【例 1】 函数 $y=2\sin(3x+\frac{\pi}{6}), x\in\mathbb{R}$ 的最小正周期是 ( )

A. 2π B. π C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

【解】$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3}$, 故选 B.

【例 2】 已知 $y=A\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 π, 则函数 $f(x)$ 的图像 ( )

A. 关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称 B. 关于直线 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称

C. 关于点 $(\frac{\pi}{4},0)$ 对称 D. 关于点 $(\frac{\pi}{8},0)$ 对称

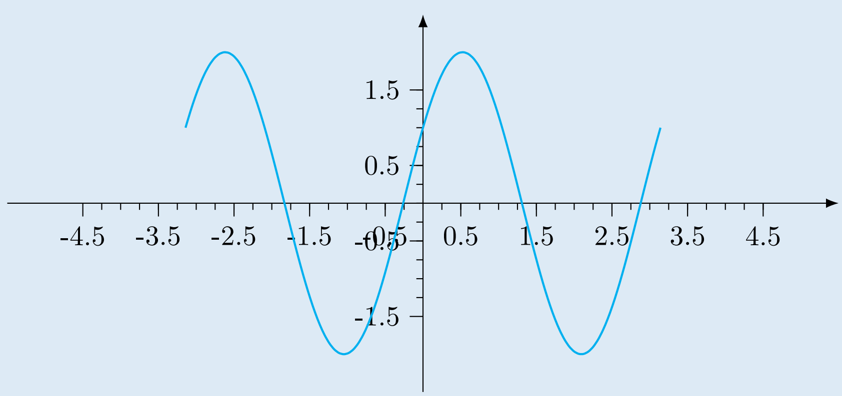
【解】由函数 $y=A\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为 π, 可得 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$, 求得 $\omega=2$, $y=A\sin(2x+\frac{\pi}{3})$. 由于当 $x=\frac{2k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}=k\pi+\frac{\pi}{8}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值为 1, 故函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称, 故选 B.

【例 3】 设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A\neq 0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的图像关于直线 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称, 它的最小正周期为 π, 则 ( )

A. $f(x)$ 的图像过点 $(0,\frac{1}{2})$ B. $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{2\pi}{3}\right]$ 上是减函数

C. $f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{5\pi}{12},0)$ D. $f(x)$ 的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{6},0)$

【解】由题意可得 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$, 所以 $\omega=2$, 可得 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$. 再由函数关于 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称, 故 $\frac{2\pi}{3}=\frac{k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi}{\omega}=\frac{k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi}{2}\Rightarrow\varphi=k\pi+\frac{\pi}{6}$, 取 $\varphi=\frac{\pi}{6}$, 故函数 $f(x)=A\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.
函数图像如下:



根据公式 $\left[\frac{2k\pi+\frac{\pi}{2}-\phi}{\omega},\frac{2k\pi+\frac{3\pi}{2}-\phi}{\omega}\right]$ 可求得函数的减区间为 $[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}]$, B 错. 由于 A 不确定, 故选项 A 不正确. 对称中心为 $(\frac{k\pi-\phi}{\omega},0)$, 即 $(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},0)$, $k=1$ 时, 选项 C 正确. 选项 D 不正确.