מבני נתונים - 3

1)א) נעבור על המערך A מההתחלה עד הסוף - לולאה ראשונה

עבור כל איבר(i), נעבור על המערך A שוב מהאינדקס i עד הסוף ונחפש מספר שגדול

לולאה שנייה

אם נמצא איבר בלולאה השנייה שיותר גדול מ $A[i]$ אזי שים את האינדקס שלו במיקום ה i

אם הגענו לסוף הלולאה השנייה ולא יצאנו ממנה שים במיקום ה i -1

ב)

ניצור מערך חדש בגודל n ונקרא לו S ובנוסף ניצור גם מחסנית ונקרא לה T

נכניס את המיקום ה n למחסנית ונשים במיקום $S[n]$ -1

כעת, ניצור לולאה שתעבור על כל המספרים מאחד לפני הסוף להתחלה $(i = n-1, i > 0, i--)$ במערך A

בתוך הלולאה -

<u>אם המחסנית לא ריקה -</u>

אם המספר העכשווי $A[i]$ קטן מהמספר שמופיע בראש המחסנית -

(המחסנית מחזיקה מיקום – נבדוק את המספר באותו מיקום במערך - $A[T.top(\ )]$ אז נשים

$S[i]$ את אותו איבר שהשווינו אליו מקודם ($A[T.top(\ )]$) ונדחוף למחסנית את המיקום העכשווי ($(T.Push(i))$

אם המספר העכשווי $A[i]$ גדול מהמספר שמופיע בראש המחסנית -

נעשה $T.Pop(\ )$ ונחזור על התהליך

<u>אם המחסנית ריקה -</u>

נעשה $T.push(i)$ ונשים עבור $S[i] = -1$

2)א)

הכנסת איבר – נכניס את האיבר למחסנית 1.

הוצאת איבר – נעביר את כל ממחסנית 1 למחסנית 2 (סדר האיברים יתהפך) נוציא את האיבר הראשון, ונחזיר את שאר האיברים ממחסנית 2 למחסנית 1 (יחזיר את סדר האיברים לקדמותו)

<u>סיבוכיות -</u>

<u>הכנסת איברים היא</u> $O(1)$ מכיוון שאנו פשוט מכניסים איבר

<u>הוצאת איברים היא</u> $O(2n) = O(n)$ מכיוון שאנו מעבירים את כל איברי המחסנית למחסנית אחרת שזה n ולאחר מכן אנו שוב מחזירים את כל איברי המחסנית שזה n

ב)

ניצור מונה של איברים בתור

הכנסת איבר – נכניס איבר לתור, ונגדיל את המונה ב1

הוצאת איבר – ניצור לולאה שמספר החזרות שלה הוא המונה מינוס 1,

בכל סיבוב של הלולאה נוציא איבר מראשית התור ונחזיר אותו לסוף,

ברגע שיצאנו מהלולאה, נוציא את האיבר בראשית התור והוא יהיה האיבר שקודם לכן היה בסוף התור,

נוציא אותו ונחסיר מהמונה 1.

סיבוכיות -

הכנסת האיברים היא $O(1)$ מכיוון שאנו פשוט מכניסים איבר

הוצאת האיברים היא $O(n)$ מכיוון שעבור כל ה$n-1$ האיברים הראשונים אנו מוציאים ומכניסים אותם בחזרה, ועבור האיבר האחרון ה(n) אנו רק מוציאים אותו.

3)

בקצרה – נכין מערך של סכומי סדרות חלקיים, נבדוק את סכומי הסדרות לפי מודולו 5 ו"נמפה אותם" לאחר מכן נמצא את ההפרש הכי גדול עבור זוג ממופה מתאים.

הכנה -

ניצור מערך חדש אשר יכיל את סכומי הסדרות S -

עבור המיקום $S[i]=S[i-1]+A[i]$

- מעבר בודד על A = $O(n)$.

עבור הדוגמה שלנו –

$S=[1,4,13,15,16,21,21,22]$

כעת ניצור את המערך הבא M -

$$M=\begin{bmatrix} 0_{\to} & 1_{\to} & 2_{\to} & 3_{\to} & 4_{\to} \\ 0_{\leftarrow} & 1_{\leftarrow} & 2_{\leftarrow} & 3_{\leftarrow} & 4_{\leftarrow} \end{bmatrix}$$

נעבור על מערך הסכומים החלקיים שלנו מימין לשמאל $(i=0, i<n, i++)$

נמצא איבר שהמודולו של הערך שלו הוא 0 ונשים את האינדקס שלו ב $0_{\to}$

נמצא איבר שהמודולו של הערך שלו הוא 1 ונשים את האינדקס שלו ב $1_{\to}$

וכך הלאה (לאחר ש"איישנו" מיקום מסויים לא נשנה אותו)

- מעבר על $O(n)=B$

עבור הדוגמה שלנו –

$$M=\begin{bmatrix} 4 & 1 & 8 & 3 & 2 \\ 0_{\leftarrow} & 1_{\leftarrow} & 2_{\leftarrow} & 3_{\leftarrow} & 4_{\leftarrow} \end{bmatrix}$$

נעבור כעת שוב על מערך הסכומים החלקיים שלנו משמאל לימין $(i=n; i>0; i--)$

נמצא איבר שהמודולו של הערך שלו הוא 0 ונשים את האינדקס שלו ב $0_{\leftarrow}$

נמצא איבר שהמודולו של הערך שלו הוא 1 ונשים את האינדקס שלו ב $1_{\leftarrow}$

וכך הלאה (לאחר ש"איישנו" מיקום מסויים לא נשנה אותו)

- מעבר על $O(n)=B$

עבור הדוגמה שלנו –

$$M=\begin{bmatrix} 4 & 1 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 8 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

כעת לאחר שהמערך שלנו מאוכלס, נמצא את ההפרש הגדול ביותר בין האיבר בשורה השנייה לבין האיבר בשורה הראשונה באותה עמודה, נעבור על כל עמודה $(i=0; i<5; i++)$ נשמור את ההפרש הגדול ביותר ואותו נחזיר.

מעבר על מערך $O(5)=M$

עבור הדוגמה שלנו –

$$M=\begin{bmatrix} 4 & [1] & 8 & 3 & 2 \\ 4 & [7] & 8 & 3 & 2 \end{bmatrix} \to 7-1=6$$

<u>סיבוכיות -</u>

נחבר את זמני הריצה שלנו

$$O(n+n+n+5)=O(3n+5)=O(n)$$

4)א(

נאפס מונה $count = 0$
אם אנחנו נמצאים בחדר – זאת אומרת קיימת רשימה(if)
}

נגדיל את המונה ב1 $count++$

נדליק בו את האור
{

נעבור לחדר הבא בתנאי ש-האור בו כבוי (לולאת do-while)
}
נגדיל את המונה ב 1 - $count++$
נדליק את האור בחדר
{
נחזיר את המונה

<u>סיבוכיות -</u>
אנחנו נעבור בדיוק פעם אחת על הרשימה ולכן הסיבוכיות תהיה $\Theta(n)$

ב)
בקצרה – נדליק ב x הקרונות הראשונים את האור, ולאחר מכן נלך שוב x קרונות ונכבה בהם את האור (בשלב הזה אם מספר הקרונות הוא קטן שווה ל x אזי לא יהיו קרונות עם אור) נלך אחורה $2x$ קרונות אם באחד מהם האור דולק אזי אורך הרכבת גדול מ x

נעבור x קרונות ובכל אחד מהם **נדליק** את האור.
$\Theta(x)$.

לאחר שסיימנו, נעבור x קרונות ובכל אחד מהם **נכבה** את האור.
$\Theta(x)$

(כעת אם מספר הקרונות קטן או שווה ל x , אזי כל האורות בקרונות ברכבת צריכים להיות כבויים)

כעת נלך **אחורה** $x+1$ קרונות -
אם אני נמצא בקרון והאור בו דולק
}
להחזיר "שקר" – אורך הרשימה גדול מ x
{
אם הגעתי מחוץ ללולאה להחזיר "אמת" – אורך הרשימה קטן שווה ל x
$O(x+1)$
סיבוכיות -
$O(x+1)+2(\Theta(x))=O(3x+1)=O(x)$
ג)

בקצרה – נשתמש בפתרון שכתבנו בסעיף הקודם – בתוך לולאה מ 1 עד אינסוף (היא תיעצר בn) ובה נפעיל את הפתרון שכתבנו בסעיף הקודם אם אותו מספר הריצה של הלולאה.

לולאה שתפעל מ1 עד אינסוף (בדיעבד היא תיעצר בגודל הרשימה שהוא n) – מספר ריצת הלולאה יתחיל מ1 – וישמר במשתנה $loop$

עבור כל ריצה של הלולאה -

נשתמש בסעיף הקודם שכתבנו כאשר $x = loop$

אם הסעיף הקודם יחזיר לנו "אמת" (if)

}

נחזיר את $loop$

{

נגדיל את $loop$ ב1 , $loop++$

<u>סיבוכיות</u> -

הלולאה פועלת עד מקסימום n זאת אומרת $\Theta(n)$

בפנים אנו מפעילים את הפונקציה של התרגיל הקודם שהסיבוכיות שלה היא $O(loop)$ כאשר אצלנו הזימון שלה יגדל כל פעם באחד ולכן זה סדרה חשבונית ש $d=1$ ו $a_1=1$ ו $a_n=n$ ולכן הסיבוכיות של כל זימוני הפונקציה יהיה $\frac{n(n-1)}{2}=\frac{1}{2}(n^2-n)\to O(n^2)$ ולכן סיבוכיות כל הסעיף יהיה $O(n^2)$.

ד)

בקצרה – נלך בקפיצות של 2^i ונסגור את כל האורות חוץ מהקרון ההתחלתי, ונחזור בחזרה לקרון ההתחלתי ברגע שהאור בקרון ההתחלתי נסגר, סימן שאורך הקרונות הוא בין ה $2^i - 2^{i-1}$ שמצאנו, וסגרנו את כל האורות בקרונות ולכן נוכל להשתמש בסעיף 4א

נדליק את האור בקרון ההתחלתי,
אלך 1 קרונות קדימה, אסגור שם את האור, ואחזור 1 קרונות אחורה (אם האור בקרון ההתחלתי כבוי סימן שהאורך 1)

לולאה שתפעל מ1 עד אינסוף (בדיעבד תפעל עד $\log_2 n$)

}

לך 2^{loop} קרונות קדימה ובדרך בכל קרון כבה את האור, לאחר שכיבת חזור 2^{loop} קרונות אחורה,

אם האור בחדר ההתחלתי כבוי (if)

}

הפעל את הפתרון שכתבנו בסעיף 4א והחזר את התוצאה

{

הגדל את $loop++$

{

<u>סיבוכיות –</u>

השלב של המעבר בין החדרים הוא סדרה הנדסית כאשר $a_0 = 1, q = 2, n = lon\, n$ ולכן בחישוב זה יצא $2^{\log_2 n} - 1 = n - 1 \to O(n)$

הסיבוכיות של סעיף 4א היא $O(n)$ ולכן הסיבוכיות של כל הסעיף יהיה $O(n)$.