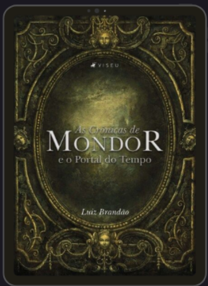
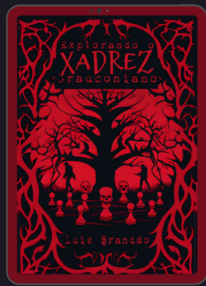
I V X L C D M


LUIZ BRANDÃO
CÓDIGO DE CONDUTA DE UM
ASSASSINO
EM SÉRIE


As Crônicas de
MONDOR
e o Portal do Tempo
Luiz Brandão


As Crônicas de
MONDOR
e o Pergaminho de Gódrix
Luiz Brandão


MONDOR
Luiz
Brandão


Explorando o
XADREZ
Luiz Brandão


SERAPHINE
A Rainha Zumbi
Luiz Brandão


Desvendando os
SEGREDOS
DO PENTAGRAMA
Spectrale
LUIZ BRANDÃO


SOMBRAS
ENTRELAÇADAS
NARRADO POR RASMED
Luiz Brandão


Ética
no
Serviço Público
Luiz Brandão


SOMBRAS
ENTRELAÇADAS
NARRADO POR SERAPHINE
Luiz Brandão


Do Imaginário
ao Concreto
A JORNADA DE UM LIVRO INDEPENDENTE
Luiz Brandão


FÊNIX
Kodular
Criando Aplicativos Android de Forma Intuitiva
Bloco de Notas
Luiz Brandão


MEGA-SENA
Luiz Brandão


LUIZ BRANDÃO
Desenvolvendo
habilidades
Exercícios para
Diversas Áreas

Neste problema, vamos abordar a análise de um sistema mecânico composto por molas em série e paralelo, utilizando o **Método dos Elementos Finitos (FEM)** para determinar os deslocamentos em pontos específicos do sistema. O problema consiste em encontrar os deslocamentos em três nós de um sistema estrutural composto por molas de diferentes rigidezes, sujeitas a forças aplicadas.

A análise do comportamento de sistemas de molas é fundamental em várias áreas da engenharia mecânica e civil, pois permite prever como a estrutura responderá a diferentes cargas. Neste caso, a estrutura é modelada como uma rede de molas interconectadas que estão sujeitas a forças externas. A formulação do problema envolve a aplicação do conceito de **rigidez**, que relaciona a força aplicada em um ponto da estrutura com o deslocamento desse ponto.

Para resolver o problema, seguiremos os seguintes passos:

1. **Modelagem do Sistema de Molas**: Cada mola será re-

presentada por uma matriz de rigidez local, que descreve a relação entre as forças e os deslocamentos dos nós conectados por aquela mola.

2. **Montagem da Matriz de Rigidez Global**: Combinamos as contribuições das diferentes molas para formar uma matriz de rigidez global, que relaciona os deslocamentos em todos os nós do sistema com as forças aplicadas.

3. **Aplicação das Condições de Contorno**: As condições de contorno, como nós fixos, serão incorporadas ao sistema, permitindo simplificar a equação para apenas os nós com deslocamentos desconhecidos.

4. **Resolução do Sistema de Equações**: Utilizando técnicas de álgebra linear, resolveremos o sistema de equações para determinar os deslocamentos nos nós de interesse.

Neste estudo, focaremos no cálculo dos deslocamentos nos pontos B, C e D, que estão sujeitos a forças externas conhecidas e conectados por molas de rigidez $K1$, $K2$, $K3$, $K4$, $K5$ e $K6$. A resolução envolverá o uso da matriz de rigidez global, que combina todas as influências das molas, e o vetor de forças, que reflete as cargas aplicadas. O método utilizado é uma forma eficiente de analisar o comportamento de sistemas estruturais complexos, permitindo uma solução numérica precisa para o problema de deslocamentos.

Dessa forma, ao final do processo, obteremos os deslocamentos nos nós B, C e D, que indicam a deformação do sistema sob as forças aplicadas.

Resolução

Quando se está modelando um sistema de molas ou uma estrutura com nós fixos (ou seja, nós onde o deslocamento é zero), as linhas e colunas correspondentes a esses nós na **matriz de rigidez global** podem ser removidas ou ajustadas. Isso se deve ao fato de que, para nós fixos, não há deslocamento, o que simplifica o sistema de equações.

Nesse exercício, os pontos **A** e **E** são fixos, o que implica que os deslocamentos U_A e U_E são zero. Portanto:

1. As **linhas** correspondentes aos nós fixos (A e E) podem ser removidas da matriz de rigidez global porque não precisa resolver para os deslocamentos nesses pontos (já que são conhecidos: $U_A = 0$ e $U_E = 0$).

2. As **colunas** correspondentes a esses nós também podem ser removidas, pois as forças aplicadas nesses nós (forças de reação) não são de interesse direto no cálculo dos deslocamentos.

Processo:

1. Inicialmente, se monta uma **matriz de rigidez global** 5x5

(supondo que os nós do sistema são A, B, C, D, E).

2. Em seguida, como os deslocamentos em A e E são fixos ($U_A = U_E = 0$), se remove as linhas e colunas correspondentes aos nós A e E.

3. O que resta é um **sistema reduzido** (matriz 3x3), onde resolve para os deslocamentos nos nós B, C e D.

Vamos fazer o passo a passo da resolução desse problema de sistemas de molas.

Passo a Passo:

1. Modelagem do Sistema de Molas

Primeiro, precisa representar cada mola do sistema por sua matriz de rigidez local. Para uma mola com rigidez K, conectando dois nós i e j, a matriz de rigidez local será:

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \tag{0.1}$$

2. Montagem da Matriz de Rigidez Global

Para o sistema com cinco nós A, B, C, D, E, precisa montar uma matriz de rigidez global $\mathbf{K}_{global}$ com dimensão 5x5. Vamos rotular as molas e suas constantes de rigidez conforme a figura, e então montar a matriz global.

- $K_1 = 200\,\text{Kgf/mm}$ (entre A e B)
- $K_2 = 100\,\text{Kgf/mm}$ (entre B e C)
- $K_3 = 150\,\text{Kgf/mm}$ (entre B e C)
- $K_4 = 300\,\text{Kgf/mm}$ (entre B e D)
- $K_5 = 400\,\text{Kgf/mm}$ (entre C e D)
- $K_6 = 500\,\text{Kgf/mm}$ (entre D e E)

Matriz de rigidez de cada (n) elemento, fica:

$$\mathrm{K}_1 = \begin{bmatrix} 200 & -200 \\ -200 & 200 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_1 = \begin{array}{c|cc} & A & B \\ \hline A & 200 & -200 \\ B & -200 & 200 \end{array}$$

$$\mathrm{K}_2 = \begin{bmatrix} 100 & -100 \\ -100 & 100 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_2 = \begin{array}{c|cc} & B & C \\ \hline B & 100 & -100 \\ C & -100 & 100 \end{array}$$

$$\mathrm{K}_3 = \begin{bmatrix} 150 & -150 \\ -150 & 150 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_3 = \begin{array}{c|cc} & B & C \\ \hline B & 150 & -150 \\ C & -150 & 150 \end{array}$$

$$\mathrm{K}_4 = \begin{bmatrix} 300 & -300 \\ -300 & 300 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_4 = \begin{array}{c|cc} & B & D \\ \hline B & 300 & -300 \\ D & -300 & 300 \end{array}$$

$$\mathrm{K}_5 = \begin{bmatrix} 400 & -400 \\ -400 & 400 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_5 = \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline C & 400 & -400 \\ D & -400 & 400 \end{array}$$

$$\mathrm{K}_6 = \begin{bmatrix} 500 & -500 \\ -500 & 500 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{K}_6 = \begin{array}{c|cc} & D & E \\ \hline D & 500 & -500 \\ E & -500 & 500 \end{array}$$

A matriz de rigidez global $\mathbf{K}_{global}$ antes da remoção dos nós fixos será:

1. Definir $K_A = K_1$.
2. Definir $K_B = K_1 + K_2 + K_3 + K_4$.
3. Definir $K_C = K_2 + K_3 + K_5$.
4. Definir $K_D = K_4 + K_5 + K_6$.
5. Definir $K_E = K_6$.

$$\mathbf{K}_{global} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_B & -K_2 - K_3 & -K_4 & 0 \\ 0 & -K_2 - K_3 & K_C & -K_5 & 0 \\ 0 & -K_4 & -K_5 & K_D & -K_6 \\ 0 & 0 & 0 & -K_6 & K_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{global} = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ B & -K_1 & K_B & -K_2 - K_3 & -K_4 & 0 \\ C & 0 & -K_2 - K_3 & K_C & -K_5 & 0 \\ D & 0 & -K_4 & -K_5 & K_D & -K_6 \\ E & 0 & 0 & 0 & -K_6 & K_6 \end{array}$$

Substituindo os valores das rigidezes:

1. Definir $K_B = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 = 750$.

2. Definir $K_C = K_2 + K_3 + K_5 = 650$.

3. Definir $K_D = K_4 + K_5 + K_6 = 1200$.

$$\mathbf{K}_{global} = \begin{bmatrix} 200 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 750 & -250 & -300 & 0 \\ 0 & -250 & 650 & -400 & 0 \\ 0 & -300 & -400 & 1200 & -500 \\ 0 & 0 & 0 & -500 & 500 \end{bmatrix}$$

3. Aplicação das Condições de Contorno

Como os nós A e E são fixos ($U_A = 0$ e $U_E = 0$), removemos as linhas e colunas correspondentes a esses nós. Isso significa remover a primeira linha/coluna (nó A) e a última linha/coluna (nó E).

A matriz de rigidez reduzida será 3x3, representando os deslocamentos dos nós B, C, D:

$$\mathbf{K}_{reduzida} = \begin{bmatrix} 750 & -250 & -300 \\ -250 & 650 & -400 \\ -300 & -400 & 1200 \end{bmatrix}$$

4. Forças Aplicadas

As forças aplicadas nos nós B, C, D são fornecidas na figura:

1. $F_B = 400\,\text{Kgf}$

2. $F_C = 300\,\text{Kgf}$
3. $F_D = 500\,\text{Kgf}$

Então, o vetor de forças **F** é:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 400 \\ 300 \\ 500 \end{bmatrix}$$

5. Resolução do Sistema de Equações

Agora que temos a matriz de rigidez reduzida e o vetor de forças, podemos resolver para os deslocamentos U_B, U_C, U_D resolvendo o sistema:

$$\mathbf{K}_{reduzida} \cdot \begin{bmatrix} U_B \\ U_C \\ U_D \end{bmatrix} = \mathbf{F}$$

Ou seja:

$$\begin{bmatrix} 750 & -250 & -300 \\ -250 & 650 & -400 \\ -300 & -400 & 1200 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_B \\ U_C \\ U_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 300 \\ 500 \end{bmatrix}$$

6. Código Scilab para Resolver o Sistema

Listing 1: Código para Resolver o Problema em Scilab

```
clear, clc
// Definindo as rigidezes das molas
K1 = 200; // Kgf/mm
K2 = 100; // Kgf/mm
K3 = 150; // Kgf/mm
K4 = 300; // Kgf/mm
K5 = 400; // Kgf/mm
K6 = 500; // Kgf/mm

// Criando as matrizes de rigidez locais
K_local1 = [K1, -K1; -K1, K1];
K_local2 = [K2, -K2; -K2, K2];
K_local3 = [K3, -K3; -K3, K3];
K_local4 = [K4, -K4; -K4, K4];
K_local5 = [K5, -K5; -K5, K5];
K_local6 = [K6, -K6; -K6, K6];

disp("K_1", K_local1);
disp("K_2", K_local2);
disp("K_3", K_local3);
disp("K_4", K_local4);
disp("K_5", K_local5);
disp("K_6", K_local6);
```

```
// Montando a matriz de rigidez global
K_global = zeros(5, 5);
// 5 n s (A, B, C, D, E)
disp("K_global",K_global)

// A e E s o n s fixos, ent o
// suas linhas e colunas s o zeradas
K_global(1, 1) = K1; // K_A (A)
disp("K_global(1,␣1)",K_global(1, 1))

K_global(1, 2) = -K1; // -K_A (A, B)
disp("K_global(1,␣2)",K_global(1, 2))

K_global(2, 1) = -K1; // -K_A (B, A)
disp("K_global(2,␣1)",K_global(2, 1))

// K_B (B)
K_global(2, 2) = K1 + K2 + K3 + K4;
disp("K_global(2,␣2)",K_global(2, 2))

K_global(2, 3) = -K2 - K3; // -K_C (B, C)
disp("K_global(2,␣3)",K_global(2, 3))
```

```
K_global(2, 4) = -K4; // -K_D (B, D)
disp("K_global(2,␣4)",K_global(2, 4))

K_global(3, 2) = -K2 - K3; // -K_C (C, B)
disp("K_global(3,␣2)",K_global(3, 2))

K_global(3, 3) = K2 + K3 + K5; // K_C (C)
disp("K_global(3,␣3)",K_global(3,3))

K_global(3, 4) = -K5; // -K_D (C, D)
disp("K_global(3,␣4)",K_global(3, 4))

K_global(4, 2) = -K4; // -K_D (D, B)
disp("K_global(4,␣2)",K_global(4, 2))

K_global(4, 3) = -K5; // -K_D (D, C)
disp("K_global(4,␣3)",K_global(4, 3))

K_global(4, 4) = K4 + K5 + K6; // K_D (D)
disp("K_global(4,␣4)",K_global(4, 4))

K_global(4, 5) = -K6; // -K_E (D, E)
disp("K_global(4,␣5)",K_global(4, 5))

K_global(5, 4) = -K6; // -K_E (E, D)
```

```
disp("K_global(5,␣4)",K_global(5, 4))

K_global(5, 5) = K6; // K_E (E)
disp("K_global(5,␣5)",K_global(5, 5))

// Removendo as linhas e colunas
// correspondentes aos n s fixos (A e E)
K_reduced = K_global(2:4, 2:4); // 3x3
disp("K_reduced",K_reduced)

// Definindo o vetor de for as aplicadas
F = [0; 400; 300; 500];
// For as aplicadas em B e C
disp("F", F)

// Ajustando o vetor de for as
F_reduced = F(2:4);
// Removendo for as em A e E
disp("F_reduced", F_reduced)

// Resolvendo o sistema de
// equa es K * U = F
U_reduced = inv(K_reduced) * F_reduced;
disp("U_reduced",U_reduced)
```

Listing 2: Resposta do Problema em Scilab

```
"K_"
   200.  -200.
  -200.   200.
  "K_2"
   100.  -100.
  -100.   100.
  "K_3"
   150.  -150.
  -150.   150.
  "K_4"
   300.  -300.
  -300.   300.
  "K_5"
   400.  -400.
  -400.   400.
  "K_6"
   500.  -500.
  -500.   500.

  "K_global"
   0.    0.    0.    0.    0.
   0.    0.    0.    0.    0.
   0.    0.    0.    0.    0.
```

```
 0.    0.    0.    0.    0.
 0.    0.    0.    0.    0.

"K_global(1,␣1)"
 200.
"K_global(1,␣2)"
-200.
"K_global(2,␣1)"
-200.
"K_global(2,␣2)"
 750.
"K_global(2,␣3)"
-250.
"K_global(2,␣4)"
-300.
"K_global(3,␣2)"
-250.
"K_global(3,␣3)"
 650.
"K_global(3,␣4)"
-400.
"K_global(4,␣2)"
-300.
"K_global(4,␣3)"
-400.
```

```
"K_global(4,␣4)"
 1200.
"K_global(4,␣5)"
-500.
"K_global(5,␣4)"
-500.
"K_global(5,␣5)"
 500.

"K_reduced"
 750.  -250.  -300.
-250.   650.  -400.
-300.  -400.   1200.

"F"
 0.
 400.
 300.
 500.

"F_reduced"
 400.
 300.
 500.
```

```
"U_reduced"
 1.9208103
 2.2044199
 1.6316759
```