

《拓扑学基础》HW 5 提交时间：04/16/2019，周二

1. 设  $A, B$  都是拓扑空间  $X$  的子集，并且  $A$  是开集. 证明:  $A \cap \overline{B} \subset \overline{A \cap B}$
2. 若  $A, B$  都是拓扑空间  $X$  的稠密子集，并且  $A$  是开集，则  $A \cap B$  也是  $X$  的稠密子集.
- 3\* 设  $X$  是任一拓扑空间，则  $X$  的每个子集的导集是闭集  $\iff X$  的每个单点集的导集是闭集. (如你有困难，可选做下面一题)
3. 度量空间的每个子集的导集是闭集.
4. 设  $(X, \mathcal{T})$  是一个拓扑空间， $\infty$  是任何一个不属于  $X$  的元素. 令

$$X^* = X \cup \{\infty\}$$

$$\mathcal{T}^* = \{A \cup \{\infty\} \mid A \in \mathcal{T}\} \cup \{\emptyset\}$$

证明：

- (a).  $(X^*, \mathcal{T}^*)$  是一个拓扑空间.
- (b).  $(X^*, \mathcal{T}^*)$  是可分的拓扑空间. (提示：证明单点集  $\{\infty\}$  是拓扑空间  $(X^*, \mathcal{T}^*)$  的稠密子集)