第4讲 微积分

4 - 2 微商和微分

4-2-1 微商（导数）

- 计算导数的命令是D[f, x] 和D[f, {x, n}]
  分别表示 f'(x) 和$f^{(n)}(x)$。
- 计算导数和偏导数是同一命令。
  如果f是一元函数，*D*[*f*, *x*] 表示 $\frac{df}{dx}$
  如果f是多元函数，*D*[*f*, *x*] 表示 $\frac{\partial f}{\partial x}$
- 微商函数的常用形式如下
  - D[f, x]　偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}$
  - D[f, x1, x2, …, xn]　高阶偏导数 $\frac{\partial^n f}{\partial x1\, \partial x2 \ldots \partial xn}$
  - D[f, {x, n}]　n阶导数 $\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$
  - D[f, x, NonConstants → {y1, y2, ..., ym}]
    复合函数的偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}$，y1，...，ym是x的函数
  - D[f, {{x, y, z, ...}}]　偏导向量 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \ldots\right)$

```
D[x^n, x]
```

```
D[x^n, {x, 2}]
```

```
D[z (x^2 + y^2), x, y]
```

```
D[z (x^2 + y^2), {x, 2}]
```

```
D[z (x^2 + y^2), {{x, y}}]
```

```
D[z (x^2 + y^2), {{x, y, z}, 2}] (*Hesen 矩阵*)
```

```
D[z (x^2 + y^2), {x}, {y},
 NonConstants → {z}]
```

例1：求函数 $f(x) = \sin\left(x^2 + \sqrt{x}\right)$ 在x = 2 的导数

```
D[Sin[x^2 + Sqrt[x]], x] /. → 2
```

```
f[x_] := Sin[x^2 + Sqrt[x]];
f'[2]
```

在表达式中也能使用微积分中计算导数的单引号标记。请注意表示求导符号的单引号要求在英文输入状态下

例2：使用数学求导符号

```
Clear[f];
f[x_] := Sin[x^2];
f[x] + f'[x] + f''[x]
```

4-2-2 全微分

- 在Mathematica中，D[f, x] 计算变量为f关于x的偏导数，
  系统默认f 中的其它变量与 x无关；
- Dt[f]　给出f的全微分形式
- Dt[f, x] 给出f的全导数，系统默认
  f 中所有变量是 x 的函数。
- 对于f中不依赖于x的常量，要用选项
  Constants -> {常量1, 常量2, ...} 作出说明。

```
D[x^2 + y^2, x]

Dt[x^2 + y^2, x]
Dt[x^2 + y^2, x, Constants → {y}]

Dt[x^2 + y^2]

Dt[x^2 + y^2 + z^2, {x, 2}]
```

例3：x, y的函数关系由参数方程 $x = 2t^2$, $y = \mathrm{Sin}(t)$ 确定，求 y 关于 x 的二阶导数。

```
x[t_] := 2 * t^2; y[t_] := Sin[t];

dx := D[x[t], t]
dy := D[y[t], t]
d1 = dy / dx

Y[t_] := dy / dx
d2 = D[Y[t], t] / D[x[t], t]
```