《大学物理》练习题　　No.9 简谐振动

班级 ________ 学号 ________ 姓名 ________ 成绩 ______

基本要求：

1. 掌握描述简谐振动的特征量——振幅、角频率、相位、初相及各量间的关系，并能用解析法、振动曲线或旋转矢量法确定这些特征量
2. 掌握简谐振动的运动学方程，理解简谐振动动力学方程的建立方法。能根据振动方程确定振幅、角频率、初相位；能根据初始条件确定振幅、角频率、初相位并写出振动方程

内容提要：

1. 机械振动：物体在其平衡位置附近作来回往复的运动
2. 简谐振动：一个作往复运动的物体，如果其偏离平衡位置的位移 x（或角位移 θ）随时间 t 按余弦（或正弦）规律变化的振动：

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

3. 简谐运动的判断（满足其中一条即可）

a. 简谐运动的动力学描述 $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

b. 物体受线性回复力作用 $F = -kx$ 平衡位置 $x = 0$

c. 简谐运动的运动学描述

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

4. 描述简谐振动的特征量

a. 振幅 A: 简谐振动物体离开平衡位置的最大位移（或角位移）的绝对值

b. 周期 T: 物体完成一次全振动所需时间 $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

c. 频率 ν: 单位时间内振动的次数 $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$

d. 角频率: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

对弹簧振子: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$， $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$， $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

5. 位相和初位相

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

φ0 是 t =0 时刻的位相—初位相

$\omega t + \varphi_0$—位相，决定谐振动物体的运动状态

6. 旋转矢量法：旋转矢量 A 的端点在 x 轴上的投影点的运动为简谐运动.

一、选择题

1.一质点作简谐振动,振动方程为$x=A\cos(\omega t+\varphi)$,当时间$t=T/2$($T$为周期) 时,质点的速度为

[ ] (A) $-A\omega\sin\varphi$.

(B) $A\omega\sin\varphi$.

(C) $-A\omega\cos\varphi$.

(D) $A\omega\cos\varphi$.

2. 把单摆从平衡位置拉开，使摆线与竖直方向成一微小角度θ，然后由静止放手任其振动，从放手时开始计时。若用余弦函数表示其运动方程，则该单摆振动的初相位为

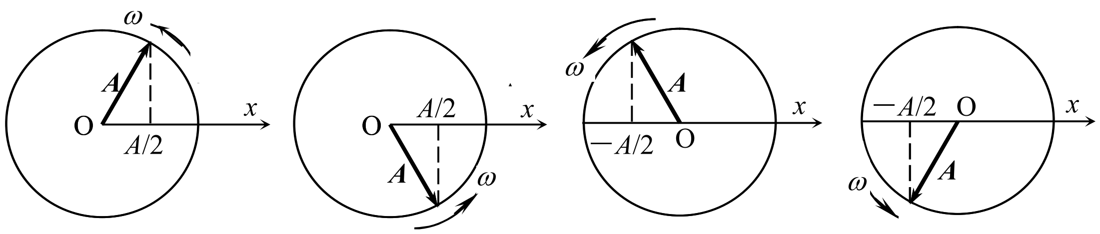
[ ] (A) θ。 (B) $\frac{3}{2}\pi$。 (C) 0。 (D) $\frac{1}{2}\pi$。

3. 一质点作简谐振动，周期为T。质点由平衡位置向x轴正方向运动时，由平衡位置到二分之一最大位移这段路程所需要的时间为

[ ] (A) $\frac{T}{4}$ (B) $\frac{T}{12}$ (C) $\frac{T}{6}$ (D) $\frac{T}{8}$

4.一个质点作简谐振动，振辐为A，在起始时刻质点的位移为A/2，且向x轴的正方向运动，代表此简谐振动的旋转矢量图为下图中哪一图？

[ ]



(A) (B) (C) (D)

5. 同一弹簧振子按图的三种方法放置,它们的振动周期分别为 T_a、T_b、T_c(摩擦力忽略),则三者之间的关系为

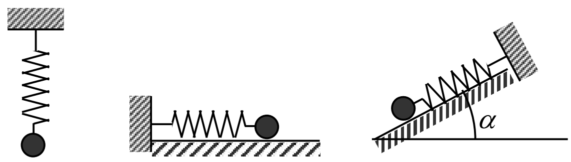
[ ] (A) $T_a=T_b=T_c$.

(B) $T_a=T_b>T_c$.

(C) $T_a>T_b>T_c$.

(D) $T_a<T_b<T_c$.

(E) $T_a>T_b<T_c$.



(a) (b) (c)

6. 轻弹簧上端固定，下系一质量为m_1的物体，稳定后在m_1下边又系一质量为m_2的物体，

于是弹簧又伸长了Δx。若将m_2移去，并令其振动，则振动周期为

[ ] (A) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2\Delta x}{m_1 g}}$ (B) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_1\Delta x}{m_2 g}}$

(C) $T=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m_1\Delta x}{m_2 g}}$ (D) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2\Delta x}{(m_1+m_2)g}}$

7. 把一个在地球上走得很准的摆钟搬到月球上,取月球上的重力加速度为 $g/6$,这个钟的分针走过一周,实际上所经历的时间是

[ ] (A) 6 小时.

(B) $\sqrt{6}$ 小时.

(C) (1/6)小时.

（D）($\sqrt{6}$ /6)小时.

二. 填空题

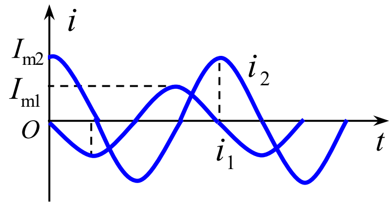
1.一质点沿 x 轴作简谐振动，振动范围的中心点为 x 轴的原点. 已知周期为 T,振幅为 A.

(1)若 t=0 时质点过 x=0 处且朝 x 轴正方向运动,则振动方程为 x=____________________.

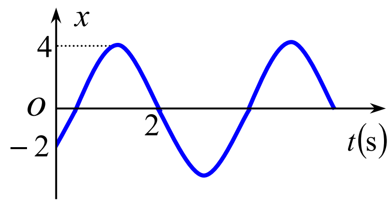
(2)若 t=0 时质点处于 x=A/2 处且朝 x 轴负方向运动,则振动方程为 x=____________________.

2. 一复摆作简谐振动时角位移随时间的关系为θ = 0.1cos(0.2 t +0.5), 式中各量均为 IS 制,则刚体振动的角频率ω = ________________, 刚体运动的角速度Ω=dθ /dt =_____________,角速度的最大值Ω_{max}=________________.

3. 两个同频率余弦交流电$i_1(t)$和$i_2(t)$的曲线如图所示，则位相差$\varphi_2-\varphi_1$ =_______________。



4. 一质点作简谐振动，其振动曲线如图所示。根据此图，它的周期 T = _________，用余弦函数描述时初相位 φ = ____________。

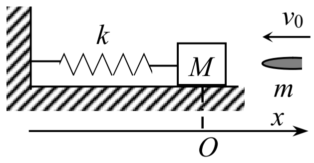


5. 用 40N 的力拉一轻弹簧，可使其伸长 20cm。此弹簧下应挂__________kg 的物体，才能使弹簧振子作简谐振动的周期$T=0.2\pi$ (s) 。

6. 作简谐振动的小球, 振动速度的最大值为 v_m=3cm/s, 振幅为 A=2cm, 则小球振动的周期为__________, 加速度的最大值为____________; 若以速度为正最大时作计时零点,振动表达式为____________________________________.

三. 计算题

1.由质量为 M 的木块和倔强系数为 k 的轻质弹簧组成一在光滑水平台上运动的谐振子,如右图所示，开始时木块静止在 O 点，一质量为 m 的子弹以速率 v_0 沿水平方向射入木块并嵌在其中，然后木块(内有子弹)作谐振动，若以子弹射入木块并嵌在木块中时开始计时，试写出系统的振动方程，取 x 轴如图.



2. 轻弹簧在 60 N 的拉力作用下伸长 30 cm，现将质量为 $m_2 = 4Kg$ 的物体悬挂在弹簧下端并使之静止，再把物体向下拉 10 cm，然后由静止释放并开始计时，以向下为正向。求：

（1）物体的振动方程。

（2）物体在平衡位置上方 5 cm 时弹簧对它的拉力。

（3）物体从第一次越过平衡位置起到它运动到平衡位置上方 5 cm 处所需最短时间。

3.. 一质量为 $m = 0.25$kg 的物体在弹性力作用下沿 x 轴运动，弹簧的劲度系数 $k = 25\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$。

(1) 求振动周期 T 和角频率 ω。

(2) 如果振幅 $A = 15$cm, $t = 0$ 时位移 $x_0 = 7.5$cm, 且物体沿 x 轴负方向运动，求初速度及初相。

(3) 写出其振动方程。

No.9 参考答案

一、选择题

1. （B），提示：质点速度方程$v=\dfrac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$，带入时间可得；

2. (C), 单摆小角度摆动为简谐振动，振动方程$\theta=\theta_0\cos(\omega t+\varphi)$，由初始条件可得初相位 $\varphi=0$；

3. （B），可以由旋转矢量法得到；

4. （B）；

5. （A），物体有固有频率，只要物体本身不改变，其固有频率是不变的，这里也可证明三种情况下的振动频率是相等的；

6. （B），提示：有题意可得，$m_2 g=k\Delta x$，所以弹簧劲度系数$k=\dfrac{m_2 g}{\Delta x}$，弹簧简谐振动的角频率$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m_1}}=\sqrt{\dfrac{m_2 g}{m_1\Delta x}}$，

7. （B）由单摆的摆动周期$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$可得；

二、填空题

1. (1) $x=A\cos(\dfrac{2\pi t}{T}-\dfrac{\pi}{2})$，提示：设谐振方程为$x=A\cos(\omega t+\varphi)$，带入初始条件得，$0=\cos\varphi$，所以$\varphi=\pm\dfrac{\pi}{2}$，根据题目质点速度$v=\left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=o}>0$，即$-A\omega\sin\varphi>0$，故$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$,从而确定简谐运动方程，（2） $x=A\cos(\dfrac{2\pi t}{T}+\dfrac{\pi}{3})$，同上类似；

2. $\omega=0.2rad/s$，$\Omega=-0.02\sin(0.2t+0.5)$，$\Omega_{\max}=0.02rad/s$；

3. $\varphi_2-\varphi_1=-\dfrac{\pi}{2}$，提示：设两电流振动方程分别为，$i_1=I_1\cos(\omega t+\varphi_1)$，$i_2=I_2\cos(\omega t+\varphi_2)$，由图可得电流 1 的初始条件$t=0$时，$i_1=0$，带入振动方程得到$\varphi_1=\pm\dfrac{\pi}{2}$，由 t=0 时，速度小于零，即$v=\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{t=o}<0$，所以$\varphi_1=\dfrac{\pi}{2}$，同理可得$\varphi_2=0$，所以$\varphi_2-\varphi_1=-\dfrac{\pi}{2}$；

4. $T=\dfrac{24}{7}s$ ，$\varphi=-\dfrac{2}{3}\pi$，提示：设$x=A\cos(\omega t+\varphi)$由初始条件可得$\varphi=\pm\dfrac{2\pi}{3}$，由初

始时刻的速度$v=\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=o}>0$, 得，初位相$\varphi=-\frac{2\pi}{3}$，由图可得$t=2, x=0$，带入振动方程，得$T=\frac{24}{6k+7}$，可以看出，只有当 k=0 时，才符合曲线，所以$T=\frac{24}{7}s$；

5. 2 kg， 提示：根据$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$，可得结果；

6. $T=\frac{4}{3}\pi$ ， $a_{\max}=\frac{9}{2}cm/s^2$ ， $x=0.02\cos(\frac{3}{2}t-\frac{\pi}{2})$ ， 提示：设振动方程$x=A\cos(\omega t+\varphi)$ ， 则速度方程 $v=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$ ， 最大速度$v_{\max}=A\omega=3cm/s$，所以$T=\frac{4}{3}\pi$，加速度方程$a=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)$，最大加速度$a_{\max}=A\omega^2=\frac{9}{2}m/s^2$，速度最大时，$\varphi=-\frac{\pi}{2}$，得振动方程；

三. 计算题

1. 解：设系统的振动方程为：

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

子弹与木块碰的过程，动量守恒，得到，

$$mv_0=(M+m)v$$

碰后， $\frac{1}{2}(M+m)v^2=\frac{1}{2}kA^2$

得到振幅，$A=\frac{mv_0}{\sqrt{k(M+m)}}$

由条件，$0=A\cos\varphi$，$v=\frac{dx}{dt}<0$ 得到相位$\varphi=\frac{\pi}{2}$

又，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m+M}}$， 所以振动方程为，$x=\frac{mv_0}{\sqrt{k(m+M)}}\cos(\sqrt{\frac{k}{m+M}}t+\frac{\pi}{2})$

2. 解：取物体在平衡位置为坐标原点，且向上为正方向，

设物体的振动方程$x=A\cos(\omega t+\varphi)$

由于，轻弹簧在 60 N 的拉力作用下伸长 30 cm 所以由$F=kx$，得到，

劲度系数$k=200N/m$

又角频率，$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m_2}}=\sqrt{50}rad/s$，

由初始条件，$0.1=0.1\cos\varphi$, 得到相位 $\varphi=0$

所以，物体的振动方程 $x=0.1\cos(\sqrt{50}t)$

物体在平衡位置上方 $5cm$ 时弹簧对它的拉力: $F=kx=200\times0.15=30N$

物体从第一次越过平衡位置起到它运动到平衡位置上方 $5cm$ 处所需最短时间应当小于四分之一个周期，

由旋转矢量法得到 最短时间 $t_{\min}=\dfrac{\sqrt{2}\pi}{60}$

3. **解**：由，$kx=ma$

设振动方程为 $\dfrac{d^2x}{dt^2}=\dfrac{k}{m}x$

从而角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}=10rad/s$ 周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{\pi}{5}s$

设 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

由，$7.5=15\cos\varphi$,得到，相位 $\varphi=\pm\dfrac{\pi}{3}$

由于，速度 $v=-v_A\sin(\omega t+\varphi)$， 所以相位 $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$

由能量守恒得到，$\dfrac{1}{2}kA^2=\dfrac{1}{2}mv_A^2$， 所以，$v_A=1.5m/s$

初速 $v_0=1.5\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{3}{4}\sqrt{3}m/s$

振动的数值表达式 $x=0.15\cos\left(10t+\dfrac{\pi}{3}\right)$