Lösung: Euler-Rekursion für senkrechten Wurf nach oben mit Dämpfung

Dr. Lauer-Baré

Betrachten wir den senkrechten Wurf nach oben mit Reibung ($g=9.81m/s^2$):

$$\dot{v}(t) + b/\text{masse} \cdot v(t) = -g$$

$$v(0s) = v_0 = 2,6m/s$$

Mit der Approximation der Ableitung zum Zeitpunkt t_k durch

$$\dot{v}(t_k) \approx \frac{v(t_{k+1}) - v(t_k)}{\Delta t}$$

, $\Delta t = t_{k+1} - t_k,$ ergibt sich folgende Rekursions-Vorschrift:

$$v_{k+1} = v_k - \Delta t \cdot g_k - \Delta t \cdot b / \text{masse} \cdot v_k$$

wobei $v_k = v(t_k)$. Sie können sich mit

$$v(t) = (\text{masse/b}) \cdot g \cdot (e^{-b/\text{masse} \cdot t} - 1) + v_0 \cdot e^{-b/\text{masse} \cdot t}$$

und

$$x(t) = (\text{masse}/b) \cdot (v0 + (\text{masse}/b) \cdot g) \cdot (1 - e^{-(b/\text{masse}) \cdot t}) - \text{masse}/b \cdot g \cdot t$$

abgleichen; die konkreten Zahlen waren: masse = 0.01kg und b = 0.04N/(m/s).

Die Geschwindigkeit ist in diesem Fall nicht linear, sie fällt exponentiell ab. Die Maximale Wurfhöhe verringert sich von ca. $0.35~\mathrm{m}$ auf ca. $0.22~\mathrm{m}$.