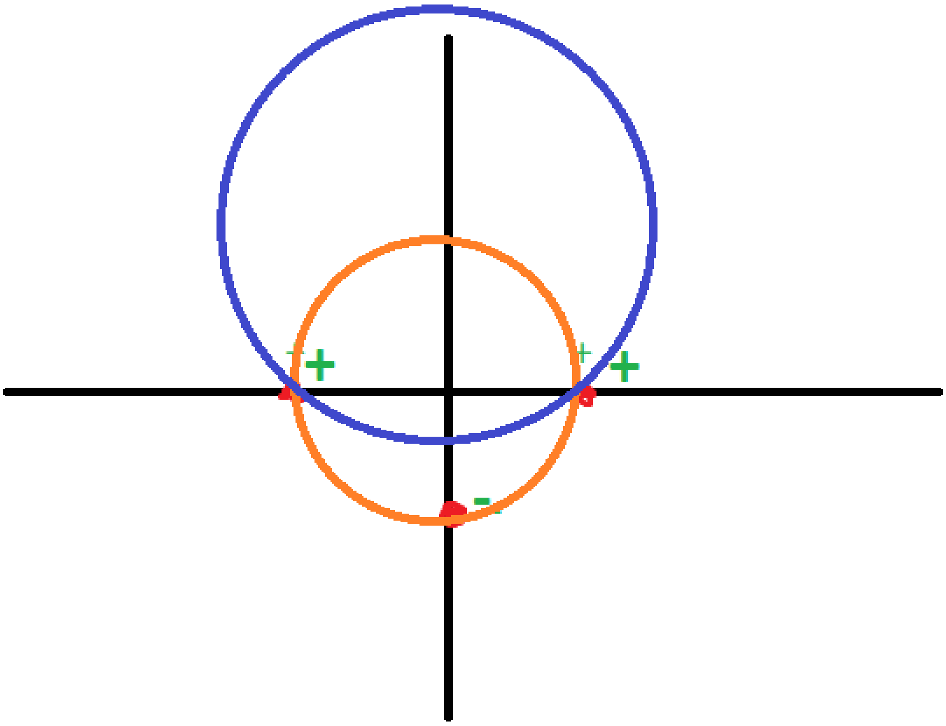
(1.1




נפריך על פי דוגמה כי המעגל המינימלי אינו יכול להיות ERM,

נניח שיש נקודות $(3,0)$ , $(-3,0)$ חיוביות ו $(0,-3)$ שלילי

כמובן שעבור המעגל המינימלי המכיל את 2 הנקודות החיוביות, הוא מעגל שמרכזו ב(0,0) ורדיוסו הוא 3 [המעגל הכתום]. אחרת, לכל מעגל עם רדיוס שווה או קטן ל3 ונקודת מרכז שונה הוא לא יכיל את 2 הנקודות (כי כל מיתר יהיה קטן שווה ל6, והמרחק הכי גדול הוא הקוטר ואם תהיה נקודת מרכז שונה היא בהכרח לא תכיל את ה2 הנקודות) ולכן הוא לא מעגל מתאים.

ולכן בהכרח נכיל גם את הנקודה השלישית, ולכן פונקציה זאת אינה יכולה להיות ERM, כי היא מחזירה 1 עבור נקודה שהיא בפועל שלילית.

<u>**בונוס:**</u> הצורה הגיאומטרית המינימלית המתאימה עבור ERM הינה מלבן, מכיוון שבמהלך האימון אם נתקלנו בנקודה חיובית שלא נמצאת במלבן (שמצאנו עד כה) נוכל להגדיל את המלבן ל4 כיוונים שונים (עצמאיים) ובכך נוכל לבחור את הכיוון המתאים שנרצה להגדיל ולא נצטרך להגדיל את כל המלבן בשונה ממעגל שבו מגדילים את הרדיוס ולכן המעגל גדל לכל הכיוונים.

בנוסף לסיבה זאת, בשונה ממעגל שקצותיו מעוגלים במלבן הקצוות הן 90 מעלות ולכן כאשר נרצה להגדיל את הצורה המינימלית שלנו נעדיף שהקצוות שלנו יהיו 90 מעלות על מנת לא להגדיל יותר מן הנדרש את השטח של הצורה, ובכך הצורה מאפשרת יכולת הפרדה יותר גבוהה.

(1.2

ראשית נשים לב כי $L_S(h)$ - ממוצע הטעויות, $E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right]$ - תוחלת ממוצע הטעויות.

**כעת נחשב את** $E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right]$ **-**

$$E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right] \underset{\text{Definition of expectancy}}{=} \lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} L_S(h) = \lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\underbrace{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right]}_{\text{Definition of } L_S(h)}$$

$$= \lim_{mk\to\infty}\frac{1}{mk}\sum_{j=1}^{mk}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right] \underset{t=mk}{=} \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right]$$

כעת על מנת להראות את השוויון הבא $E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right] = L_D(h)$ נראה כי החיסור בין השניים שווה ל0.

$$L_D(h) \underset{\text{Definition}}{=} P_{x\sim D}\left[h(x)\neq f(x)\right] \underset{\substack{\text{Definision of probability}\\ \text{for indicator of errors}}}{=} \lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\underbrace{P_X(0)*1+P_X(1)*0}_{\text{Definition of } \Pi\left[h(x)\neq f(x)\right]}$$

$$= \lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right]$$

כעת נראה את החיסור בין השניים –

$$E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right] - L_D(h) = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right] - \lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\Pi\left[h(x)\neq f(x)\right] = 0$$

ולכן קיבלנו את המבוקש $E_{S\sim D}\left[L_S(h)\right] = L_D(h)$