

2019回归分析之随堂测验一，45分钟

第一题，设 $y_i, i = 1, \dots, n$ 来自于正太总体 $N(\mu, \sigma^2)$ ，根据线性回归模型的理论，证明 \bar{y} 与 $S_y = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ 相互独立。

第二题，设

$$\begin{aligned} y_i &= \theta + e_i, i = 1, \dots, n, \\ y_{n+i} &= \theta - \phi + e_{n+i}, i = 1, \dots, n, \\ y_{2n+i} &= \theta + 2\phi + e_{2n+i}, i = 1, \dots, t, \end{aligned}$$

其中 θ, ϕ 是未知参数， $\{e_i, i = 1, \dots, 2n + t\}$ 相互独立且服从 $N(0, \sigma^2)$ 。

1)、写出设计矩阵 \mathbf{X} ;

2)、当 $n = 2t$ 时，证明最小二乘估计 $\hat{\theta}$ 与 $\hat{\phi}$ 相互独立，写出 $\hat{\theta}$ 与 $\hat{\phi}$ 的表达式。

2019回归分析之随堂测验一，45分钟

第三题，从黄老师去年回归分析的班级中随机抽取10名同学的半期考试成绩数据， y 代表半期考试占综合成绩的分数， $x_1=1$ 代表女生， $x_1=0$ 代表男生； x_2 的数值代表随堂测验级别(1级最好)， $x_2=5$ 就是随堂测验得0至20分，以此类推。

| | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| y | 14.3 | 10.7 | 13.1 | 10.9 | 11.1 | 13.2 | 12.9 | 11.2 | 11.2 | 9.7 |
| x_1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x_2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

1)、以 y 为响应变量， x_1 和 x_2 为解释变量建立二元线性回归模型，写出设计矩阵 \mathbf{X} ，并求出最小二乘估计 $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)^\top$;

2)、求出 $D(\hat{\beta})$ 的估计值，并对 $H_0: \beta_1 + 2\beta_2 = 0$ 做检验。