# Лабораторная работа 4

**Модель гармонических колебаний**

Бешкуров Михаил Борисович

# Содержание

# 1 Цель работы

Ознакомление с моделью линейного гармонического осциллятора и ее построение с помощью языка программирования Python.

# 2 Задание

1. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

# 3 Выполнение лабораторной работы

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

$x$ — переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.) $t$ — время $w$ — частота $\gamma$ — затухание Интервал: $t \in [0; 77]$ (шаг 0.05). Начальные условия: $x_0 = 0.7, y_0 = -0.7$

1. Уравнение гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы:

   $$\ddot{x} + 7.7x = f(t)$$

   где $w = \sqrt{7.7}$ $\gamma = 0.0$ $f(t) = 0.0$ Ниже представлен код программы для первого случая, выполненный на языке программирования Python. (рис 1. @fig:001)

```
# ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ
w = math.sqrt(7.7)
g = 0.00

# Правая часть уравнения
def f(t):
    f = 0
    return f

# Уравнение  свободных  колебаний  гармонического  осциллятора
def y(x, t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = - w*w*x[0] - 2*g*x[1] - f(t)
    return dx1, dx2

# Начальные условия
x0 = np.array([0.7, -0.7])
# Интервал
t = np.arange(0, 77, 0.05)
```

Рис. 3.1: Код программы для первого случая

Также ниже представле график для первого случая. (рис 2. @fig:001)

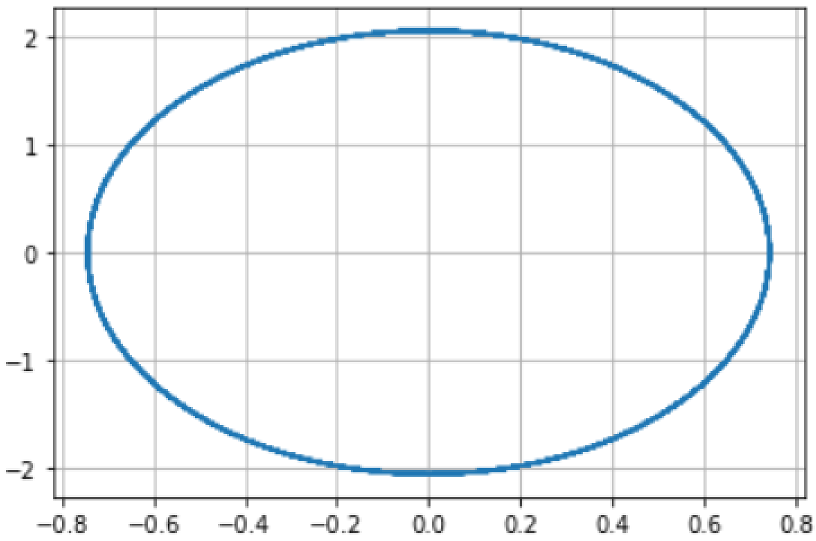



Рис. 3.2: График для первого случая

2. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 7\dot{x} + 7.7x = 0$$

где $w = \sqrt{7.7}$ $\gamma = 3.5$ $f(t) = 0.0$ Ниже представлен код программы для второго случая, выполненный на языке программирования Python. (рис 3. @fig:001)

```
# ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
w = math.sqrt(7.7);
g = 3.50;

# Правая часть уравнения
def f(t):
    f = 0
    return f

# Уравнение  свободных  колебаний  гармонического  осциллятора
def y(x, t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = - w*w*x[0] - 2*g*x[1] - f(t)
    return dx1, dx2

# Начальные условия
x0 = np.array([0.7, -0.7])
# Интервал
t = np.arange(0, 77, 0.05)
```

```
# Решаем дифф уравнение и рисуем график
x = odeint(y, x0, t)
y1 = x[:,0]
y2 = x[:,1]
plt.plot(y1,y2)
plt.grid(axis='both')
```

Рис. 3.3: Код программы для второго случая

Также ниже представле график для второго случая. (рис 4. @fig:001)

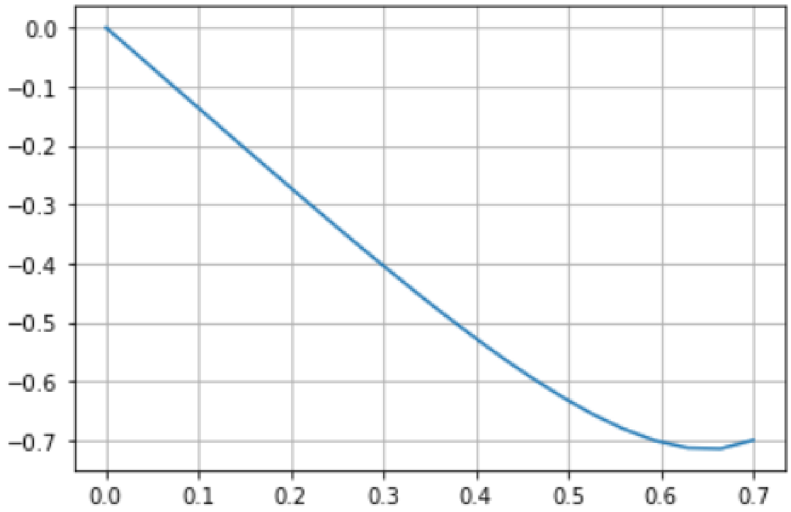
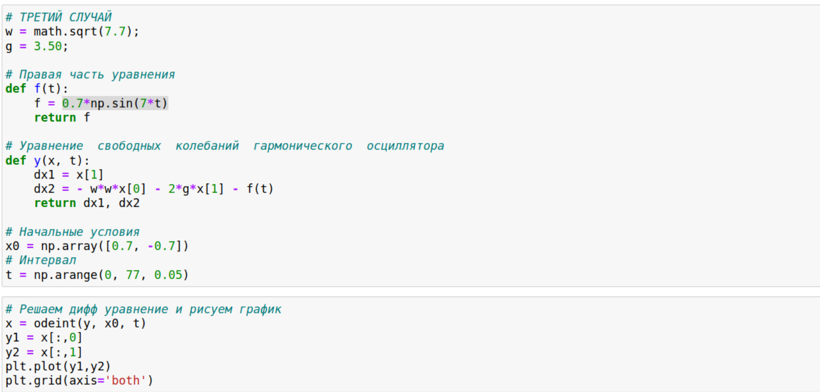



Рис. 3.4: График для второго случая

3. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 7\dot{x} + 7.7x = 0.7sin(7t)$$

где $w = \sqrt{7.7}$ $\gamma = 3.5$ $f(t) = 0.7sin(7t)$ Ниже представлен код программы для третьего случая, выполненный на языке программирования Python. (рис 5. @fig:001)



```
# ТРЕТИЙ СЛУЧАЙ
w = math.sqrt(7.7);
g = 3.50;

# Правая часть уравнения
def f(t):
    f = 0.7*np.sin(7*t)
    return f

# Уравнение  свободных  колебаний  гармонического  осциллятора
def y(x, t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = - w*w*x[0] - 2*g*x[1] - f(t)
    return dx1, dx2

# Начальные условия
x0 = np.array([0.7, -0.7])
# Интервал
t = np.arange(0, 77, 0.05)
```

```
# Решаем дифф уравнение и рисуем график
x = odeint(y, x0, t)
y1 = x[:,0]
y2 = x[:,1]
plt.plot(y1,y2)
plt.grid(axis='both')
```

Рис. 3.5: Код программы для третьего случая

Также ниже представле график для третьего случая. (рис 6. @fig:001)

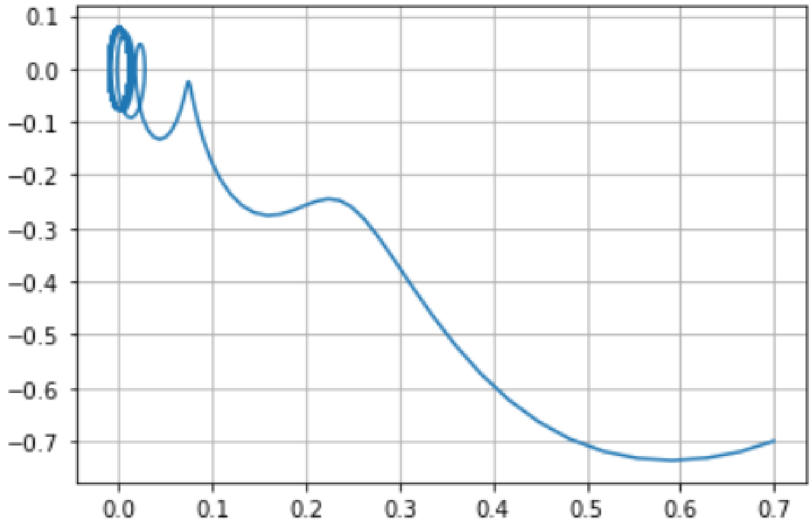



Рис. 3.6: График для второго случая

# 4 Ответы на вопросы:

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний Простейшая модель гармонических колебаний имеет следующий вид:

$$x = x_m cos(\omega t + \phi_0)$$

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор - система, совершающая колебания, показатели которой периодически повторяются во времени. 3. Запишите модель математического маятника

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{L} sin\alpha = 0$$

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Пусть у нас есть дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

Для перехода к системе уравнений первого порядка сделаем замену (это метод Ранге-Кутты):

$$y = \dot{x}$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \dot{x} \\ \dot{y} = -w_0^2 x \end{cases}$$

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет — это то, как величины, описывающие состояние системы, зависят друг от друга.

Фазовая траектория — кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последовательные моменты времени в течение всего времени эволюции.

# 5 Выводы

Ознакомился с моделью линейного гармонического осциллятора, решив уравнения гармонического осциллятора и построив его фазовые портреты.