

东南大学考试卷（样卷）

课程名称 复变函数 考试学期 20-21-1 得分 _____
 适用专业 选学复变函数各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
批阅人									

一. 选择题（每题 3 分，共 15 分）

- 满足不等式 $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| \leq 2$ 的所有点 z 构成的集合是 ()
 (A) 有界区域 (B) 无界区域 (C) 有界闭区域 (D) 无界闭区域
- 函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在点 $z_0 = x_0 + iy_0$ 处连续的充要条件是 ()
 (A) $u(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续 (B) $v(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续
 (C) $u(x, y)$ 和 $v(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续 (D) $u(x, y) + v(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续
- 下列函数中，为解析函数的是 ()
 (A) $x^2 - y^2 - 2xyi$ (B) $x^2 + xyi$
 (C) $2(x-1)y + i(y^2 - x^2 + 2x)$ (D) $x^3 + iy^3$
- 下列数中，为实数的是 ()
 (A) $(1-i)^3$ (B) $\cos i$ (C) $\ln i$ (D) $e^{3-\frac{\pi}{2}i}$
- 若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ 在 $z = 1+2i$ 处收敛，那么该级数在 $z = 2$ 处的敛散性为 ()
 (A) 绝对收敛 (B) 条件收敛
 (C) 发散 (D) 不能确定

二. 填空（每题 3 分，共 30 分）

- $3^i =$ _____.
- $z_0 = 0$ 是函数 $f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^5}$ 的 _____.
 （说出类型，如果是极点，指出它的级）

自觉
遵守
考场
纪律

如
考
试
作
弊
此
答
卷
无
效

3. $f(z) = x^3 + 3x^2yi - 3xy^2 - y^3i$, 则 $f'(z) =$ _____ . (用 z 表示)

4. $\operatorname{Res}\left[\frac{1}{z \sin z}, 0\right] =$ _____ .

5. 函数 $w = \sin z$ 在 $z = \frac{\pi}{4}$ 处的转动角为 _____ .

6. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (\cos in) z^n$ 的收敛半径为 $R =$ _____ .

7. $\int_0^1 z \sin z dz =$ _____ .

8. 设 C 为包围原点在任一条正向简单闭曲线, 则 $\oint_C \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2} dz =$ _____ .

9. 函数 $f(z) = \frac{z}{z^4 - 1}$ 在复平面上的所有有限孤立奇点处的留数和为 _____ .

10. $\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)} =$ _____ .

三. 判断题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $f(z)$ 在 z_0 点可微, 则 $f(z)$ 在 z_0 解析. 【 】

2. 函数 $f(z) = e^z$ 是周期函数. 【 】

3. 每一个幂级数在它的收敛圆周上处处收敛. 【 】

4. $\tan\left(\frac{1}{z}\right)$ 能在圆环域 $0 < |z| < R (0 < R < +\infty)$ 内展开成洛朗级数. 【 】

5. 如果函数 $w = f(z)$ 在 z_0 解析, 那么映射 $w = f(z)$ 在 z_0 具有保角性. 【 】

四. (8 分) 设 $v = e^{px} \sin y$ 为调和函数, 求 p 的值, 并求出解析函数 $f(z) = u + iv$.

五. (8 分) 求函数 $f(z) = \frac{(z^2 - 1)(z - 2)^3}{(\sin \pi z)^3}$ 在扩充复平面内的所有孤立奇点并判别它们的类型. 如果是极点, 指出它的级.

六. (8 分) 求 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ 在圆环域 $1 < |z| < 2$ 和 $1 < |z-2| < +\infty$ 内的洛朗展开式.

七. (8 分) 计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 \cos x}{x^2 + 4x + 5} dx$.

八.(8分)设 $f(z) = \oint_C \frac{3\xi^2 + 7\xi + 1}{\xi - z} d\xi$, 其中 C 为圆周 $|z| = 3$ 的正向, 求 $f'(1+i)$.