НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖ	УЮ
Голова Атест	гаційної комісії
Факультету г	ірикладної математики
Декан	Іван ДИЧКА
М.П.	

ΠΡΟΓΡΑΜΑ

комплексного фахового випробування

для вступу на освітню програму підготовки магістра «Наука про дані та математичне моделювання»

за спеціальністю 113 Прикладна математика

Програму рекомендовано кафедрою прикладної математики Протокол № _7_ від « _28_ » « _січня_ » 2021 р. Завідувач кафедри _____ Олег ЧЕРТОВ

ВСТУП

До комплексного фахового випробування включені такі дисципліни:

- Аналіз даних
- Диференціальні рівняння
- Дискретна математика; Математична логіка та теорія алгоритмів

Комплексне фахове випробування проводиться у письмовій формі. Його тривалість — дві академічні години (90 хв.) без перерви. Під час комплексного фахового випробування користуватися допоміжною літературою заборонено.

Екзаменаційний білет комплексного фахового випробування містить три питання.

Перше з них — теоретичне, по розділах дисципліни «Аналіз даних». Відповідь на нього повинна повністю охоплювати суть питання, а саме: містити основні визначення, методи, принципи, формулювання відповідних властивостей та теорем (доведення наводити не потрібно), і обов'язково — приклади, що ілюструють їх використання.

Друге питання — практичне, по розділах дисципліни «Диференціальні рівняння». Типи завдань наступі: розв'язання лінійних рівнянь вищих порядків зі сталими коефіцієнтами, побудова функції Гріна крайової задачі, розв'язання задачі Штурма-Ліувілля для крайових задач, розв'язання рівнянь вищих порядків, що припускають зниження порядку, розв'язання однорідних та неоднорідних систем лінійних рівнянь першого порядку, побудова фазових портретів динамічних систем на площині, розв'язання лінійних рівнянь у частинних похідних першого порядку, знаходження нерухомих точок нелінійних систем та дослідження їх на стійкість за Ляпуновим.

Третє питання — практичне, по розділах дисциплін «Дискретна математика» та «Математична логіка та теорія алгоритмів». Типи завдань наступні: дослідження властивостей відношень та відображень, неорієнтовані графи, побудова таблиць істинності булевих функцій та дослідження їх властивостей, перевірка формул алгебри множин на тавтологію та спрощення, перевірка логічного висновку методом резолюцій, нормальний алгоритм Маркова, машина Тюрінга, аналіз абстрактних автоматів, операції із нечіткими підмножинами, формалізація речень природної мови в логіці предикатів.

РОЗДІЛИ ДИСЦИПЛІН

що виносяться на комплексне фахове випробування

АНАЛІЗ ДАНИХ

Розділ 1. ВИБІРКОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Основні поняття та засоби аналізу даних.

- Задачі аналізу даних. Вимірювання даних. Шкала вимірювання. Типи даних. Номінальні ознаки. Класифікаційні ознаки. Порядкові ознаки. Кількісні ознаки. Оцінювання параметрів. Точкові оцінки. Інтервальні оцінки.
- Описова статистика. Варіаційна статистика. Середовище R Studio. Особливості роботи і статистичного аналізу даних в середовищі R Studio.

Дослідження та оцінка параметрів скінчених популяцій.

- Обстеження. Вибіркове обстеження. Мета і методи вибіркових обстежень. Загальна схема вибіркового обстеження. Формулювання цілей вибіркового обстеження. Визначення популяції. Планування вибірки і визначення необхідної точності. Побудова вибіркової схеми. Одержання вибірки для обстеження. Збір даних.
- Обробка даних. Перевірка і оцінка якості обстеження. Планування та дизайн вибіркової схеми. Випадкова вибірка. Проста випадкова вибірка без повернення. Проста випадкова вибірка з поверненням. Вибір з рівними ймовірностями включення. Вибір з нерівними ймовірностями включення. Систематичний вибір. Стратифіковані випадкові вибірки. Прості одно- та двостадійні кластерні вибірки.

Розділ 2. ПРИКЛАДНА СТАТИСТИКА

Основні поняття прикладної статистики.

Вибірка. Основні поняття організації вибірки. Вибіркові значення і оцінювання параметрів. Аналіз вибіркових даних. Важливі функції розподілів: нормальний розподіл, хі — квадрат розподіл, розподіл Стьюдента, розподіл Фішера. Розподіл вибіркового середнього. Розподіл вибіркової дисперсії. Довірчі інтервали. Перевірка гіпотез. Метод Байєса. Послідовний аналіз Вальда. Відшукання та виключення аномальних значень.

Основні види статистичного аналізу.

- Дисперсійний аналіз. Класичний дисперсійний аналіз для нормально розподілених випадкових величин: однофакторний та двохфакторний дисперсійний аналіз. Непараметричний дисперсійний аналіз.
- Кореляційний аналіз. Методи дослідження зав'язків між випадковими величинами. Класичний кореляційний аналіз для нормально розподілених випадкових величин. Кореляційний аналіз кількісних ознак. Кореляційний аналіз порядкових ознак. Кореляційний аналіз номінальних ознак. Кореляційний аналіз змішаних ознак. Множинна кореляція.
- Факторний аналіз. Класичний факторний аналіз. Метод головних компонент. Метод головних факторів. Приклади проведення факторного аналізу.

- Класифікація і кластерний аналіз. Багатовимірні дані. Дискримінантний аналіз. Кластерний аналіз. Методи класифікації. Класифікація з навчанням. Параметричні методи класифікації без навчання.
- Регресійний аналіз. Лінійний регресійний аналіз. Метод найменших квадратів. Поліноміальні моделі. Статистична незалежність і виявлення трендів. Оцінка адекватності регресії. Нелінійний регресійний аналіз. Лінійні багатофакторні моделі. Множинна регресія.

Планування експерименту.

Планування експерименту: основні поняття. Планування регресійних експериментів. Лінійні ортогональні плани:повний та дробовий факторні експерименти. Нелінійні плани другого порядку: симетричні плани другого порядку, ортогональні симетричні плани, рота табельні плани, D- оптимальні плани.

<u>Розділ 3. ПРИКЛАДНИЙ АНАЛІЗ ВИПАДКОВИХ ДАНИХ</u>

Цифрові методи аналізу.

Оцінювання основних властивостей випадкових процесів. Перевірка стаціонарності. Перевірка періодичності. Перевірка нормальності. Підготовка даних. Нормування даних та виділення тренду. Використання цифрових фільтрів. Ряди Фур'є і швидке перетворення Фур'є. Метод Кулі-Тюки. Оцінювання коваріаційних функцій. Оцінки спектральної щільності. Оцінювання авто спектрів. Придушення просочування через бокові максимуми. Часові і спектральні вікна. Вікно Ханна. Розрахунки для двох реалізацій. Аналіз нестаціонарних процесів. Перетворення Гілберта.

Елементи вейвлет-аналізу.

Загальні властивості вейвлет-перетворення. Типи вейвлет-перетворень: неперервне, дискретне, кратномасштабний аналіз. Аналогії і відмінності з перетворенням Фур'є. Відомості про фрейми. Фрейми вейвлетів. Фрейми для віконного перетворення Фур'є. Використання вейвлетів у прикладних задачах: комп'ютерна графіка, захист інформації, розпізнавання образів.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

РОЗДІЛ 1 РІВНЯННЯ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

- Тема 1.1 Інтегровані типи рівнянь першого порядку, що розв'язні відносно похідної.
- Тема 1.2 Елементи теорії метричних просторів. Теореми існування та єдиності.
- Тема 1.3 Рівняння першого порядку, що нерозв'язні відносно похідної

РОЗДІЛ 2 РІВНЯННЯ ВИЩИХ ПОРЯДКІВ

- Тема 2.1 Диференціальні рівняння вищих порядків
- Тема 2.2 Лінійні диференціальні рівняння п-ого порядку

РОЗДІЛ З КРАЙОВІ ЗАДАЧІ.

- Тема 3.1 Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку
- Тема 3.2 Задача Штурма-Ліувілля

РОЗДІЛ 4 СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

- Тема 4.1 Системи лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами
- Тема 4.2 Лінійні системи та експоненти операторів
- Тема 4.3 Автономні системи. Фазові портрети.
- Тема 4.4 Стійкість розв'язків за Ляпуновим

РОЗДІЛ 5 РІВНЯННЯ В ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ

Тема 5.1 Основи теорії рівнянь в частинних похідних першого порядку

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

Операції над відношеннями. Властивості відношення

Декартів добуток множин. Поняття бінарного відношення. Область визначення і область значень відношень. Способи завдання відношень. Операції над відношеннями. Властивості відношень на множині.

Відображення.

Відповідності і відображення. Види відображень. Функції. Композиція відображень. Властивості композиції відображень.

Неорієнтовані графи

Основні поняття для неорієнтованих графів. Матриця суміжності. Матриця інцидентності. Визначення степенів вершин. Діаметр, радіус, центри графа. Ейлерів обхід графа. Гамільтонів пикл.

Орієнтовані графи

Основні поняття для орієнтованих графів. Матриці суміжності, інцидентності. Степені напівстепенівершин. Побудова матриці відстаней. Ступені зв'язності орграфа. Поняття вершинної бази, компоненти сильної зв'язності, конденсація орграфа.

Нечіткі множини. Поняття лінгвістичної змінної

Нечіткі множини. Основні поняття. Операції над нечіткими множинами. Відстань Хеммінга і Евкліда. Поняття лінгвістичної змінної.

Булеві функції. Основні аксіоми і теореми булевої алгебри

Булева алгебра : булева змінна, булева функція, поняття набору. Функції від однієї і двох змінних, їх кількість. Основні аксіоми і теореми булевої алгебри.

Булева формула. Еквівалентні перетворення

Поняття булевої формули, пріоритети операцій. Еквівалентні перетворення формул в булевій алгебрі. Побудова СДНФ за допомогою еквівалентних перетворювань. Формули - тавтології, протиріччя.

Довершені диз'юнктивні і кон'юнктивні нормальні форми булевих функцій

Визначення диз'юнкта, кон'юнкта, конституенти одиниці, конституенти нуля. Визначення ДНФ, КНФ, ДДНФ, ДКНФ. Побудова СДНФ та СКНФ по таблиці істинності.

Алгебра Жегалкіна

Алгебра Жегалкіна. Визначення полінома Жегалкіна. Теорема о представленні булевих функцій за допомогою канонічного полінома Жегалкіна. Побудова полінома Жегалкіна.

Властивості булевих функцій

Властивості булевих функцій: монотонність, самоподвійність, лінійність, збереженнянуля і одиниці. Замкнуті класи булевих функцій. Теореми о замкнутих класах для функцій, що відповідають властивостям T_0 , T_1 , S, M, L.

Визначення функціонально повноїсистеми операцій в булевій алгебрі

Замкнуті класи булевих функцій. Визначення функціонально повної системи операцій в булевій алгебрі. Теорема Поста. Базис. Приклади.

Визначення мінімальних ДНФ і КНФ по діаграмах Вейча

Діаграми Вейча для функцій від 1, 2, 3 і 4 змінних. Визначення мінімальних ДНФ і КНФ по діаграмах Вейча. Інші методи визначення мінімальних ДНФ та КНФ.

Алгебра висловлювань

Методологічні принципи формальної логіки — основні тотожності. Визначення алгебри висловлювань. Просте висловлювання. Визначення. Приклади. Складне висловлювання. Використання логічних зв'язокдля формалізації складних висловлювань.

Визначення формули алгебри висловлювань. Способи доведення тавтологій

Визначення формули алгебри висловлювань. Тавтології. Здійснимі формули. Протиріччя. Способи доведення тавтологій.

Операції над предикатами.

Предикати. Операції над предикатами. Навішування кванторів. Область дії квантора. Вільні і зв'язані змінні.

Формалізація речень природної мови

Формалізація речень природної мови. Привести приклади. Основні схеми міркувань.

Метод резолюції

Основна ідея методу резолюції. Правило резолюцій Робінсона. Отримання резольвент, побудоварезолютивного висновку. Прикладзастосування методу резолюцій для перевірки істинності логічного висновку в логіці висловлювань.

Машина Тюрінга

Машина Тюрінга. Приклади.

Нормальний алгоритм Маркова

Нормальний алгоритм Маркова. Приклади.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

комплексного фахового випробування

Згідно з Правилами прийому на навчання за освітньо-професійною програмою підготовки магістра на факультет прикладної математики екзаменаційний білет містить три питання. Відповідь на перше теоретичне оцінюється за 40-бальною шкалою (табл. 1), а на друге та третє практичні питання білета оцінюється за 30-бальною системою (табл. 2).

Оцінка, яку студент отримує за відповідь на кожне питання, визначається за системою балів, поданою нижче. Критерії оцінювання наведені в таблицях 1 та 2.

Таблиня 1

Бали	Характеристика відповіді				
40-35	Повна грунтовна відповідь на запитання з відповідними поясненнями.				
34-30	Правильна відповідь, але хід міркувань наведений не повністю або відсутня одна позиція відповіді.				
29-24	Правильна відповідь, але з деякими неточностями, або неповна (освітлено не менше двох третин питання).				
23-18	Відповідь не зовсім точна або неповна (освітлено не менше половини питання).				
17-12	Відповідь приблизна, містить неточності чи некоректності, або неповна (не менше третини інформації).				
11-7	Відповідь здебільшого невірна, містить некоректності. Наведена невелика частина відповіді (не менше чверті інформації).				
6-1	Завдання почали виконувати, але не наведено коректних правильних відповідей.				
0	Відповідь на питання відсутня.				

Таблиця 2

Бали	Характеристика відповіді				
30-27	Повна грунтовна відповідь на запитання з відповідними поясненнями.				
26-23	Отримана правильна відповідь, але хід розв'язання задачі наведений не повністю або відсутня одна позиція відповіді.				
22-18	Отримана правильна відповідь, але в ході розв'язку були неточності.				
17-14	Хід розв'язку задачі правильний, але відповідь не зовсім точна.				
13-10	Хід розв'язку задачі правильний, але відповідь містить неточності чи некоректності.				
9-5	Хід розв'язку задачі неправильний, і відповідь містить неточності та некоректності. Наведені лише деякі відповіді.				
4-1	Завдання почали виконувати, але не отримано коректних правильних відповідей.				
0	Відповідь на питання відсутня.				

Бали за всі три питання білету підсумовуються (максимальна можлива кількість балів: 100 балів) за університетською шкалою PCO.

При обчисленні конкурсного бала застосовується шкала оцінювання ЄВІ 100...200 балів. Перерахунок оцінки рейтингової системи оцінювання в шкалу ЄВІ здійснюється за Таблицею 3.

Оцінка РСО	Оцінка ЄВІ						
60	100,0	70	125,0	80	150,0	90	175,0
61	102,5	71	127,5	81	152,5	91	177,5
62	105,0	72	130,0	82	155,0	92	180,0
63	107,5	73	132,5	83	157,5	93	182,5
64	110,0	74	135,0	84	160,0	94	185,0
65	112,5	75	137,5	85	162,5	95	187,5
66	115,0	76	140,0	86	165,0	96	190,0
67	117,5	77	142,5	87	167,5	97	192,5
68	120,0	78	145,0	88	170,0	98	195,0
69	122,5	79	147,5	89	172,5	99	197,5
	-					100	200,0

Якщо вступник на комплексному фаховому випробуванні отримав оцінку нижчу за 60 балів або не з'явився на випробування без поважної причини, то вважається, що він не склав вступне випробування, і до подальшої участі в конкурсі він не допускається.

Перескладання комплексного фахового випробування з метою підвищення оцінки не дозволяється.

Вступник може подати апеляцію щодо результату відповідного комплексного фахового випробування лише в день оголошення результатів комплексного фахового випробування.

ПРИКЛАД ТИПОВОГО ЗАВДАННЯ

комплексного фахового випробування

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

(назва вищого навчального закладу)

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

(назва факультету)

Спеціальність <u>113</u> <u>прикладна математика</u> (код) (назва)

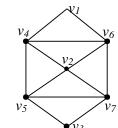
КОМПЛЕКСНЕ ФАХОВЕ ВИПРОБУВАННЯ

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № _13_

- 1. Метод головних компонент.
- 2. Побудувати фазовий портрет системи

$$\begin{cases} x' = 2x - 3y \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

3. Дослідити неорієнтований граф G: побудувати матрицю суміжності, визначити ступені вершин. Побудувати матрицю відстаней та визначити діаметр і радіус графа.



 \boldsymbol{G}

Затверджено	на	засіданні	кафедри	_	прикладної	математики	 _
Протокол № _	ві	д	20	р			
Зав. кафедри		<u>Чер</u> -	<u>тов О. Р.</u> _				
(підпис) (прі	звише	е. ініціали)					

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

I Аналіз даних

- 1. Пархоменко В.М. Методи вибіркових обстежень Київ. 2001. 148 с.
- 2. Джессен Р.Д. Методыстатистическихобследований М.: Финансы и статистика, 1985. 478 с.
- 3. Бахрушин В.Є. Методи аналізу даних : навчальний посібник для студентів / В.Є. Бахрушин. Запоріжжя : КПУ, 2011. 268 с.
- 4. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Исследованиезависимостей: Справ. изд. М.: Финансы и статистика, 1985. 487 с.
- 5. Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Классификация и снижениеразмерности: Справ. изд. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.
- 6. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2004. 464 с.
- 7. БендатДж., Пирсол А. Прикладнойанализслучайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
- 8. Кобзарь А.И. Прикладнаяматематическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006. 816 с.
- 9. Малла C. Вейвлеты в обработкесигналов. M.: Мир.- 2005. 672 с.
- 10. Ugarte M.D. Probabilityandstatisticswith R / M.D. Ugarte, A.F. Militino, A.T. Arnholt. BocaRaton, London, NewYork: CRC Press, Taylor&FrancisGroup. 2008. 700 p.
- 11. Шеффе Г. Дисперсионный анализ M.: Hayка. 1980. 512 с.
- 12. Кокрен У. Методывыборочногоисследования М.: Финансы и статистика. 1976.
- 13. Блаттер К. Вейвлет анализ. Основытеории. М.: Техносфера. 2004. 276 с.
- 14. Бахтин В.И. Введение в прикладную статистику. Минск: БГУ. 2011. 91 с.
- 15. Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. Вейвлеты в компьютернойграфике. Теория и приложения. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2002. 272 с.
- 16. Чуи К. Введение в вэйвлеты. M.: Мир, 2001. 412 c.
- 17. Лайонс Р. Цифроваяобработкасигналов. М.: ООО «Бином-Пресс». 2006. 656с.
- 18. Сергиенко А.Б. Цифроваяобработкасигналов. С-Пб.: ООО «ПитерПринт». 2002. 605с.

II Диференціальні рівняння

- 19. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Підручник. 2-е видання Київ: Либідь, 2003. 600 с.
- 20. Ляшко І. І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., О. Ф. Калайда О. Ф. Диференціальні рівняння. Підручник. Київ: Вища школа, 1981. 504с.
- 21. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики. Підручник. Львів, 2012. 362с.
- 22. Лопатинский Я. Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Учебное пособие для вузов. Київ: Вища школа, 1984. 200с.
- 23. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О., Диференціальні рівняння у задачах. Навчальний посібник: Київ.:Либідь, 2003, 504с.
- 24. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: МЦНМО, 2012, 352с.

- 25. Hirsch M., Smale S. Differential equations. Dynamical systems and linear algebra. Academic press. N.Y., SanFr., Lond. 1974. 360 р. 26. Филлипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. ЛКИ, 2011. 240 с.
- 27. Колмогоров А.М., Фомин С.В. Элементытеориифункций и функциональногоанализа. М.: Физматлит, 2009. 572 с.
- 28. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. КомКнига, 2006. 472 с.

III Дискретна математика; Математична логіка та теорія алгоритмів

- 29. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика. К.: Вища школа. 2002. 287с.
- 30. Кофман А. Введение в теориюнечеткихмножеств. М.: Радио и связь, 1982 432 с.
- 31. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров. СПб: Издательство «Лань», $2009.-400~\mathrm{c}.$
- 32. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теориимножеств, математическойлогикеи теорииалгоритмов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 256 с.
- 33. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. К.: Видавнича група ВНV. 2007. 368 с.
- 34. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Системи штучного інтелекту: Навчальний посібник. Львів: «Магнолія-2006», 2010. 279 с.
- 35. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. 20e издание. Учебник для ВУ3ов. СПб.: Питер. 2006. 368 с.
- 36. Таран Т. А. Основыдискретной математики. Учебноепособие. К.: Просвіта. 2003. 287 с. 37. Таран Т.А., Мыценко Н.А., Темникова Е.Л. Сборник задач по дискретнойматематике. 20е издание. К.: Инрес. 2005. 64 с.
- 38. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Высшая школа, 2001. - 384 с.

професор каф. ПМА	 Пашко А. О.
професор каф. ПМА	 Лось В. М.
старший викладач каф. ПМА	 Темнікова О. Л.

Розробники програми: