

## 《拓扑学基础》HW 3 提交时间：04/02/2019，周二

1. 设  $\mathcal{T}$  是  $X$  上的拓扑， $A$  是  $X$  的一个子集，规定：

$$\mathcal{T}' = \{A \cup U \mid U \in \mathcal{T}\} \cup \{\emptyset\}$$

证明： $\mathcal{T}'$  也是  $X$  上的拓扑.

2. 设集合  $X = \{a, b, c\}$ ，请给出  $X$  上的所有可能的拓扑.

3. 设  $\mathbb{Z}^+$  是全体正整数的集合，令  $\mathfrak{T}$  表示满足如下条件的集合  $U$  构成的集簇：

“若  $n \in U$ ，则  $n$  的每个因数都在  $U$  中”

证明：

(a).  $\mathfrak{T}$  是  $\mathbb{Z}^+$  上的一个拓扑.

(b).  $A = \{n \in \mathbb{Z}^+ \mid n > 1\}$  是闭集吗？全体正的奇数的集合是开集合吗？请给出证明或说明.

4. 分别定义  $\rho_1, \rho_2 : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  为：

$$\rho_1(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$$

$$\rho_2(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$$

证明：

(a).  $\rho_1, \rho_2$  都是集合  $\mathbb{R}^2$  上的度量.

(b). 画出在  $\rho_1, \rho_2$  度量下单位圆周的图形.