《大学物理》作业　No.12 波的能量 干涉及驻波

班级 ________ 学号 _______ 姓名 _______ 成绩 ______

基本要求：

1. 了解简谐波的能量、能量密度和能流密度的概念及特征。
2. 理解惠更斯原理、波的迭加原理和波的衍射现象和干涉现象。
3. 理解驻波的概念及形成条件，了解驻波和行波的区别。

内容提要：

动能： $dE_k = \frac{1}{2}dmv^2 = \frac{1}{2}\rho dVA^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$

势能： $dE_p = \frac{1}{2}Y(\frac{\partial y}{\partial x})^2 dV = \frac{1}{2}\rho dVA^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$

总能量：$dE = dE_k + dE_p = \rho dVA^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$

能量密度：$w = \frac{dE}{dV} = \rho A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$

平均能量密度：$\bar{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w dt = \frac{1}{T}\int_0^T \rho A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]dt = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

能流：$P = wu\Delta S$；平均能流：$\bar{P} = \bar{w}u\Delta S$；

波的强度(能流密度)：$I = \frac{\bar{P}}{\Delta S} = \bar{w}u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$

惠更斯原理：子波的包迹(公切面)为新波前。

说明:1、解决波的传播问题。

2、原理适用任何波传动。

3、应用(1)解释衍射；(2)反射、折射。

波的干涉 波的叠加原理

一、波的叠加　运动跌价$\Rightarrow$振动叠加$\Rightarrow$波的叠加

二、波的干涉

相干波源:两同一定（方向、频率相同，相位差恒定）

定量分析:二相干波 合振幅：$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$

讨论：1. 振幅极值分布

2. 干涉引起波场中能量的从新分布.（$W \propto A^2$）

驻波：反向传播等幅相干涉波叠加。

$$y_1 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)，\ y_2 = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$

讨论： ① 振幅$2A\cos\dfrac{2\pi x}{\lambda}$与空间位置 x 有关，

波腹：$x = \pm k\dfrac{\lambda}{2}$； 波节： $x = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}$

② 柱波三无 $\left\{\begin{array}{l}\text{无振动位相传递（节间同向，节侧反向）}\\\text{无传播方向}\\\text{无能量传播}\end{array}\right\}$媒质中特殊的分段振动

③ 驻波通常是在前进波与反射波干涉叠加时产生。

④ 半波损失：当波从波疏媒质射向波密媒质在其界面上发生反射时，反射波位相发生了π的相位突变。(条件：波疏媒质射向波密媒质时)。

一、选择题

1. 一平面简谐波在弹性介质中传播，在介质质元从平衡位置运动到最大位移处的过程中：

[ ]

(A) 它的动能转换成势能;

(B) 它的势能转换成动能;

(C) 它从相邻的一段质元获得能量，其能量逐渐增大;

(D) 它把自己的能量传给相邻的一段质元，其能量逐渐减小

2. 一平面简谐波在弹性媒质中传播时，某一时刻在传播方向上媒质中某质元在负的最大位移处，则它的能量是

[ ]

(A) 动能为零，势能最大.

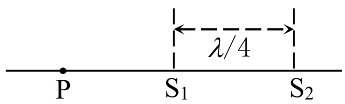
(B) 动能为零，势能为零.

(C) 动能最大，势能最大.

(D) 动能最大，势能为零.

3. 如图所示，两相干波源 s_1 和 s_2 相距$\lambda/4$(λ为波长)， s_1 的位相比 s_2 的位相超前$\pi/2$,在 s_1、s_2 的连线上, s_1 外侧各点(例如 P 点)两波引起的两谐振动的位相差是:

[ ]



(A) 0 .

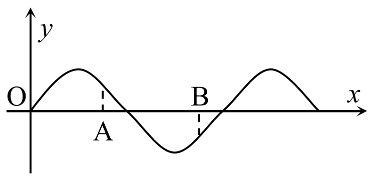
(B) π .

(C) $\pi/2$.

(D) $3\pi/2$.

4.如图所示为一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线. 若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大,则

[ ]



(A) A 点处质元的弹性势能在减小.

(B) 波沿 x 轴负方向传播.

(C) B 点处质元的振动动能在减小.

(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化

5.在波长为λ的驻波中，两个相邻波腹之间的距离为

[　　] (A) $\lambda/4$.　　(B) $\lambda/2$.　　(C) $3\lambda/4$.　　(D) λ .

6. 关于产生驻波的条件,以下说法正确的是

[　　]

(A) 任何两列波叠加都会产生驻波；

(B) 任何两列相干波叠加都能产生驻波；

(C) 两列振幅相同的相干波叠加能产生驻波；

(D) 两列振幅相同，在同一直线上沿相反方向传播的相干波叠加才能产生驻波.

7. 关于驻波的特性, 以下说法**错误**的是

[　　]

(A) 驻波是一种特殊的振动,波节处的势能与波腹处的动能相互转化；

(B) 两波节之间的距离等于产生驻波的相干波的波长；

(C) 一波节两边的质点的振动步调（或位相）相反；

(D) 相邻两波节之间的质点的振动步调（或位相）相同.

8. 关于半波损失,以下说法**错误**的是

[　　](A) 在反射波中总会产生半波损失；

(B) 在折射波中总不会产生半波损失；

(C) 波从波疏媒质射向波密媒质反射时,反射波中产生半波损失；

(D) 半波损失的实质是振动相位突变了π.

二. 填空题

1. 一平面简谐机械波在媒质中传播时，若某媒质元在 t 时刻的能量是 10 J ,则在($t+T$) (T 为波的周期)时刻该媒质质元的振动动能是________________.

2. 两相干波源 s_1、s_2之间的距离为 20m,两波的波速为 c=400m/s,频率 ν=100Hz,振幅 A 相等且 A=0.02m,并且已知 s_1 的相位比 s_2 的相位超前π,则 s_1 与 s_2 连线中点的振幅为_________.

3. 两列波在同一直线上传播,其表达式分别为

$$y_1 = 6.0\cos[\pi(0.02x-8t)/2]$$

$$y_2 = 6.0\cos[\pi(0.02x+8t)/2]$$

式中各量均为(S I)制.则驻波波节的位置为__________________________________ .

三. 计算题

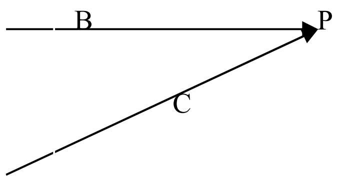
1.两列波在一根很长的细绳上传播，其波动方程为:

$y_1 = 0.06\cos\pi(x-4t)m$， $y_2 = 0.06\cos\pi(x+4t)$ m，

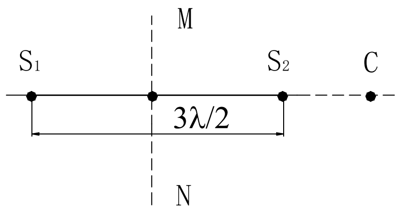
（1）证明细绳上的振动为驻波式振动；

（2）求波节和波腹的位置；
（3）波腹处的振幅有多大？在 x=1.2m 处的振幅是多少？

2.如下图,两列相干波在 P 点相遇,一列波在 B 点引起的振动是 $y_{10}=3\times10^{-3}\cos2\pi t$ (SI)
另一列波在 C 点引起在振动是 $y_{20}=3\times10^{-3}\cos(2\pi t+\pi/2)$ (SI) $\overline{BP}=0.45m$, $\overline{CP}=0.30m$, 两波的传播速度 u=0.20m/s, 不考虑传播中振幅的减小,求 P 点合振动的振动方程.



3. 如图所示，有两相干波源 S_1、S_2。已知 S_1 的初相为π / 2：
（1）使延长线 S_2C 上各点干涉相消，求 S_2 的初相；
（2）使中垂线ＭＮ上各点干涉相消，求 S_2 的初相。



No.12 波的能量 干涉及驻波　参考答案

一、选择题

1. （D）; 2. （B）；

3.（B）；提示：波从 S_2 从波到 S_1 相位改变$\pi/2$，又 S1 相位超前 S2$\pi/2$。因此，两波源在 P 的引起谐振动的位相差为π 。

4.（B）；提示：由 A 点处质元的振动动能增大可知，该质元的向平衡位置作加速运动即此时的质元沿 y 轴负方向运动，由此可以判断波沿 x 轴复方向传播。

5.（B）；提示：$\Delta x = x_{k+1} - x_k = (k+1-k)\dfrac{\lambda}{2}$

6.（D）；7.（B）；8.（A）；

二. 填空题

1. 5J；提示：质元在任何时刻的振动动能与势能相等；

2. 0；提示：两列波传播到中点的需要的时间相同，位相改变量相同；由 S_1 与 S_2 位相差位为π，因此 $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$ =0。

3. $\underline{x = 50(2k+1)}$；提示：$x = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{4}$。

三. 计算题

1. 解（1）因合成波方程为：

$$y = y_1 + y_2$$

$$\begin{aligned}
&= [0.06\cos\pi(x-4t) + 0.06\cos\pi(x+4t)]m \\
&= 2\times 0.06\cos\frac{\pi(x-4t)+\pi(x+4t)}{2}\times\cos\frac{\pi(x-4t)-\pi(x+4t)}{2}m \\
&= 0.12\cos\pi x\times\cos 4\pi t m
\end{aligned}$$

故细绳上的振动为驻波式振动。

(2) 由 $\cos\pi x = 0$ 得：　　$\pi x = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

故波节位置为：　$x = \dfrac{1}{2}(2k+1)(m)$　　$(k = 0, \pm 1, \pm 2\cdots)$

由 $|\cos\pi x| = 1$ 得：　$\pi x = k\pi$

故波腹位置　$x = k(m)$　　$(k = 0, \pm 1, \pm 2\cdots)$

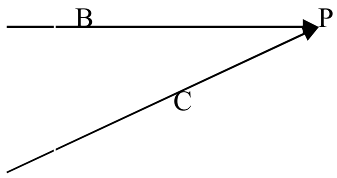
(3) 由合成波方程可知，波腹处振幅为：

$$A = 0.12\text{m}$$

在 x=1.2m 处的振幅为：

$$A_x = |0.12\cos 1.2\pi|\, m = 0.097\,\text{m}$$

2. 解：两列相干波在 P 点相遇干涉后的相位：



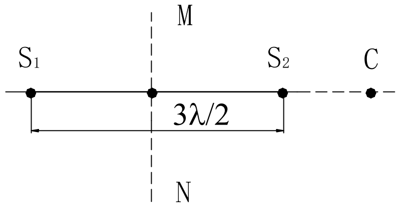
$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

所以，$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = -2\pi$

合振幅，$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = 2A_1 = 6\times10^{-3}$

所以，P 点合振动的振动方程 $y = 6\times10^{-3}\cos 2\pi t$

3. 解：（1） $\Delta\phi = \phi_2 - \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{3\lambda}{2} = (2k+1)\pi \Rightarrow$



$$\phi_2 = 2k\pi - \frac{3\pi}{2}$$

（2） $\Delta\phi = \phi_2 - \frac{\pi}{2} + 0 = (2k+1)\pi \Rightarrow$

$$\phi_2 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$$