Travail du mercredi 22/11 10h15 à 12:00

Exercice 1:

Soit p le polynôme tel que $p(x) = x^2 + 7x - 9$

a) Donner le nom de la représentation graphique associée à f.
b) Donner toutes les caractéristiques de cette représentation graphique.
c) p admet-il un maximum ou un minimum ? Justifier.
   Vous préciserez le cas échéant en quel x il est atteint.
d) Soit l' la fonction définie par $l'(x) = p(x) - 6x^2$

Donner l'expression de l' et reprendre les questions a, b et c.

Exercice 2: Arithmétique

a) Division euclidienne

Compléter les égalités par les nombres qui conviennent :

$\dots \quad = 25 \times 3 + 4$

$321 = 4 \times \dots + \dots$

$767 = \dots \times 7 + \dots$

A retenir

Pour un entier a, et b un entier strictement positif, Il existe un unique couple d'entiers (q, r) tel que

$a = \ bq \ + r$ avec $0 \leq \ r < b$

On parle de division euclidienne

b) Nombres premiers : Un nombre est dit premier s'il est un entier naturel supérieur ou égal à 2 et qu'il ne possède pas d'autres diviseurs que lui-même et un.

Déterminer en justifiant si les nombres suivants sont premiers ou non:

$1,2,5,8,19,45,697,560,31$

c) Propriété fondamentale de l'arithmétique

Tout nombre entier naturel s'écrit comme produit de nombres premiers

Exemple :

$782 = 2 \times 391 = 2 \times 17 \times 23$

$552 = 2 \times 276 = 2 \times 2 \times 138 = 2 \times 2 \times 2 \times 69 = 2^3 \times 3 \times 13$

Déterminer la décomposition en nombres premiers de : $365, 7643,9876,2341$

d) Plus grand commun diviseur : $pgcd$

Le plus grand commun diviseur à deux nombres est comme son nom l'indique le diviseur le plus grand possible commun aux deux nombres.

Exemple : $pgcd(108,324) = 108$

Car

Diviseurs 756: $1,2,3,4,6,7,8,9,14,18,21,27,28, 36,42,54, 84\ 108,126,189,252,378,756$

Diviseurs de 324:$1,2,3,4,6,9,12, 18\ ,27,36\ ,54,81,108,162\ ,324$

108 est le plus grand nombre qui soit dans les deux listes

On peut aussi utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer le $pgcd$:
On cherche successivement les restes de la division euclidienne de a par b où b est le reste, le $pgcd$ est le dernier reste non nul.
Exemple
Avec 756 et 324
$756 = 2 \times 324 + 108$
$324 = 108 \times 3 + 0$
108 est le dernier reste non nul il est le pgcd

On peut aussi utiliser la décomposition en nombres premiers :
$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$
Et
$324 = \ 2^2 \times 3^4$
Alors $pgcd\ (324{,}756) = \ 2^2 \times 3^3 = 108$

On garde les nombres avec les puissances maximales communes non nulles.

Remarque : si le pgcd de deux nombres vaut 1, On dit que les nombres sont premiers entre eux.

Vous utiliserez les 3 méthodes vues ci-dessus pour:

Déterminer le pgcd de 568 et 379
Déterminer le pgcd de 5555 et 4400
Déterminer le pgcd de 237 et 567

e) plus petit commun multiple: $ppcm$

Une façon toute simple de déterminer le $ppcm$ de deux nombres est d'utiliser cette propriété :
$a \times b = pgcd(a, b) \times \ ppcm(a, b)$

Déterminer alors les $ppcm$ de 568 et 379
De même pour 5555 et 44000
Et enfin de 237 et 567

f) Identité de Bézout

Si d est le pgcd de a et b alors
Il existe u et v deux entiers tels que
$d = au + vb$ (u et v sont des entiers)
Exemple
$108 \ = pgcd(756{,}324)$
Et $108 = 756 - 2 \times 324$

Déterminer l'égalité de Bézout pour les pgcds trouvés en question d.

Exercice 3

Déterminer l'écriture scientifique de

$$A = \frac{2{,}5 \times 10^{-5} \times 10^{5}}{100 \times 10^{-4} \times 10^{-4}}$$

Donner B et C sous forme $c + a\sqrt{b}$ où b est entier le plus entier possible, a et c sont des entiers aussi.

$B = 6\sqrt{98} -, 3\sqrt{8} + 11\sqrt{50}$

$C = 8\sqrt{100} + 12\sqrt{60} - \sqrt{144}$

Résoudre l'équation $5x^2 + 3 - 5x = 7$

Dans un repère orthonormé soient $A(1;3)\ B(0;6)\ et\ C(-1;6)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Déterminer le périmètre de ce parallélogramme.

Déterminer l'aire de ce parallélogramme.