

## תרגיל 3 מודלים חישוביים

להגשה עד 3.6

קבוצות תרגול 03-05 מגישות לתא 21 וקבוצות 06-09 לתא 23  
בקומה התחתונה בבניין 216, בתאים השמאליים (תא 21 של אופיר בן שוהם ותא 23 של שמעון כהן).  
רשמו על התרגיל שם מלא ות.ז. וקבוצת תרגול

### 1. למת בר הלל ואוטומט מחסנית (25 נקודות)

עבור כל אחת מהשפות הבאות, קבע האם היא שפה ח"ה או לא.  
אם השפה ח"ה: הראו אוטומט מחסנית שמקבל את השפה.  
אם השפה לא ח"ה: הוכיחו ע"י למת בר הלל

א.  $L = \{a^i b^j b^k \mid k \geq i + j\}$

ב.  $L = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \geq 0\}$

ג.  $L = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \geq 0\}$

ד.  $L = \{a^i b^{i^2} \mid i \geq 0\}$

בשפות שהן ח"ה, מספיק לצייר תרשים עבור אוטומט מחסנית. השתמשו במודל שנלמד בהרצאה ובתרגול שבו המצבים המקבלים מקבלים כל מילה (שמסתיימת במצב זה) **ללא תלות** במצב במחסנית.

### 2. סגירות שפות (25 נקודות)

נגדיר את הפעולה הבאה על שפה L:

$$\text{permu}(L) = \{w \mid \exists y \in L \text{ so that } w \text{ is a permutation of } y\}$$

כלומר כל המילים שקיימת עבורן מילה בשפה L שמורכבת מאותן אותיות (פרמוטציה או תמורה).

דוגמא, נניח ש  $L = \{aba\}$  אז  $\text{permu}(L) = \{aab, aba, baa\}$

- א. הוכיחו שהשפות הרגולריות לא סגורות לפעולה  $\text{permu}(L)$ .  
**הדרכה:** הניחו בשלילה שהשפות הרגולריות סגורות לפעולה והגיעו לסתירה ע"י פעולות ששפות רגולריות סגורות אליהן.  
ב. הוכיחו שהשפות ח"ה לא סגורות לפעולה  $\text{permu}(L)$ .  
**הדרכה:** הניחו בשלילה שהשפות סגורות לפעולה והשתמשו בשפות משאלות 1ב ו1ג ובתכונת החיתוך של שפות ח"ה עם שפה רגולרית על מנת להגיע לסתירה.

### 3. דקדוק תלוי הקשר (10 נקודות)

הגדירו דקדוק תלוי הקשר עבור השפה הבאה (מספיק רק לרשום את כללי הגזירה):

$$L = \{a^i b^{2i} a^i \mid i \geq 1\}$$

### 4. מכונת טיורינג (20 נקודות)

תהי השפה  $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$  מעל הא"ב  $\{0\}$  תארו בפסאודו קוד אלגוריתם של מ"ט המקבלת את השפה וציירו תרשים של המכונה.

5. (10 נקודות)

תהי השפה הבאה מעל הא"ב  $\{a, b, \#\}$ :

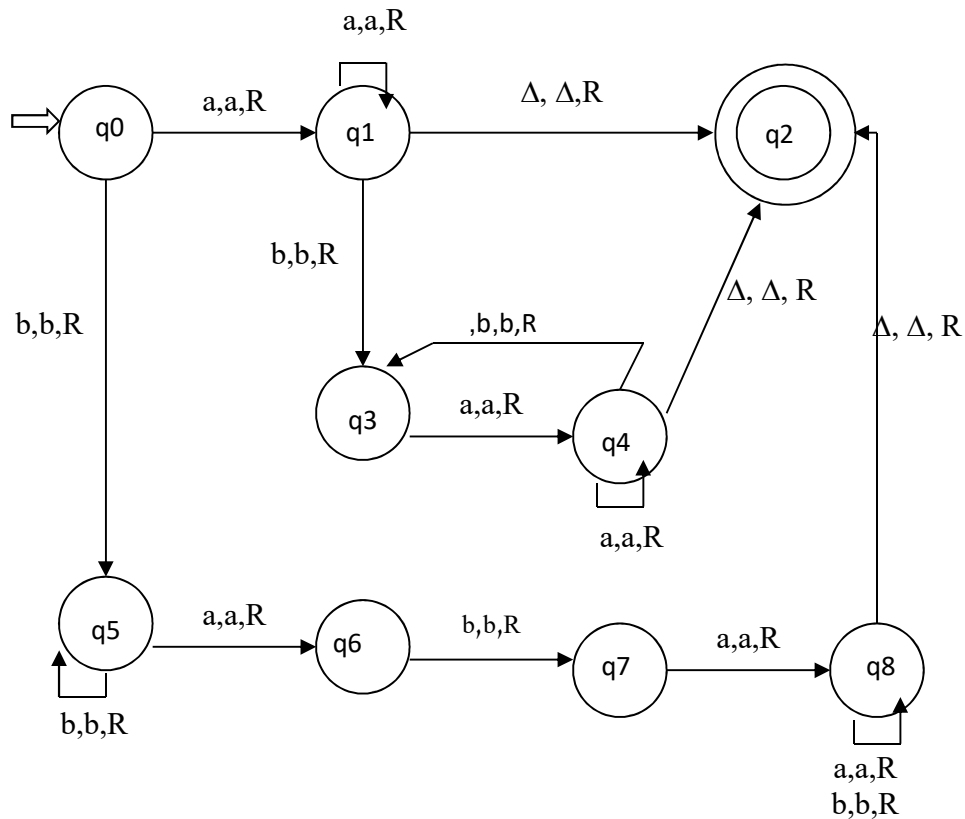
$$L = \{x\#y \mid x \text{ is a substring of } y \wedge x, y \in \{a, b\}^*\}$$

Substring = תת מחרוזת- רצף של תווים מהמילה (למשל תתי המחרוזת של המילה bab הן b, ba, ab, bab)

תארו בפסאודו קוד אלגוריתם למכונת טיורינג דטרמיניסטית המקבלת את השפה. **אין צורך** לצייר את האוטומט או להגדיר את המעברים בטבלה.

6. 10 נקודות

נתונה מכונת טיורינג המקבלת כקלט מילים מהא"ב  $\{a, b\}$  כאשר התו  $\Delta$  מופיע לפני ואחרי הקלט אינסוף פעמים.



- א. הצג מסלול חישוב של המכונה ע"י קונפיגורציות עבור כל אחת מהמילים הבאות:  
 (1 a (2 abbab (3 aaababaabaa
- ב. מהי השפה המתקבלת ע"י מכונה זו.