

# МОЛЕКУЛСКО-КИНЕТИЧКА ТЕОРИЈА

## Увод

Физика као наука проучава основне особине материје, њену грађу, као и промене облика у којима материја може да се јави.

Два основна облика постојања материје су:

- супстанца
- физичко поље

Супстанца је оно од чега су састављена сва тела.

У природи има много супстанца различитих својстава.

- стакло - провидно и крто
- челик - непровидан и еластичан
- бакар - добар проводник
- керамика - лош проводник

Од давних времена људи су покушавали да схвате каква је унутрашња структура супстанце.

Демокрит - V век пре нове ере - све у природи се састоји од атома (атомос-недељив)

- данас се зна да није тако

- грумен кухињске соли - разбити у ситне делове
- кап воде - распршити у још ситније капљице

чини се да том ситњењу нема краја - није тако - до молекула

На основу резултата експеримената, током 18. и 19. века, дошло се до закључка да се материја састоји од атома и молекула.

Најситнији делићи који још увек задржавају особине посматраног тела зову се **молекули**.

Молекули се састоје од још ситнијих делића - **атома**.

Између молекула увек постоји празан простор - **међумолекуларни простор**. (различит за различите молекуле)

Неке супстанце су изграђене од атома исте врсте, неке од молекула са различитим атомима. Хемијски елементи су изграђени од атома исте врсте. Хемијска једињења су изграђена од молекула у чијем саставу су два или више различитих атома. Атоми се удружују у молекуле зато што су молекули стабилнији.

Молекули свих тела су у сталном, непрекидном кретању. Ово кретање је неуређено и у току кретања молекули се стално међусобно сударају. Кретање молекула је последица многобројних међусобних судара. Неуређено (хаотично) кретање молекула, атом и других честица назива се топлотно кретање.

У овом делу проучаваћемо молекулско-кинетичку теорију гасова.

Гасови су физички системи који садрже веома велики број молекула. У  $1\text{cm}^3$  ваздуха под нормалним условима (  $p = 101325\text{Pa} \approx 10^5\text{Pa}$  ,  $T = 273\text{K}$  ) има  $3 \cdot 10^{19}$  молекула<sup>1</sup>.

У физици постоје два основна теоријска приступа проучавању гасова:

- микроскопски - Молекулско – кинетичка теорија гасова
- макроскопски - Термодинамика

Разлика између ова два приступа је у следећем:

---

<sup>1</sup> пречник молекула гаса је реда величине  $10^{-10}\text{m}$

**Молекулско-кинетичка теорија** примењује основне законе механике на кретање молекула. Пошто има веома велики број молекула, не посматра се кретање сваког појединачног молекула. У проучавању користи се статистички метод, односно користе се средње вредности физичких величина које описује кретање великог броја молекула. Микроскопске физичке величине су средња брзина молекула и средња кинетичка енергија молекула. Значи, разматрају се кретања и узајамна деловања молекула и на тај начин се изводе закључци о својствима и понашању гаса као целине.

**Термодинамика** проучава својства гасова као целине без улажења у њихови молекулску структуру. Макроскопске физичке величине које се користе за описивање гаса као целине су: притисак, температура и запремина гаса. Ове физичке величине могу директно да се мере.

## **Топлота и температура – обнављање ОШ**

Карактеристичне величине које описују топлотне појаве:

- унутрашња енергија
- температура
- количина топлоте

Топлота је део енергије који са тела са вишом температуром прелази на тело са нижом температуром.

Енергија коју тело прими или отпусти у процесу топлотне размене назива се количина топлоте.

Приликом топлотне размене долази до промене температуре.

Температура је физичка величина којом се описује степен загрејаности тела.

Температура одређује смер преноса топлоте са једног тела на друго.

Температуру најчешће читавамо на **Целзијусовој скали**. Температура изражена у степенима целзијуса  $^{\circ}\text{C}$  обележава се малим латиничним словом  $t$ .

$$[t] = ^{\circ}\text{C}$$

Најнижа могућа температура је  $-273^{\circ}\text{C}$  и не постоји нижа температура, јер су на овој температури молекули у мировању – апсолутна нула.

Температура која се рачуна од апсолутне нуле назива се апсолутна температура. Обележава се великим словом  $T$ , а мери се у Келвинима – Келвин 1849. године.

$$[T] = \text{K}$$

$$0\text{K} = -273^{\circ}\text{C}$$

Ознаке:

$t$  – температура у  $^{\circ}\text{C}$

$T$  – температура у Келвинима (K)

Температура по Келвиновој скали (апсолутна температура) израчунава се тако што се броју 273 дода температура мерена по Целзијусовој скали.

$$T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$$

## Притисак – обнављање ОШ

Притисак се означава малим словом  $p$ .

$$p = \frac{F}{S}$$

Притисак је бројно једнак јачини силе која делује нормално на јединицу површине.

- јединица за силу Њутн (N)
- јединица за површину ( $m^2$ )

Јединица мере за притисак:  $\frac{N}{m^2}$  - њутн по квадратном метру.

Ова јединица се назива **паскал**, а означава се са **Pa**.

$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

$$[p] = Pa$$

## Количина супстанце

Количина супстанце је једна од 7 основних физичких величана. Означава се малим словом  $n$  (пошто се слово  $n$  врло често користи и за означавање бројева, користићемо ознаку  $n_m$ ), а јединица мере је  $mol$ .

$$[n_m] = mol$$

Број молекула које садржи један мол било које супстанце је исти и назива се Авогадров број.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$$

Количина супстанце једнака је количнику укупног броја молекула ( $N$ ) и Авогадровог броја:

$$n_m = \frac{N}{N_A}$$

Веома важна величина у молекуларној физици је моларна маса. Маса једног мола супстанце назива се моларна маса<sup>2</sup>. Моларна маса се означава великим словом  $M$ , а јединица је килограм по молу:

$$[M] = \frac{kg}{mol}$$

Количина супстанције једнака је количнику масе гаса и његове моларне масе:

$$n_m = \frac{m}{M}$$

Значи:

$$n_m = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

Концентрација молекула представља количник укупног броја молекула и запремине у којој се они налазе:

$$n_0 = \frac{N}{V}$$

$$[n_0] = \frac{1}{m^3}$$

---

<sup>2</sup> Атомска маса (маса једног мола атома) у периодном систему елемената дата је у грамима по молу

$\left( \frac{g}{mol} \right)$

## РАСПОДЕЛА МОЛЕКУЛА ГАСА ПО БРЗИНАМА

Молекули свих тела су у сталном, непрекидном кретању. У чврстом телу јаке привлачне силе држе молекуле, па је кретање сведено на слабо осциловање око положаја у којима се налазе. У течностима делују слабије силе, па молекули могу да се крећу кроз течност. Код гасова су међумолекулске силе веома слабе, тако да молекули могу да се крећу знатно брже.

У току кретања молекули се стално међусобно сударају. Кретање молекула је последица многобројних међусобних судара. Брзине молекула су различите по вредности, правцу и смеру.

Прву експерименталну потврду кретања молекула дао је шкотски ботаничар Роберт Браун 1827. године.

У гасовима су молекули веома слабо међусобно повезани, тако да можемо да сматрамо да се између судара крећу слободно у односу на друге молекуле. Због великог броја судара сваког молекула са другим молекулима гаса и промене брзине после сваког судара, кретање молекула посматрано током неког временског интервала делује хаотично. Такво хаотично кретање назива се топлотним кретањем молекула гаса<sup>1</sup>.

Иако је кретање молекула неуређено, иако се вредности брзина мењају при сваком судару, постоје одређени закони оваквог кретања, постоји нека правилна расподела молекула по брзинама.

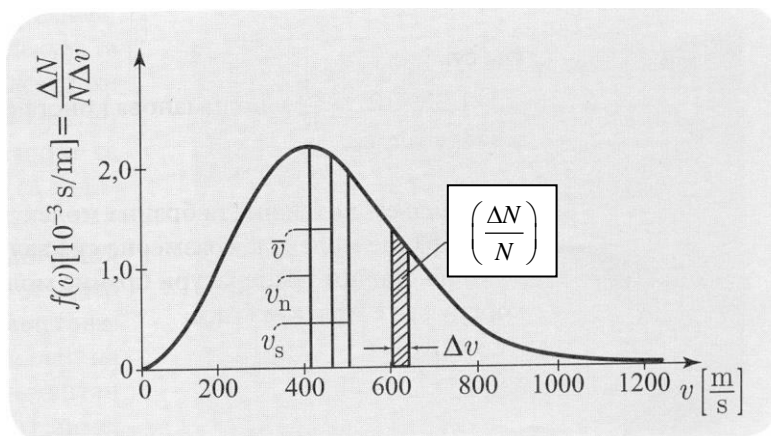
Максвел је 1860. године теоријски извео закон расподеле молекула по брзинама:

$$f(v) = \frac{\Delta N}{N \Delta v}$$

---

<sup>1</sup> Топотно кретање молекула одвија се у свим агрегатним стањима. На њега утичу температура и привлачне силе које делују између молекула.

Функција расподеле  $f(v)$  представља релативни број молекула  $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)$  по интервалу брзине  $\Delta v$ . Значи, закон расподеле брзина молекула даје релативан број молекула гаса у некон интервалу брзина у сваком тренутку.

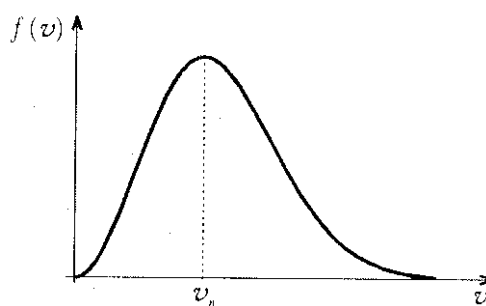


$N$  – укупан број молекула гаса

$\Delta v$  – мали интервал брзине

$\Delta N$  – број молекула чије се брзине налазе у бесконачно малом интервалу  $[v, v+\Delta v]$

Релативни број молекула  $\left(\frac{\Delta N}{N}\right)$  који имају брзину у интервалу представљен је осенченом површином на графику. Значи, укупна површина испод криве расподеле једнака је јединици.



Највероватнија брзина  $v_n$  – брзина коју има највећи број молекула. При овој брзини функција  $f(v)$  има максималну вредност.



Расподела молекула по брзинама представља се помоћу три статистички одређене брзине: највероватнија брзина молекула, средња брзина молекула и средња квадратна брзина молекула.

На основу функције расподеле (сложена математика) може да се одреди највероватнија брзина молекула:

$$v_n = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

$k$  – Болцманова константа  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$T$  – апсолутна температура

$m_0$  – маса једног молекула

У сваком тренутку молекули гаса имају бесконачно много различитих брзина, односно бесконачно много кинетичких енергија. Немогуће је истовремено посматрати бесконачно много различитих вредности па се узима средња брзина молекула<sup>2</sup>:

$$v_s = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

Средња квадратна брзина молекула<sup>3</sup> – брзина која одговара средњој кинетичкој енергији:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Све средње вредности брзина  $v_n, v_s, \bar{v}$  зависе од температуре гаса и масе молекула од којих се гас састоји.

- сразмерне  $\sqrt{T}$

$$^2 v_s = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}$$

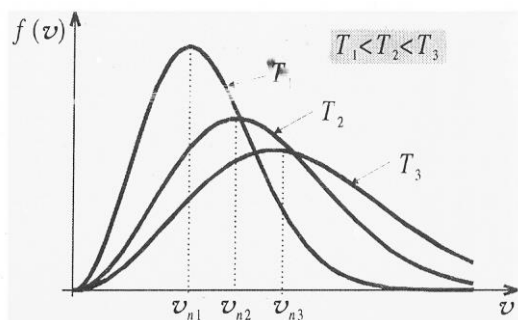
средња брзина молекула

$$^3 \bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$$

средња квадратна брзина молекула

- обрнуто сразмерне  $\sqrt{m_0}$

Расподела молекула по брзинама зависи од температуре – при загревању гаса повећавају се кинетичке енергије тј. брзине молекула.



При загревању повећава се вредност највероватније брзине, али се смањује број молекула који имају ту брзину. Максимум расподеле молекула по брзинама на графику помера се према већим брзинама.

При загревању повећава се број молекула са већим брзинама.

На основу:  $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$

$$\bar{v}^2 = \frac{3kT}{m_0}$$

$$m_0 \bar{v}^2 = 3kT / : 2$$

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

Закључак: Сви гасови на истој температури, без обзира на врсту, имају једнаке средње кинетичке енергије молекула.

Ова веза има једно изузетно значајно тумачење за разумевање физике гасног стања, а то је: што је температура гаса већа, то је већа и кинетичка енергија његових молекула, што опет значи да су молекули у топлијем гасу бржи, а у хладнијем спорији.

## ДИФУЗИЈА

Оглед:

У стаклену чашу сипајте чисту воду (до пола чаше). Поставите у чашу левак, који је уроњен до дна чаше. У левак сипајте обојену течност (може мастило). Мастило се налази на дну чаше. После неког времена, течности ће се помешати.

Оглед:

У тањир са водом ставите коцку шећера – после неког времена вода ће свуда бити подједнако слатка.

Појава при којој се супстанце мешају без спољашњег утицаја назива се дифузија.

Дифузија је појава узајамног продирања једне супстанце у другу.

Дифузија се одвија и у гасовима и чврстим телима.

У гасовима много брже него у течностима, јер су молекули гаса покретљивији (ширење мириса по просторији).

Дифузија молекула чврстих тела је веома спора. Пример: када се добро исполиране плочице бакра и злата ставе једна преко друге и добро притисну пресом, после више година на споју бакра и злата формира се легура, која садржи оба метала (дебљина 0,001 mm)

Дифузија се непрестано одвија у природи. Она је важна за исхрану ћелија биљака и животиња.

Дифузија је узрок стварања раствора, мешања гасова....

Брзина дифузије расте са температуром, што је разумљиво пошто је на вишим температурама већа брзина молекула.

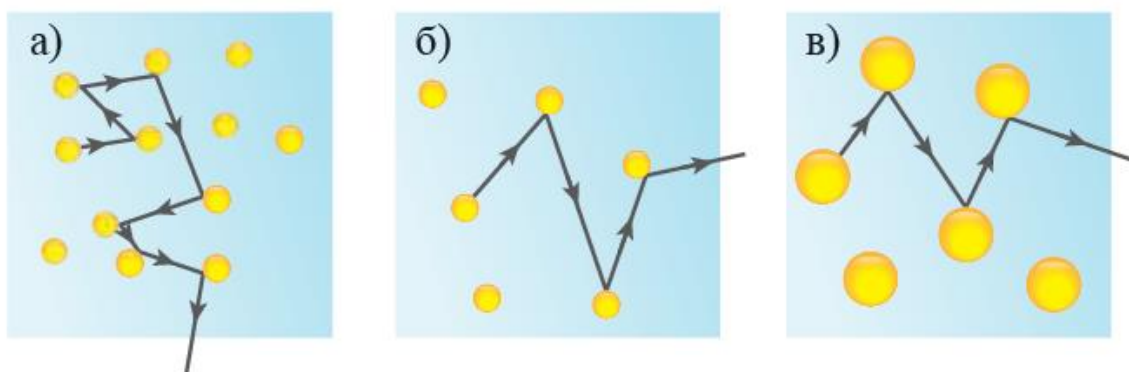
Бруина дифузије зависи од концентracије молекула супстанци које дифундују и од највероватније брине молекула.

## СРЕДЊИ СЛОБОДНИ ПУТ МОЛЕКУЛА ГАСА

Кад се у једном делу просторије отвори посуда у којој се налази парфем, након неколико секунди мирис парфема се осећа у целој просторији.

На собној температури средња брзина молекула је неколико стотина метара у секунди – том брзином молекул прелази неколико метара за стотинку или десетинку секунде. Зашто је мирису требало неколико секунди да се рашири по целој просторији? Зато што се молекули приликом кретања сударају са другим молекулима, па њихове путање нису праве него изломљене, цик-цак. Молекули се крећу праволинијски између два судара. Дужине тих праволинијских делова пута су различите јер је распоред молекула хаотичан и брзине молекула се при сударима мењају.

Средњи слободни пут је просечан пут који молекул пређе између два судара.



Средњи слободни пут зависи од концентрације (укупног броја молекула и запремине посуде) и величине (димензија) молекула.

За молекуле азота на собној температури и нормалном атмосферском притиску средњи слободни пут је  $2,25 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ .

Ако је средњи слободни пут већи од димензија посуде (концентрација молекула у посуду мала), молекули ће се чешће сударати са зидовима посуде него међусобно.

## МОДЕЛ ИДЕАЛНОГ ГАСА

Циљ молекулско кинетичке теорије је да се макроскопске физичке величине, као што су притисак и температура гаса објасне кретањем молекула гаса.

Да би се разматрања поједноставила у молекулско-кинетичкој теорији уводи се модел идеалног гаса.

Својства идеалног гаса:

- физички систем са веома великим бројем молекула (честица)
- димензије молекула су занемарљиве у односу на њихова међусобна растојања (молекули гаса су материјалне тачке),
- занемарено је дејство међумолекуларних сила – честице не интерагују међусобно, осим у међусобним сударима када се еластично одбијају,
- судар молекула са зидом суда, у коме се гас налази, је апсолутно еластичан

Каснијим проверама је утврђено да једначине које описују идеалан гас, али и закони настали из њих важе са врло малом грешком и за реалан гас, али под условом да је он јако разређен. Али што је разматрани гас згуснутији то је грешка већа. Очигледно је да је густина гаса у директној вези са могућношћу занемаривања дејства међумолекуларних сила у њему, као и међусобног сударања његових молекула.

Понашање реалних гасова на ниским притисцима и високим температурама блиско је понашању идеалног гаса.

Племенити гасови се на ниском притиску и високим температурама најприближније понашају као идеални гасови.

## ПРИТИСАК ГАСА

Гас врши притисак на зидове суда у коме се налази, као и на свако тело са којим је у додиру. Притисак гаса је последица судара молекула гаса са зидовима суда. Приликом тих судара молекули делују силом на зидове

У многим примерима може да се уочи повезаност између притиска гаса и концентрације молекула, као и притиска гаса и температуре.

Примери:

- када пумпате гуму на бицикли, ви тада убацујете ваздух у њу тј. повећавате број молекула ( концентрацију гаса ) у њој, што изазива жељено повећање притиска.
- ако је лопта мекана, када је изнесемо и ставимо да Сунце може да је греје, односно ако је загрејемо притисак у њој порасте и она постаје погоднија за игру
- надувани дечји балон у близини пећи може да пукне

Колико често и колико снажно ће молекули да ударају и зидове суда, односно колики ће бити притисак зависи од концентрације гаса и од кинетичке енергије молекула.

Притисак гаса је сразмеран концентрацији и средњој кинетичкој енергији транслаторног кретања молекула гаса.

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

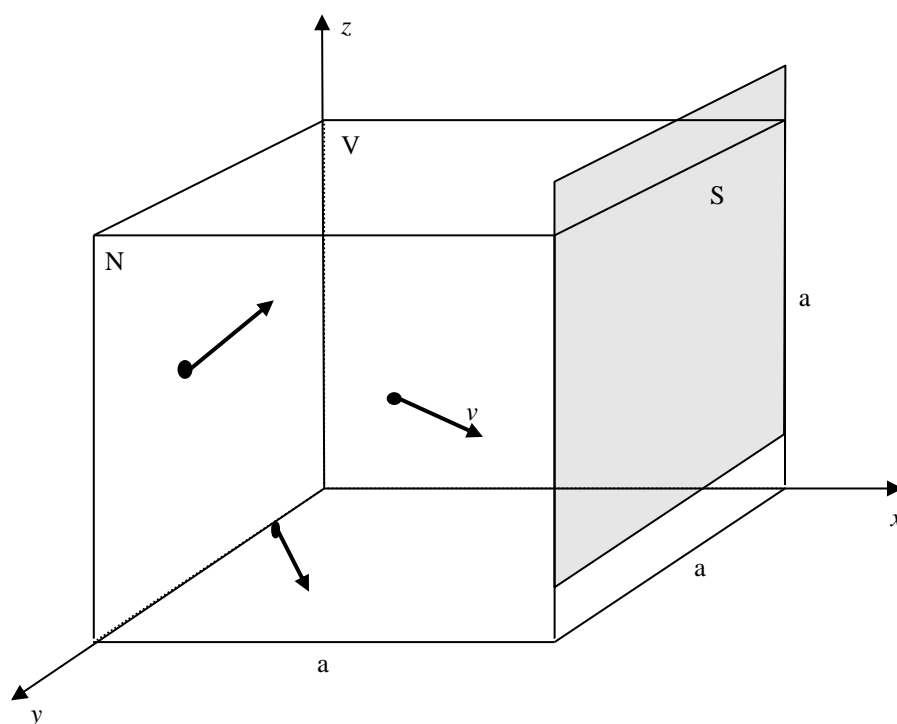
Ова једначина се у физици назива: **основна једначина кинетичке теорије гасова**

Из једначине се види да ће притисак гаса бити утолико већи уколико је већа концентрација молекула гаса и уколико је већа кинетичка енергија појединачних молекула тог гаса.

Директна сразмера притиска и средње кинетичке енергије појединачних молекула је логична, зато што већа кинетичка енергија значи или веће масе или веће брзине молекула, а у оба случаја судари молекула гаса са зидовима коцке ће бити јачи, па ће и притисак на њих бити већи.

**Додатак:**

На слици је приказана посуда облика коцке ивице  $a$ , у којој се налази  $N$  молекула идеалног гаса.



Брзина молекула:  $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$

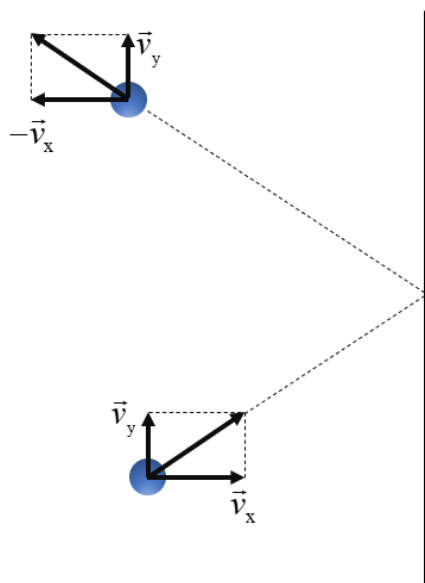
Пошто се молекули у гасу крећу слободно, сви правци кретања молекула су равноправни. Анализу ћемо спровести са молекулама који се сударају са зидом нормалним на  $x$ -осу. Судари су апсолутно еластични.

Са зидом се судара велики број молекула. Сила којом молекули делују на зид коцке при судару са њим једнака је промени импулса у јединици времена:

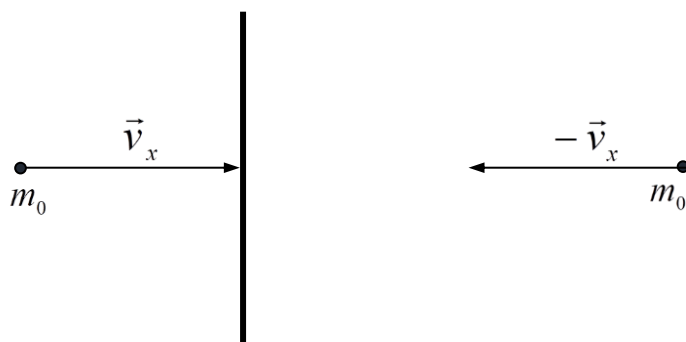
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

за време  $\Delta t$  – у зид удари  $N$  молекула, а молекули предају зиду импулс  $\Delta p$ .

**Анализираћемо кретање једног молекула.** Приликом судара са зидом нормалним на x-осу мења се смер компоненте брзине  $\vec{v}_x$ , док друге две компоненте остају непромењене.



Судар са зидом апсолутно еластичан, па је бројна вредност и правац брзине молекула остају непромењени, док се само смер мења.



Пре судара са зидом коцке молекул има импулс:  $\vec{p}_1 = m_0 \cdot \vec{v}_x$

После судара са зидом коцке импулс молекула је:  $\vec{p}_2 = -m_0 \cdot \vec{v}_x$

При судару са зидом долази до промене импулса молекула:

$$\Delta \vec{p}_x = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$$

$$\Delta \vec{p}_x = m_0 \cdot \vec{v}_x - (-m_0 \cdot \vec{v}_x)$$

$$\Delta \vec{p}_x = m_0 \cdot \vec{v}_x + m_0 \cdot \vec{v}_x$$

$$\Delta \vec{p}_x = 2m_0 \cdot \vec{v}_x$$

интензитет вектора промене импулса  $\Delta p_x = 2m_0 \cdot v_x$



Сила којом избрани молекул делује на десни зид коцке при судару са њим:

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t_1}$$

$\Delta t_1$  је време трајања судара посматраног молекула са зидом.

Након одбијања од зида молекул ће се кретати према супротном зиду, одбија се од њега и поново се враћа и удара у први зид. Временски интервал  $\Delta t$  је просечно време између два узастопна судара посматраног молекула са зидом (за то време у зид удари  $N$  молекула). За то време посматрани молекул пређе пут  $2a$ .

$$\Delta t = \frac{2a}{v_x}$$

Сила којом молекул делује на зид је краткотрајна – само док траје судар. Већи део времена, између два судара молекул не делује на тај зид. Због тога ће средња сила  $\bar{F}_x$  деловања молекула за време  $\Delta t$  бити знатно мања од силе  $F_x$ . Средња сила  $\bar{F}_x$  која делује на зид између два узастопна судара овог молекула одређује се из услова да је њен импулс мора да буде бројно једнак импулсу силе  $F_x$  која делује за време судара.

$$F_x \Delta t_1 = \bar{F}_x \Delta t$$

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t_1}$$

$$F_x \Delta t_1 = \Delta p_x$$

$$F_x \Delta t_1 = 2m_0 \cdot v_x$$

$$F_x \Delta t_1 = \bar{F}_x \Delta t$$

$$\bar{F}_x \Delta t = 2m_0 \cdot v_x$$

Средња сила којом избрани молекул делује на десни зид коцке при судару са њим:

$$\bar{F}_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$$

$$\bar{F}_x = \frac{\frac{2m_0 \cdot v_x}{v_x}}{\frac{2a}{v_x}}$$

$$\bar{F}_x = \frac{m_0 \cdot v_x^2}{a}$$

Ово је просечна сила која настаје од дејства једног молекула на зид коцке.

Резултујућа сила  $F_R$  којом  $N$  молекула делује на зид једнака је збиру свих сила којима појединачни молекули делују на зид за неко време  $\Delta t$ .

$$F_R = \overline{F}_{1x} + \overline{F}_{2x} + \dots + \overline{F}_{Nx}$$

$$F_R = \frac{m_0 \cdot v_{1x}^2}{a} + \frac{m_0 \cdot v_{2x}^2}{a} + \dots + \frac{m_0 \cdot v_{Nx}^2}{a}$$

$$F_R = \frac{m_0}{a} (v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots + v_{Nx}^2)$$

пошто је квадрат средње квадратне брзине:  $\overline{v}_x^2 = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots + v_{Nx}^2}{N}$

$$F_R = \frac{m_0 \cdot N \cdot \overline{v}_x^2}{a}$$

Притисак којим молекули гаса делују на зид површине  $S = a^2$ :

$$p = \frac{F_R}{S}$$

$$p = \frac{F_R}{a^2}$$

$$p = \frac{\frac{m_0 \cdot N \cdot \overline{v}_x^2}{a}}{a^2}$$

$$p = \frac{m_0 \cdot N \cdot \overline{v}_x^2}{a^3}$$

$$p = \frac{m_0 \cdot N \cdot \overline{v}_x^2}{V}$$

Пошто су приликом хаотичног кретања сви правци равноправни, средње вредности квадратних брзина су једнаке:

$$\overline{v}_x^2 = \overline{v}_y^2 = \overline{v}_z^2$$

Пошто је:  $\overline{v}^2 = \overline{v}_x^2 + \overline{v}_y^2 + \overline{v}_z^2 = 3\overline{v}_x^2$  и  $n_0 = \frac{N}{V}$

Добија се:  $p = \frac{1}{3} m_0 \cdot n_0 \cdot \overline{v}^2$

На основу формуле за средњу кинетичку енергију датог молекула

$$\bar{E}_k = \frac{m_0 \cdot \bar{v}^2}{2}$$

можемо да напишемо:

$$2\bar{E}_k = m_0 \cdot \bar{v}^2$$

заменом у формулу за притисак добија се:

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

Ова једначина се у физици назива: **основна једначина кинетичке теорије гасова**. Ми смо је извели за десни зид коцке, али она важи исто тако и за све остале зидове у коцки, па је ово због тога формула за притисак гаса у коцки.

Из једначине се види да ће притисак гаса у коцки бити утолико већи уколико је већа концентрација молекула гаса и уколико је већа кинетичка енергија појединачних молекула тог гаса.

Директна сразмера притиска и средње кинетичке енергије појединачних молекула је логична, зато што већа кинетичка енергија значи или веће масе или веће брзине молекула, а у оба случаја судари молекула гаса са зидовима коцке ће бити јачи, па ће и притисак на њих бити већи.

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

заменом  $\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

$$p = n_0 kT$$

## ТЕМПЕРАТУРА

Температура је физичка величина којом се описује степен загрејаности тела.

### Демонстрациони оглед:



Напуни три шоље водом из чесме: једну врућом, једну хладном и једну млаком. Урони свој леви кажипрст у врућу воду а десни у хладну. Сачекај двадесет секунди и онда брзо оба прста пребаци у шољу са млаком водом. Шта осећаш?

Иако су оба прста на крају у води исте температуре, прст који је био у врућој води нам говори да је вода хладна, а други који је био у хладној говори да је вода топла. Зашто је то тако?

Можемо закључити да **чулом додиром не процењујемо температуру тела већ колико нас то тело хлади или загрева.**

Наш осећај за степен загрејаности омогућава нам да грубо проценимо њихову температуру. Тај осећај је сувише ограничен и непрецизан да би се користио за практичне примене.

За објективно одређивање температуре користе се мерни инструменти термометри. Да би се термометар направио прво је потребно пронаћи материјал који је врло осетљив на промене температуре<sup>1</sup>. Особина материјала да се увек на исти начин на топлоти шире, а на хладноћи скупљају нам омогућава да направимо инструмент за мерење температуре.

<sup>1</sup> Термометри се конструишу на основу промене неке од физичких величина са променом температуре. Поред промене дужине и запремине, могу да се користе и промене притиска гаса, електричне отпорности, боје тела. Термометри се конструишу коришћењем физичких закона који описују промену неке од наведених величина са температуром. На тај начин се мерењем промене одређене физичке величине посредно мери температура.

Термометри за свакодневну употребу се најчешће праве од стаклених цевчица испуњених живом или обојеним алкохолом. На скали поред цевчица је обележено колику дужину стуб течности треба да има на одређеној температури. Тада се мерење температуре своди на читавање бројне вредности на скали до које је дошао стуб течности.

Температуру најчешће читавамо на **Целзијусовој скали**. Ову скалу је предложио шведски астроном Андерс Целзијус у XVIII веку. Вредност 0 степени придружена је температури на којој вода мрзне, а 100 степени температури на којој вода кључа. Распон између ове две температуре подељен је на 100 делова, односно степени. Температура изражена у степенима целзијуса  $^{\circ}\text{C}$  обележава се малим латиничним словом  $t$ .

$$[t] = ^{\circ}\text{C}$$

Температуре више од  $0^{\circ}\text{C}$  – означене знаком +

Температуре ниже од  $0^{\circ}\text{C}$  – означене знаком -

Крајем XIX века лорд Келвин (1849. године) је предложио температурну скалу која уопште нема негативне температуре. Ова скала се заснива на чињеници да постоји најнижа температура у природи, а она износи:

$$t = -273,15^{\circ}\text{C} \approx -273^{\circ}\text{C}.$$

Температура од  $-273,15^{\circ}\text{C}$  назива се **апсолутна нула**, а температура која се рачуна од апсолутне нуле – **апсолутна температура**. Апсолутна температура обележава се великим словом  $T$ , а мери се у Келвинима.

$$[T] = \text{K}$$

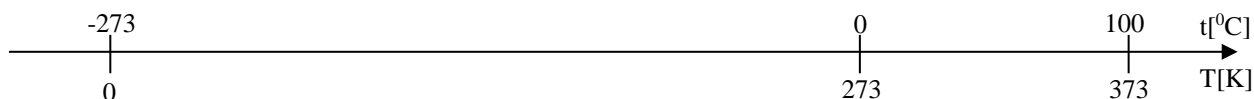
$$0\text{K} = -273^{\circ}\text{C}$$

Ознаке:

$t$  – температура у  $^{\circ}\text{C}$

$T$  – температура у Келвинима (K)

На следећој бројној правој су приказане упоредне вредности неких Целзијусових и Келвинових температура:



Можемо да уочимо да су вредности Келвинових температура померене за 273 степена у односу на одговарајуће вредности Целзијусових температура. Температура по Келвиновој скали (апсолутна температура) израчунава се тако што се броју 273 дода температура мерена по Целзијусовој скали.

$$T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$$

Келвинова скала се заснива на чињеници да постоји најнижа температура у природи.

За објективно дефинисање температуре користи се веза температуре и кинетичке енергије топлотног кретања молекула.

На основу формуле за средњу квадратну брзину молекула:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3kT}{m_0}$$

$$m_0 \bar{v}^2 = 3kT / : 2$$

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

$$T = \frac{2}{3k} \bar{E}_k$$

Температура зависи само од средње кинетичке енергије транслаторног кретања.

**Температура је мера средње кинетичке енергије тоplotног кретања молекула**

Молекули се брже крећу ако се тело загреје, односно молекули имају већу енергију ако тело има вишу температуру. Молекули топлијег тела имају веће кинетичке енергије, а молекули хладнијег мање.

Температура је једнака нули ако је средња кинетичка енергија једнака нули. Пошто средња кинетичка енергија не може да има негативну вредност, апсолутна температура не може да буде мања од нуле. Температура на којој престаје кретање молекула (кинетичка енергија и брзина једнаке нули) назива се апсолутна нула.

Можда више од постојања границе у хлађењу зачуђује чињеница да је та граница иста за сва тела.

У близини апсолутне нуле владају друге законитости.

### Додатак:

Прве термометре направили су 1650. године у Фиренци сарадници Галилеја. Галилеј је 1597. конструисао први термоскоп. Уређај за мерење разлика температура, који се састоји од две стаклене лоптице спојене танком стакленом цевчицом, испуњене ваздухом.

Термометри, у то доба, у Фиренци били су испуњени алкохолом и били су сличног облика као данашњи термометри.

Реналдини је 1694. указао на погодност тачака топљења леда и кључања воде за утврђивање температурне скале.

Њутн је пунио термометре ланеним уљем, а за сталне тачке одабрао тачке топљења леда и топлоту крви човека.

Реомир је 1730. године предложио да се изабере тачка смрзавања и тачка кључања воде за полазне тачке. Термометре је пунио алкохолом. Концентрација алкохола је била изабрана тако да се у наведеном опсегу температура прошири од 1000 до 1080 јединица. На основу тога извршена је подела скале на  $80^0$ .

Целзијус је прво предложио да се температури кључања воде придружи 0, а температури мржњења воде број 100. Касније је смер раста температуре усклађен са степеном загрејаности тела.

Жива мрзне  $-39^0\text{Ц}$ , а кључа  $357^0\text{Ц}$ , тако да се термометар са живом користи за мерење температуре која се налази у опсегу од  $-38^0\text{Ц}$  до  $350^0\text{Ц}$ .

Алкохол: мрзне  $-114^0\text{Ц}$ , кључа  $78^0\text{Ц}$

Толуол: мрзне  $-100^0\text{Ц}$ , кључа  $109^0\text{Ц}$

Термометар за мерење телесне температуре (погрешно назван "Топломер") – опсег од  $35^0\text{Ц}$  до  $42^0\text{Ц}$



У САД у употреби је Фаренхајтова температурна скала. Према овој скали вода леди на  $32^{\circ}\text{F}$ , а кључа на  $212^{\circ}\text{F}$ . Формула по којој се прерачунавају температуре Целзијусове у Фаренхајтову скалу гласи:

$$t(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}t(^{\circ}\text{C}) + 32$$

$$t(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}[t(^{\circ}\text{F}) - 32]$$

## ЈЕДНАЧИНА СТАЊА ИДЕАЛНОГ ГАСА

На основу **основне једначине кинетичке теорије гасова**

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \bar{E}_k$$

и везе између средње кинетичке енергије транслаторног кретања молекула и температуре

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

$$p = \frac{2}{3} \cdot n_0 \cdot \frac{3}{2} kT$$

$$p = n_0 kT$$

На основу формуле за концентрацију  $n_0 = \frac{N}{V}$

$$p = \frac{N}{V} kT$$

$$pV = NkT$$

Количина супстанције једнака је количнику масе гаса и његове моларне масе, односно укупног броја молекула гаса и Авогадровог броја:

$$n_m = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

Укупан број молекула гаса може да се прикаже као број молова (количина супстанције) тог гаса помножен Авогадровим бројем.

$$N = n_m N_A$$

Једначина стања идеалног гаса је сада:

$$p \cdot V = n_m \cdot N_A \cdot k \cdot T$$

Ако производ две константе: Болцманове константе и Авогадровог броја изразимо помоћу нове константе, која се назива **универзална гасна константа**, следи:

$$R = N_A \cdot k$$

$$R = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$R = 8,31 \frac{J}{molK}$$

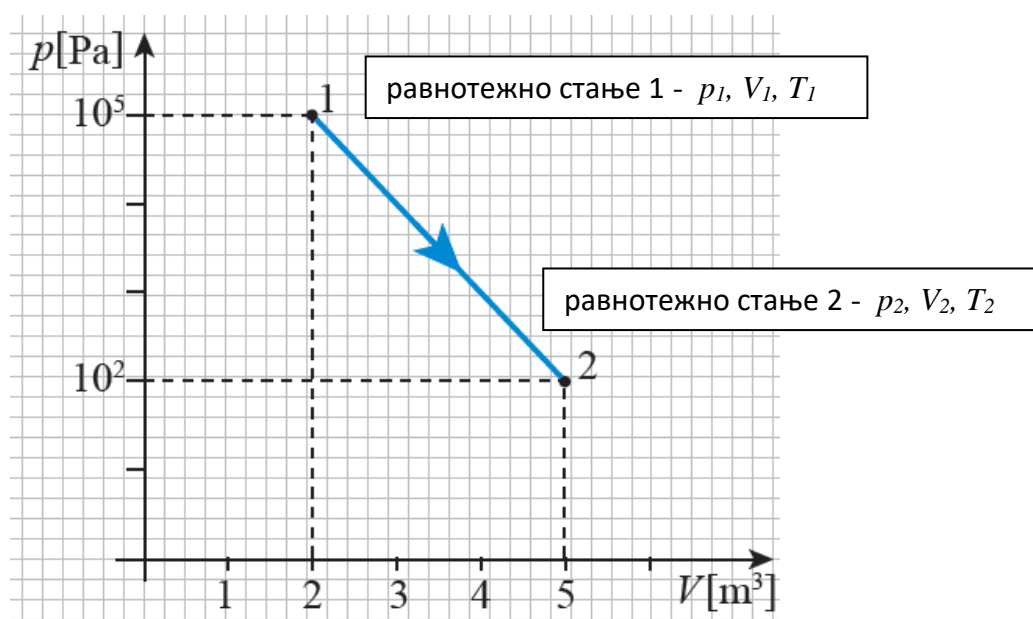
Заменом ове константе, добија се формула:

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

што је завршни и главни облик **једначине стања идеалног гаса**. Циљ овог целог извођења је у ствари био да се три основна параметра стања једног гаса – а то су његов притисак, запремина коју заузима и његова температура – доведу у исту једначину.

Ако су притисак, температура и концентрација молекула гаса исти у сваком делићу запремине гас је у равнотежном стању. Ако нека од наведених вредности нема свуда у гасу исту вредност, онда је то неравнотежно стање. Равнотежно стање је стабилно, из њега гас не излази сам од себе. Само неко спољашње деловање може да наруши равнотежу, а по престанку тог деловања, гас поново прелази у равнотежно стање. Када се неки од параметара гаса промени, то условљава да се остали параметри промене, при чему гас тежи новом стању равнотеже. Ако је промена неког параметра гаса довољно спора, гас ће се практично у сваком тренутку налазити у новим равнотежним стањима.

Равнотежно стање је приказано као тачка на графику (пример: тачка 1, тачка 2)<sup>1</sup>.



Линија која повезује тачке представља процес<sup>2</sup> преласка гаса из почетног у коначно равнотежно стање. Стрелица означава смер процеса.

Дакле, **равнотежно стање гаса дефинисано је вредностима запремине, притиска, температуре и количине гаса.** Те величине називају се **параметри стања гаса.**

Једначина стања идеалног гаса повезује параметре гаса када се он налази у равнотежном стању.

Уместо количине, као параметар стања може да се користи нека друга величина која је са њом повезана: број молекула гаса, концентрација молекула, густина гаса...

<sup>1</sup> Неравнотежна стања не могу да се прикажу тачкама на графику, зато што неки од параметара немају одређену вредност.

<sup>2</sup> Процес је прелаз гаса из једног равнотежног стања у друго.

## ГАСНИ ЗАКОНИ

Стање једне исте количине гаса одређено је вредностима притиска, запремине и температуре. Ова три параметра називају се термодинамички параметри стања гаса. Ови параметри нису међусобно независни. Промена једног параметра условљава промене и других параметара. Овом приликом вршићемо анализу под претпоставком да је један од параметара стања сталан, па се посматра у каквој су међусобној зависности преостала два параметра. **Такви процеси се називају изо-процеси:**

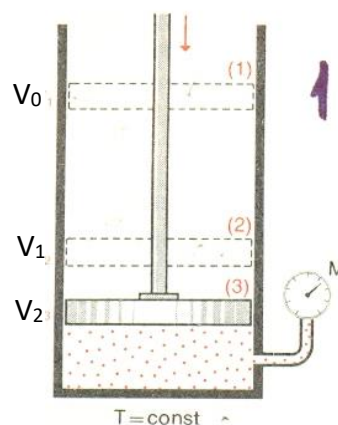
- **изотермски** – при сталној температури ( $T=\text{const}$ ),
- **изохорски** – при сталној запремини ( $V=\text{const}$ ),
- **изобарски** – при сталном притиску ( $p=\text{const}$ ).

### Бојл – Мариотов закон

Енглески научник Бојл и француски Мариот су независно један од другог, скоро истовремено (Бојл – 1662.; Мариот – 1667.), формулисали овај закон и по њима закон и носи назив.

Овај закон се добија када претпоставимо да је температура гаса стална ( $T=\text{const}$ ). При овој промени стања мењају се притисак и запремина гаса. Промена стања гаса при сталној температури назива се изотермска промена стања или **изотермски процес**.

Посматраћемо гас затворен у цилиндру са покретним клипом који је спојен са манометром (користи се за мерење притиска затвореног гаса). Количина гаса је стална ( $n_m=\text{const}$ ). Претпоставимо да је температура гаса стална у току експеримента. Ово се постиже спором променом стања (клип се помера полако).



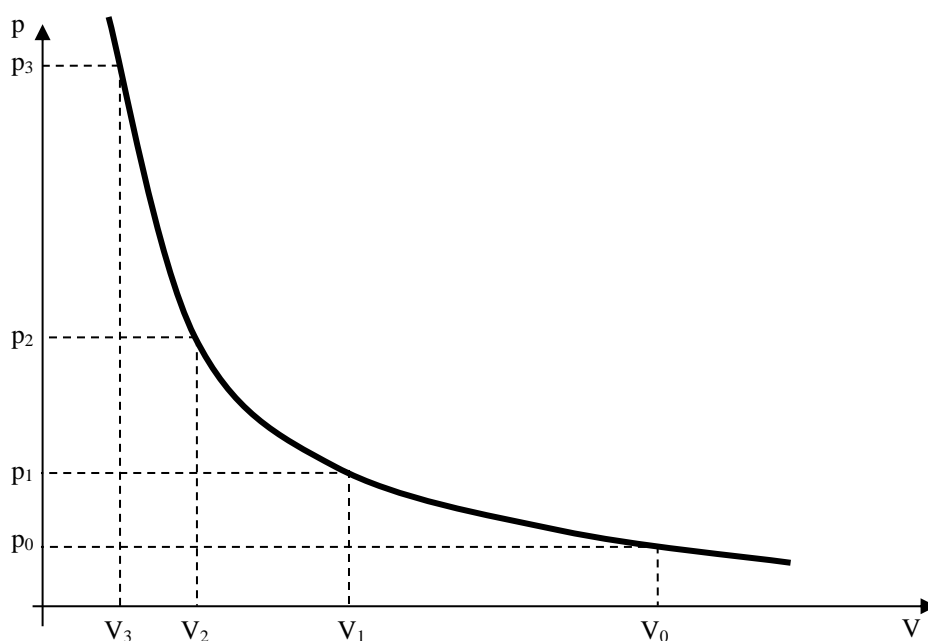
Запремину гаса, која одговара почетном положају клипа обележавамо са  $V_0$  а притисак који тада показује манометар са  $p_0$ . Постепеним сабијањем гаса (да се не би загрејао) смањује се запремина гаса, а притисак расте.

Запремине и притисци који одговарају положајима клипа:

$$V_1 = \frac{V_0}{2}; p_1 = 2p_0$$

$$V_2 = \frac{V_0}{4}; p_2 = 4p_0$$

$$V_3 = \frac{V_0}{8}; p_3 = 8p_0$$



Производ притиска и запремине:

$$p_1 V_1 = 2p_0 \frac{V_0}{2} = p_0 V_0$$

$$p_2 V_2 = 4p_0 \frac{V_0}{4} = p_0 V_0$$

$$p_3 V_3 = 8p_0 \frac{V_0}{8} = p_0 V_0$$

Значи да производ притиска и запремине исте количине гаса на истој температури има сталну вредност:

$$pV = \text{const}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

### Закључак:

Ако је температура херметички затвореног гаса стална, тада ће свака промена запремине тог гаса бити аутоматски праћена променом његовог притиска, тако да ће производ притиска и запремине тог гаса бити увек исти.

Другим речима, под наведеним условима притисак и запремина гаса су обрнуто сразмерне величине. Колико пута се запремина повећа, толико пута се притисак смањи и обрнуто. То се могло видети и у претходним примерима (четвороструко смањење запремине довело до четвороструког повећања притиска).

### Бојл-Мариотов закон:

При сталној температури производ притиска и запремине сталне количине гаса се не мења.

До истог закључка можемо да дођемо и анализом једначине стања идеалног гаса:

$$\frac{p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T}{\begin{array}{l} n_m = \text{const} \\ R = \text{const} \\ T = \text{const} \end{array}}$$

следи:

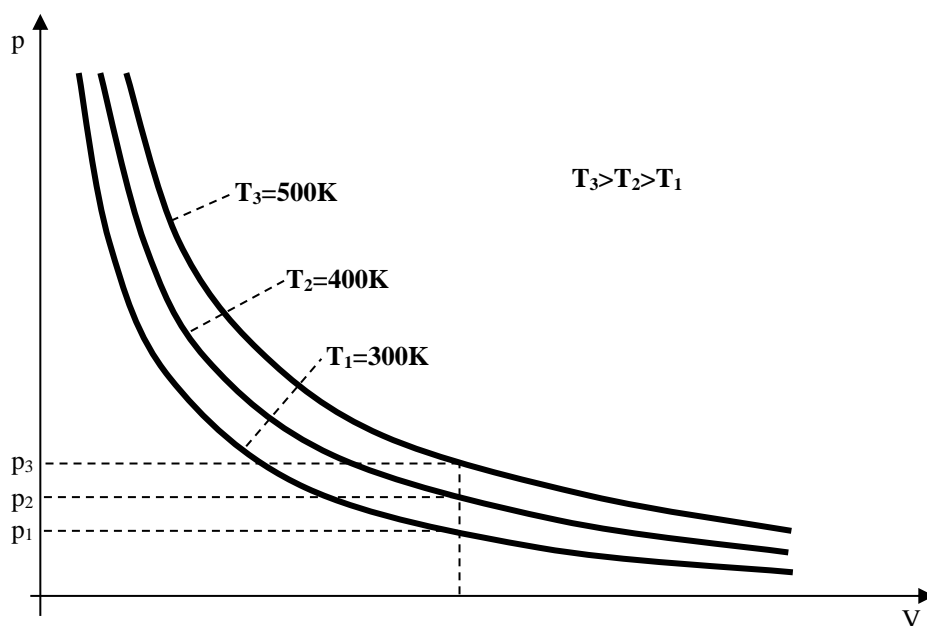
$$\begin{array}{l} p \cdot V = \text{const} \\ p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3 = \dots \end{array}$$

Овај низ изотермских промена запремине и притиска је приказан и графички. Крива која на графику спаја тачке – које графички приказују податке – назива се **изотерма**.

Константа може имати различите вредности за дати гас зависно од броја молова и температуре. Свакој вредности константе одговара по једна изотерма.

Треба уочити да се на осама овог графика налазе притисак и запремина, па се зато он у физици скраћено назива  $pV$  – дијаграм.

Поступак (експеримент) може да се понавља при другим температурама. При томе се променом запремине добијају друге вредности за притисак.



Положај изотерме, која одговара истој количини гаса, зависи од температуре. Што је температура виша, изотерма је више удаљена од координатних оса.



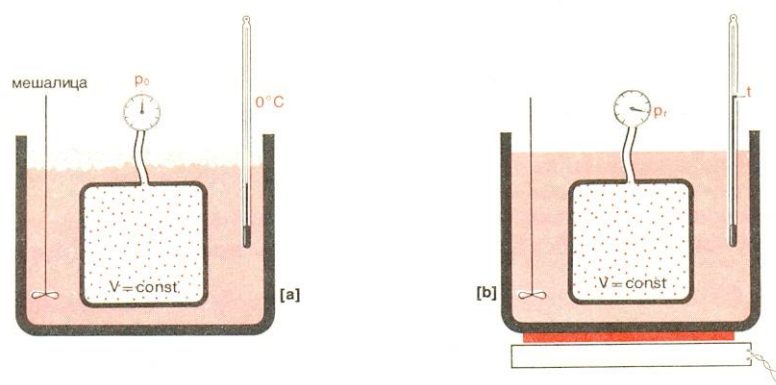
## Шарлов закон

Овај закон се добија када претпоставимо да је запремина гаса стална ( $V = \text{const}$ ). При овој промени стања мењају се температура и притисак гаса. Промена стања гаса при сталној запремини назива се изохорска промена стања или **изохорски процес**.

Француски физичар Шарл (у 18. веку) је први експериментално утврдио правилност у понашању гаса при изохорском процесу.

При сваком загревању брзина молекула се повећава. Ако се при томе запремина гаса (односно посуде у којој се гас налази) не мења, молекули ће све чешће и све јаче ударати у зидове посуде, чиме се повећава притисак гаса на зидове посуде.

Гас се налази у затвореној посуди која је спојена са манометром. Посуда са гасом је постављена у посуду са водом која може да се загрева.



У посуду са водом се дода довољна количина леда, тако да ће након одређеног времена температура воде у посуди, а и температура гаса бити 0°C. Притисак гаса, који одговара овој температури обележићемо са  $p_0$ . Постепеним загревањем посуде са водом, повећаваће се температура, а самим тим и притисак гаса. Притисак гаса на некој температури  $t$  означимо са  $p$ .

промена притиска:  $\Delta p = p - p_0$

промена температуре:  $\Delta t = t - 0 = t$

Промена притиска сталне количине гаса при сталној запремини сразмерна је промени температуре и притиску на  $0^{\circ}\text{C}$ .

$$\Delta p = p_0 \gamma$$

$$p = p_0 + p_0 \gamma$$

где је:  $p$  – притисак гаса на некој температури  $t$

$p_0$  – притисак гаса на  $0^{\circ}\text{C}$

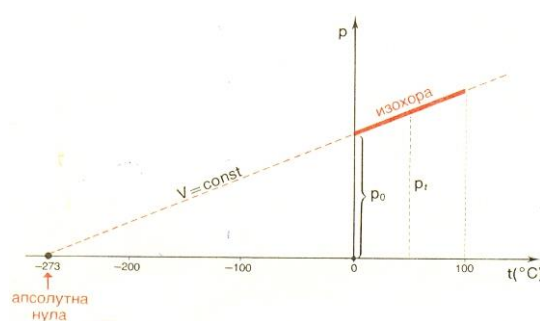
$$\gamma = \frac{1}{273^{\circ}\text{C}}$$

**Шарлов закон:**

**У посуди константне запремине, притисак сталне количине гаса зависи од температуре по закону:**

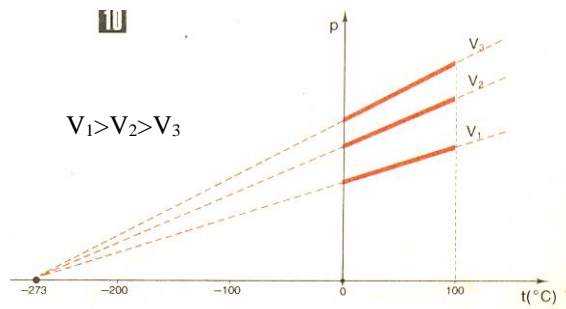
$$p = p_0(1 + \gamma t)$$

График зависности изохорске промене притиска у  $p$ - $t$  координатном систему:



Права која показује зависност притиска гаса од температуре при сталној запремини назива се **изохора**. Мерења не могу да се врше на ниским температурама, јер гас тада прелази у течно стање, али ако се експериментално добијена права продужи види се да она пресеца хоризонталну осу у температури апсолутне нуле. Што би значило да би на апсолутној нули притисак гаса био једнака нули, а испод те температуре би био негативан. Притисак гаса не може да буде негативан – то показује да је најнижа могућа температура једнака апсолутној нули.

Процес може да се понавља са истом количином гаса у посудама различитих запремина. Добијају се другачије вредности притиска, али се продужеци свих изохора такође секу у тачки апсолутне нуле. Нагиб изохоре зависи од вредности запремине на којој се одвија процес.



Шарлов закон изражен преко апсолутне температуре:

$$p = p_0(1 + \alpha t)$$

$$p = p_0 \left(1 + \frac{1}{273^{\circ}\text{C}} t\right)$$

$$p = p_0 \frac{273 + t}{273}$$

$$p = p_0 \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}$$

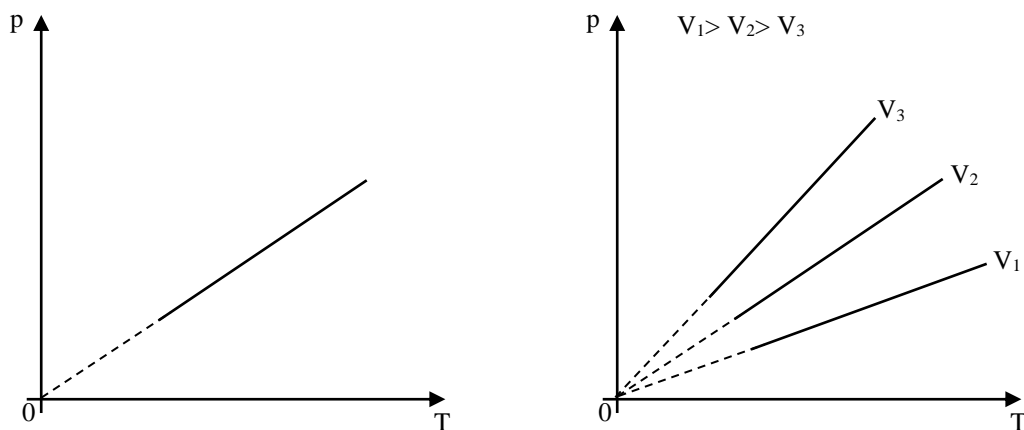
**Шарлов закон:**

Количник притиска и апсолутне темпаратуре сталне количине гаса у изохорском процесу је константан.

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

График зависимости (p-T):



До истог закључка можемо да дођемо и анализом једначине стања идеалног гаса:

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

$$n_m = \text{const}$$

$$R = \text{const}$$

$$V = \text{const.}$$

$$p = \frac{n_m \cdot R}{V} \cdot T$$

пошто је:

$$\frac{n_m \cdot R}{V} = \text{const}$$

тада је:

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

па можемо да напишемо:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

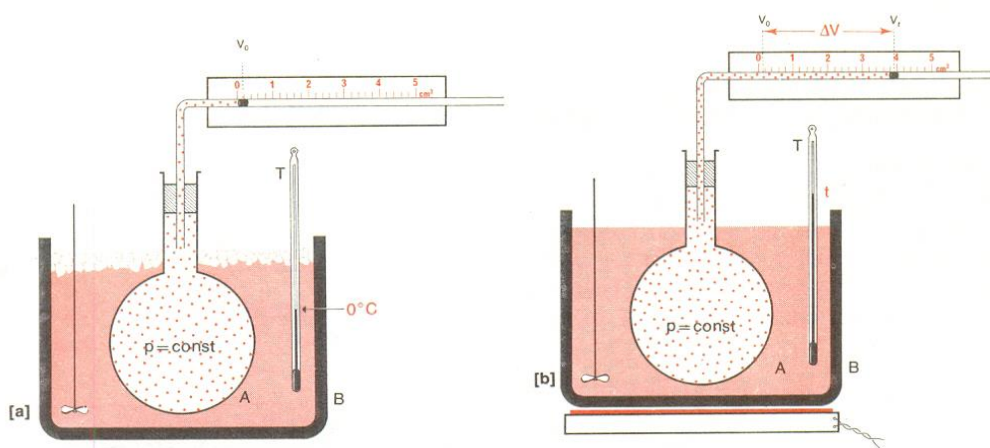
## Геј Лисаков закон

Овај закон се добија када претпоставимо да је притисак гаса сталан ( $p = \text{const}$ ). При овој промени стања мењају се температура и запремина гаса. Промена стања гаса при сталном притиску назива се изобарска промена стања или **изобарски процес**.

Француски физичар Геј-Лисак (у 18. веку) је први експериментално утврдио како се мења запремина гаса при загревању.

Као и све друге супстанце и гасови се шире при загревању. Ширење гаса при загревању се објашњава повећањем средње брзине кретања молекула, а самим тим и средње кинетичке енергије. Због повећања брзине, удари молекула у зидове суда су чешћи и јачи, што доводи до повећања притиска. Ако гас може слободно да се шири, тако да је унутрашњи притисак једнак спољашњем, тада се ширење гаса врши при сталном притиску.

Посматраћемо гас који се налази у стакленом балону. У кривој стакленој цеви, која је спојена са балоном, налази се кап живе која раздваја гас у балону од спољашње средине. Стаклени балон се налази у посуди са водом, која може да се загрева.



У посуду са водом се дода довољна количина леда, тако да ће након одређеног времена температура воде у посуду, а и температура гаса у балону бити 0°C. Запремину гаса, која одговара овој температури обележићемо са  $V_0$ . Постепеним загревањем посуде са водом, повећаваће се температура, а капљица живе ће се померати удесно. Промену

запремине гаса ( $\Delta V$ ) можемо да одредимо на скали која се налази уз криву стаклену цевчицу. Запремину гаса на некој температури  $t$  означићемо са  $V$ .

Притисак гаса у балону ( $p$ ) је у равнотежи са атмосферским притиском ( $p_a$ ).

$$p = p_a$$

промена запремине:  $\Delta V = V - V_0$

промена температуре:  $\Delta t = t - 0 = t$

Промена запремине сталне количине гаса при сталном притиску сразмерна је промени температуре и запремини на  $0^\circ\text{C}$ .

$$\Delta V = V_0 \gamma t$$

$$V - V_0 = V_0 \gamma t$$

$$V = V_0 + V_0 \gamma t$$

где је:  $V$  – запремина гаса на некој температури  $t$

$V_0$  – запремина гаса на  $0^\circ\text{C}$

$$\gamma = \frac{1}{273^\circ\text{C}}$$

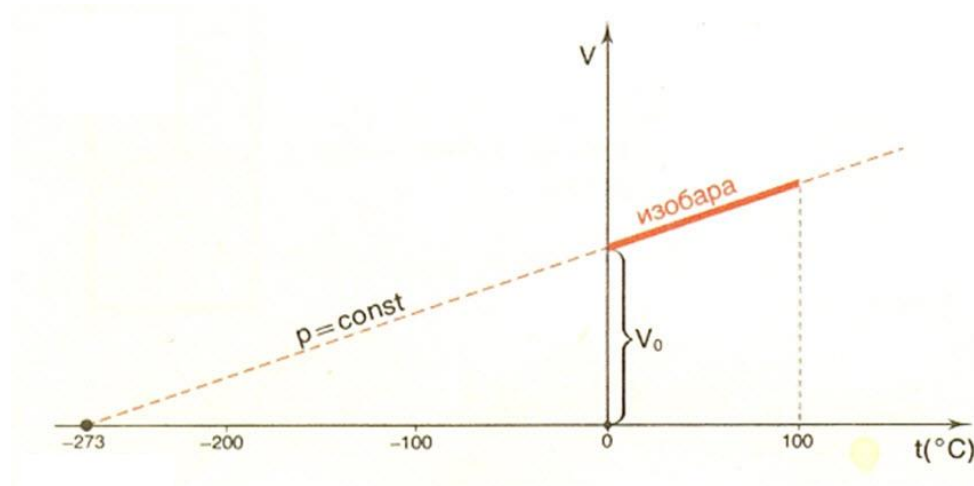
**Геј Лисаков закон:**

**При константном притиску, запремина сталне количине гаса зависи од температуре**

**по закону:**

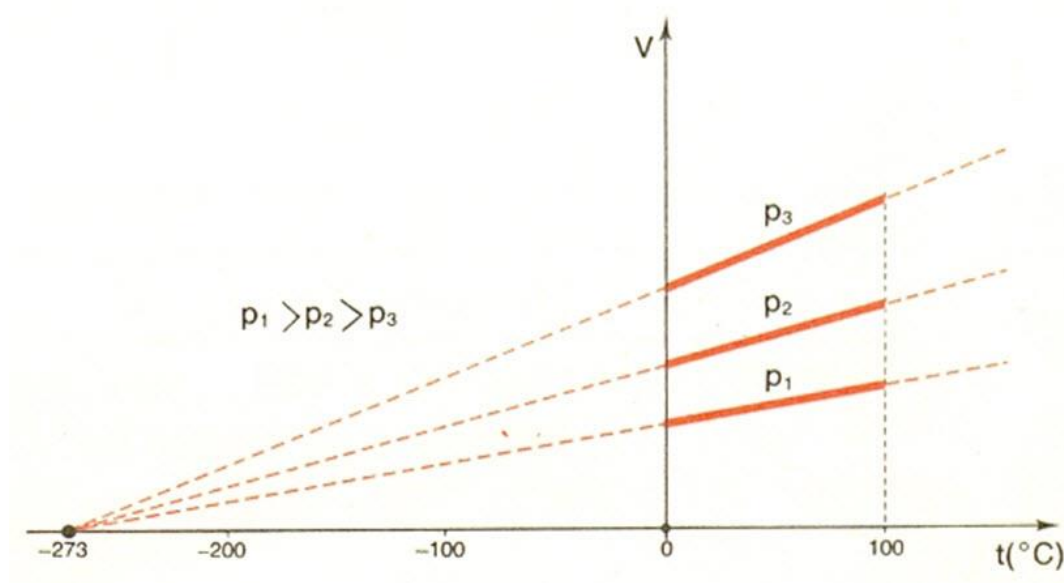
$$V = V_0(1 + \gamma t)$$

График зависности изобарске промене запремине у  $V$ - $t$  координатном систему:



Права која показује зависност запремине гаса од температуре при сталном притиску назива се **изобара**. Мерења не могу да се врше на ниским температурама, јер гас тада прелази у течно стање, али ако се експериментално добијена права продужи види се да она пресеца хоризонталну осу у температури апсолутне нуле. Што би значило да је на апсолутној нули запремина гаса била једнака нули, а испод те температуре би била негативна. Запремина гаса не може да буде негативна – то показује да је најнижа могућа температура једнака апсолутној нули.

Нагиб изобаре зависи од вредности притиска на ком се одвија процес.



Геј-Лисаков закон изражен преко апсолутне температуре:

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

$$V = V_0 \left(1 + \frac{1}{273^\circ \text{C}} t\right)$$

$$V = V_0 \frac{273 + t}{273}$$

$$V = V_0 \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

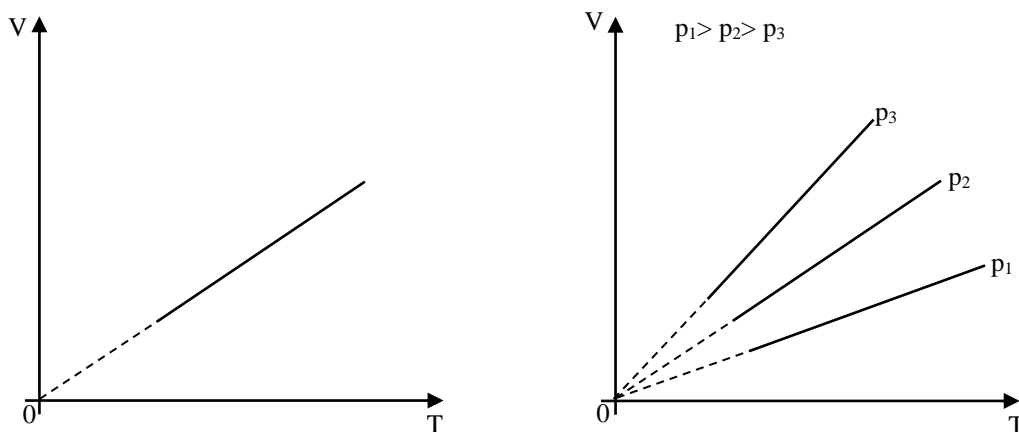
**Геј-Лисаков закон:**

**Количник запремине и апсолутне темпаратуре сталне количине гаса у изобарском процесу је константан.**

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

График зависности (V-T):



До истог закључка можемо да дођемо и анализом једначине стања идеалног гаса:

$$p \cdot V = n_m \cdot R \cdot T$$

$$n_m = \text{const.}$$

$$R = \text{const.}$$

$$\underline{p = \text{const.}}$$



$$V = \frac{n_m \cdot R}{p} \cdot T$$

пошто је:

$$\frac{n_m \cdot R}{p} = \text{const}$$

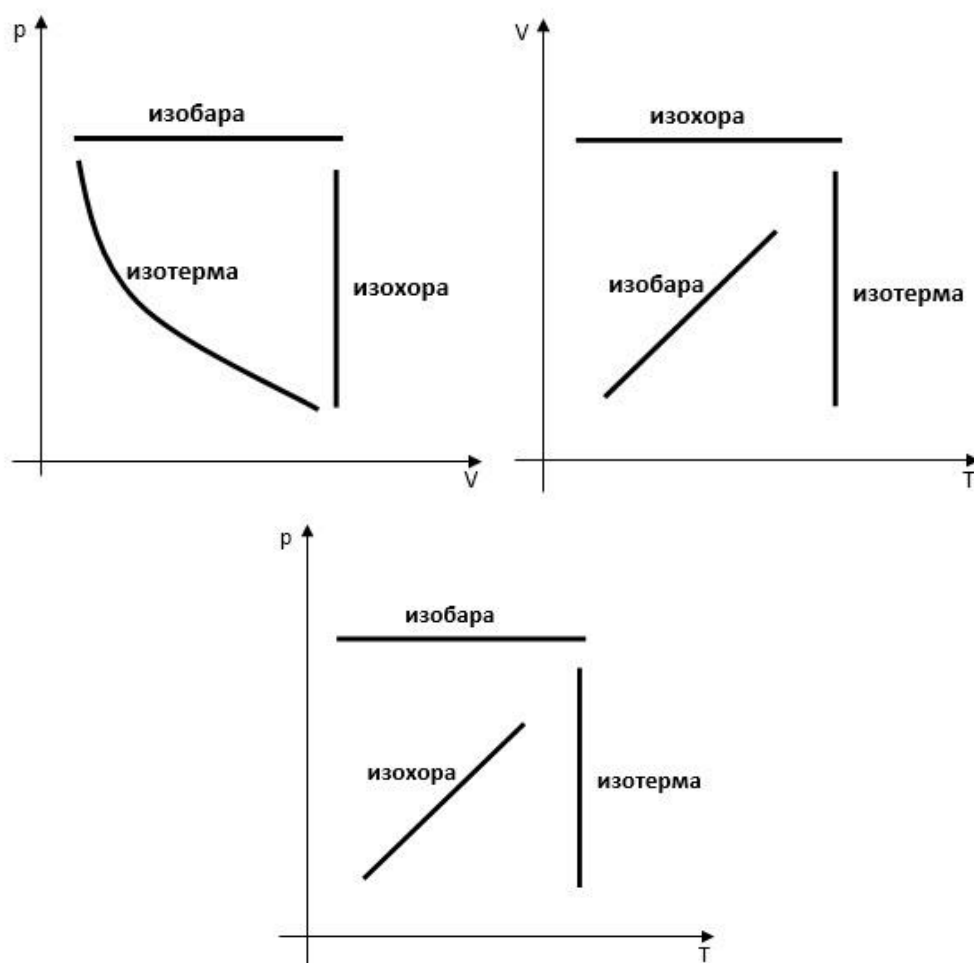
тада је:

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

па можемо да напишемо:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

### Додатак



## Авогадров закон

Овај закон представља решење следећег проблема: ако посматрамо два различита гаса (рецимо кисеоник и азот) који су херметички затворени у две посуде исте запремине, а на истом притиску и на истој температури, да ли ова два гаса тада садрже једнак број молекула ?

Решење овог проблема следи из анализе првог облика једначине стања идеалног гаса:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Почетни услови:

$$V_1 = V_2$$

$$p_1 = p_2$$

$$T_1 = T_2$$

Једначине стања за оба гаса:

$$p_1 \cdot V_1 = N_1 \cdot k \cdot T_1$$

$$p_2 \cdot V_2 = N_2 \cdot k \cdot T_2$$

Укупан број молекула:

$$N_1 = \frac{p_1 \cdot V_1}{k \cdot T_1}$$

$$N_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{k \cdot T_2}$$

Ако узмемо у обзир почетне услове, можемо да закључимо да су десне стране ове две једначине једнаке. Тада су једнаке и леве стране:

$$N_1 = N_2$$

Авогадров закон:

**У једнаким запреминама гасова, при једнаким притисцима и једнаким температурама, налази се исти број молекула.**