

东南大学考试卷（A卷）

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 18-19-3 得分 _____
 适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.65) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.06) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.71) = 0.05;$

$P(T_{25} \geq 2.06) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.70) = 0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$

$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$

一、选择题(每题 2', 共 10')

1) 已知随机变量(X,Y)的联合概率分布律如下

X \ Y	1	2
1	1/4	A
2	1/3	B

且 X 和 Y 相互独立, 则(A,B)的值为 ()

(A) (5/28,5/21)

(B) (4/21,19/28)

(C) (1/7,23/84)

(D) (19/28,4/21)

2) 随机变量 X 的概率密度布函数为

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ \frac{3}{14} x^2 & 1 \leq x < 2, \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

X 的期望 EX 为 ()

(A) $\int_0^1 x dx + \frac{3}{14} \int_1^2 x^2 dx$

(B) $\int_0^1 x^2 dx + \frac{3}{14} \int_1^2 x^3 dx$

(C) $\int_0^1 x dx + \frac{3}{14} \int_1^2 x^3 dx$

(D) $\int_0^1 x^2 dx + \frac{3}{14} \int_1^2 x^2 dx$

3) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 都服从指数分布 $e(1)$ 。令 $Z = \max(X, Y)$, 则 $P(Z < 1) =$ ()

(A) $(1 - e^{-1})(1 - e^{-1})$

(B) $1 - (1 - e^{-1})(1 - e^{-1})$

(C) e^{-2}

(D) e^{-1}

4) 设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$, 且 $f(x) = f(4 - x)$, $F(x)$ 为 X 的分布函数。

已知 $F(1) = 0.2$, 则概率 $P(1 < x < 2) =$ ()

(A) 0.2

(B) 0.3

(C) 0.8

(D) 0.4

5) 设 $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$ 为总体 $X \sim N(0, 1)$ 的一个样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 则有 ()

(A) $\bar{X} \sim N(0, 1)$

(B) $10\bar{X} \sim N(0, 1)$;

(C) $\bar{X} / S \sim t(9)$;

(D) $8X_1^2 / \sum_{i=3}^{10} X_i^2 \sim F(1, 8)$.

二、填充题 (每空格 2', 共 26')

1) 已知 $P(B) = 0.5$, $P(A) = 0.3$, A 和 B 互不相容, 则 $P(A | \bar{B}) =$ _____。

2) 从区间 $[0, 2]$ 中任取两个数, 其和小于 1 的概率为_____。

3) 设随机变量 X 服从泊松分布, 且 $EX = 2$, $P\{X < 2\} =$ _____。

4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(-1, 1)$, $Y \sim N(1, 8)$, 则 $P(X + Y < 3) =$ _____。

5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=1, Y=1) = 0.2$; $P(X=1, Y=2) = 0.3$;
 $P(X=2, Y=1) = 0.4$; $P(X=2, Y=2) = 0.1$ 。则 $Z = \min(X, Y)$ 分布律为_____。

6) 若随机变量 X, Y 满足, $DX = DY = 2$, 相关系数 $r = 0.5$; 则 $D(X - Y) =$ _____。

7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同分布于均匀分布 $U(0, \pi)$, 则
 $\frac{1}{n}(\sin X_1 + \sin X_2 + \dots + \sin X_n) \xrightarrow{P}$ _____。

8) 设总体 X 服从正态分布 $N(2, 8)$, X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自该总体的样本, \bar{X} 表示样本均值, 则 $E(\bar{X})^2 =$ _____。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=-3)=0.4$, $P(X=3)=0.6$, 则其分布函数为_____。

10) 随机变量 X 的概率密度为

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \text{ 则 } Y=1-2X \text{ 的密度函数为_____。}$$

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(5, 20)$ 的简单随机样本, 若

$$k \frac{(X_1 - 5)^2}{(X_2 - 5)^2 + (X_4 - 5)^2} \sim F(1, 2), \text{ 则常数 } k = \text{_____。}$$

12) 设某总体服从 $N(m, c)$, 有来自该总体的容量为 25 的简单随机样本, 其样本均值为 4, 样本标准差为 2; 则在水平 $\alpha=0.1$ 下, m 的置信区间为_____。

13) 设总体服从指数分布 $e(a)$, a 为未知参数, 若 4.22, 0.81, 2.03, 0.89, 2.05, 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则 a 的矩估计值为_____。

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} axy & 0 < x < 1, x < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 a ; (2) Y 的边缘密度函数; (3) 条件概率 $P(X < 0.5 | Y < 0.4)$ 。

四、(10') 设甲箱中有红球 4 只，白球 3 只；乙箱中有红球 3 只，白球 4 只。现从甲箱中任选一球放入乙箱，然后再从乙箱中任取两只球。(1) 求取出的两球均为红色的概率；(2) 如果已知取出两球均为红色，则从甲箱中取出的球是红色的概率是多少？

五、(9') 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X \sim U[-1, 1]$, $Y \sim e(2)$ 。令 $Z = X + Y$ ，求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

六、(10') 某学校图书馆计划购买若干本关于大数据的书籍。设该校有 900 名学生, 每天每人以 10% 的概率需要借阅此书。试用中心极限定理近似计算该图书馆至少需要订购多少本这种书籍, 才能以 95% 的概率保证想借阅该书的同学均能借到。

七、(10') 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-\mu)^2}, x \in R$$

其中 μ 为未知参数。 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本。(1) 求参数 μ 的最大似然估计量 $\hat{\mu}$,

(2) 判断 $\hat{\mu}$ 是否是 μ 的无偏估计量, 说明理由。

八、(10') 设总体 X 服从正态分布 $N(u, 1)$, u 未知。现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 -20, 样本标准差为 2。(1) 试检验 $H_0: u = -20.2$, v.s. $H_1: u > -20.2$ (检验水平 $\alpha = 0.05$), (2) 若已知 $u = -20$, 求该检验犯第二类错误的概率。