

西南交通大学 2017—2018 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 6000262 课程名称 常微分方程 A (B 卷) 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	总成绩
得分								

阅卷教师签字：_____

一、求解下列方程（每小题 10 分，共 30 分）

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1}$

(2) $(3x + 6xy + 3y^2)dx + (2x^2 + 3xy)dy = 0$

$$(3) \quad y' = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - x \frac{dy}{dx} + \frac{x^2}{2}$$

二、（本题 10 分）求微分方程初值问题

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad R: -0.5 \leq x \leq 0.5, -1 \leq y \leq 1$$

解的存在区间，并求第二次近似解。

三、(本题 15 分) 求微分方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 4x = \cos 2t$$

的通解。

四、(本题 15 分) 求方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + z \\ \frac{dz}{dt} = x + y \end{cases}$$

的通解。

五、(本题 10 分) 研究方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - x^3 \\ \frac{dy}{dt} = x - y^3 \end{cases}$$

零解的稳定性。

六、(本题 10 分) 确定方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -y \end{cases}$$

奇点的类型和稳定性，并画出相图。

七、(本题 10 分) 假设 $x_1(t) \neq 0$ 是二阶齐次线性微分方程

$$x'' + a_1(t)x' + a_2(t)x = 0$$

的解, 这里 $a_1(t)$ 和 $a_2(t)$ 于区间 $[a, b]$ 上连续。证明 $x_2(t)$ 为方程的解的充要条件是

$$W'[x_1, x_2] + a_1 W[x_1, x_2] = 0.$$