<u>מודלים חישוביים – תרגיל 2</u>

1) א)

$$A=\underbrace{[0-9]}_{0-9}\cup\underbrace{[1-9]\bullet[0-9]}_{10-99}\cup\underbrace{1\bullet[0-9]\bullet[0-9]}_{100-199}\cup\underbrace{2\bullet[0-4]\bullet[0-9]}_{200-249}\cup\underbrace{2\bullet5\bullet[0-5]}_{250-255}$$

ניקח את החלק הראשון ונציב אותו 4 פעמים עם נקודה באמצע ונקבל ביטוי רגולרי עבור כתובת IP

$IP = A.A.A.A$

ב)

נסדר את האות גדולה וקטנה וספרת החובה שלנו בסדרים שונים וביניהן נאפשר את כל סוגי האותיות שכבר הופיעו (יש 3 אופציות עבור בחירת סוג התו הראשון, לאחר מכן 2 ו1 ולכן זה 6 אופציות שונות)

$$[0-9]\bullet([0-9])^*\bullet[a-z]\bullet\left\{([0-9])^*\cup([a-z])^*\right\}^*\bullet[A-Z]\bullet\left\{([0-9])^*\cup([a-z])^*\cup([A-Z])^*\right\}^*$$

$$[0-9]\bullet([0-9])^*\bullet[A-Z]\bullet\left\{([0-9])^*\cup([A-Z])^*\right\}^*\bullet[a-z]\bullet\left\{([0-9])^*\cup([A-Z])^*\cup([a-z])^*\right\}^*$$

$$[a-z]\bullet([a-z])^*\bullet[0-9]\bullet\left\{([a-z])^*\cup([0-9])^*\right\}^*\bullet[A-Z]\bullet\left\{([a-z])^*\cup([0-9])^*\cup([A-Z])^*\right\}^*$$

$$[a-z]\bullet([a-z])^*\bullet[A-Z]\bullet\left\{([a-z])^*\cup([A-Z])^*\right\}^*\bullet[0-9]\bullet\left\{([a-z])^*\cup([A-Z])^*\cup([0-9])^*\right\}^*$$

$$[A-Z]\bullet([A-Z])^*\bullet[0-9]\bullet\left\{([A-Z])^*\cup([0-9])^*\right\}^*\bullet[a-z]\bullet\left\{([A-Z])^*\cup([0-9])^*\cup([a-z])^*\right\}^*$$

$$[A-Z]\bullet([A-Z])^*\bullet[a-z]\bullet\left\{([A-Z])^*\cup([a-z])^*\right\}^*\bullet[0-9]\bullet\left\{([A-Z])^*\cup([a-z])^*\cup([0-9])^*\right\}^*$$

ג)

i) נבחן מספר מילים בביטוי הרגולרי ונראה שהן או המילים a,b,ε או מילים אשר בנויות באופן כלשהו מ (a,b) אך הסיומת שלהן היא $bb/ab/aa$ ניתן לראות כי הסיומת ba לא נמצאת בביטוי הרגולרי ולכן

– הביטוי הרגולרי הוא שפת כל המילים **שלא** מסתיימות ב ba

ii) ניתן לראות כי את הביטוי b^* חוזר על עצמו הרבה ונבין כי אין כ"כ עניין באות b נשים לב כי האות a מופיעה פעמיים בתוך הביטוי שמוכל ב* ולכן עבור כל מספר של הביטוי האות a תופיעה פעמיים ונוכל לבחור כמה b שנרצה ולכן

- הביטוי הרגולרי הוא שפת כל המילים שמכילות מספר זוגי של a

מחלקות שקילות

2)א(a)
6
b)
5

ב)
נראה כי יש אינסוף מחלקות שקילות ולכן לפי משפט מייהל נרוד השפה אינה רגולרית.
ניקח n כלשהו עבור הרישא 0^n1^n הסיפא 0^n תתאים לשפה אך הסיפא לא תתאים לרישא $0^{n+1}1^{n+1}$ ולכן זוהי סיפא מפרידה. יש $n \in \mathbb{N}$ סיפות מפרידות ולכן יש $n \in \mathbb{N}$ מחלקות שקילות שזה אינסוף.

ג)
כאשר $i = j = k$ מחלקת השקילות תהיה $\{\varepsilon\}$
נבחר קודם את מחלקות השקילות עבור מילים שיכולות להיות בשפה

כאשר הסיפא היא ε אזי מחלקת השקילות תהיה $A = \{0^i1^i0^i\}$ - המילים בשפה

כאשר הסיפא היא 0^j מחלקת השקילות תהיה $B = \{1^i0^i\}$ -המילים שיש להן פוטנציאל להיות בשפה

כאשר הסיפא היא $0^j1^k \mid k > j$ מחלקת השקילות תהיה $C = \{1^k0^i\} \mid k > i$ - המילים שיש להן פוטנציאל להיות בשפה

כאשר הסיפא היא $0^i1^k0^k \mid k > i$ מחלקת השקילות תהיה $D = \{0^j\} \mid k > j$ - המילים שיש להן פוטנציאל להיות בשפה.

ומחלקת שקילות נוספת עבור כל המילים שאינן יכולות להיות בשפה
$E = \{\Sigma^* / (A \cup B \cup C \cup D)\}$
כעת נצטרך להוכיח שהן מחלקות שקילות ע"י כך שכל המחלקות שקילות זרות בזוגות, האיחוד שלהן הוא Σ^* ולכל 2 מילים מאותה מחלקה אין סיפא מפרידה.

<u>המחלקות שקילות זרות בזוגות -</u>
עבור המחלקה E - כל סיפא תשאיר את המילה מחוץ לשפה אך בכל שאר המחלקות קיימת סיפא כך שהמילה תתקבל
עבור המחלקה A - הסיפא ε תשאיר את המילה בשפה אך כל שאר המחלקות לא יהיו מילה בשפה
עבור המחלקה B ניקח את הסיפא 0^i המילה תהיה בשפה אך עבור המחלקות C, D (שעליהן לא הראנו זרות כללית) לא יהיו בשפה.
עבור המחלקה C ניקח את הסיפא $0^j1^k \mid j + i = k$ המילה תהיה בשפה אך עבור המחלקה D המילה לא תהיה בשפה.

האיחוד הוא Σ^* -

ניתן לראות זאת ע"י מחלקת השקילות E כל שאר המחלקות הן מקרים פרטיים בתוך Σ^* והמחלקה E משלימה לאיחוד של Σ^*

לכל 2 מילים מאותה מחלקה אין סיפא מפרידה -

עבור המחלקה E - כל סיפא תשאיר את המילה מחוץ לשפה ולכן לא קיימת סיפא מפרידה.

עבור המחלקה A - הסיפא ε תשאיר את המילה בשפה וכל שאר הסייפות ישאירו את המילה מחוץ לשפה.

עבור המחלקה B - ניקח את הסיפא 0^i המילה תהיה בשפה אך עבור שאר הסייפות המילה לא תהיה בשפה.

עבור המחלקה C - ניקח את הסיפא $0^j1^k \mid j+i=k$ המילה תהיה בשפה אך עבור שאר הסייפות המילה לא תהיה בשפה.

עבור המחלקה D - ניקח את הסיפא $0^i1^k0^k \mid j+i=k$ המילה תהיה בשפה, אך עבור שאר הסייפות המילה לא תהיה בשפה.

3)א)

לא נכון - נבחר שפה ונראה כי הדבר איננו מתקיים

נבחר את השפה בה המילה מתחילה ב a או מסתיימת ב b

נבחר - $x \equiv_L y \mid x=c \;,\; y=c$ (לאותם תווים אותן סיפות מפרידות)

ונבחר - $u \equiv_L v \mid u=ab \;,\; v=ac$ (ללא תלות בסיפא המילים יתקבלו בגלל ה a בהתחלה)

כעת $xu \not\equiv_L yv \mid cab, cac$ עבור התחילית ε המילה cac לא מתקבלת אך המילה cab מתקבלת.

ב)

נכון – מכיוון ש $x \equiv_L y$ אנו יודעים כי לא קיימת סיפא מפרידה בין x ו y בכלל ובפרט עבור הסיפא u ולכן או ש xu, yu יהיו שייכות לשפה ביחד או ש xu, yu יהיו לא שייכות לשפה ביחד.

ג)

לא נכון - נבחר שפה ונראה כי הדבר איננו מתקיים

נבחר את השפה בה המילה מתחילה ב a או מסתיימת ב b (כמו בסעיף א)

כעת $\underbrace{x}_{a}\underbrace{u}_{b} \in L, \underbrace{y}_{b}\underbrace{u}_{b} \in L$ ניתן לראות כי $x \not\equiv_L y$ מכיוון שניקח את הסיפא c נקבל $xc=ac \in L$ לעומת זאת $yc=bc \notin L$ והראנו כי קיימת סיפא מפרידה.

ד)

לא נכון – נבחר שפה ונראה כי הדבר איננו מתקיים

נבחר את השפה בה האות a מופיעה 3 פעמים לפחות

כעת עבור $\underbrace{x}_{a}\underbrace{u}_{aaa} \equiv_L \underbrace{y}_{aa}\underbrace{u}_{aaa}$ לא קיימת סיפא מפרידה מכיוון שכל סיפא עדיין תשאיר את המילה בשפה.

אך עבור $\underbrace{x}_{a} \not\equiv_L \underbrace{y}_{aa}$ ניקח את הסיפא a , עבור $xa = aa \notin L$ אך עבור $ya = aaa \in L$ ולכן הראנו כי קיימת סיפא מפרידה.

<u>דקדוק רגולרי</u>

4)א)

הוכחנו בהרצאה כי אם L רגולרית אזי גם L^R רגולרית ולכן מכיוון שקיים דקדוק עבור L על פי דקדוק 1 ניתן להפוך את השפה לשפה רגולרית נוספת (L^R) ולבנות עבורו דקדוק רגולרי 2 כך שיצא עבור השפה L . ובכך הראנו כי עבור כל שפה רגולרית ניתן ליצור דקדוק רגולרי הן מסוג 1 והן מסוג 2.

ב) נצטרך לפחות 3 מצבים עבור האות b ונצטרך לאחר השמת a "להכריח" את המשתמש להדפיס עוד פעם a

$$S \to aA \mid B_1$$
$$A \to aS$$
$$B_1 \to bB_2$$
$$B_2 \to bB_3$$
$$B_3 \to bB_4$$
$$B_4 \to bB_4 \mid \varepsilon$$

<u>דקדוק חסר הקשר</u>

5)נצטרך לדאוג לכך שמספר אותיות ה b יהיה פי 3 ממספר אותיות ה a ולבסוף נוסיף את האות ה b האחרונה.

$$\mathbf{S} \to a\mathbf{S}bbb \mid b$$