תרגיל 4

חישוביות וסיבוכיות תשע"ט

להגשה עד לתאריך 6.6.19

<u>הנחיות להגשה:</u>

1. יש להגיש את פתרון התרגיל לתאים 16 או 27 (שימו לב שכתוב על התאים "חישוביות סיבוכיות").
2. יש לשלוח עותק גיבוי של הפתרון לכתובת הדואר האלקטרוני complexitybiu19@gmail.com.
3. על כל סטודנט לכתוב את הפתרון בעצמו ובמילותיו שלו. חל איסור מוחלט להעזר בפתרון כתוב של סטודנט אחר.

שאלה 1. עבור כל אחת מהטענות הבאות, הוכיחו, הפריכו או הראו שקילות לשאלה פתוחה:

(א) $\mathrm{P} = \mathrm{P}^{\mathrm{NP}\cap\mathrm{coNP}}$.

(ב) $\mathrm{NP} = \mathrm{NP}^{\mathrm{NP}\cap\mathrm{coNP}}$.

(ג) $\mathrm{P}^{\mathrm{PH}} = \mathrm{NP}^{\mathrm{PH}}$.

שאלה 2. הוכיחו כי לכל $k \geq 1$, Σ_k סגורה לכוכב קליני. כלומר, לכל $S \in \Sigma_k$ מתקיים $S^* \in \Sigma_k$. (תזכורת: $x \in S^* \iff x = x_1x_2\cdots x_n \text{ s.t. } \forall_i, x_i \in S$).

שאלה 3. נגדיר את המחלקה $\mathrm{P/poly}'$ באופן הבא: נאמר כי $S \in \mathrm{P/poly}'$ אם קיים אלגוריתם דטר' פולינומי A, פולינום p וסדרה אינסופית של מחרוזות עצה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך ש:

(1) לכל n מתקיים $|a_n| \leq p(n)$.

(2) לכל x ולכל $n > |x|$ מתקיים: $A(a_n, x) = 1 \iff x \in S$.

הוכיחו או הפריכו: $\mathrm{P/poly} = \mathrm{P/poly}'$.

שאלה 4. נגדיר את המחלקה $\Sigma\Pi_2$ באופן הבא: עבור בעית הכרעה S, נאמר כי $S \in \Sigma\Pi_2$ אם קיים פולינום p ואלגוריתם דטר' פולינומי V כך ש:

(1) לכל $x \in S$ קיים y באורך $\leq p(|x|)$ כך שלכל z באורך $\leq p(|x|)$ מתקיים $V(x,y,z) = 1$.

(2) לכל $x \notin S$ קיים z באורך $\leq p(|x|)$ כך שלכל y באורך $\leq p(|x|)$ מתקיים $V(x,y,z) = 0$.

הוכיחו את הטענות הבאות:

(א) $\Sigma\Pi_2$ סגורה למשלים.

(ב) $\Sigma\Pi_2 \subseteq \Sigma_2 \cap \Pi_2$.

(ג) אם $\mathrm{NP} \subseteq \mathrm{P/poly}$ אז $\mathrm{PH} = \Sigma\Pi_2$.

בהצלחה!