

《大学物理》作业 No.2 圆周运动

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

基本要求:

(1) 理解角位置、角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度的物理意义及计算

内容提要:

1. 角速度: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

2. 角加速度: $\beta = \frac{d\omega}{dt}$

3. 速度: $\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t = v \vec{e}_t = r \omega \vec{e}_t$

4. 线量与角量关系:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

5. 圆周运动加速度

切向加速度,方向沿轨道切向,反映速度大小变化

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\beta$$

法向加速度,方向沿半径指向圆心,反映速度方向变化

$$a_n = R\omega^2$$

总加速度大小:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{(a_\tau)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{(dv/dt)^2 + (v^2/R)^2}$$

6. 一般曲线运动: $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$

7. 抛体运动

$$a_x = 0$$

$$v_x = v_0 \cos \theta$$

$$x = v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$a_y = -g$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

$$y = v_0 \sin \theta \cdot t - gt^2 / 2$$

一、选择题

1. 下面表述正确的是

- [] (A) 质点作圆周运动,加速度一定与速度垂直
(B) 物体作直线运动,法向加速度必为零
(C) 轨道最弯处法向加速度最大
(D) 某时刻的速率为零,切向加速度必为零

2. 质点沿半径 $R=1\text{m}$ 的圆周运动,某时刻角速度 $\omega=1\text{rad/s}$,角加速度 $\alpha=1\text{rad/s}^2$,则质点速度和加速度的大小为

- [] (A) 1m/s , 1m/s^2
(B) 1m/s , 2m/s^2
(C) 1m/s , $\sqrt{2}\text{m/s}^2$
(D) 2m/s , $\sqrt{2}\text{m/s}^2$

3. 一抛射体的初速度为 v_0 ,抛射角为 θ ,抛射点的法向加速度,最高点的切向加速度以及最高点的曲率半径分别为

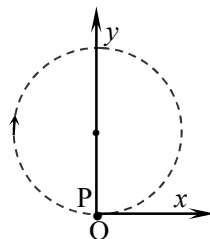
- [] (A) $g\cos\theta$, 0 , $v_0^2 \cos^2\theta/g$
(B) $g\cos\theta$, $g\sin\theta$, 0
(C) $g\sin\theta$, 0 , v_0^2/g
(D) g , g , $v_0^2\sin^2\theta/g$

4. 质点作半径为 R 的变速圆周运动时的加速度大小为(v 表示任意时刻质点的速率)

- [] (A) $\frac{dv}{dt}$ (B) $\frac{v^2}{R}$ (C) $\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{R}$ (D) $\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^4}{R^2}\right)}$

二、填空题

1. 如图,一质点 P 从 O 点出发以匀速率 1cm/s 作顺时针转向的圆周运动,圆的半径为 1m ,如图所示,当它走过 $2/3$ 圆周时,走过的路程是_____,这段时间内的平均速度大小为_____,方向是_____.



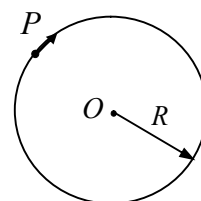
2. 一质点沿半径为 R 的圆周运动,在 $t=0$ 时经过 P 点,此后它的速率 v 按 $v=A+Bt$ (A 、 B 为正的已知常量)变化,则质点沿圆周运动一周再经过 P 点时的切向加速度 a_t =_____,法向加速度 a_n =_____.

3. 半径为 30cm 的飞轮，从静止开始以 $0.50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ 的匀角加速度转动，则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240° 时的切向加速度的大小 $a_t =$ _____，法向加速度的大小 $a_n =$ _____。

三、计算题

1. 一质点作半径为 0.10 m 的圆周运动，角位移 $\theta = 2 + 4t^2 (\text{SI})$ 。求 $t = 2 \text{ s}$ 时其法向加速度大小 a_n 和切向加速度大小 a_t 。

2. 如图所示，质点 P 在水平面内沿一半径为 $R = 2 \text{ m}$ 的圆轨道转动。转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega = kt^2$ (k 为常量)。已知 $t = 2 \text{ s}$ 时，质点 P 的速度值为 $32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。试求 $t = 1 \text{ s}$ 时，质点 P 的速度与加速度的大小。



No. 2 参考答案

一、选择题

1. (B); 2. (C) 提示: 利用 $v = r\omega$, 可得 $v = 1\text{m/s}$, 加速度大小为

$$a = \sqrt{(a_\tau)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{(dv/dt)^2 + (v^2/R)^2} = \sqrt{2}\text{m/s};$$

3. (A) 提示: 总加速度为 g , 如图, 初始状态的法向加速度为 $g\cos\theta$, 最高点时的法向加速度为 g , 切向为 0 , 同时利用

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = g, \text{ 其中, } v = v_0 \cos\theta \text{ 可以得到曲率半}$$

径。

4. (D)

二、填空题

1. $\frac{4}{3}\pi \text{ m}$, $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\text{cm/s}$, 方向如图图中箭头所示;

2. 切向加速度 $a_t = B$, 法向加速度 $a_n = \frac{A^2 + 4\pi BR}{R}$,

提示: $a_t = \frac{dv}{dt} = B$, 把此运动可看作匀加速直线运动,

加速度为 B , 故由 $v^2 - A^2 = 2B \cdot 2\pi R$, 得一周后的速度

$v^2 = 2B \cdot 2\pi R + A^2$, 带入 $a_n = \frac{v^2}{R}$ 得, 法向加速度;

3. $a_t = 0.15\text{m/s}^2$, $a_n = 0.4\pi\text{m/s}^2$

三、计算题

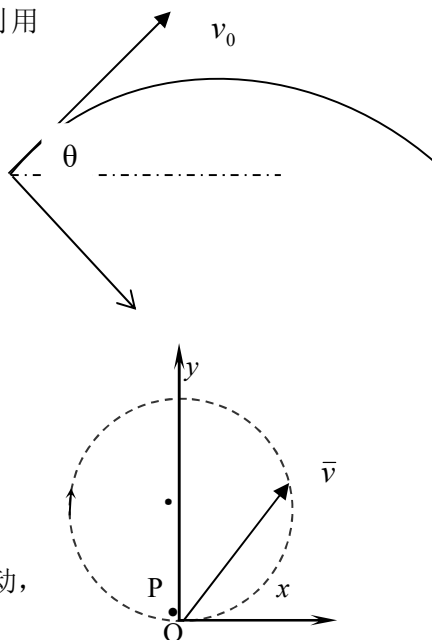
1、解: (1) 由 $\theta = 2 + 4t^2$

$$\text{所以: } \omega = \frac{d\theta}{dt} = 8t \quad \beta = \frac{d^2\theta}{dt^2} = 8$$

$$a_\tau = r\beta = r \times 8 = 0.8\text{m/s}^2$$

$$a_n = r\omega^2 = r \times (8t)^2 = 6.4t^2$$

故 $t=2\text{s}$ 时:



$$a_n = 25.6 \text{ m/s}^2$$

2. 解:

由于 $v = r\omega$, 当 $t = 2\text{s}$ 时, $v = 32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

所以, $32 = 2kt^2$; 从而, $k = 4$, $\omega = 4t^2$;

当 $t = 1$ 时, $v = r\omega = 2 \cdot 4t^2 = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$;

由于, $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 16t$; 当 $t = 1$ 时, $a_\tau = 16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = 32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

所以加速度的大小 $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = 16\sqrt{5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$