

二维数字图像的数学表达

数字图像的尺寸 $M \times N$

函数表示:

$$f(x, y), \quad x = [0, M-1], y = [0, N-1]$$

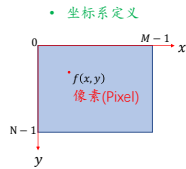
$$f(\vec{x}), \quad \vec{x} = (x, y)'$$

矩阵表示:

$$f[m, n], \quad m = [0, M-1], n = [0, N-1]$$

• 函数 (图像) 值类型

标量 (灰度)、矢量 (彩色)、二值

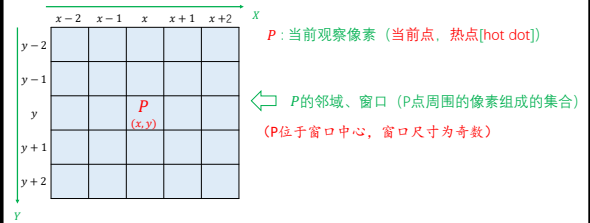


2021/8/6

LIST

1

像素(pixel)与邻域(neighborhood)



P : 当前观察像素 (当前点, 热点[hot dot])

P 的邻域、窗口 (P 点周围的像素组成的集合)
(P 位于窗口中心, 窗口尺寸为奇数)

2021/8/6

LIST

2

二维离散信号的卷积

$$h(x, y) * f(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h(i, j) f(x-i, y-j)$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(i, j) h(x-i, y-j)$$

2021/8/6

LIST

3

二维傅里叶变换

$$\omega = 2\pi u$$

$$X(u) = \int x(t) e^{-j2\pi u t} dt$$

$$x(t) = \int X(u) e^{j2\pi u t} du$$

$$F(u, v) = \iint f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$f(x, y) = \iint F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

二维信号的离散傅里叶变换

$$f(x, y), \quad x = 0, 1, \dots, M-1; y = 0, 1, \dots, N-1$$

$$F(u, v), \quad u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1$$

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{M-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left[\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right]}$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi \left[\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right]}$$

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} \left[\frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x, y) e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \right] e^{-j2\pi \frac{vy}{N}}$$

$$F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x, y) e^{-j2\pi \frac{ux}{M}}$$

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} F(u, y) e^{-j2\pi \frac{vy}{N}}$$

2021/8/6

LIST

5

数字图像的面积与像素数量

$M \times N$ 图像

像素总数: $M \times N$

每像素的面积: σ

图像的总面积: $M \times N \times \sigma$

在不关心图像的物理尺寸的条件下, 像素数与面积不加区别

2021/8/6

LIST

6

数字图像文件格式(Image File Formats)

图像文件包含的基本要素:

- 图像属性
尺寸、数据类型、数据组织形式(压缩标准)...
- [成像条件]
X线剂量、摆位、...
- 图像数据

常见的图像格式:

- ✓ Windows Bitmap (BMP) 网络上最常见
- ✓ JPEG
- ✓ Tagged Image File Format (TIFF)
- ✓ Graphics Interchange Format (GIF)
- ✓ Portable Network Graphics (PNG)
- ✓ Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM)

医疗成像系统

2021/8/6

LIST

7

成像(Imaging) & 图像数字化(Image Digitization)

2021/8/6

LIST

8

成像的关键因素

• 成像物理模型

目标信息和信息载体(能量形式→传感器)

- ✓ 普通风景(人物)图像: 记录光源及物(人)表面反射特性, 载体为可见光
- ✓ X光透视图像: 记录组织密度, 载体为X光

• 硬件系统技术参数

传感器的信噪比/灵敏度/分辨率
采样系统分辨率/信噪比

• 数据处理方法

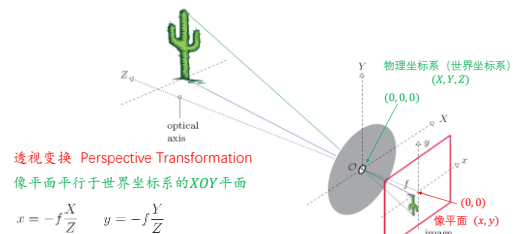
- 增强/提取目标信息, 抑制干扰
- ✓ 图像增强处理, CT重建...

2021/8/6

LIST

9

基本成像坐标系——针孔相机模型

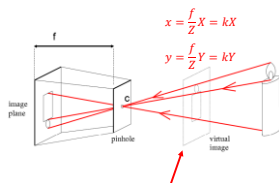


2021/8/6

LIST

10

图像处理中实际使用的透视变换模型



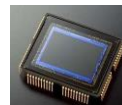
2021/8/6

LIST

11

常见光电传感器

面阵光电传感器



多数相机使用

线阵光电传感器



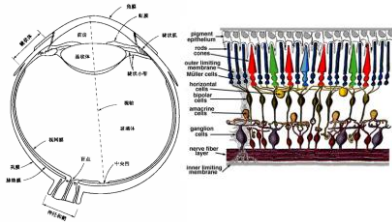
极高分辨率相机或工业系统使用

2021/8/6

LIST

12

完美的成像系统：人眼



2021/8/6

LIST

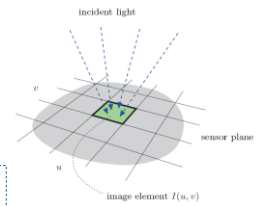
13

图像的数字化

- 采样
成像平面的离散化
(图像分辨率)
【物理意义vs习惯表达】
- 量化
图像值的离散化
(像素值的分辨率)

误区
图像灰度范围[0,255]

图像清晰度
【分辨率 vs 信噪比】

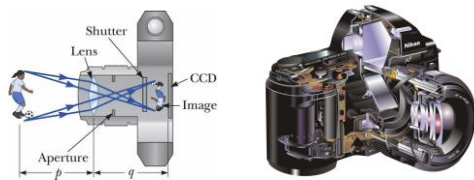


2021/8/6

LIST

14

普通光学相机结构



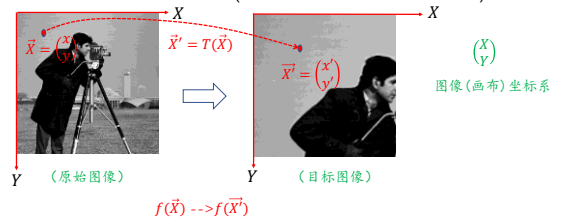
图像的信噪比
光通量、传感器信噪比 表现指标：曝光速度，分辨率...

2021/8/6

LIST

15

图像几何变换(Geometric Transform)



2021/8/6

LIST

16

仿射变换(Affine Transformation)

$$\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X} \rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13} \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23} \end{cases}$$

覆盖：平移、旋转、缩放等组合

2021/8/6

LIST

17

平移 (Translation)

$$\begin{cases} x' = x + t_x \\ y' = y + t_y \end{cases} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix}$$



2021/8/6

LIST

18

缩放 (Scaling)

$$\begin{cases} x' = s_x \cdot x \\ y' = s_y \cdot y \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \end{bmatrix}$$



$s_x = s_y = 0.5$

$s_x = s_y = 2.0$

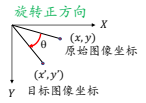
2021/8/6

LIST

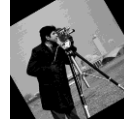
59

旋转 (Rotation)

$$\begin{cases} x' = \cos \theta \cdot x - \sin \theta \cdot y \\ y' = \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \end{bmatrix}$$



$\theta = -30^\circ$

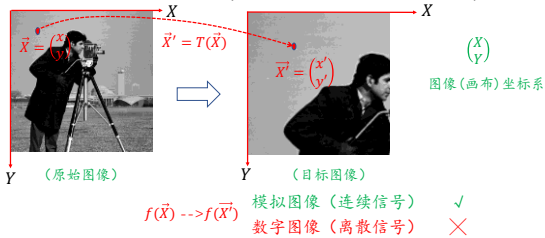


2021/8/6

LIST

20

图像几何变换(Geometric Transform)

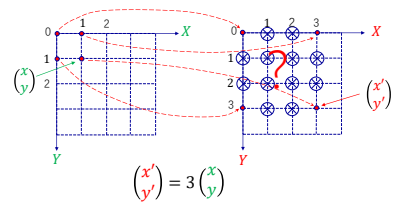


2021/8/6

LIST

21

图像插值(interpolation)问题

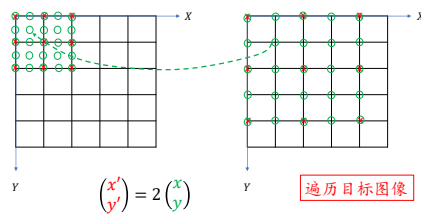


2021/8/6

LIST

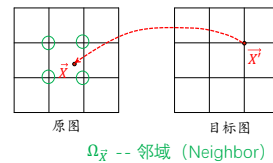
22

程序实现几何变换的遍历问题



插值 (Interpolation)

$$f(\vec{X}') \leftarrow f(\vec{X}) = ? \quad f(\vec{X}) \leftarrow f(\Omega_{\vec{X}})$$

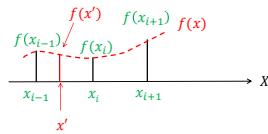


2021/8/6

LIST

24

插值原理

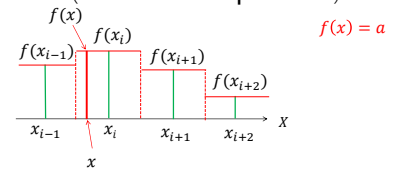


2021/8/6

UST

25

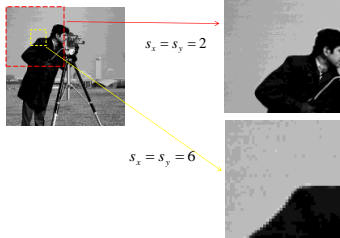
最近邻插值 (Nearest Interpolation)



2021/8/6

UST

26

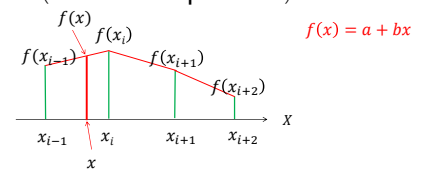


2021/8/6

UST

27

线性插值 (Linear Interpolation)

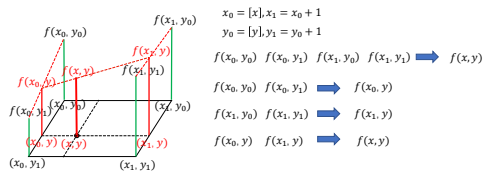


2021/8/6

UST

28

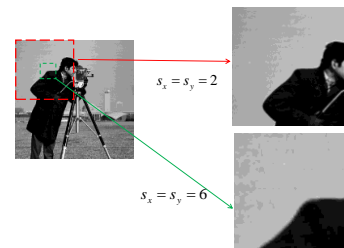
双线性插值 (Bilinear Interpolation)



2021/8/6

UST

29



2021/8/6

UST

30