Problèmes de satisfaction de contraintes

1 Rendu de monnaie

On s'intéresse à un distributeur automatique de boissons. L'utilisateur insère des pièces de monnaie pour un total de T centimes d'Euros, puis il sélectionne une boisson, dont le prix est de P centimes d'Euros (T et P étant des multiples de 10). Il s'agit alors de calculer la monnaie à rendre, sachant que le distributeur a en réserve R_{E2} pièces de 2 €, R_{E1} pièces de 1 €, R_{C50} pièces de 50 centimes, R_{C20} pièces de 20 centimes et R_{C10} pièces de 10 centimes.

Q. 1 : Modélisez ce problème sous la forme d'un CSP.
Q. 2 : Comment pourrait-on exprimer le fait que l'on souhaite que le distributeur rende le moins de pièces possible ?
Q. 3 : Quel intérêt aurait-on à bien choisir l'ordre de sélection des variables et l'ordre de sélection des valeurs ?

2 Coloration de graphe

FIGURE 1 – Division de l'Australie en sept zones.

On souhaite colorer les zones australiennes de la figure 1 en rouge, vert et bleu (deux régions adjacentes doivent être de couleurs différentes).

Q. 1 : Modélisez ce problème de statisfaction de contraintes.
Q. 2 : Réalisez le graphe correspondant à ce problème de satisfaction de contraintes binaires.
Q. 3 : Appliquez l'algorithme AC-3 jusqu'au traitement du premier arc de l'agenda (Q). Que remarquez-vous ?

Q. 4 : Appliquez l'algorithme de retour sur trace simple (*backtracking*) jusqu'à obtenir une solution.
Q. 5 : Appliquez l'algorithme de retour sur trace avec anticipation, version *forward checking*, jusqu'à obtenir une solution.

3 Les quatre dames

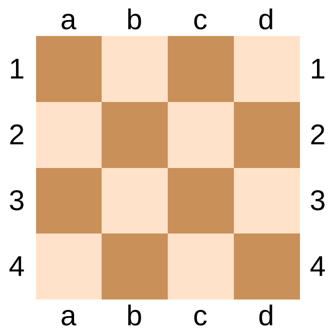

FIGURE 2 – Plateau associé au problème des quatre dames.

Ce problème consiste à placer quatre dames sur un échiquier de taille 4×4 (figure 2), de sorte qu'aucune ne soit menacée par une autre. Dans le jeu d'échecs, une dame peut se déplacer en ligne droite en suivant les colonnes, les rangées (lignes), ou les diagonales du plateau. On considère la modélisation suivante :
Variables :
$X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$
X_i : colonne de la i-ième dame, qui se situe sur la i-ième rangée.
Domaines :
$D = \{D_1, D_2, D_3, D_4\}$
$D_i = \{a, b, c, d\}$
Contraintes :
$C = \{C_{ij} | 1 \leqslant i < j \leqslant 4\}$
C_{ij} : $X_i \neq X_j$ et $|X_i - X_j| \neq |i - j|$
(pas deux dames sur la même colonne ou sur la même diagonale)

Notez que la définition des variables intègre la contrainte « pas deux dames sur la même rangée », et permet d'avoir des domaines dont le cardinal est 4 et non 16.

Q. 1 : Appliquez l'algorithme retour sur trace avec anticipation, version *forward checking*, jusqu'à remettre en cause l'affectation de la première dame.
Q. 2 : Appliquez l'algorithme retour sur trace avec anticipation, version *partial lookahead*, jusqu'à remettre en cause l'affectation de la première dame.
Q. 3 : Appliquez l'algorithme retour sur trace avec anticipation, version *full lookahead*, jusqu'à remettre en cause l'affectation de la première dame..