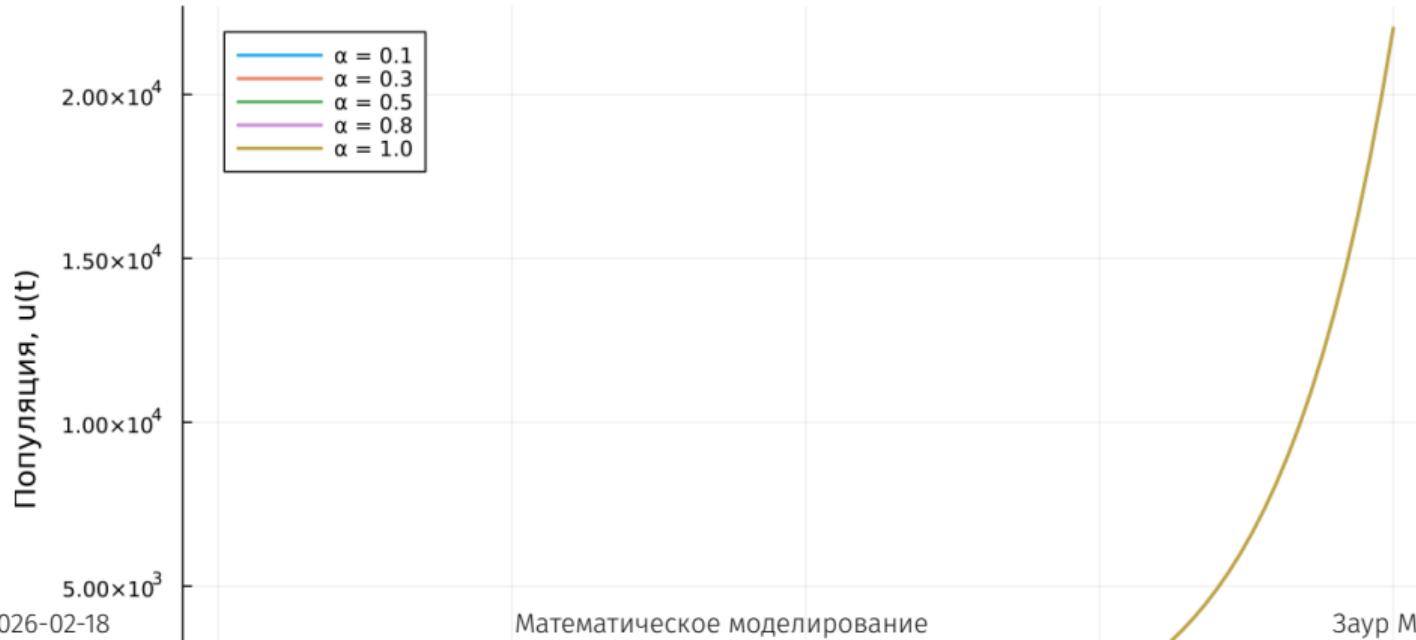
- Выполнены расчёты для набора параметров:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



Влияние α на рост

- Выполнены расчёты для набора параметров:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- С увеличением α наблюдается заметное ускорение роста системы

Параметрическое исследование: влияние α на рост



Теоретическая зависимость:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные результаты подтверждают теоретическую формулу

Зависимость времени удвоения от α



Теоретическая зависимость:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные результаты подтверждают теоретическую формулу
- При росте α период удвоения становится меньше

Зависимость времени удвоения от α

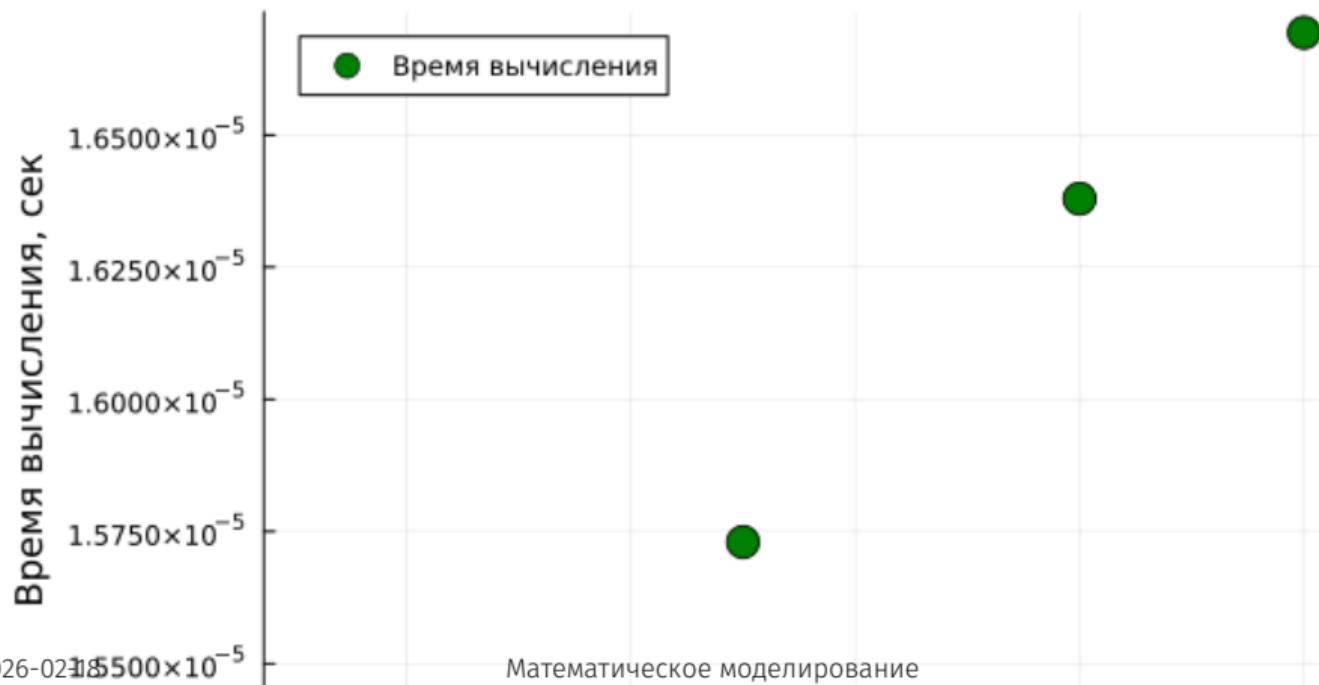


- Исследована зависимость продолжительности расчётов от значения α



- Исследована зависимость продолжительности расчётов от значения α
- Значительных изменений в вычислительных затратах не обнаружено

Зависимость времени вычисления от α



5. Итоги

- Проведённые вычислительные эксперименты согласуются с теоретической моделью

- Проведённые вычислительные эксперименты согласуются с теоретической моделью
- При увеличении α :

- Проведённые вычислительные эксперименты согласуются с теоретической моделью
- При увеличении α :
 - ▶ система развивается быстрее

- Проведённые вычислительные эксперименты согласуются с теоретической моделью
- При увеличении α :
 - ▶ система развивается быстрее
 - ▶ время удвоения уменьшается

- Проведённые вычислительные эксперименты согласуются с теоретической моделью
- При увеличении α :
 - ▶ система развивается быстрее
 - ▶ время удвоения уменьшается
 - ▶ время вычислений возрастает незначительно