שיטות מחקר- תרגיל 8

מגישות- אלה דובדבן 305564866 זוה רבוחניק 311142293

5 ביוני 2019

שאלה 1:

סעיף א'

עבור הקובץ- $proc1.xlsx$, האומדן שקיבלנו לעקיבות הפנימית של שאלון הTPS- באמצעות מדד $CronbachAlpha$ הוא **0.86**

סעיף ב'

עבור הקובץ- $proc2.xlsx$, האומדן שקיבלנו ל- $test\,retest$ של שאלון הTPS הוא 0.86.
ניתן לראות בקובץ R שהגשנו. השתמשנו בפונקציה $testRetest$ על 10 השאלות בשני הזמנים השונים וזה הפלט שהתקבל:

```
Test Retest reliability
Call: testRetest(t1 = proc, t2 = NULL, keys = c(2:11), id = "ID",
    time = "time", lmer = FALSE)

Number of subjects =  44  Number of items =  10
 Correlation of scale scores over time 0.86
 Alpha reliability statistics for time 1 and time 2
       raw G3 std G3   G6 av.r   S/N   se lower upper var.r
Time 1   0.88   0.89 0.91 0.45  8.18 0.03  0.83  0.93  0.02
Time 2   0.92   0.92 0.93 0.52 11.01 0.01  0.90  0.94  0.02

 Mean between person, across item reliability =  0.6
 Mean within person, across item reliability =  0.43
with standard deviation of  0.3

 Mean within person, across item d2 =  0.56
 To see the item.stats, print with short=FALSE.
To see the subject reliabilities and differences, examine the 'scores' object.
```

סעיף ג'

מהו המתאם בין ציוני שני השאלונים השונים (בהעברה השנייה)? מה אומדן זה משקף? הסבירו בקצרה.
המתאם בין ציוני שני השאלונים השונים- 0.8234704
אומדן זה משקף לנו את עוצמת הקשר הלינארי בין שני השאלונים, כלומר עד כמה הם מתואמים במדידת דחיינות. קיבלנו ערך גבוה של מתאם לכן נסיק כי הקשר בניהם חזק והם אומדים בצורה דומה את מידת הדחיינות של הנבדק.

סעיף ד'

נראה כי החוקרת צדה. כלומר כי מתקיים שהמתאם המקסימלי בין שני משתנים x, y מוגבל על-ידי שורש מכפלת המהימנויות של המשתנים:
<u>צ.ל</u>-

$$r_{x,y} \leq \sqrt{\frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}} \cdot \frac{\sigma^2_{y_{true}}}{\sigma^2_{y_{observed}}}}$$

<u>הוכחה</u>- ראשית, מהגדרה

$$r_{x,y} = \frac{Cov\left(x_{observed}, y_{observed}\right)}{\sigma_{x_{observed}} \cdot \sigma_{y_{observed}}}$$

על כן

$$r_{x,y}\leq\sqrt{\frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}}\cdot\frac{\sigma^2_{y_{true}}}{\sigma^2_{y_{observed}}}}\iff\frac{Cov\left(x_{observed},y_{observed}\right)}{\sigma_{x_{observed}}\cdot\sigma_{y_{observed}}}\leq\sqrt{\frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}}\cdot\frac{\sigma^2_{y_{true}}}{\sigma^2_{y_{observed}}}}$$

$$\iff\frac{Cov\left(x_{observed},y_{observed}\right)}{\sigma_{x_{observed}}\cdot\sigma_{y_{observed}}}\leq\frac{\sigma_{x_{true}}\cdot\sigma_{y_{true}}}{\sigma_{x_{observed}}\cdot\sigma_{y_{observed}}}\iff Cov\left(x_{observed},y_{observed}\right)\leq\sigma_{x_{true}}\cdot\sigma_{y_{true}}$$

נשים לב כי מתקיים:

$$Cov\left(x_{observed},y_{observed}\right)=Cov\left(x_{true}+x_{error},y_{true}+y_{error}\right)=Cov\left(x_{true},y_{true}+y_{error}\right)+Cov\left(x_{error},y_{true}+y_{error}\right)$$

$$=Cov\left(x_{true},y_{true}\right)+Cov\left(x_{true},y_{error}\right)+Cov\left(x_{error},y_{true}\right)+Cov\left(x_{error},y_{error}\right)=$$

$$=Cov\left(x_{true},y_{true}\right)$$

שאר ה־ Cov מתאפסים כי הטעויות הן בלתי תלוית אחת בשניה ובערכי האמת. על כן נסכם :

$$Cov\left(x_{observed},y_{observed}\right)\leq\sigma_{x_{true}}\cdot\sigma_{y_{true}}\iff Cov\left(x_{true},y_{true}\right)\leq\sigma_{x_{true}}\cdot\sigma_{y_{true}}$$

$$\iff\frac{Cov\left(x_{true},y_{true}\right)}{\sigma_{x_{true}}\cdot\sigma_{y_{true}}}\leq 1\iff Cor\left(x_{true},y_{true}\right)\leq 1$$

הגענו בשקילות לפסוק אמת (ניתן להוכיח עם קושי שוורץ אבל ראינו בכיתה) ועל כן מתקיים האי שיוויון שרצינו כנדרש.

שאלה 2:

אלפא של $Cronbach$ היא מדד ל**מהימנות פנימית** של כלי המדידה, והחישוב שלה מתבסס על שני גורמים מרכזיים

1. $K-number\,of\,items\,in\,the\,questionnaire$ מספר הפיצ'רים.
2. $\bar{r}-mean\,correlation$ הקורולציה בין כל זוג פיצ'רים, לא כולל את הקורלציה של כל פיצ'ר עם עצמו (תמיד 1).

שאלה 3:

סעיף א'

בשורה 23 מחשבים את מקדם המהימנות אשר מוגדר על ידי

$$reliability=\frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}}$$

זהו בעצם היחס בין שונות הערכים האמיתיים $\sigma^2_{x_{true}}$, במקרה זה ציונים, לערכים הנצפים $\sigma^2_{x_{observed}}$. במילים אחרות, כמה אחוז מתוך הציונים הנצפים מוסבר על ידי הציונים האמיתיים.

סעיף ב'

ניתן לחשב את השונות הנצפית $\sigma^2_{x_{observed}}$ על ידי:

$$\sigma^2_{x_{observed}}=\sigma^2_{x_{true}}+\sigma^2_{error}.$$

שורת הקוד תהיה־

```
var_obs = var_true + sd_error*sd_error
```

סעיף ג'

עבור כל אחד מהגורמים נכתוב האם ישפיע על מהימנות המדידה $reliability = \frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}} = 1 - \frac{\sigma^2_{error}}{\sigma^2_{x_{observed}}}$.

- תוחלת הציונים האמיתיים־ **לא ישפיע** על מהימנות המדידה. נשים לב כי השונות בלתי תלויה בתוחלת של הציונים האמיתיים, לכן לא נצפה כי היא תשפיע בצורה כלשהי על השונות. מכך שהמהימנות היא פונקציה של השונות האמיתית והנצפית, לא נצפה לשינוי במהימנות. במילים אחרות, אנחנו בעצם מזיזים את עקומת הגאוס של הציונים האמיתיים ימינה או שמאלה מבלי לשנות את הרוחב שלה, ובהתאם גם כיוון שלא שינינו את הרעש נצפה לראות את עקומת הגאוס של הציונים הנצפים זזה באותו יחס ונשארת גם היא באותו הרוחב (מה שמייצג את השונות).
- שונות הציונים האמיתיים־ **ישפיע** על מהימנות המדידה. נשים לב כי $reliability = \frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{observed}}} = \frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{true}}+\sigma^2_{error}}$. בשינוי השונות $\sigma^2_{x_{true}}$ אנחנו משפיעים על היחס $\frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{true}}+\sigma^2_{error}}$ ומשנים אותו. זאת היות וחיבור וחיסור לא שומרים על היחס ביו המונה והמכנה.
- תוחלת הטעות־ **לא ישפיע** על מהימנות המדידה. כמו שראינו קודם שינוי התוחלת לא משפיע על השונות של הטעות. לכן כאשר נחשב את המהימנות σ^2_{error} ישאר כמו שהיה. בעבור $\sigma^2_{x_{true}}$ כמובן שהוא לא משתנה בהתאם לשינוי הטעות כי הוא לא תלוי או מחושב בעזרת הטעות. על כן נקבל כי המהימנות לא תשתנה.
- שונות הטעות־ **ישפיע** על מהימנות המדידה. ראינו כי $reliability = \frac{\sigma^2_{x_{true}}}{\sigma^2_{x_{true}}+\sigma^2_{error}}$. כאשר אנו מגדילים את σ^2_{error} אנו מקטינים את המהימנות, וכאשר אנחנו מקטינים את σ^2_{error} אנו מגדילים את המהימנות.

סעיף ד'

בדקנו את התשובות שלנו ב־R כנדרש.

סעיף ה'

מקדם המהימנות	סטיית התקן של הטעות	הסיכוי לטעות מסוג II	עוצמת המבחן
0.4	12	0.3093	0.6907
0.6	8.1	0.1462	0.8538
0.8	4.9	0.0190	0.981

נסביר את תוצאות הסימולציה־

נשים לב כי לפי התוצאות ככל שהמהימנות הייתה גבוהה יותר, כך הסיכוי לטעות מסוג שני היה נמוך יותר ובהתאמה עוצמת המבחן הייתה גבוהה יותר. זה המצב כיוון שכמו שלמדנו בכיתה, מקדם המהימנות נותן לנו אינדיקציה כמה אחוז מתוך הציונים הכלליים הצלחנו להסביר בעזרת הציונים הנצפים, וככל שנוכל להסביר יותר מהשונות כך מה שנצפה יהיה יותר דומה למציאות והסיכוי שנטעה ונחשוב שאין אפקט יקטן. לכן אנו רואים שמהימנות גבוהה יותר מקטינה את הטעות מסוג שני.

סעיף ו'

שינינו את התוחלת של האוכלוסייה השניה שתהיה זהה לזו של האוכלוסייה הראשונה. מעבר לזה השארנו את כל השאר אותו הדבר. לפי השינוי יצרנו מדגם של שתי אוכלוסיות זהות וההשערה האמיתית היא H_0.

אלו התוצאות שיקבלנו־

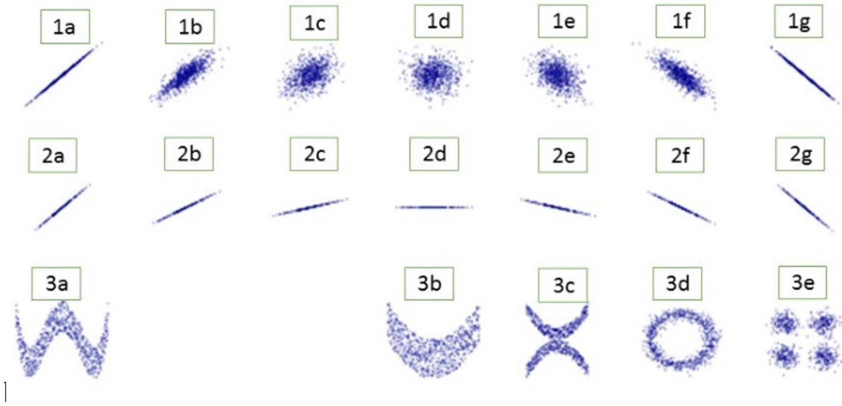
מקדם המהימנות	סטיית התקן של הטעות	הסיכוי לטעות מסוג I
0.4	12.2	0.0430
0.6	8.1	0.0492
0.8	4.8	0.0498

עבור כל מקדם מהימנות היינו צריכים לשמור פחות או יותר על אותה סטיית תקן של הטעות כמו שעשינו בסעיף הקודם.

נשים לב כי שינוי מקדם המהימנות לא השפיע על הסיכוי לטעות מסוג ראשון. בכל הרצה הסיכוי לטעות מסוג ראשון היה בסביבה של־ 0.05, שזה באמת ה־αשבחרנו. כך שאין הבדל בין מדקמי המהימנות השונים. זה גם הגיוני כי לפי מה שלמדנו טעות מסוג ראשון זה בדיוק ה־ α הזה שאנו מגדירים והוא לא מושפע מהמהימנות.

שאלה 4:

סעיף א'



נבחר את ערך המתאם המתאים ביותר לכל אחד מהגרפים מבין הערכים הבאים:

$r = 1$ $r = 0$ $r = 0.7$ $r = 0.4$ $r = undefined$ $r = -0.7$ $r = -0.4$ $r = -1$

r	$graph$
1	$1a$
1	$2a$
0	$3a$
0.7	$1b$
1	$2b$
0	$3b$
0.4	$1c$
1	$2c$
0	$3c$
0	$1d$
0	$2d$
0	$3d$
-0.4	$1e$
-1	$2e$
0	$3e$
-0.7	$1f$
-1	$2f$
-1	$1g$
-1	$2g$

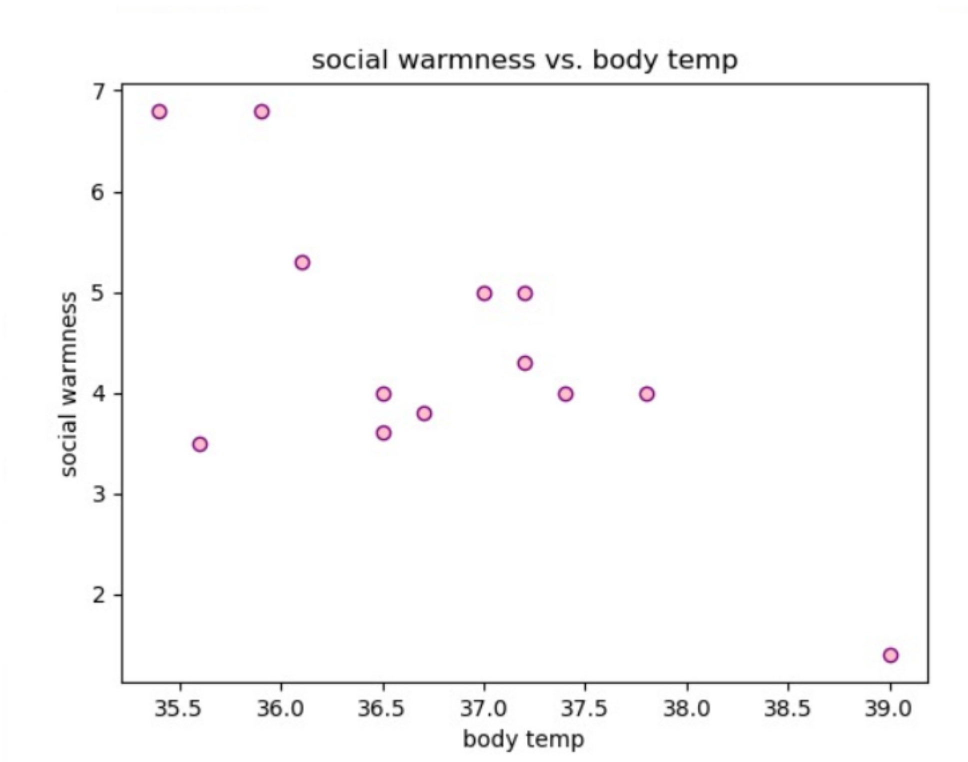
סעיף ב'

מה משותף לגרפים $3a - 3e$? מה ניתן ללמוד מכך בנוגע למדד מתאם פירסון?

המשותף לגרפים האלה שבכולם המתאם הוא 0. ניתן ללמוד כי מתאם פירסון עובד בצורה טובה מאוד עבור קשר לינארי בין המשתנים, אך עבור מצב שבו יש קשר שאינו לינארי - מתאם פירסון לא יוכל לזהות זאת והוא יהיה שווה 0.

שאלה 5:

סעיף א'



מה שניתן לראות מהגרף בנוגע לקשר בין שני המשתנים הוא שקיים ביניהם מתאם, אבל הוא חלש. רואים סוג של קשר לינארי בעל שיפוע שלילי אבל בקורולציה נמוכה.

סעיף ב'

באופן ידני, חשבו את סטיית התקן של שני המשתנים ואת השונות המשותפת. הציבו את הנתונים שקיבלתם בנוסחא לחישוב מתאם פירסון. פרטו את דרך החישוב, את המתאם, וכתבו מהו אחוז השונות המוסברת.

$$sd_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} = 0.938$$

$$sd_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} (y_i - \overline{y})^2}{m-1}} = 1.4202$$

$$cov\,(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})\,(y_i - \overline{y})}{n} = -0.9007$$

$$r_{x,y} = \frac{cov(x, y)}{sd_x \times sd_y} = -0.6754$$

$$r_{x,y}^2 = (-0.6754896)^2 = 0.4562..$$

לכן אחוז השונות המוסברת הוא 45.6%

סעיף ג'

בחישוב ב־R קיבלנו־

$$sd_x = 0.9389028$$

$$sd_y = 1.420281$$

$$cov\left(x,y\right) = -0.9007692$$

$$r_{x,y} = -0.6754896$$

אותן תוצאות :)

נעשה מבחן לבדיקת המובהקות של המתאם.

```
	Pearson's product-moment correlation

data:  body_temp and warmness
t = -3.1734, df = 12, p-value = 0.008019
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.8878594 -0.2258577
sample estimates:
       cor
-0.6754896
```

ה־$pvalue$ שקיבלנו הוא 0.008019
תחת הנתונים האלו הצלחנו לדחות את השערת האפס. השערת האפס היא שאין קשר בין שני המשתנים (כלומר הפרמטר $r = 0$). בדקנו כמה הערך r שקיבלנו קיצוני ביחס להשערת האפס שאין קשר בין המשתנים. הוא היה מספיק קיצוני ולכן הסקנו כי אכן יש קשר בין x ו־ y.

סעיף ד'

נחשב את משוואת הרגרסיה הלינארית באופן ידני:
משוואת הרגרסיה הלינארית:

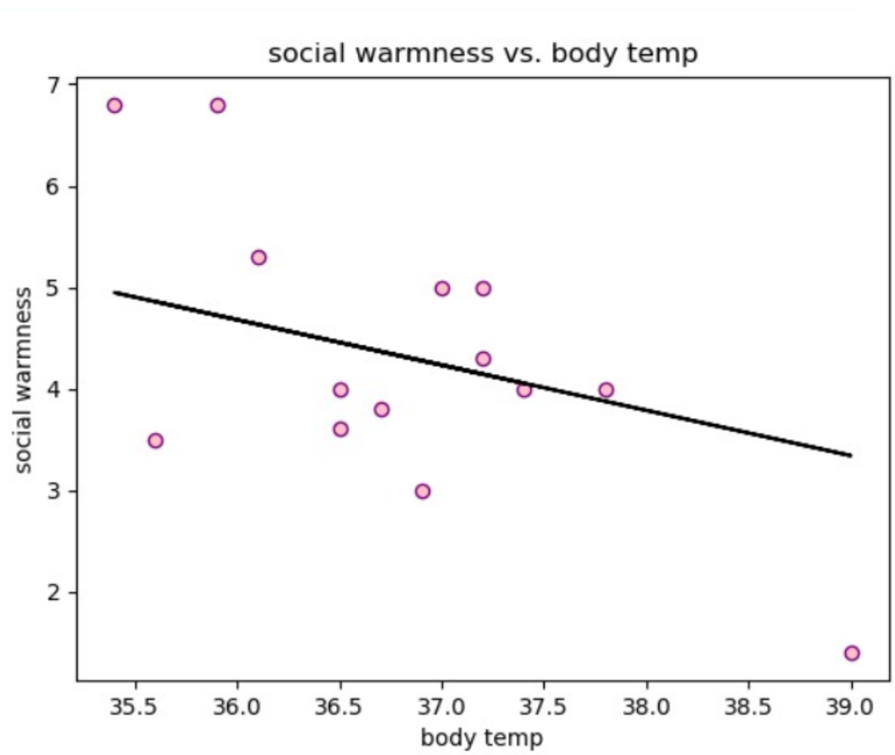
$$\hat{y} = bx + a$$

כאשר מתקיים:

$$b = r \cdot \frac{sd_y}{sd_x} = -0.6754 \cdot \frac{1.4202}{0.9389} = -1.0218$$

$$a = \overline{y} - b \cdot \overline{x} = 36.8 - (-1.0218) \cdot 4.321 = 41.924$$

ולכן אלו הם המקדמים של הרגרסיה הלינארית.



חישוב באמצעות R-

```
Call:
lm(formula = warmness ~ body_temp)

Coefficients:
(Intercept)    body_temp
     41.924       -1.022
```

תוצאות זהות :)

סעיף ה'

ראשית חילקנו את הנתונים לפי החציון שהיה שווה ל- 36.8. קיבלנו 2 קבוצות בגודל 7. ביצענו מבחן t הבודק הפרשים בין האוכלוסיות עבור ה- $warmness$ ואלו התוצאות שהתקבלו:

```
        Two Sample t-test

data:  group1 and group2
t = -1.382, df = 12, p-value = 0.1922
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -2.6133613  0.5847899
sample estimates:
mean of x mean of y
 3.814286  4.828571
```

ה- $p\,value$ שווה ל 0.1922 ולכן לא ניתן לדחות את השערת האפס ולא ניתן להסיק על הבדל בין האוכלוסיות.
בסעיף ג' הצלחנו לדחות את השערת האפס ולהסיק על מתאם בין טפרטורת הגוף והחמימות החברתית. הסיבה להבדל נובעת מכך שבביצוע המבחן כמו בסעיף זה אנו מאבדים הרבה מידע ומכניסים רעש. לקחנו משתנה שהוא נומרי והפכנו אותו לקטגוריאלי.