מבוא לשיטות סטטיסטיות למדעי המחשב – תרגיל 4

(1

אנו יודעים כי גודל המדגם (n) הוא 100
הממוצע ($\overline{X}$) הוא 4950
וסטיית התקן (σ) היא 150

גודל המדגם הוא מעל 30 ולכן ההתפלגות היא נורמאלית.

תחילה נחשב $1-a=0.95 \to a=0.05 \to 1-\frac{a}{2}=0.975$

כעת יש לנו את כל הנתונים ונוכל לחשב את רווח הסמך:

$$\underbrace{\overline{X}}_{4950} \pm \underbrace{\frac{150}{\sqrt{100}}}_{15} \cdot \underbrace{Z_{0.975}}_{1.96} = [4920.6, 4979.4]$$

(2)א

אנו יודעים כי סטיית התקן (σ) היא 20 ואורך החיים מתפלג נורמאלית,
בנוסף גודל המדגם (n) הוא 25.
והממוצע ($\overline{X}$) הוא 230.

תחילה נחשב $1-a=0.90 \to a=0.1 \to 1-\frac{a}{2}=0.95$

כעת יש לנו את כל הנתונים ונוכל לחשב את רווח הסמך

$$\underbrace{\overline{X}}_{230} \pm \underbrace{\frac{20}{\sqrt{25}}}_{4} \cdot \underbrace{Z_{0.95}}_{1.645} = [223.42, 236.58]$$

ב) כעת נצרך לשנות את מידת הביטחון שלנו:

$$1-a=0.95 \to a=0.05 \to 1-\frac{a}{2}=0.975$$

וכעת נוכל לחשב:

$$\underbrace{\overline{X}}_{230} \pm \underbrace{\frac{20}{\sqrt{25}}}_{4} \cdot \underbrace{Z_{0.975}}_{1.96} = [222.16, 237.84]$$

ג) עבור ביטחון 0.95 המרווח שלנו גדל כדי שנהיה יותר בטוחים שהערך נמצא בתוך הטווח.

3)א)

אנו יודעים כי גודל המדגם (n) הוא 200

הממוצע ($\overline{X}$) הוא 9700

וסטיית התקן (σ) היא 3000

גודל המדגם הוא מעל 30 ולכן ההתפלגות היא נורמאלית.

תחילה נחשב $1-a=0.95 \rightarrow a=0.05 \rightarrow 1-\frac{a}{2}=0.975$

כעת יש לנו את כל הנתונים ונוכל לחשב את רווח הסמך:

$$\underbrace{\overline{X}}_{9700} \pm \underbrace{\frac{3000}{\sqrt{200}}}_{15} \cdot \underbrace{Z_{0.975}}_{1.96} = [9284.22,10115.77]$$

ב) גודל הסטייה של התוחלת היא המרחק מהממוצע והיא מחושבת כך:

$$\frac{\overbrace{\sigma}^{3000}}{\underbrace{\sqrt{n}}_{\sqrt{200}}} \cdot \underbrace{Z_{1-\frac{a}{2}}}_{Z_{0.95}} = \frac{3000}{\sqrt{200}} \cdot 1.96 = 415.83$$

ג)

גודל רווח בר סמך הוא פעמיים גודל הסטייה המקסימלית $2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot Z_{1-\frac{a}{2}}$

לכן אם נרצה חצי מהגודל הנתון נרצה להגדיל את גודל המדגם כך ש

$$\underbrace{2\sqrt{n}}_{28.28} = \sqrt{\hat{n}} \rightarrow \hat{n} = 28.28^2 = 800$$

ד) לא, מכיוון שעדיין היינו משתמשים באותה רמת סמך ולכן הסיכוי שהרווח יכיל את הפרמטר הוא אותו סיכוי.

4)א)

אנו יודעים כי גודל המדגם (n) הוא 60

הממוצע ($\overline{X}$) הוא 4

וסטיית התקן (σ) היא 2

גודל המדגם הוא מעל 30 ולכן ההתפלגות היא נורמאלית.

תחילה נחשב $1-a=0.90 \rightarrow a=0.1 \rightarrow 1-\frac{a}{2}=0.95$

כעת יש לנו את כל הנתונים ונוכל לחשב את רווח הסמך

$$\underbrace{\overline{X}}_{4} \pm \underbrace{\frac{2}{\sqrt{60}}}_{0.25} \cdot \underbrace{Z_{0.95}}_{1.645} = [3.57, 4.42]$$

ב)

$2\sqrt{n} = \sqrt{4 \cdot n}$ ולכן בדומה לשאלה הקודמת היינו מקטינים את אורך הרווח ב50%

ג)

היינו מגדילים את רווח בר הסמך כדי שנוכל להיות יותר בטוחים שהפרמטר בתוך הטווח.