

《拓扑学基础》 HW 9 提交时间：6/4/2019，周二

1. 设 X 是正规空间, A, B 为 X 的闭子集, $A \cap B = \emptyset$, 证明: 存在 A 和 B 的开邻域 U 和 V , 使得 $\overline{U} \cap \overline{V} = \emptyset$.
2. 证明: 设 $f: X \rightarrow Y$ 是满的闭连续映射, X 是正规空间, 则 Y 也是正规空间.
3. 设 X 是正规空间, A 为 X 的闭子集. 证明: 对任何一个连续映射 $f: A \rightarrow [0, 1]^n$, 有一个连续映射 $g: X \rightarrow [0, 1]^n$ 是映射 f 的扩张.
4. 证明: 设 $f: X \rightarrow Y$ 是同胚映射, X 是完全正则空间, 则 Y 也是完全正则空间.
5. 设 X 是一个拓扑空间, 证明: X 是一个 Tychonoff 空间 \iff 对任何 $x \in X$ 和任何一个不包含点 x 的闭集或单点集 A , 存在一个连续映射 $f: A \rightarrow [0, 1]$, 使得 $f(x) = 0$ 和对于任何 $a \in A$ 有 $f(a) = 1$.