Traitement Numérique de l'Image

Pré-Traitements

TELECOM Nancy 2ème Année

Vincent Bombardier

(MdC HC 61ème Section)

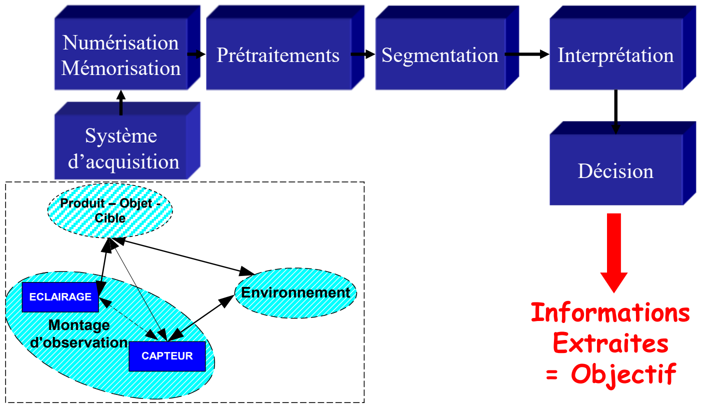
Centre de Recherche en Automatique de Nancy -UMR CNRS 7039-

Département: Ingénierie des Systèmes Eco-Technique

Projet Systèmes Intelligents Ambiants

ISET

Pré-traitements : Modèle de vision artificielle

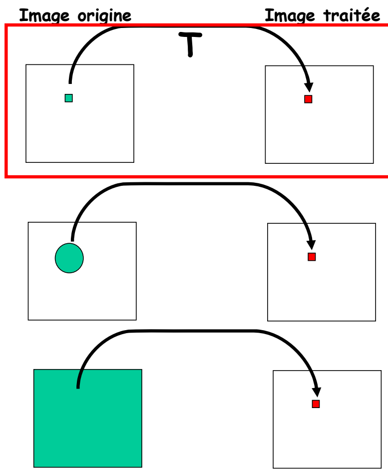


Informations Extraites = Objectif

Pré-traitements : Modèle de vision artificielle

- Choisis en fonction d'un objectif précis :
  - Amélioration, Restauration, Détection de contours, Classification, Compression, …

Pré-traitements : 3 catégories de traitements

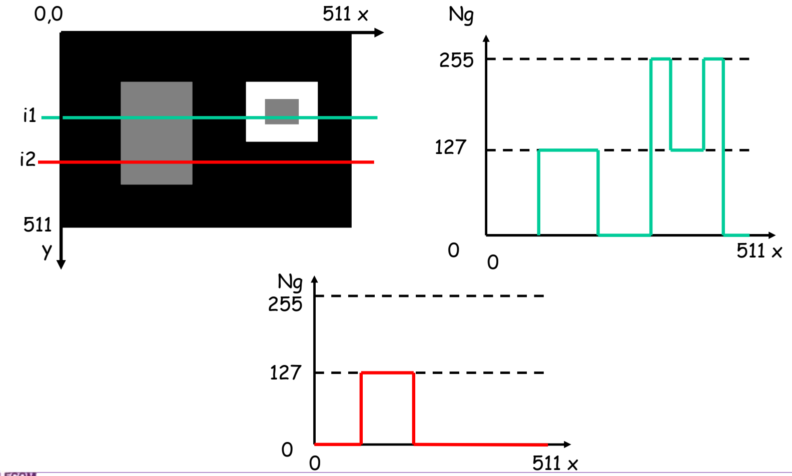


Traitement au niveau du pixel: $g(x_0,y_0)=T[f(x_0,y_0)]$ Look Up Table, Histogramme

Traitement aux environs du pixel: $g(x_0,y_0)=T[f(V)]$ V:voisinage de (x_0,y_0) Filtrage linéaire, non-linéaire, Morphologie mathématique

Traitement global: $g(x_0,y_0)=T[f(x,y)]$ Transformée Cosinus, Fourier, ondelettes...

Pré-traitements : Profil de ligne



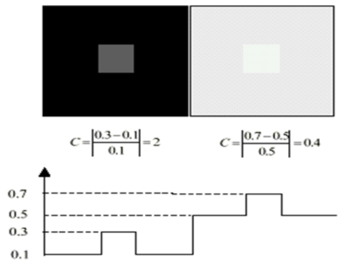
5

Pré-traitements : Contraste – Brillance - Intensité

- Mesure ***relative*** des différences dans l'image

$$C = \left| \frac{I_p - I_n}{I_n} \right|$$

$$C = \Delta B \approx \frac{\Delta I}{I}$$



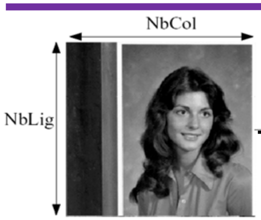
Autres définitions :

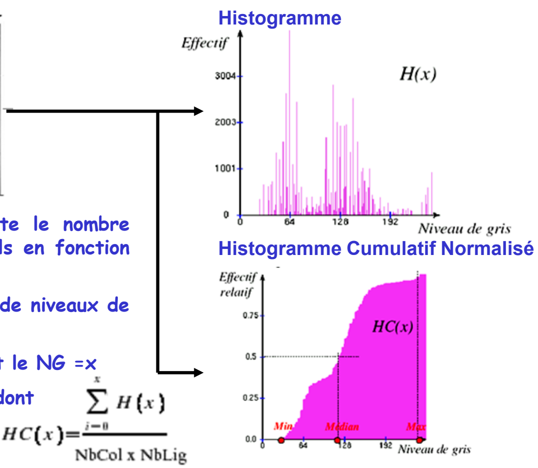
$$C = \sqrt{\frac{1}{NM}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-1}(I(i,j) - I_{moy})^2}$$

$$C = \frac{\max[I(i,j)] - \min[I(i,j)]}{\max[I(i,j)] + \min[I(i,j)]}$$

6

Pré-traitements : Histogramme





Un histogramme représente le nombre (ou la proportion) de pixels en fonction du niveau de gris

⇨**Distribution des valeurs de niveaux de gris dans une image**

⇨**H(x) = Nb de pixels dont le NG =x**

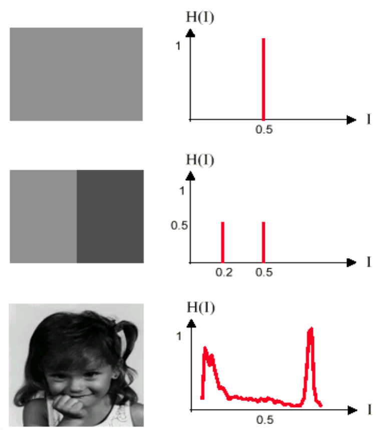
⇨**HC(x) = Taux de pixels dont le NG est inférieur à x**

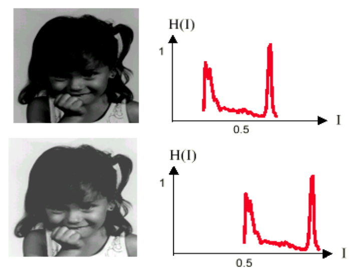
$$HC(x) = \frac{\sum_{i=0}^{x} H(x)}{\text{NbCol x NbLig}}$$

7

Pré-traitements : Histogramme

Histogrammes normalisés





$H[i], \ i \in [0,255]$

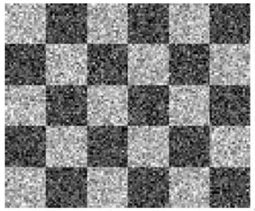
$$H_n[i] = \frac{H[i]}{NbCol \cdot NbLig}$$

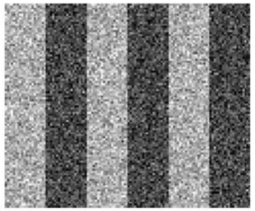
$$I_n = \frac{I}{255}$$

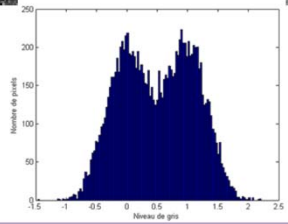
8

Pré-traitements : Exemples d'histogrammes

Pas d'information spatiale !!!!







10

Pré-traitements : Table de Transfert (LUT)

➔ **Utilisation d'une Table de Transfert ou LUT (Look Up Table)**

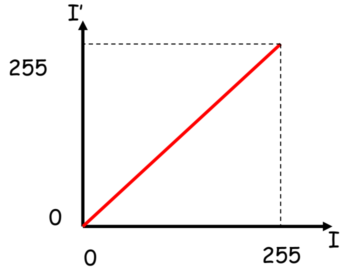
```
/* Initialisation de la LUT à rampe croissante */
Pour i=0 à 255
    LUT[i] = i;

/* Application de la LUT */
Pour i=1 à nblig
    Pour j=1 à nbcol
        I'(i,j) =LUT[I(i,j)];
```

I : Niveau de Gris d'entrée

I' : Niveau de Gris de Sortie

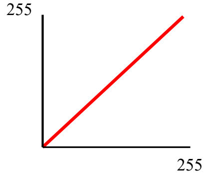
I'(x,y) = F(I(x,y))

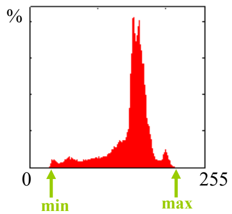


11

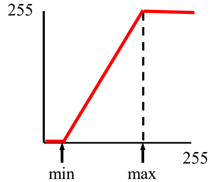
Pré-traitements : Expansion de dynamique

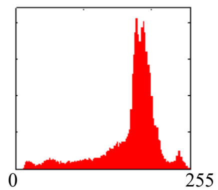
LUT Identité





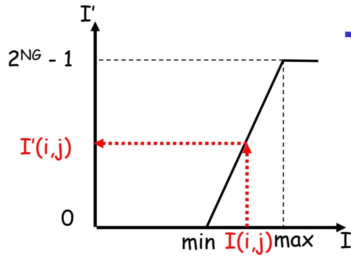
LUT Expansion de Dynamique





12

Pré-traitements : Expansion de dynamique



➔ **Implémentation**

```
/* Initialisation de la LUT */
Pour i=0 à 2^NG - 1
   LUT[i]= (2^NG - 1 )*(i-minI)/(maxI-minI);
/* Application de la LUT */
Pour i=1 à nblig
    Pour j=1 à nbcol
        I'(i,j) =LUT[I(i,j)];
```

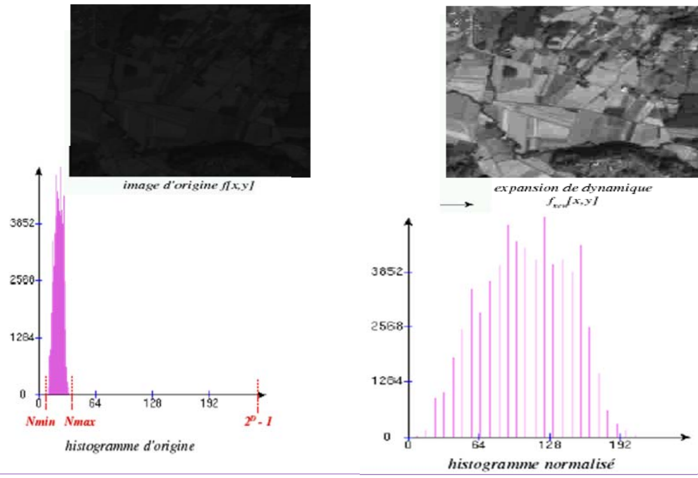
$$\frac{max-min}{I(i,j)-min} = \frac{(2^{NG}-1)-0}{I'(i,j)-0}$$

Alors

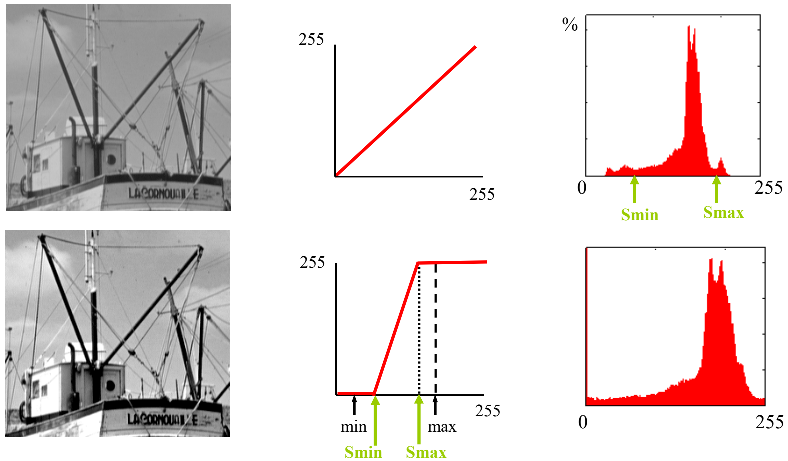
$$I'(i,i) = \frac{(2^{NG}-1)}{max-min}(I(i,j)-min) \quad avec \quad \frac{(I(i,j)-min)}{max-min} \in [0,1]$$

13

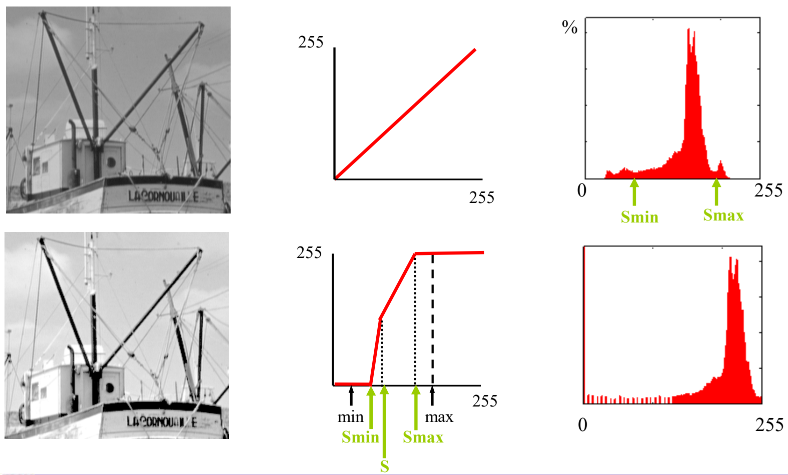
Pré-traitements : Expansion de dynamique



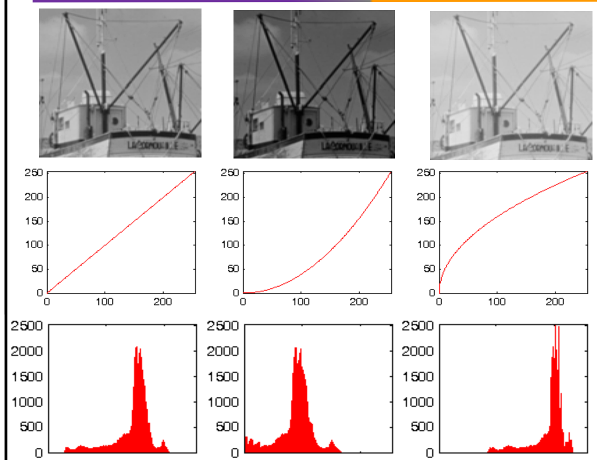
Pré-traitements : Transformation linéaire avec saturation



Pré-traitements : Transformation linéaire par morceaux



Pré-traitements : Transformation non-linéaire



Ex: Correction gamma (g)

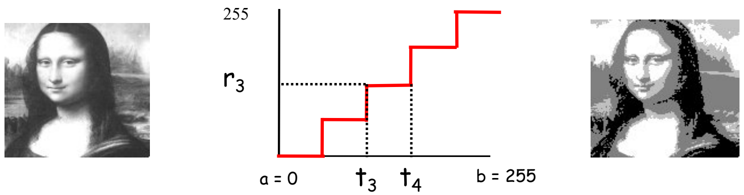
$I_{émise} = k \cdot n^{\gamma}$

$\Rightarrow n' = n^{\frac{1}{\gamma}}$

$\gamma_{écran} \in [1.3, 3.0]$

$\gamma_{oeil} \approx \frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$

Pré-traitements : Re - Quantification



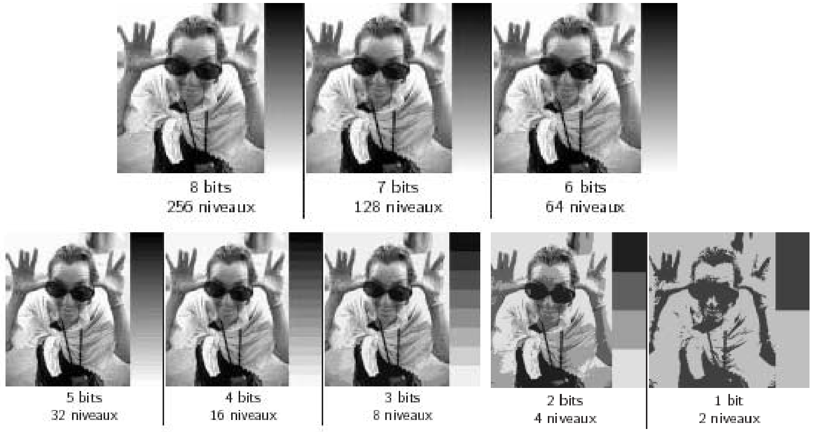
On veut quantifier les valeurs originales en *N* niveaux. Les valeurs de transition *Tk* et de reconstruction *Rk* sont données par :

$$Tk = (k - 1) * W \quad \text{avec} \quad W = (b - a) / N$$

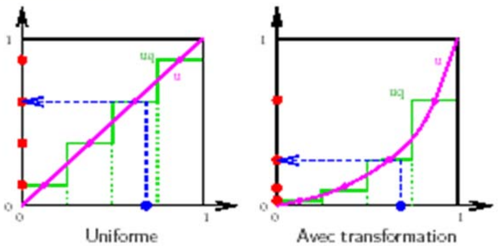
$$Rk = Tk * \frac{N}{N - 1} \quad \text{pour} \quad k = 1 .. N$$

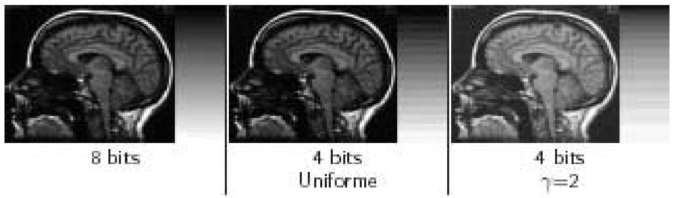
L'intervalle *(b-a)/N* = *Tk* – *T(k-1)* est constant, et est appelé l'intervalle de quantification.

Pré-traitements : Quantification : exemple

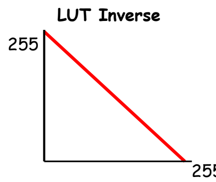


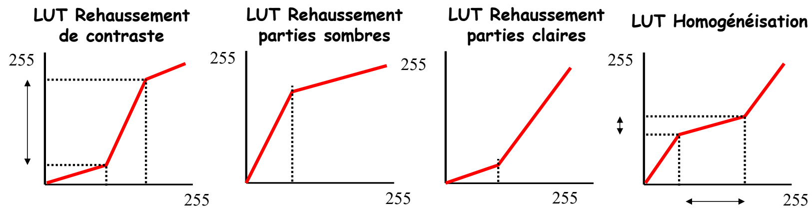
Pré-traitements : Quantification non-uniforme



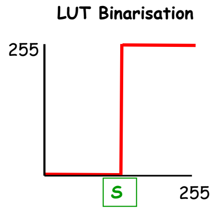


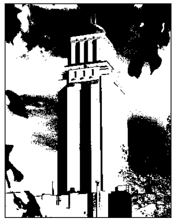
Pré-traitements : Autres



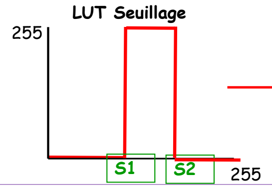


Pré-traitements : Binarisation - Seuillage



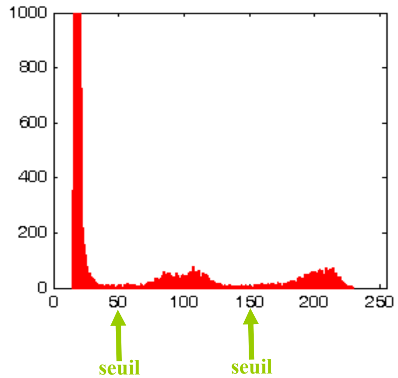


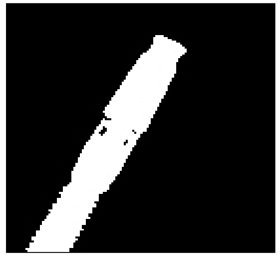
$I'(i,j) = 255$ si $I(i,j) >$ **seuil** $I'(i,j) = 0$ sinon



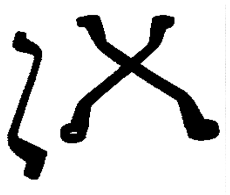
$I'(i,j) = 255$ si **s2** $> I(i,j) >$ **s1**
$I'(i,j) = 0$ sinon

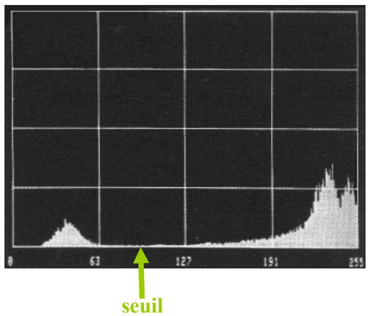
Pré-traitements : Choix de seuil par histogramme





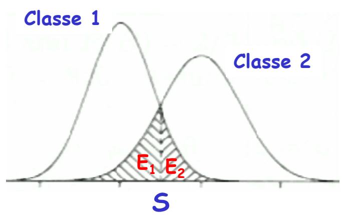
Pré-traitements : Choix des seuils optimaux (1 seuil) (minimisation de la probabilité d'erreur)





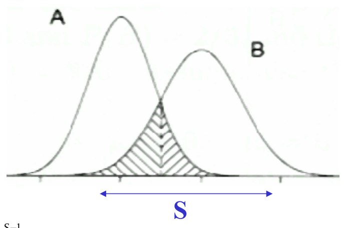
Pré-traitements : Choix des seuils (optimaux)

- 2 surfaces (arrière-plan et objet) dans une image
- Si nous supposons des modèles mathématiques pour les distributions (gaussiennes etc.)
- On peut déterminer la probabilité d'erreur de classification dans les classes 1 et 2 (surfaces 1 et 2)
- On cherche alors un seuil S qui causera une erreur minimale



Pré-traitements : Algorithme de Otsu

- On balaie toutes les valeurs de seuil possible S
- Pour chaque seuil S :
  - On calcule les moyennes et les variances de chaque classe
  - On s'intéresse à la variance intra-classes



Moyennes : $\mu 1$ et $\mu 2$
Variances : $\sigma 1^2$ et $\sigma 2^2$
Variance Intra – classes :
$\sigma_w{}^2 = P_1.\sigma_1{}^2 + P_2.\sigma_2{}^2$
Le seuil optimal est celui qui donne σ_w minimum

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{S}\sum_{i=0}^{S-1}\left(H(i)-\mu_1\right)^2$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{256-S}\sum_{i=S}^{255}\left(H(i)-\mu_2\right)^2$$

$$\mu_1 = \frac{1}{S}\sum_{i=0}^{S-1}h(i) \qquad P_1 = \frac{1}{NbLig \cdot NbCol}\sum_{i=0}^{S-1}H(i)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{256-S}\sum_{i=S}^{255}h(i) \qquad P_2 = \frac{1}{NbLig \cdot NbCol}\sum_{i=S}^{255}H(i)$$

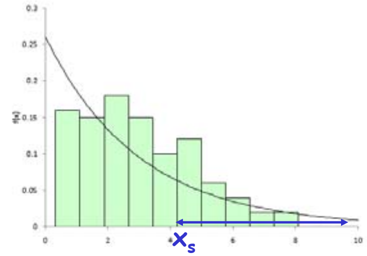
- Basé sur le fait que les classes sont bien définies et regroupées

Pré-traitements : Exponential fit

- On approxime l'histogramme par une exponentielle décroissante:

$$f(x) = 1/\mu * e^{(-x/\mu)}$$

Avec μ moyenne de niveau de gris



- Le seuil est calculé en fonction du pourcentage A de pixels attribué à l'objet:

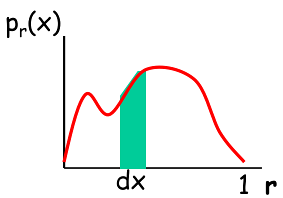
$$\int_{x_s}^{255} f(x)dx = A * \int_{0}^{255} f(x)dx$$

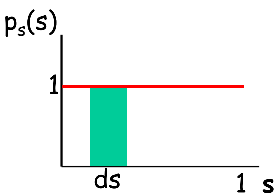
Pré-traitements : Égalisation d'histogramme

- Définition : Pour une variable aléatoire continue, et dans le cas courant où Ω est un intervalle $[a, b] \subseteq R$, on définit la notion de fonction de répartition F de X comme :

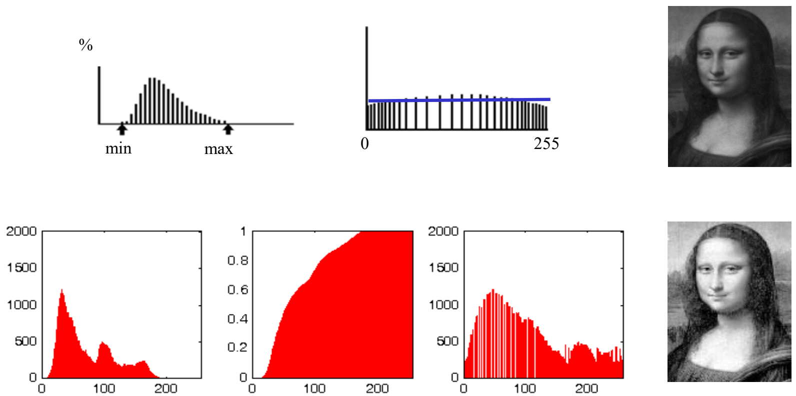
$$F(x) = P(X < x) = \int_a^x p_x(t)dt = HC(x)$$

- En discret on parlera d'histogramme cumulé



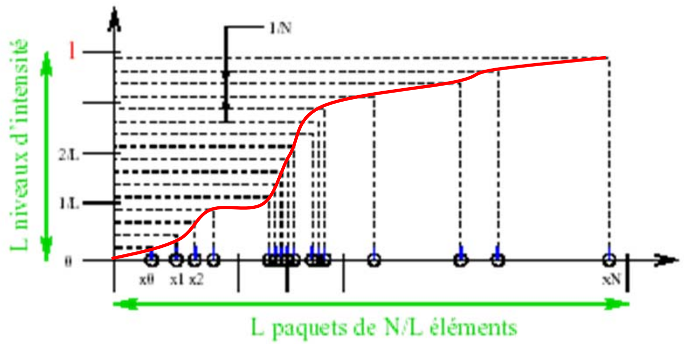


Pré-traitements : Égalisation d'histogramme



Pré-traitements : Interprétation intuitive

- L'égalisation revient à grouper par paquets de *L* éléments les intensités de l'image de départ.
- L'image par *HC* de deux niveaux de gris successifs est séparée par la même distance.
- L'image par *HC* de x_k ($k < N/L$) est dans l'intervalle [0, 1/*L*].



30

Pré-traitements : Implémentation cas discret

$$I'(i,j) = (2^{NG} - 1).\frac{HC(I(i,j))}{NbLig.NbCol}$$

Image I,S ;
float H[256],phi[256] ;
% Calcul de l'histogramme (densité de probabilité)
H = Histogramme(I) ;
% Calcul de HC
Pour k=0 ; k<256 ; k++

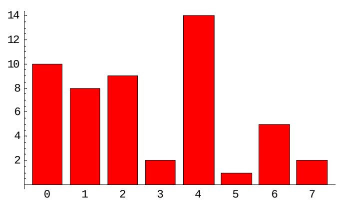
$$HC[k] = (2^{NG} - 1).\sum_{j=0}^{j=k} H[j]$$

% Appliquer la transformation S=HC[I]

Pour (i,j) dans l'image
S[i,j] = (int) HC[I[i,j]]

31

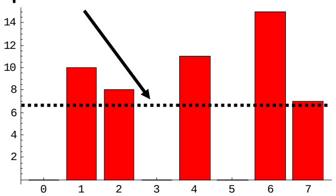
Pré-traitements : Cas discret



- Histogramme aussi plat *que possible*
- L'ordre des NdG est maintenu (monotone croissante)
- Les rectangles (barres) ne sont pas fragmentés (monotone croissante)

Valeur moyenne idéale:
51 pixels/8 NG=6.375

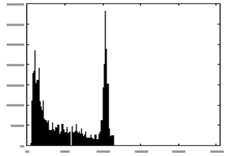
10/51*7=1.37 29/51*7=3.98 49/51*7=6.73
18/51*7= 2.47 43/51*7=5.90 51/51*7=7.0
27/51*7=3.7 44/51*7=6.04

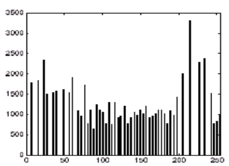


$$HC[i] = \sum_{j=0}^{i} H_n[j] \quad avec\ H_n\ histo.normalisé$$

32

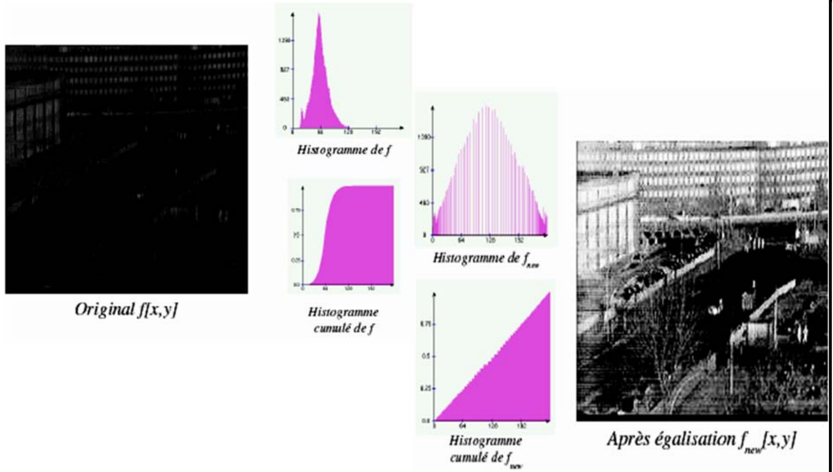
Pré-traitements : Exemple sur image réelle





33

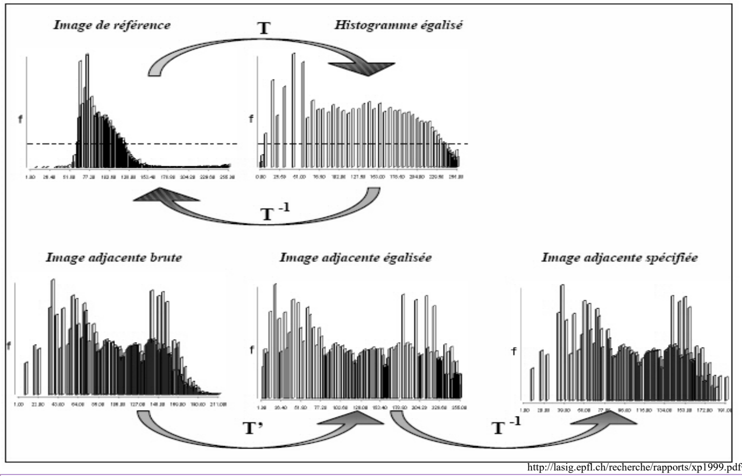
Pré-traitements : Exemple sur image réelle



Pré-traitements : Spécification d'histogramme (histogram matching)

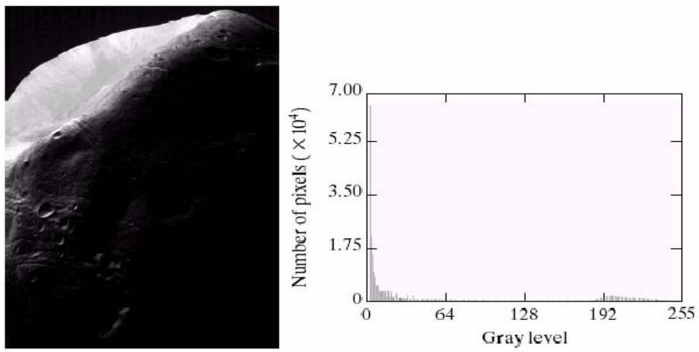
- On ajuste l'histogramme d'une image à celui de l'image de référence
- Par ex : pouvoir comparer 2 images
- Principe :
  On utilise l'histogramme d'une image comme référence, et on modifie l'histogramme de l'autre image afin que les images soient similaires

Pré-traitements : Spécification d'histogramme : Principe



http://lasig.epfl.ch/recherche/rapports/xp1999.pdf<

Pré-traitements : Spécification d'histogramme : Exemple



a b

FIGURE 3.20 (a) Image of the Mars moon Photos taken by NASA's *Mars Global Surveyor.* (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

« Digital Image Processing », Gonzalez, Woods, 2002

Pré-traitements : Spécification d'histogramme : Exemple

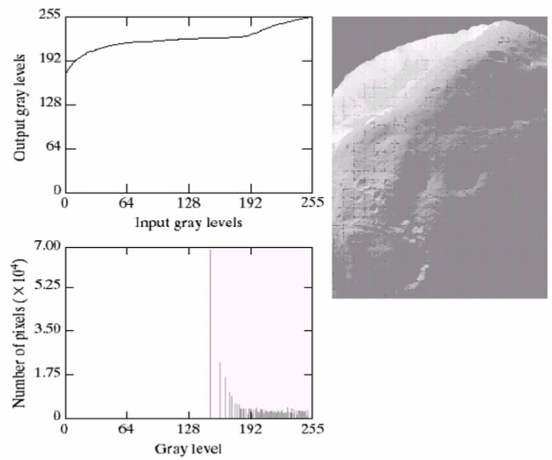
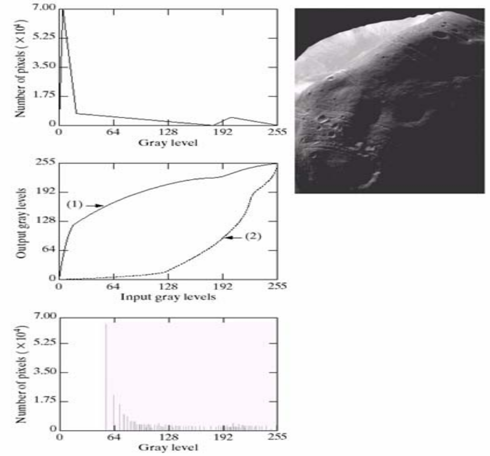


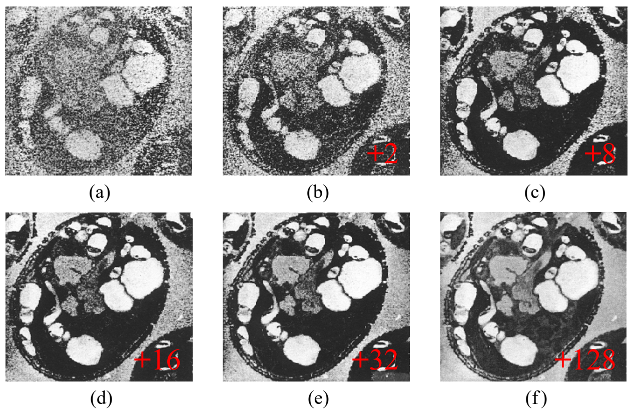
FIGURE 3.21 (a) Transformation function for histogram equalization. (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance). (c) Histogram of (b).

Pré-traitements : Spécification d'histogramme : Exemple

FIGURE 3.22 (a) Specified histogram. (b) Curve (1) is from Eq. (3.3-14), using the histogram in (a); curve (2) was obtained using the iterative procedure in Eq. (3.3-17). (c) Enhanced image using mappings from curve (2). (d) Histogram of (c).

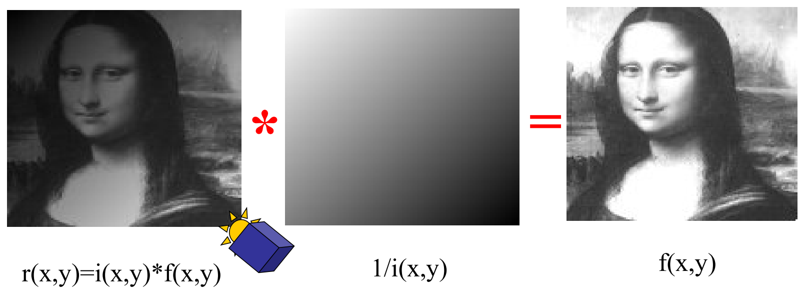


Pré-traitements : Suppression du bruit [sommation d'images et moyenne]



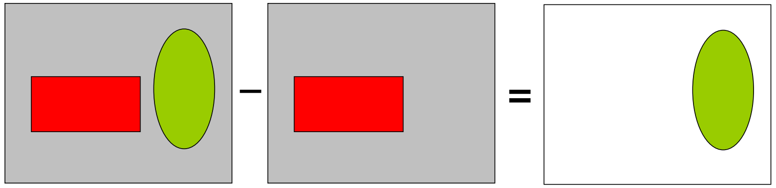
Recalage adéquat!

Pré-traitements : Opérations logiques : + - * / ET OU XOR NON



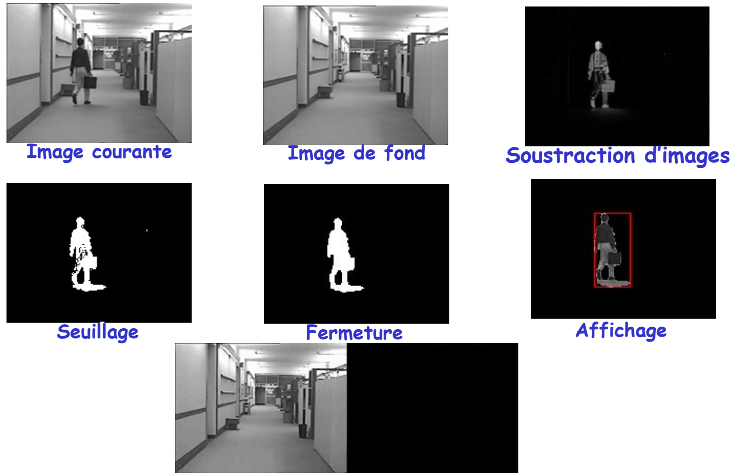
r(x,y)=i(x,y)*f(x,y) 1/i(x,y) f(x,y)

Pré-traitements : Soustraction d'images



| ImageCourante – ImageRéférence | > Seuil

Pré-traitements : Exemple : vidéo surveillance

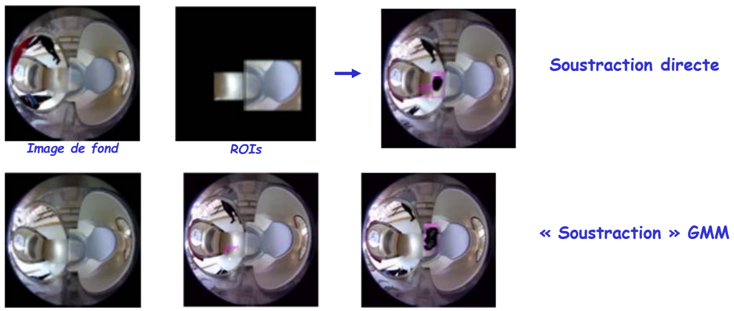


Pré-traitements : Modélisation du Fond

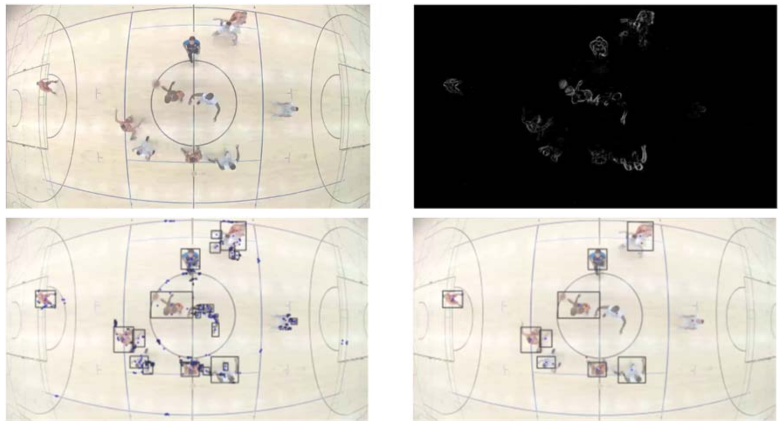
Modèle de mixture de Gaussiennes (GMM)

$$P(y) = \sum_{i=1}^{K} \omega_i G(y, \mu_i, \Sigma_i)$$

où K est le nombre de distributions gaussiennes, représentées par leur moyenne µi, leur poids ωi et leur matrice de covariance Σi (typiquement Σ = σ).



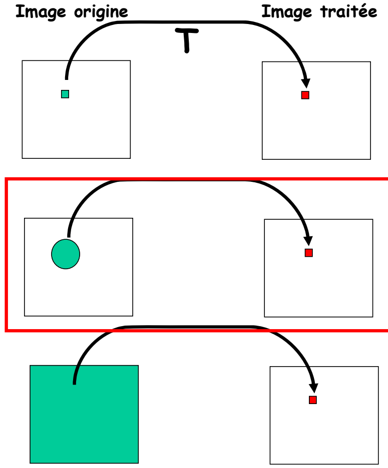
Pré-traitements : Séquences d'images



CITIZENCAM

| Image(t-k) – Image(t) | > Seuil

Pré-traitements : 3 catégories de traitements



Traitement au niveau du pixel:
$g(i_0,j_0)=T[f(i_0,j_0)]$
Look Up Table, Histogramme

Traitement aux environs du pixel:
$g(i_0,j_0)=T[f(V)]$
V:voisinage de (i_0,j_0)
Filtrage linéaire, non-linéaire, Morphologie mathématique

Traitement global: $g(i_0,j_0)=T[f(i,j)]$
Transformée Cosinus, Fourier, ondelettes...

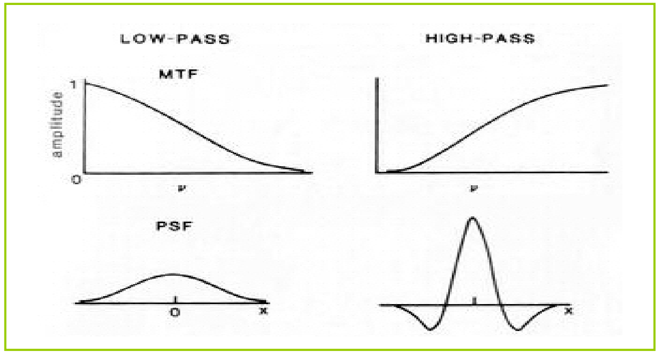
Pré-traitements : Filtrage Spatial

- Filtrage Linéaire : Convolution
  - Passe-bas :
    - Lissage : réduction du bruit
  - Passe-haut :
    - Accentuation des contours
- Filtrage non-linéaire : Modèle ensembliste
  - Médian
  - Morphologie mathématique

Pré-traitements : Filtrage Spatial

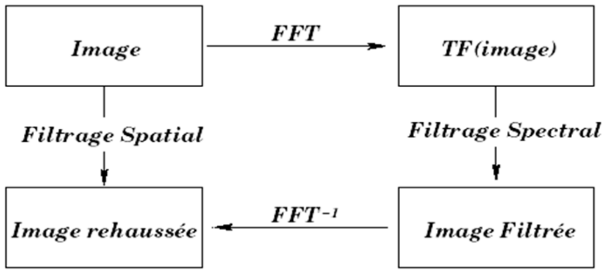
Domaine fréquentiel

Domaine spatial



- MTF (Modulation Transfer Function) : Fonction de transfert du filtre
- PSF (Point Spread Function) : Fonction d'Etalement du Point (≈ R.I.)

Pré-traitements : Convolution - Produit



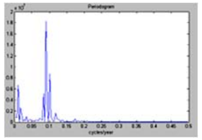
CORRESPONDANCE CONVOLUTION / PRODUIT

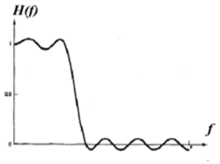
$$f[i,j] * h[i,j] \rightarrow F[u,v] \cdot H[u,v]$$
$$f[i,j] \cdot h[i,j] \rightarrow F[u,v] * F[u,v]$$

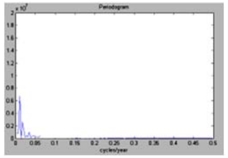
Pré-traitements : Correspondance fréquentiel - Spatial

- **Filtrage fréquentiel :**

$$G(u,v) = F(u,v)\,.\,H(u,v)$$







- **Filtrage Spatial :**
  - Grâce à la correspondance Convolution – Produit dans la transformée de Fourier, le filtrage de l'image F(u,v) par le filtre H(u,v) se traduit dans le domaine spatial par la convolution de l'image f(x,y) par la R.I. du filtre h(x,y) :

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(u,v)\,.\,H(u,v)\} = f(i,j) * h(i,j) = g(i,j)$$

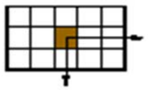
Pré-traitements : Implantation des filtres linéaires

- Convolution Directe par noyau
  - Séparable ou non
  - Filtres à Réponse Impulsionnelle Finie (FIR)
  - Temps de calcul : $O(K^2N^2)$ ou $O(KN^2)$
- Implémentation récursive
  - Application causale et anticausale
  - Filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (IIR)
  - Temps de calcul : $O(N^2)$
- Multiplication dans le domaine de Fourier
  - Temps de calcul : $O(N.\,Log_2(N))$

Pré-traitements : Convolution Discrète 2D

– Le domaine de l'image et le support de H sont bornés.

– Pour un masque de taille $(2h_x+1)\times(2h_y+1)$, on a



$$(f*h)(i,j) = \sum_{k=-h_x}^{k=+h_x}\sum_{l=-h_y}^{l=+h_y} f(i-k,j-l)\,h(k,l)$$

– La valeur transformée au pixel (i,j) dépend des valeurs de son environnement. Cette influence est décrite par le masque H .

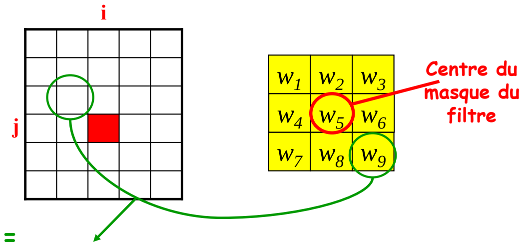
- Le masque H est aussi appelé noyau de convolution.
- Ce noyau doit être symétrique pour que le filtre soit à phase nulle.
- Les masques sont une approximation discrète des RI des filtres continus.

Pré-traitements : Convolution Discrète : Implémentation

```
/* Appliquer M à l'image I pour obtenir J */
Image I, J;
float newval,H[2n+1][2m+1]
Pour (i,j) dans l'image {(*)
  newval=0 ;
  Pour k=-n ; k≤n ; k++
    Pour l=-m ; l≤m ; l++
      newval += I[i-k,j-l] H[n+k][m+l]
  J[i,j]=newval ;
}
(*) ATTENTION !
```

Pré-traitements : Convolution discrète

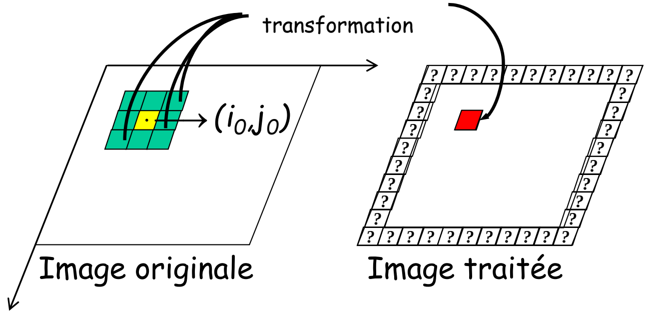
$$I'(i,j) = I(i,j) \otimes H(i,j)$$



I'(i,j) =
w_9*I(i-1,j-1) + w_8*I(i,j-1) + w_7*I(i+1,j-1)
+ w_6*I(I-1,j) + w_5*I(i,j) + w_4*I(i+1,j)
+ w_3*I(i-1,j+1) + w_2*I(i,j+1) + w_1*I(i+1,j+1)

Note: Généralement, masque de dimension impaire et symétrique

Pré-traitements : Transformation basée sur le voisinage d'un point (x ,y)



? Gestion des bords :
➔ propagation ? mise à zéro ? On ne filtre pas les bords ? On supprime les bords ? On augmente la taille de l'image ? Et si le masque grand ?

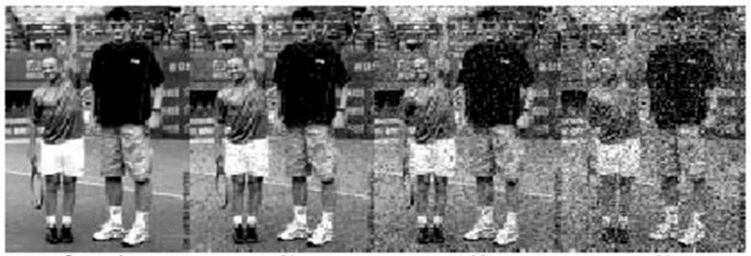
Pré-traitements : Filtrage Passe-Bas

- Objectif : réduction du bruit
- Origines du Bruit :
  - Contexte d'acquisition
    - Sur ou sous illumination
    - Perturbations des capteurs (température, vieillissement, …)
    - bougé
  - Capteur
    - Distorsions (géométriques, d'intensité)
  - Echantillonnage
    - Phénomène de Moiré, si les conditions de Nyquist-Shannon ne sont pas vérifiées.
    - Objet dont la taille est égale au pixel : bruit de poivre et sel
  - Nature de la scène
    - Nuages en imagerie satellitaire
    - Images médicales
  - Quantification
    - 256 niveaux de gris : pas gênant pour un utilisateur humain
    - 16 niveaux de gris : faux contours

Pré-traitements : Filtrage Passe-Bas : *Exemples de bruits*

- Bruit « Poivre et Sel »:

– Définition. Un bruit "poivre et sel" d'ordre n est obtenu en ajoutant n pixels blancs et n pixels noirs aléatoirement dans une image. On le caractérise souvent par le pourcentage de pixels remplacés.



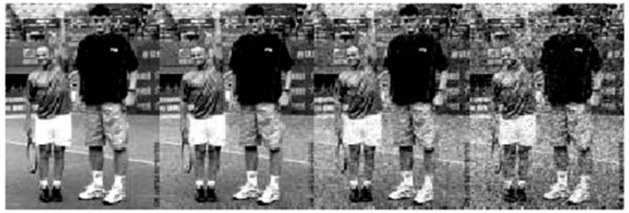
Originale 5% 15% 30%

Pré-traitements : Filtrage Passe-Bas : *Exemples de bruits*

- Bruit Gaussien :
  - Loi de distribution Gaussienne de variance σ et moyenne μ :

$$G_{\sigma,\mu}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(s-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

  - Définition. Le bruit Gaussien est obtenu en ajoutant à chaque pixel une valeur aléatoire suivant une loi de probabilité Gaussienne.



Originale $\sigma = 20$ $\sigma = 40$ $\sigma = 60$

60

Pré-traitements : Filtrage Passe-Bas : lissage

- Filtre Moyenneur : Average

*** Réponse impulsionnelle:**

$$h(x,y) = \frac{1}{\lambda^2}\ si\ (x,y) \in [-\lambda/2, +\lambda/2]^2$$

$$h(x,y) = 0\ sinon$$

*** Exemples de masque de convolution discrets:**

1/9 *

1	1	1
1	1	1
1	1	1

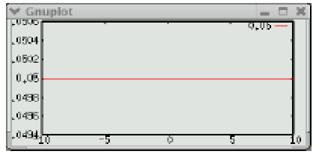
Filtre 3x3

1/25 *

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Filtre 5x5

*** Représentation graphique de la réponse impulsionnelle (en 1d)**



62

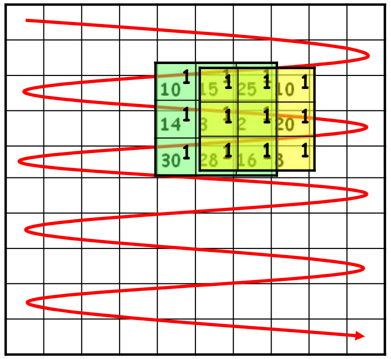
Pré-traitements : Exemple d'application: Average

$\frac{1}{9}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Masque de convolution (moyenne)

$\otimes$



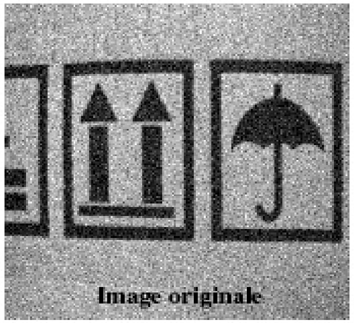
image

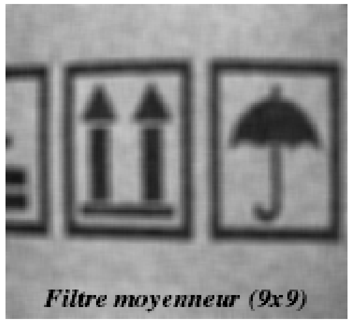
(10*1+15*1+25*1+14*1+3*1+2*1+30*1+28*1+16*1)/9 =143/9

(15*1+25*1+10*1+3*1+2*1+20*1+28*1+16*1+8*1)/9 =127/9

63

Pré-traitements : Filtre moyenneur : Exemple

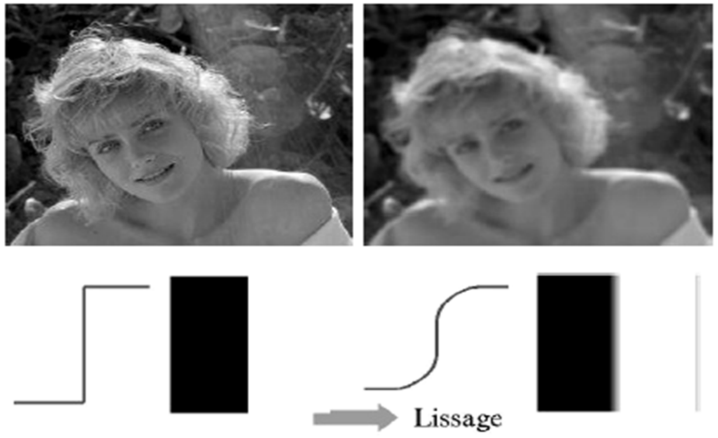




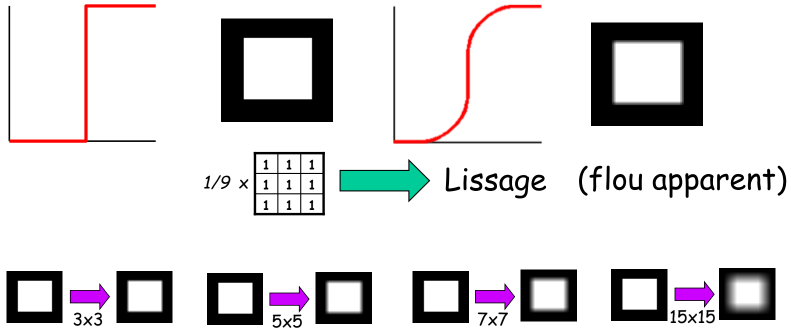
*** Coefficient de dispersion :** $\delta = \frac{1}{\lambda^2}$

64

Pré-traitements : Filtre moyenneur : Exemple



Pré-traitements : Filtre moyenneur



Plus le filtre grossit, plus le lissage devient important et plus le flou s'accentue !

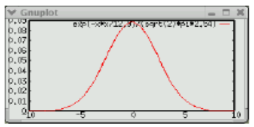
Pré-traitements : Filtrage Passe-Bas : lissage

- Filtre gaussien :

** Réponse impulsionnelle:*

$$h(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}\right)$$

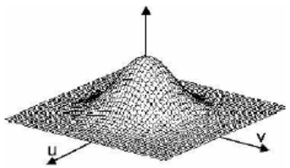
** Représentation graphique de la réponse impulsionnelle (en 1d)*



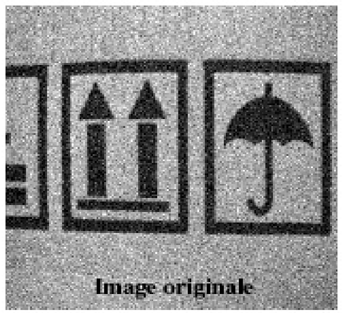
** Exemples de masque de convolution discrets:*

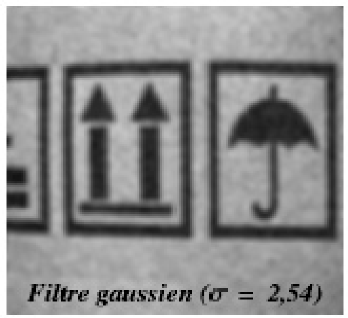
$$(1/4)\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix} * (1/4)\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix} = (1/16)\begin{bmatrix}1&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix}$$

$$(1/4)\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix} * (1/4)\begin{bmatrix}1&2&1\end{bmatrix} = (1/16)\begin{bmatrix}1&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix}$$



Pré-traitements : Filtre Gaussien : Exemple





** Coefficient de dispersion :* $\delta=\frac{1}{4\pi\sigma^2}$

Pré-traitements : Filtre Gaussien : Exemple

➢ Influence du nombre d'application d'un même masque vs taille du masque

– Convolutions itérées par des filtres 3×3

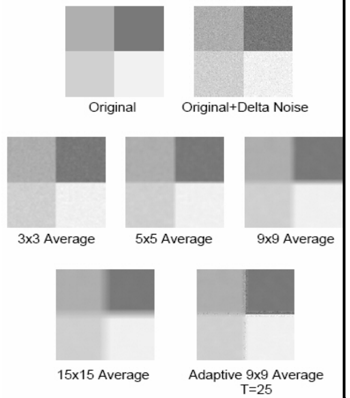
I — $I \star M_1$ 50 fois — $I \star M_1$ 300 fois

– Convolutions par des Gaussiennes de σ variable

I — $I \star G_5$ — $I \star G_{25}$

Pré-traitements : Filtre adaptatif

$$I'(i,j) = \begin{cases} \frac{1}{M}\sum_{(n,m)\in S} I(n,m) & Si \left|\frac{1}{M}\sum_{(n,m)\in S} I(n,m) - I(i,j)\right| < T \\ I(i,j) & Sinon \end{cases}$$



Avec :
S = voisinage du pixel (i,j)
M = nombre de pixels dans le voisinage S
T = valeur de seuil prédéfinie

Pré-traitements : Filtrage Passe-haut

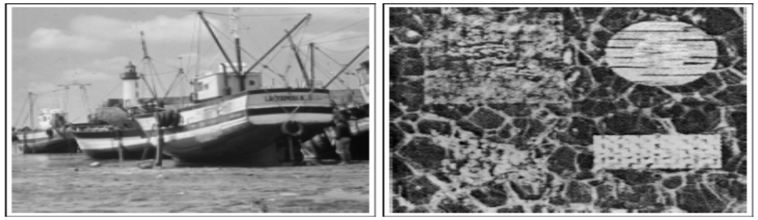
➢Objectifs :

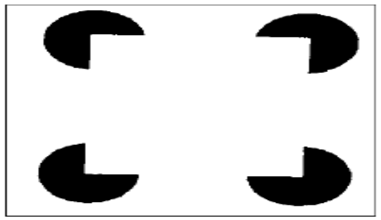
Mettre en avant les détails de l'image, les variations brutales d'intensité.

↳Filtres Différentiels : Détection de contours
- Types de contours
- Dérivée première : Gradient
- Dérivée seconde : Laplacien

↳Rehaussement de contraste

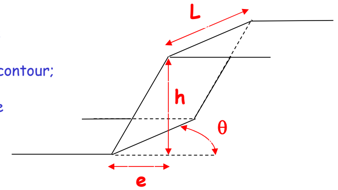
Pré-traitements : Qu'est ce qu'un contour ?



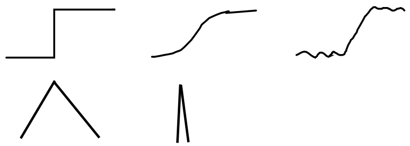


Pré-traitements : Notion de Contours

- Définitions :
  - Les contours se caractérisent les discontinuités de la fonctions d'intensité de l'image.
  - Ils proviennent des discontinuités de la fonction de réflectance (ombre, texture) ou des discontinuités de profondeur (bord d'objets)
  - Les paramètres caractérisant le contour sont :
    - son orientation θ par rapport à un axe de l'image;
    - son épaisseur **e**, mesurée perpendiculairement au contour;
    - sa longueur **L**, mesurée le long du contour;
    - sa hauteur **h** exprimant la différence de luminance entre le niveau haut et le niveau bas.



- 3 types de contours :
  - Discontinuité d'ordre 0 :
    - Contours en « marche d'escalier»
  - Discontinuité d'ordre 1
    - Contours en toit
    - Contours en pointe



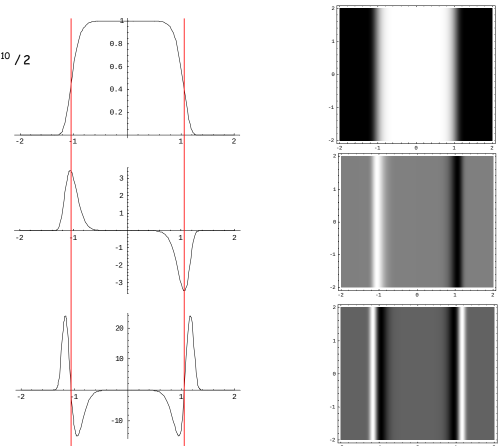
77

Pré-traitements : Filtres différentiels

$$f(x,y) = e^{-x^{10}/2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$



Dérivée première

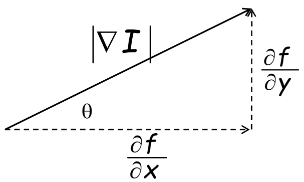
Dérivée seconde

78

Pré-traitements : Approche par le gradient

Gradient

$$\nabla I = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}$$



Module

$$|\nabla I| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \approx \left|\frac{\partial I}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial I}{\partial y}\right|$$

Orientation

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)}{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)}$$

79

Pré-traitements : Approximation du Gradient

Approximation en x par différence finie:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y)}{2h} \Rightarrow \frac{\partial I}{\partial x} \approx \frac{I(x+1,y) - I(x-1,y)}{2}$$

$\Delta_x = 1$ ▶ Masque de convolution ▶

1	0	-1

ou $$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y) - f(x-h,y)}{h} \Rightarrow \frac{\partial I}{\partial x} \approx I(x,y) - I(x-1,y)$$

$\Delta_x = 1$ ▶ Masque de convolution ▶

1	-1

ou

-1	1

Approximation en Y:

Masque de convolution ▶

1
-1

ou

-1
1

ou

-1
0
1

ou

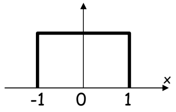
1
0
-1

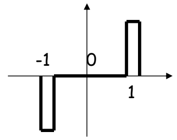
80

Pré-traitements : Masques classiques

Opérateur de Prewitt:

- Dérivée d'un opérateur de lissage de type moyenneur





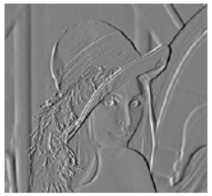
- Masque à phase nulle : contours centrés

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

Masque Nord

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Masque Est

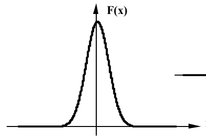


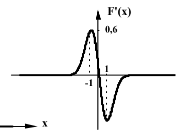
83

Pré-traitements : Masques classiques

Opérateur de Sobel:

- Dérivée d'un opérateur de lissage de type Gaussien





-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

$\frac{\partial f}{\partial y}$ +128 pour affichage

$\frac{\partial f}{\partial x}$ +128 pour affichage

$\nabla f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$

84

Pré-traitements : Filtres séparables

Si la matrice de convolution est séparable :

Alors : $h[x,y] = h_{col}[x] \cdot h_{lig}[y]$

Et : $(I * h)[x,y] = \sum_{i=x_1}^{x_2} \sum_{j=y_1}^{y_2} h[i,j] \cdot I[x-i, y-j]$

$$= \sum_{i=x_1}^{x_2} h_{col}[i] \sum_{j=y_1}^{y_2} h_{lig}[j] \cdot I[x-i, y-j]$$

Exemple de séparation sur le noyau de Sobel :

$h_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ = **D(y) * S(x) avec D(y) = [1, 2, 1]T et S(x) = [-1, 0, 1]**

➔ Lissage en y et dérivée en x : moins sensible au bruit

85

Pré-traitements : Autres Détection de contours

- Opérateurs de Kirch

-3	-3	5
-3	0	5
-3	-3	5

-3	-3	-3
-3	0	-3
5	5	5

-3	-3	-3
5	0	-3
5	5	-3

5	5	-3
5	0	-3
-3	-3	-3

- Filtre directionnel :
  - Précision de l'orientation du contours
  - coût d'implantation élevé

87

Pré-traitements : Autres Détection de contours

➢filters compas

$$\begin{bmatrix}1&1&1\\0&0&0\\-1&-1&-1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&1&0\\1&0&-1\\0&-1&-1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&0&-1\\1&0&-1\\1&0&-1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0&-1&-1\\1&0&-1\\1&1&0\end{bmatrix}$$

↑N ↖NW ←W ↙SW

$$\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\0&0&0\\1&1&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}-1&-1&0\\-1&0&1\\0&1&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}-1&0&1\\-1&0&1\\-1&0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0&1&1\\-1&0&1\\-1&-1&0\end{bmatrix}$$

↓S ↘SE →E ↗NE

$$\boxed{g(x,y) = \max_k g_k(x,y)}$$

Note: Le choix de k donne l'orientation du gradient

Pré-traitements : Approche par le Laplacien ($\nabla^2 f$)

$$\nabla^2 I = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \approx I_x(x+1,y) - I_x(x,y) + I_y(x,y+1) - I_y(x,y)$$

$$\nabla^2 I \approx [I(x+1,y) - I(x,y)] - [I(x,y) - I(x-1,y)] + [I(x,y+1) - I(x,y)] - [I(x,y) - I(x,y-1)]$$

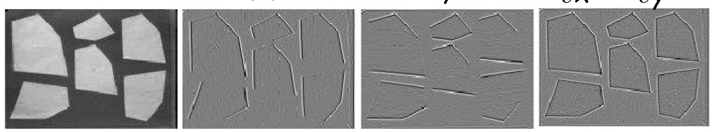
$$\nabla^2 I \approx [I(x+1,y) - 2I(x,y) + I(x-1,y)] + [I(x,y+1) - 2I(x,y) + I(x,y-1)]$$

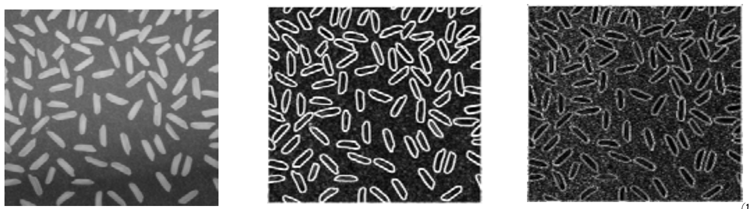
$$\nabla^2 I \approx \text{Filtre avec } \begin{pmatrix}1 & -2 & 1\end{pmatrix} \textit{ puis } \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&1&0\\1&-4&1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

$$\text{autre forme en 8} - \text{voisinage : } \begin{pmatrix}1&1&1\\1&-8&1\\1&1&1\end{pmatrix}$$

Pré-traitements : Laplacien ($\nabla^2 f$)

Image Origine $\quad \dfrac{\partial^2 I}{\partial x^2} \quad \dfrac{\partial^2 I}{\partial y^2} \quad \dfrac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 I}{\partial y^2}$





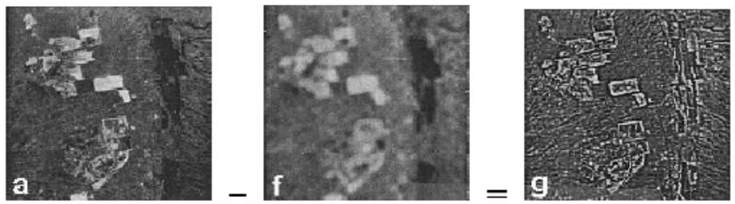
Sobel

Laplacien $|\nabla^2 f|$ $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-8&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

Pré-traitements : Rehaussement de contraste

Filtre « high Boost » : K. $f(x,y)$ – PasseBas ($f(x,y)$)
K = 1 : Passe haut K>1 rehaussement de contraste

$$\begin{aligned} g(x,y) &= Kf(x,y) - f(x,y) * h(x,y) \\ &= (K-1)f(x,y) + \big(f(x,y) * \delta(x,y)\big) - f(x,y) * h(x,y) \\ &= (K-1)f(x,y) + f(x,y) * \big(\delta(x,y) - h(x,y)\big) \\ &\Updownarrow \mathcal{F} \\ G(u,v) &= (K-1)F(u,v) + F(u,v)\big[\underbrace{1 - H(u,v)}_{\text{Passe-haut}}\big] \end{aligned}$$



Pré-traitements : Rehaussement de contraste

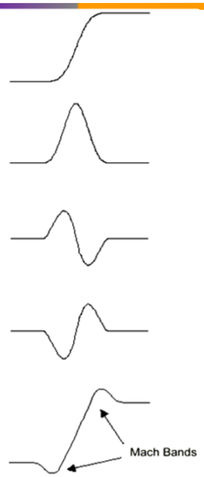
Edge Image f(x)

1st derivative $\frac{\partial f}{\partial x}$

2nd derivative (Laplacian) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

$-\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

$f(x) - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$



0	0	0
0	1	0
0	0	0

Ex :

0	0	0
-1	0	1
0	0	0

Ex :

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Ex :

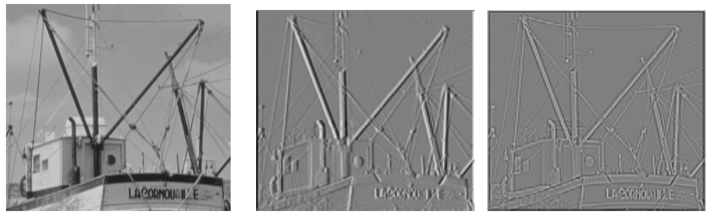
0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

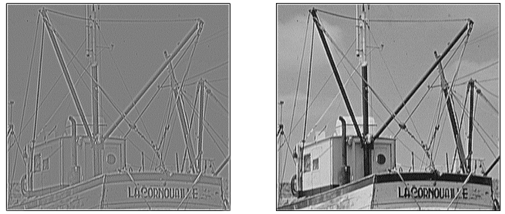
Ex :

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

96

Pré-traitements : Rehaussement de contraste





Utilisé dans la plupart des caméras numériques, vidéos photocopieurs…

0	0	0
0	1	0
0	0	0

0	0	0
-1	0	1
0	0	0

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

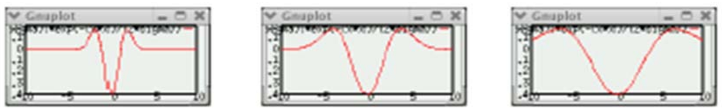
0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

97

Pré-traitements : Influence de l'échelle

➢Contraste : Notion Multi-échelle :

$$G_f[x,y] = f[x,y] - \gamma \cdot \Delta f[x,y] \qquad (\gamma : \text{gain})$$



↳ Mécanisme de préservation de l'échelle

98