第3讲 初等函数运算

3 - 2 三角函数运算

- 3-1节中介绍的几个函数例如：Expand、Cancle、Together 等也适用于三角函数运算，但运算过程中并没有用三角函数公式进行简化， 函数中设置Trig->True 选项，使之可以将三角函数恒等式与这些运算结合起来.

- 例如

```
Cancel[Sin[x] / (1 - Cos[x]^2)]
```

```
Cancel[Sin[x] / (1 - Cos[x]^2), Trig → True]
```

```
Together[Sin[x]^2 / (1 - Cos[x]^2) + Cos[x]^2 / (1 - Sin[x]^2)]
```

```
Together[Sin[x]^2 / (1 - Cos[x]^2) + Cos[x]^2 / (1 - Sin[x]^2), Trig → True]
```

- Trig->True 同样适用于双曲函数.

```
Expand[(Cosh[x]^2 + Sinh[x]^2) (Cosh[x]^2 - Sinh[x]^2)]
```

```
Expand[(Cosh[x]^2 + Sinh[x]^2) (Cosh[x]^2 - Sinh[x]^2), Trig → True]
```

3-2-1 适用于三角函数的特殊函数

- TrigExpand[expr]三角函数和差化积
- TrigFactor[expr]三角函数因式分解
- TrigFactorList[expr]三角函数因子列表
- TrigReduce[expr]三角函数积化和差
- TrigToExp[expr]化三角函数为指数函数
- ExpToTrig[expr]化指数函数为三角函数

```
Expand[Sin[x] + Sin[2 x] + Sin[3 x], Trig → True]
```

```
TrigExpand[Sin[x]+Sin[2x]+Sin[3x]]
```

```
TrigFactor[Sin[x]+Sin[2x]+Sin[3x]]
```

```
TrigFactorList[Sin[x]+Sin[2x]+Sin[3x]]
```

```
TrigReduce[Sin[x]Sin[2x]Sin[3x]]
```

```
TrigToExp[Sin[x]+Sin[2x]+Sin[3x]]
```

```
ExpToTrig[(-1)^x]
```

例题：求和并化简 $\frac{\text{Cos}[x]}{1+\text{Sin}[x]}+\text{Tan}[x]$

```
Together[Cos[x]/(1 + Sin[x]) + Tan[x], Trig → True]
```

```
TrigReduce[%]
```

例题：构造 Sin[nx], Cos[nx]的n倍角公式表, n=2,3,4

```
A = Table[{n, TrigExpand[Sin[n x]], TrigExpand[Cos[n x]]}, {n, 2, 4}]
```

```
TableForm[A, TableHeadings → {None, {"n", "sin nx", "cos nx"}}]
```

3-2-2表达式化简

- Simplify[expr] 化简表达式expr
- Simplify[expr,assum] 依据假设assum化简表达式expr
- FullSimplify[expr] 深入化简表达式expr
- FullSimplify[expr,assum] 依据假设assum深入化简表达式expr
- Assuming[assum,expr] 依据假设assum执行表达式expr

```
Simplify[x^2 + 3 (x + 2 / 3)]
```

```
FullSimplify[x^2 + 3 (x + 2 / 3)]
```

```
Simplify[(x + y) / 2 > Sqrt[x * y], x > y > 0]
```