<u>מבני נתונים - 2</u>

1)

א) מרחב המדגם – אוסף כל התוצאות האפשריות בניסוי.
במקרה שלנו הוא 1-6 ב3 הטלות ולכן

$$\left\{(1/2/3/4/5/6),(1/2/3/4/5/6),(1/2/3/4/5/6)\right\}$$

במקרה שלנו לקוביית משחק הוגנת יש 6 אופציות ומטילים אותה 3 פעמים ולכן,

$$6*6*6=6^3=216$$

ב)המאורע המתאים הוא שנקבל מספר מ1-6 בהטלה הראשונה, 1-6 בהטלה השנייה ו6 בהטלה השלישית ולכן הוא יראה כך $\left\{(1/2/3/4/5/6),(1/2/3/4/5/6),(6)\right\}$
בהטלה השלישית לא משנה מה היו 2 ההטלות הראשונות ולכן ההסתברות עבור הטלת המספר 6 בהטלה האחרונה היא $\frac{1}{6}$

ג) המאורע יראה כך $\{x,x,x\}$ כך ש $x=1/2/3/4/5/6$ ההסתברות להטלה הראשונה הינה 1 כי היא יכול להיות כל דבר, לאחר מכן ההסתברות להטלה השנייה תהיה $\frac{1}{6}$ מכיוון שאנו צריכים שההטלה השנייה תהיה כמו הראשונה (ההסתברות להטלה ראשונה ושנייה בעלת אותו מספר תהיה $\frac{1}{6}$) כעת בהטלה השלישית ההסברות תהיה גם היא $\frac{1}{6}$ מכיוון שאנו צריכים לקבל אותו מספר כמו בהטלה הקודמת ולכן ההסתברות תהיה, $\frac{1}{6}*\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$ או בקיצור –

$$\Pr(A)=1*\frac{1}{6}*\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

2)

על פי משפט שלמדנו בהרצאה למאורעות A,B - $\Pr(A\cup B)=\Pr(A)+\Pr(B)-\Pr(A\cap B)$

$$\underbrace{p+p-\Pr(A\cap B)}_{\Pr(A\cup B)}>2p$$

ולכן על פי הנתון $-\Pr(A\cap B)>0$

$$\Pr(A\cap B)<0$$

חיתוך של קבוצה יהיה לכל הפחות 0 , הוא לא יכול להיות קטן מ0 ולכן זוהי הפרכה למשפט.

3א)

המקרים הבאים יכולים לקרות ולהם נצטרך למצוא את ההסתברות (נחליט כי $\Pr(A)$ - ההסתברות לעבור אינפי, ו $\Pr(B)$ ההסתברות לעבור לינארית)

- לא לעבור שום מבחן - $1-\Pr(A\cap B)=1-0.75=0.25 = \Pr\left(\overline{A\cap B}\right)$
- לעבור את 2 המבחנים - $0.75 = \Pr(A\cap B)$(נתון)
- לעבור אינפי ולא לעבור לינארית - $\Pr\left(A\cap\overline{B}\right)=\underbrace{\Pr(A)}_{0.8}-\underbrace{\Pr(A\cap B)}_{0.75}=0.05=\Pr\left(A\cap\overline{B}\right)$
- לעבור לינארית ולא לעבור אינפי - $\Pr\left(\overline{A}\cap B\right)=\underbrace{\Pr(B)}_{0.9}-\underbrace{\Pr(A\cap B)}_{0.75}=0.15=\Pr\left(\overline{A}\cap B\right)$

לכן הרכבנו את פונקציית ההסתברות.

ב) נחשב את התוחלת של X

x_0 - הסיכוי לעבור 0 מבחנים - $0.25=\Pr\left(\overline{A\cap B}\right)$

x_1 - הסיכוי לעבור מבחן אחד - $0.2=\underbrace{\Pr\left(A\cap\overline{B}\right)}_{0.05}+\underbrace{\Pr\left(\overline{A}\cap B\right)}_{0.15}$

x_2 הסיכוי לעבור 2 מבחנים $0.75=\Pr(A\cap B)$

וכעת נחשב את התוחלת $\mathbb{E}[x]=\sum_{i=0}^{2}\Pr\left[x_i\right]*x_i$

$$\mathbb{E}[x]=\underbrace{0.05*0}_{x_0}+\underbrace{0.2*1}_{x_1}+\underbrace{0.75*2}_{x_2}=0.2+1.5=1.7$$

4) ההסתברות לענות על שאלה 1 נכון הוא $\Pr(A)=\frac{1}{4}$

ההסתברות לענות **לא** נכון על שאלה 1 הוא $\Pr(\overline{A})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

נעזר בנוסחת ברנולי

$$\Pr(A_2)=\binom{20}{2}*\left(\frac{1}{4}\right)^2*\left(\frac{3}{4}\right)^{18}=\underbrace{\frac{20!}{2!(20-2)!}}_{190}*\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^2}_{\frac{1}{16}}*\underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{18}}_{...}=0.06694...$$

ב)

$$\mathbb{E}(x)=\sum_{0}^{20}\underbrace{\left(\frac{1}{4}*1+\frac{3}{4}*0\right)}_{\frac{1}{4}}=5$$

ג) ההסתברות שאייל יפתור לכל היותר 2 שאלות היא –

ההסתברות שאייל יפתור 0 שאלות + שאלה אחת + 2 שאלות

ההסתברות שאייל יפתור 2 שאלות חישבנו והיא 0.06694

ההסתברות שאייל יפתור 0 שאלות היא

$$\Pr(A_2)=\binom{20}{0}*\left(\frac{1}{4}\right)^0*\left(\frac{3}{4}\right)^{20}=\underbrace{\frac{20!}{0!(20)!}}_{1}*\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^0}_{1}*\underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{20}}_{...}=0.00317...$$

ההסתברות שאייל יפתור 1 שאלות נכון היא

$$\Pr(A_2)=\binom{20}{1}*\left(\frac{1}{4}\right)^1*\left(\frac{3}{4}\right)^{19}=\underbrace{\frac{20!}{1!(20-1)!}}_{20}*\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^1}_{\frac{1}{4}}*\underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{19}}_{...}=0.02114...$$

לכן ההסתברות שאייל יפתור נכון לכל היותר 2 שאלות היא –

$$0.06694+0.00317+0.02114=0.09125$$