

《拓扑学基础》HW 7 提交时间：05/21/2019，周二

1. 设 X 和 Y 是两个拓扑空间， $f: X \rightarrow Y$ 是一个商映射. 定义集合:

$$A = \{(x, y) \in X^2 | f(x) = f(y)\}$$

证明: (a) A 是 X 中的一个等价关系. (b) Y 同胚与商空间 X/A .

2. 定义映射 $p: [0, 1] \rightarrow S^1$ 如下:

$$p(t) = (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t)), \forall t \in [0, 1]$$

其中 S^1 为单位圆周. 证明:

(a) p 是满的连续闭映射;

(b) 若定义 $[0, 1]$ 上的一个等价关系 \sim 如下: $x \sim y \iff x = y$ 或 $\{x, y\} = \{0, 1\}$. 则商空间 $[0, 1]/\sim$ 与 S^1 同胚.

3. 设 X 与 Y 都是可分空间, 证明 $X \times Y$ 也是可分的.

4. 设 $\mathcal{B} = \{[a, b) | a, b \in \mathbb{R}, a < b\}$ 为实数集上 \mathbb{R} 的一个拓扑称为**实数下限拓扑**, 记为 \mathbb{R}_l , 证明:

(a) \mathbb{R}_l 满足 C_1 公理.

(b) \mathbb{R}_l 是可分空间。

(b) \mathbb{R}_l 不满足 C_2 公理.