

מבוא לשיטות סטטיסטיות למדעי המחשב – תרגיל 5

(1)

אנו יודעים כי זמן הדגירה מתפלג נורמאלי, עם תוחלת (μ) 8 וסטיית תקן (σ) 0.5.

וגודל המדגם (n) הוא 36 והממוצע החדש (\bar{X}) הינו 7.85.

נחשב את הערך הסטטיסטי:

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\frac{7.85}{\bar{X}} - \frac{8}{\mu}}{\frac{0.5}{\sigma} / \sqrt{\frac{n}{6}}} = -1.8$$

הערך הסטטיסטי הוא -1.8.

כעת נמצא את הערך הקריטי לפי הטבלה:

(נשים לב שזה מבחן חד צדדי לצד שמאל – אנחנו רוצים שזמן הדגירה יהיה קטן יותר)

$$-Z_{1-\alpha} = -Z_{1-0.05} = -Z_{0.95} = -1.645$$

ציון התקן קטן מהערך הקריטי ולכן נדחה את H_0

כעת נחשב את מובהקות התוצאה –

$$P(\bar{X}_{36} < 7.85) = P(Z < -1.8) = 0.0359 < 0.05 = \alpha$$

כאשר דוחים את H_0 הסיכון הוא תמיד לטעות מסוג 1.

(2א)

התוחלת היא 2450, סטיית תקן 400 - $X \sim N(2450, 400^2)$

נסתכל על מספר הנבדקים בתור N ונרצה שהאורך יהיה קטן מ-200

ברמת מובהקות של 95% -

$$l = 2Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2Z_{\frac{0.975}{1.96}} \frac{400}{\sqrt{n}} = \frac{1568}{\sqrt{n}} \rightarrow$$

$$\frac{1568}{\sqrt{n}} \leq 200 \rightarrow n \geq 62$$

ולכן מספר הנבדקים צריך להיות לפחות 62

(ב)

$$H_0 := 2450$$

$$H_1 < 2450$$

נגדיר

גודל המדגם הוא 64 והתוחלת שלהם היא 2500 - $\bar{X}_{64} = 2500$

נרצה למצוא את $P(\bar{X}_{64} < 2500)$ ניזכר כי לפי הנתונים הקודמים $\bar{X}_{64} \sim N\left(2450, \frac{400^2}{64}\right)$

ולכן רמת המובהקות היא $P\left(Z < \frac{2500 - 2450}{400/\sqrt{64}}\right) = P(Z < 1) = \Phi(1) = 0.8413$

שכמובן יותר גדולה מ-0.05 ולכן לא נדחה את H_0 - תוחלת הממוצע בדרום הארץ דומה לתוחלת במרכז, יש 5% סיכוי לטעות מסוג ראשון.

(3א)

היגד ב' נכון כי ככל שנגדיל את רמת המובהקות עוצמת המבחן תעלה גם כן.

(ב)

התוחלת היא 0.04 וסטית התקן היא 0.015, גודל המדגם הוא 9 והתוחלת החדשה היא 0.03

$$X \sim N(0.04, 0.015^2)$$

$$\bar{X}_9 \sim N\left(0.04, \frac{0.015^2}{9}\right) \quad \text{לכן}$$

נגדיר את ההשערות:

$$H_0 := 0.04$$

$$H_1 :< 0.04$$

וכעת נחשב:

$$P(\bar{X}_9 < 0.03) = P\left(Z < \frac{0.03 - 0.04}{0.015/3}\right) = P(Z < -2) = 0.0228$$

(ג)

0.05 גדול מ-0.0228 ולכן התרופה מפחיתה את רמת האלכוהול בדם אך תיתכן טעות מסוג ראשון.