



TEORI GRAF DAN APLIKASINYA

SLAMIN

BAB 1. PENDAHULUAN

TEORI GRAF DAN APLIKASINYA

SLAMIN

**Dream Litera Buana
Malang 2019**

BAB 1

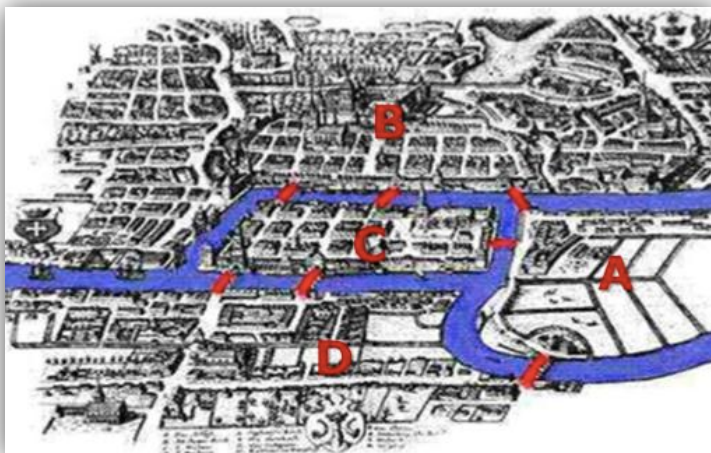
PENDAHULUAN

Teori Graf berkembang setelah Leonhard Euler pada tahun 1736 menjawab masalah yang dihadapi orang-orang di Königsberg yang berusaha melewati tujuh jembatan yang berada di atas Sungai Pregel yang membagi Königsberg menjadi dua pulau dan dua tepi seperti yang diilustrasikan pada Gambar 1.1 dan 1.2. Permasalahannya adalah masyarakat di Königsberg berangkat dari satu tempat (pulau atau tepi sungai) dan berusaha melewati ketujuh jembatan tersebut masing-masing tepat sekali serta kembali ke tempat awal. Tidak ada seorangpun yang berhasil, sampai Euler membuktikan bahwa hal itu tidak mungkin. Untuk memudahkan pembuktian yang menjawab masalah tujuh jembatan Königsberg tersebut, empat daerah yang berupa pulau dan tepi sungai tersebut direpresentasikan dengan titik dan tujuh jembatan yang melintasi sungai direpresentasikan dengan sisi sehingga empat daerah dan tujuh jembatan tersebut berbentuk sebuah graf (Gambar 1.3). Dalam konteks Teori Graf, jawaban Euler terhadap masalah tujuh jembatan Königsberg adalah jika sebuah pseudograf G mempunyai sebuah sirkuit Eulerian, maka graf tersebut terhubung dan derajat setiap titiknya adalah genap.

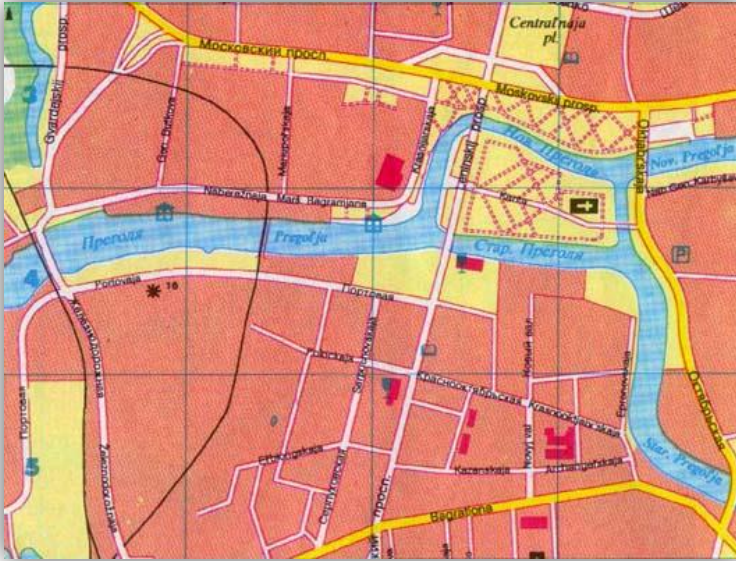
Pembuktian Euler terhadap masalah ini menghasilkan konsep sirkuit Eulerian (jalan yang berawal dan berakhir pada titik yang sama dan memuat setiap sisi dari sebuah graf), yang merupakan

awal dari lahirnya Teori Graf. Sejak itu konsep-konsep lain dalam Teori Graf bermunculan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

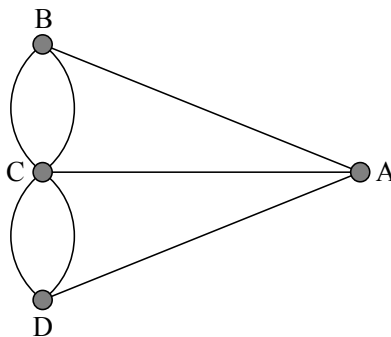
Salah satu konsep yang munculnya tidak lama setelah konsep sirkuit Eulerian adalah siklus Hamiltonian, yaitu siklus dalam sebuah graf yang mencakup semua titik dari graf tersebut. Konsep ini pertama kali dipelajari oleh matematikawan asal Irlandia yang bernama Sir William Rowan Hamilton dan asal Inggris yang bernama Thomas Penyngton Kirkman pada tahun 1800-an. Konsep ini digunakan untuk memecahkan masalah perjalanan yang dikenal dengan sebutan *traveling salesperson problem*. Pertanyaan pada masalah ini adalah: “Jika diberikan sejumlah kota dan biaya perjalanan antar kota yang satu ke kota yang lain, berapa biaya perjalanan keliling termurah yang diperlukan jika setiap kota dikunjungi dan kembali ke kota awal?”



Gambar 1.1 Sungai Pregel dan tujuh jembatan di Königsberg dulu
(sumber: <http://math.youngzones.org/Konigsberg.html>)



Gambar 1.2 Sungai Pregel di Königsberg sekarang
(sumber: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk>)



Gambar 1.3
Representasi masalah tujuh jembatan di Königsberg dengan graf

Dalam konteks Teori Graf, *traveling salesperson problem* ini dinyatakan bahwa: diberikan sebuah graf lengkap dengan bobot (dimana titik merepresentasikan kota, sisi merepresentasikan jalan,

dan bobot merupakan biaya atau jarak dari jalan tersebut), tentukan sebuah siklus Hamiltonian dengan bobot terkecil.

Kedua masalah tersebut merupakan dua contoh dari berbagai aplikasi Teori Graf. Masih banyak aplikasi Teori Graf lainnya baik untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari maupun masalah dalam bidang ilmu yang lain, termasuk dalam bidang Teknologi Informasi dan Komunikasi. Seperti yang disampaikan dalam [96] dan [97], aplikasi Teori Graf dalam bidang Teknologi Informasi dan Komunikasi meliputi jaringan telepon seluler GSM, sistem penjadwalan, keamanan jaringan komputer, toleransi kegagalan sistem komputasi, pengklasteran dokumen web, perancangan basis data, rekayasa perangkat lunak, perangkat keras komputer, optimasi jaringan komputer, struktur data, pengolahan citra, *data mining*, sistem operasi, dan perancangan situs web.

Dalam buku ini disajikan konsep dasar Teori Graf beserta aplikasinya seperti untuk optimasi jaringan komputer; penetapan alamat jaringan komunikasi; navigasi robot; sistem penjadwalan; dan optimasi penempatan alat. Secara rinci buku ini ditulis dengan struktur sebagai berikut:

Bab 1 merupakan pengantar yang melatarbelakangi perkembangan Teori Graf dan penggunaannya untuk memecahkan masalah sehari-hari.

Bab 2 mengenalkan konsep dasar yang meliputi notasi, definisi, dan istilah dalam Teori Graf yang akan digunakan dalam buku ini.

Bab 3 menjelaskan tiga masalah optimasi dalam graf yaitu masalah derajat/ diameter, masalah ordo/derajat dan masalah ordo/diameter untuk graf tidak berarah dan graf berarah. Keberadaan

graf yang berordo besar baik tidak berarah maupun yang berarah serta keteraturannya disajikan dalam Bab 3 ini.

Bab 4 menyajikan beberapa teknik konstruksi graf berarah beserta klasifikasi dan keteraturan hasil konstruksinya.

Bab 5 menjabarkan pelabelan graf yang meliputi jenis-jenis pelabelan graf mulai awal pelabelan graf tersebut dikenalkan sampai dengan pengembangan pelabelan graf yang terkini.

Bab 6 membahas pewarnaan graf yang terdiri dari pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan yang menggunakan salah satu jenis pelabelan yaitu anti-ajaib lokal.

Bab 7 menyajikan konsep himpunan dominasi baik yang klasik maupun hasil pengembangannya untuk jarak lebih dari satu yaitu himpunan dominasi jarak.

Bab 8 menjelaskan masalah berbasis jarak lainnya yaitu dimensi metrik dan pengembangannya yaitu dimensi metrik lokal.

Bab 9 memberikan beberapa contoh aplikasi Teori Graf yang terdiri dari penetapan alamat jaringan komunikasi, optimasi jaringan komputer, sistem penjadwalan, optimasi penempatan alat, dan navigasi robot.

Bab 10 yang merupakan penutup dari buku ini, berisi masalah-masalah terbuka pada topik-topik yang dibahas dalam buku ini agar dapat dijadikan topik dalam penelitian lebih lanjut termasuk untuk skripsi, tesis, dan disertasi.



Teori Graf berkembang setelah Leonhard Euler pada tahun 1736 menjawab masalah yang dihadapi orang-orang di Königsberg yang berusaha melewati tujuh jembatan yang berada di atas Sungai Pregel. Jawaban Euler terhadap masalah ini menghasilkan konsep sirkuit Eulerian (jalan yang berawal dan berakhir pada titik yang sama dan memuat setiap sisi dari sebuah graf), yang merupakan awal dari lahirnya Teori Graf. Sejak itu konsep-konsep lain dalam Teori Graf bermunculan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Masalah optimasi jaringan komputer merupakan masalah yang sering dipecahkan melalui pendekatan Teori Graf. Jika diberikan sebuah himpunan komputer, maka muncul pertanyaan bagaimana komputer-komputer itu dihubungkan agar tercapai komunikasi yang paling efisien dan reliabel dengan biaya sehemat mungkin? Tujuan akhirnya adalah terbangunnya sebuah jaringan komputer yang jangkauan luas. Topologi dari sebuah jaringan komputer lebih mudah jika dipelajari dengan menggunakan instrumen Teori Graf, yaitu setiap komputer pada jaringan tersebut direpresentasikan dengan titik, dan koneksi antar komputer direpresentasikan dengan sisi.

Masalah lain adalah penetapan alamat yang efisien pada jaringan komunikasi dikenalkan oleh Bloom dan Golomb pada tahun 1978. Penetapan alamat pada kemungkinan *link* dalam jaringan komunikasi mensyaratkan semua alamat harus berbeda. Dalam hal ini, alamat *link* dapat disimpulkan dari identitas dua terminal pengguna yang terhubung tanpa memerlukan *table lookup*. Dalam konteks Teori Graf, masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan pelabelan graf. Kedua masalah tersebut merupakan dua contoh dari berbagai aplikasi Teori Graf. Masih banyak aplikasi Teori Graf lainnya baik untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari maupun masalah dalam bidang ilmu yang lain. Dalam buku ini akan disajikan konsep dasar Teori Graf beserta aplikasinya seperti untuk optimasi jaringan komputer; penetapan alamat jaringan komunikasi; navigasi robot; sistem penjadwalan; dan optimasi penempatan alat.