

第一节

第四章

随机变量序列的两种收敛性



研究目的和意义



1. 问题的提出

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

$$P\{S_n \leq a\} = ? \approx P\{Y \leq a\}$$

2. 随机变量序列的两种收敛性

- 依概率收敛 —— 大数定律
- 按分布收敛 —— 中心极限定理

— 刘 颖 —

SWJTU

一、依概率收敛



1. 基本概念

若对任意的 $\varepsilon > 0$, 有 $\lim_{n \rightarrow +\infty} P\{|Y_n - Y| < \varepsilon\} = 1$

则称随机变量序列 $\{Y_n\}$ 依概率收敛于 Y , 记为

$$Y_n \xrightarrow{P} Y$$

2. 依概率收敛的含义

— 刘 颖 —

SWJTU

一、依概率收敛



3. 依概率收敛的性质

定理 若 $X_n \xrightarrow{P} a, Y_n \xrightarrow{P} b$

则 $\{X_n\}$ 与 $\{Y_n\}$ 的加、减、乘、除

依概率收敛到 a 与 b 的加、减、乘、除

— 刘 颖 —

SWJTU

二、按分布收敛及弱收敛



问题: 对于分布函数列 $\{F_n(x)\}$, 点点收敛要求太高

1. 基本概念

定义 若在 $F(x)$ 的连续点上都有

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n(x) = F(x)$$

则称 $\{F_n(x)\}$ 弱收敛于 $F(x)$, 记为

$$F_n(x) \xrightarrow{W} F(x)$$

相应地 $X_n \xrightarrow{L} X$ —— 按分布收敛

— 刘 颖 —

SWJTU

二、按分布收敛及弱收敛



2. 按分布收敛与依概率收敛的关系

定理 $X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{L} X$

定理 $X_n \xrightarrow{P} a \Leftrightarrow X_n \xrightarrow{L} a$

— 刘 颖 —

SWJTU