

《拓扑学基础》HW 8 提交时间：5/28/2019，周二

1. 若 X 是 T_0 和正则空间，则 X 是 T_2 空间.
2. 设 X 满足 T_1 公理，证明： X 中任意子集的导集是闭集.
3. 设 X 是 Hausdorff 空间， $f: X \rightarrow Y$ 连续，则 f 的图像 $G = \{(x, f(x)) | x \in X\}$ 是 $X \times Y$ 的闭子集.
4. 设 X 是正则空间， F 为 X 的闭子集， $x \notin F$ ，证明：存在 F 和 x 的开邻域 U 和 V ，使得 $\overline{U} \cap \overline{V} = \emptyset$.
5. 证明：设 $f: X \rightarrow Y$ 是同胚映射， X 是正则空间，则 Y 也是正则空间.
6. 设 \mathbb{R} 上的通常拓扑为 \mathcal{U} . 令

$$\mathcal{T} = \{U \setminus E \mid U \in \mathcal{U}, E \in \mathbb{Q}\}$$

证明：

- (a). \mathcal{T} 是实数集 \mathbb{R} 上的一个拓扑；
- (b). 拓扑空间 $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$ 是 Hausdorff 空间；
- (c). 拓扑空间 $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$ 不是正则空间. (提示：参考熊金城《点集拓扑讲义》第四版 173 页，例 6.2.2，再根据我课堂提示)