

תרגיל 5

חישוביות וסיבוכיות תשע"ט

להגשה עד לתאריך 21.6.19

הנחיות להגשה:

- יש להגיש את פתרון התרגיל לתאים 16 או 27 (שימו לב שכתוב על התאים "חישוביות סיבוכיות").
- יש לשלוח עותק גיבוי של הפתרון לכתובת הדואר האלקטרוני complexitybiu19@gmail.com.
- על כל סטודנט לכתוב את הפתרון בעצמו ובמילותיו שלו. חל איסור מוחלט להעזר בפתרון כתוב של סטודנט אחר.

שאלה 1. הוכיחו כי $2Color \in NL$. (תזכורת: $2Color$ הינה קבוצת כל הגרפים הלא-מכוונים שניתנים לצביעה חוקית בשני צבעים).

שאלה 2. הוכיחו כי הבעיה הבאה היא NL -שלמה:

$$\text{ShortestPath} = \left\{ (G, s, t, k) \mid \begin{array}{l} G \text{ גרף מכוון, } s \text{ ו-} t \text{ קודקודים ב-} G, \text{ ואורך} \\ \text{המסלול הקצר ביותר מ-} s \text{ ל-} t \text{ הוא בדיוק } k \end{array} \right\}$$

שאלה 3. עבור בעית הכרעה S ופונקציה $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, נגדיר פעולת ריפוד של S ב- f ע"י

$$\text{Pad}(S, f) = \{x10^{f(|x|)} \mid x \in S\}$$

עבור הטענה הבאה, הוכיחו, הפריכו או הראו שקילות לשאלה פתוחה:

$$S \in NL \iff \text{Pad}(S, n^c) \in NL \text{ לכל } c \geq 1$$

שאלה 4. הוכיחו כי אם $PH = PSPACE$ אז ההיררכיה הפולינומית קורסת לרמה k כלשהי.

שאלת בונוס. נגדיר את המחלקה C באופן הבא: נאמר כי בעית הכרעה $S \in C$ אם קיים פולינום p ואלגוריתם הסתברותי פולינומי A כך ששני התנאים הבאים מתקיימים:

$$(1) \text{ לכל } x \in S \text{ קיים } y \text{ באורך } p(|x|) \geq 1/2 \text{ כך ש-} \Pr[A(x, y) = 1] \geq 1/2$$

$$(2) \text{ לכל } x \notin S \text{ ולכל } y \text{ באורך } p(|x|) \geq 1 \text{ מתקיים } \Pr[A(x, y) = 0] = 1$$

לאיזו מחלקה מוכרת שווה המחלקה C ? הוכיחו את תשובתכם.

בהצלחה!