



Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

# Problema de Paridade em autômatos celulares unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.

71412840@mackenzista.com.br, zorandir@gmail.com

Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Pedro Paulo Balbi de Oliveira

21 de outubro de 2014



# Introdução

## Autômatos Celulares

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

### Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

Autômatos Celulares (ACs) são idealizações matemáticas simples dos sistemas naturais. Eles consistem em um reticulado de campos discretos idênticos, onde cada campo pode assumir um conjunto finitos de, geralmente, valores inteiros. Os valores dos campos evoluem em tempo discreto de acordo com regras determinísticas que especificam o valor de cada campo de acordo com os campos das vizinhanças (WOLFRAM, 1994).



# Introdução

## Autômatos Celulares

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

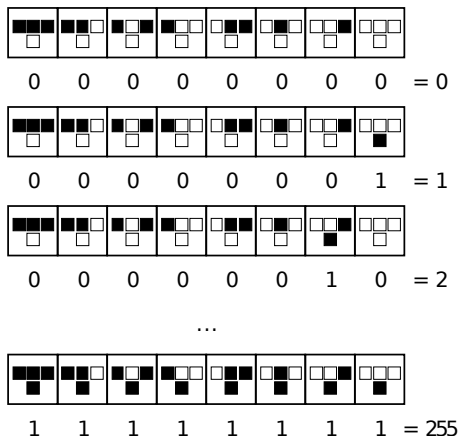


Figura: Notação de Wolfram para os autômatos celulares elementares.



# Introdução

## Autômatos Celulares

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

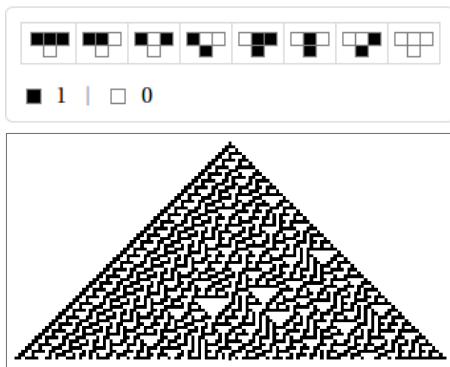
Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências



**Figura:** Regra 30 dos Autômatos Celulares Elementares.



# Introdução

## Autômatos Celulares

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

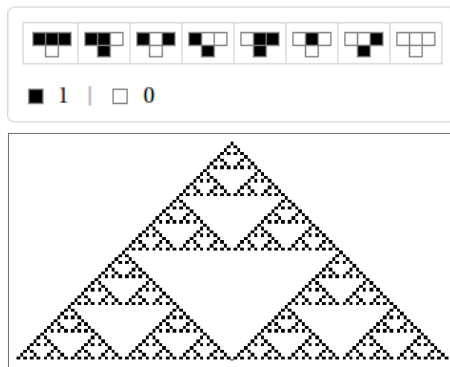
Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências



**Figura:** Regra 90 dos Autômatos Celulares Elementares.



# Introdução

## Problema de Paridade

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

### Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

O *Problema de Paridade* (PP). Neste problema a configuração inicial (entrada) deve ser classificada em uma entre duas classe, de acordo com a quantidade par de 1s ou não (a saída é, portanto, a paridade da entrada - par ou ímpar) (SIPPER, 1998).



# Introdução

## Problema de Paridade

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

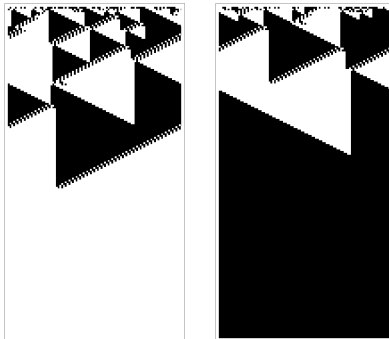
Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências



**Figura:** Exemplo de regra de paridade. A imagem a esquerda contém em sua entrada um número par de 1s. A da direita contém um número ímpar.



# Introdução

## Problema de Paridade

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.

71412840@mackenzista.com.br,

zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

| Índice | Número da regra                          | Índice | Número da regra                          |
|--------|--|--------|--|
| 1      | 32844767282699355002083435056434832408   | 51     | 29664129181656163272394269010903963920   |
| 2      | 29749274857708951128834583914357294896   | 52     | 296475381706932217088987437103489996962  |
| 3      | 29749404666615942546667605435108708272   | 53     | 296475057188107759278668089718071091984  |
| 4      | 297473276211074685927935207853005525136  | 54     | 29680833774271496352709240534971238880   |
| 5      | 29647497605848678040367253460474913040   | 55     | 2966412918172192836947176858886020112    |
| 6      | 29680825661306586228701569091211630906   | 56     | 29647497605848678040367253460474913040   |
| 7      | 296475057188069064207704754147140671760  | 57     | 29680825661306586228701569091211630906   |
| 8      | 296808337742676268456131767078781968656  | 58     | 296475625099271138830182306581427774224  |
| 9      | 296641291817180503298511130317935059888  | 59     | 296475057188488789250024273680748241680  |
| 10     | 29647497606064558118992057205935825108   | 60     | 296474976057831031839228748222994399904  |
| 11     | 296474976057869780723437423152862736     | 61     | 296661975438027475540107348678714404176  |
| 12     | 296475057187450094188063635490817821456  | 62     | 29666189430831035404454029317736987487   |
| 13     | 296641291816561623278867314280612740584  | 63     | 296661894308369719120677948116823036240  |
| 14     | 296474976058411306787911969989650654328  | 64     | 296661975437988790914245814237070302502  |
| 15     | 296808256613018511036336285601497342224  | 65     | 3285895366304950703136085988472858282244 |
| 16     | 2964750571881077498393512397879877648    | 66     | 328964340348163985296751953117489596676  |
| 17     | 29680833774271495406235943961042174544   | 67     | 3286310597955677001836369628286783748    |
| 18     | 296641291817219278924738802849574805776  | 68     | 32858961776007680303426186459524040964   |
| 19     | 296474976058449992414139598521025945872  | 69     | 3289644214777436943409251104155355396    |
| 20     | 296808256613057196662563914152607242708  | 70     | 328631140923137165185703864209533022408  |
| 21     | 296475057187488779914291307941457027344  | 71     | 3289644345418780655171180791515735591684 |
| 22     | 296474976057831022394495783483703005568  | 72     | 32863106486417345492270259468113258756   |
| 23     | 296474976057869783578587163337425154320  | 73     | 328964426548361041338520890920401350404  |
| 24     | 296475057187450169745927361324090913040  | 74     | 328964430481878480931854363546770304532  |
| 25     | 29664129181656168836731040194885841168   | 75     | 328631059793571276834660772148601604     |
| 26     | 2964749760584875359823697937481513448    | 76     | 32896443415113006911005083869687504132   |
| 27     | 2968082566130658784665529509645610384    | 77     | 3289644252897104552773910366833528252    |
| 28     | 2964750571880631307655117736148087232    | 78     | 32896442921030281038044698714388605700   |
| 29     | 29664129181718068856374856232275800336   | 79     | 32863113965550107678967632187976627272   |
| 30     | 296441129557981210895466809717539729680  | 80     | 3286310635965058867754627934657653508    |
| 31     | 29647497606064633678055783120276025616   | 81     | 3276144597664652599072006454903958212    |
| 32     | 29647505719051501084410581106941784336   | 82     | 327614459768941133985789420397481506372  |
| 33     | 2966412918169084846295817120525014706    | 83     | 327281179214335057374011353628917344     |
| 34     | 29647497605783109795235058397976187152   | 84     | 3272810980822341816159000057629630940    |
| 35     | 296641129558018986521694464656992801152  | 85     | 32761445976897498908783616614073480772   |
| 36     | 29647505718810782539179884993120078006   | 86     | 32728117921436778566035032979451147844   |
| 37     | 296641291817219354482602528763915008224  | 87     | 327614378630317252488943091156319548996  |
| 38     | 2964749760584906707203324435366146380    | 88     | 32728109808471002824055480321697216908   |
| 39     | 29680825661305722220427640067007443216   | 89     | 3272810980822728337815767310757509828    |
| 40     | 296474976060625048050628128180827058448  | 90     | 327614378636880038036581988739516806724  |
| 41     | 297494047933810020972540523993508070160  | 91     | 327281179211853219554978710945412608544  |
| 42     | 29647497605848687485100219199706127376   | 92     | 3276144597664604210392218672618295444    |
| 43     | 296808256613065817353543483187424272     | 93     | 327614378630353918115170763687958754884  |
| 44     | 296475625099284456469961520876111892     | 94     | 327281098084781738676247883336121966     |
| 45     | 296475057188069073652440417136631886006  | 95     | 327614459768963031282510963674624513604  |
| 46     | 296808337742676277900864732818073182992  | 96     | 327281179214329100034122674840002180676  |
| 47     | 296641291817180602743244096057226814224  | 97     | 29724411959943344940032608614539593636   |
| 48     | 2964753817063132470003405728665013725712 | 98     | 2972441610614257492406939861622812854180 |
| 49     | 296474976057869771465456463132443277072  | 99     | 297241230072909720682011620782643515876  |
| 50     | 2964750571874501336292696110109035792    |        |  |

**Figura:** Regras inicialmente consideradas por Betel, Oliveira e Flocchini (2013) com a possibilidade de serem perfeitas para o PP em raio 3





# Introdução

## Problema de Paridade

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

**Tabela:** Regras com a possibilidade de serem perfeitas para o PP em raio 3 de acordo com Betel, Oliveira e Flocchini (2013)

| Índice | Número da regra                         |
|--------|---|
| 2      | 297492748577089511288345839143552794896 |
| 3      | 297494046666159425466677605435168768272 |
| 4      | 297473276211074685927935207853055525136 |
| 41     | 297494047933810020972540523993508070160 |
| 81     | 327614459766465259907200645449039558212 |
| 82     | 327614459768941139985789420397481506372 |
| 83     | 327281179214333935737401133562859173444 |
| 84     | 327281098082234148161930000576236303940 |
| 85     | 327614459768974989908738616614073480772 |
| 86     | 327281179214367785660350329779451147844 |
| 87     | 327614378639317232488943091156319548996 |
| 88     | 327281098084710028240554804321697216068 |
| 89     | 327281098082272833788157673107875509828 |
| 90     | 327614378636880038036581988739516806724 |
| 91     | 327281179211853219955497871094541268548 |
| 92     | 327614459766460424203922186726182565444 |
| 93     | 327614378639355918115170763687958754884 |
| 94     | 327281098084748713866782476853336421956 |
| 95     | 327614459768936304282510961674624513604 |
| 96     | 327281179214329100034122674840002180676 |



# Objetivo e Hipótese

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

**Hipótese** As 20 regras restantes, de raio 3, candidatas a resolver o PP para tamanhos primos de reticulado também são imperfeitas, ou seja, não resolvem o PP para toda e qualquer configuração inicial.

**Objetivo**

- Estudar o PP para reticulados unidimensionais de dois estados e de raio 3 com base nos estudos de Betel, Oliveira e Flocchini (2013) e
- Encontrar, através da análise de padrões cíclicos, as configurações iniciais que provem que as 20 regras restantes de raio 3 candidatas a resolver o PP para tamanhos primos de reticulado são imperfeitas, ou seja, confirmar a hipótese.



## Trabalhos Relacionados

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

- Sipper (1998) provou a impossibilidade de resolução do PP em AC Elementares.
- Lee, Xu e Chau (2001) mostraram que a utilização de mais de uma regra soluciona o PP.
- Betel, Oliveira e Flocchini (2013) provaram a impossibilidade de ACs de raio 2 solucionarem o PP, a existência de solução para raio 4 e evidências empíricas da não existência de solução do PP para raio 3.



Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

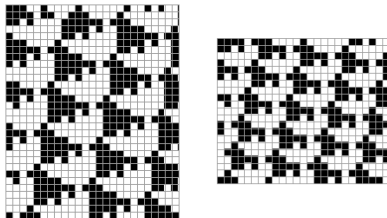
Resultados esperados

Referências

- Será utilizado uma heurística não probabilística com a análise de configurações iniciais e regimes cíclicos que previamente levaram à falha no problema de paridade.
- Essa mesma heurística foi utilizada Betel, Oliveira e Flocchini (2013) para se chegar as 20 regras estudadas.



Em (BETEL; OLIVEIRA; FLOCCHINI, 2013) essa heurística foi utilizada da seguinte forma: inicialmente foi encontrado uma CI de tamanho 83 que eliminava 55 das 99 regras. Depois, com base em dois padrões cíclicos nomeados pelos autores de “the big dog” e “the small dog” foi construído um CIs de tamanho 83 que fez com que 4 regras fossem descartadas.



**Figura:** Padrões cíclicos “the big dog” e “the small dog” de periodicidade 50 e 25 respectivamente.



Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

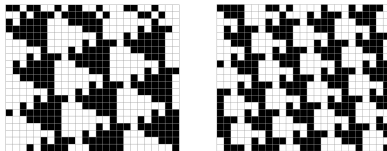
Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

Posteriormente, foi construído CIs de tamanho 83 com base em outros dois padrões cíclicos encontrados também em CIs de tamanho 25. Essa nova configuração encontrada descartou mais 16 regras.



**Figura:** Padrões cíclicos da segunda etapa de periodicidade 50 e 25 respectivamente.



# Metodologia

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

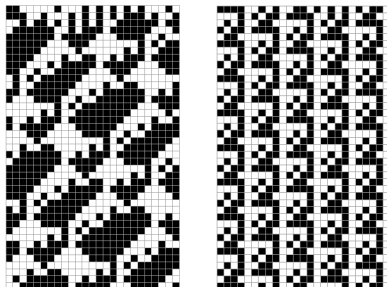
Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

Por fim, a análise de mais dois padrões cíclicos, que como os anteriores apareceram no reticulado de tamanho 25, foi construído uma CIs de tamanho 157 que descartou 4 regras, totalizando assim as 20 regras que faltam descartar.



**Figura:** Padrões cíclicos “the pair of brollies” e “the downward strip” de periodicidade 225 e 5 respectivamente.



# Resultados esperados

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

- Espera-se que através dessa heurística se consiga descartar o máximo possível de regras que hoje são consideradas como candidatas a resolver o problema de paridade. De preferência eliminando todas.
- Esse estudo também procura ajudar no entendimento de forma mais ampla e abstrata do PP para ACs de qualquer raio ou dimensão.
- Por fim, espera-se contribuir para o entendimento e externalização da heurística utilizada, que hoje pode ser caracterizada como um conhecimento tácito.





## Referências

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução


Objetivo e Hipótese


Trabalhos Relacionados


Metodologia


Resultados esperados

Referências

 BETEL, H.; OLIVEIRA, P. de; FLOCCHINI, P. Solving the parity problem in one-dimensional cellular automata. *Natural Computing*, Springer Netherlands, v. 12, n. 3, p. 323–337, 2013. ISSN 1567-7818. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11047-013-9374-9>>.

 LEE, K. M.; XU, H.; CHAU, H. F. Parity Problem With A Cellular Automaton Solution. *Computing Research Repository*, nlin.CG/01, 2001.

 SIPPER, M. Computing with cellular automata: Three cases for nonuniformity. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 57, p. 3589–3592, Mar 1998. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.57.3589>>.

 WOLFRAM, S. *Cellular Automata and Complexity: Collected Papers*. Addison-Wesley Publishing Company, 1994. (1-2150-A; Louisiana Barrier Island). ISBN 9780201626643. Disponível em: <<http://books.google.co.in/books?id=8u1EDgvtVhEC>>.



# Dúvidas

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

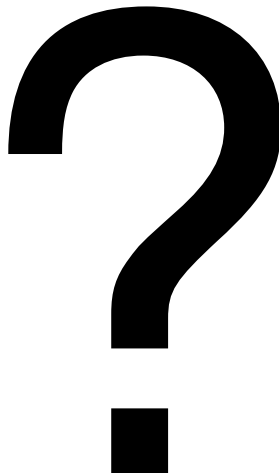
Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências





Obrigado

Problema de Paridade em  
autômatos celulares  
unidimensionais de raio 3

Zorandir Soares Jr.  
71412840@mackenzista.com.br,  
zorandir@gmail.com

Introdução

Objetivo e Hipótese

Trabalhos Relacionados

Metodologia

Resultados esperados

Referências

# Obrigado