

תרגיל 1 - מודלים חישוביים

להגשה עד ה-9.4

קבוצות תרגול 03-05 מגישות לתא 21 וקבוצות 06-09 לתא 23

בקומה התחתונה בבניין 216, בתאים השמאליים (תא 21 של אופיר בן שוהם ותא 23 של שמעון כהן).
רשמו על התרגיל שם מלא ות.ז.

1. פעולות על שפות (20 נקודות)

א. תזכורת: הסימון $|w|$ מספר האותיות במילה w , $\#_0(w)$ - מספר הופעות האות 0 במילה w .
יהיו השפות הבאות:

$$L_3 = \{w \mid \#_0(w) \bmod 6 = 0\} \quad L_2 = \{w \mid \#_0(w) \bmod 3 = 0\} \quad L_1 = \{w \mid |w| \bmod 3 = 0\}$$

כל השפות מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1\}$

קבעו נכון או לא נכון, אם נכון הסבר במשפט ואם לא הפרך:

$$L_1 \cdot L_2 \subseteq L_3 \quad \text{i.}$$

$$L_3 \cdot L_2 \subseteq L_2 \quad \text{ii.}$$

$$L_3 \cdot L_2 \subseteq L_1 \quad \text{iii.}$$

ב. באופן דומה להגדרה של reverse על מילים, ניתן להגדיר reverse על שפה. כאשר:

$$L^R = \{w \mid w^R \in L\} \quad (\text{כלומר, כל המילים שה reverse שלהם שייך ל } L)$$

הוכיחו (הוכחה מלאה) או הפריכו, לכל שפה L מתקיים:

$$(L^R)^* = (L^*)^R$$

2. אוטומט סופי דטרמיניסטי (25 נקודות)

א. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי לשפות הבאות:

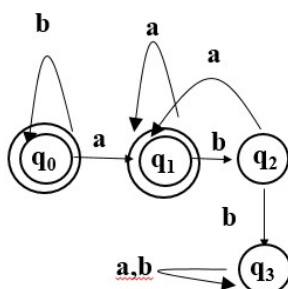
i. שפת כל המילים מהא"ב $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ שלאחר כל אות 0 מופיע מיד לפחות 1 אחד.
דוגמאות למילים בשפה: 01222, ε , 01010101. מילים שלא בשפה: 0, 102.

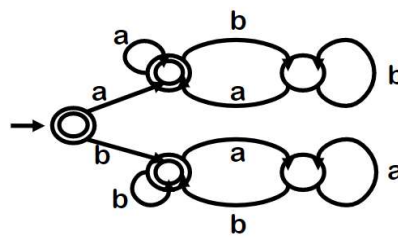
ii. שפת כל המילים מעל הא"ב $\{a, b\}$ כך שמספר אותיות ה' גדול מ-3 וזוגי.

דוגמאות למילים בשפה: בbbב, אבאבאבבבב. מילים שלא בשפה: ε , בב, בבבבבא.

ב. תאר במילים את שפת האוטומטים:

$$\Sigma = \{a, b\} \quad \underline{\text{א}}$$





$$\Sigma = \{a, b\} \quad \underline{b}$$

האם אפשר לבנות אוטומט לשפה זאת עם פחות מצבים? אם כן- ציירו את תרשים האוטומט, אם לא- הסבירו בקצרה מדוע.

3. סגירות שפות רגולריות (25 נקודות):

יהי Σ א"ב, הוכיחו:

א. אם L רגולרית אז $L_1 = \{awa \mid w \in L, a \in \Sigma\}$ גם רגולרית. הדרכה: הגדירו באופן פורמאלי את האוטומט המקבל את השפה L_1 תוך כדי שימוש בחמישייה המגדירה את L .

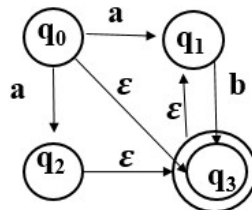
ב. נגדיר את האופרטור split באופן הבא (שימו לב, זאת לא ההגדרה של שרשור):

$$\text{Split}(L) = \{ w = w_1 w_2 \mid w \in L \text{ and } w_1 \in L \text{ and } w_2 \in L \}$$

הוכיחו שאם L שפה רגולרית אז $\text{Split}(L)$ גם רגולרית.

4. המרת אסל"ד באס"ד (15 נקודות):

המירו את האסל"ד הבא לאס"ד ע"פ האלגוריתם שנלמד בכיתה.



5. למת הניפוח (15 נקודות)

א. הוכיחו שהשפה הבאה אינה רגולרית (ע"י למת הניפוח):

$$\Sigma = \{0,1\}$$

$$L = \{0^i 10^i \mid i \geq 0\}$$

בהצלחה!!!