

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 19-20-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | |

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.65) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.064) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.711) = 0.05;$

$P(T_{25} \geq 2.060) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.708) = 0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$

$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$

一、选择题(每题 2', 共 10')

1) 设 A,B 为两随机事件, 且 $P(A) > 0, P(B|A) = 1$, 则下列结果

正确的是 ()

(A) $A \subset B$ (B) $B \subset A$

(C) $A-B = \phi$ (D) $P(A-B) = 0$ 。

2) 随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{-(x-a)^2} & x > a \\ 0 & x \leq a \end{cases}.$$

则对任意的 $b > 0$, 概率 $P(a < X < a + b)$ 的值 ()

A) 与 a 无关, 随 b 的增大而增大; B) 与 a 无关, 随 b 的增大而减小;

C) 与 b 无关, 随 a 的增大而增大 D) 与 b 无关, 随 a 的增大而减小。

3) 设随机变量 X 与 Y, 都服从正态分布 $N(0, 2)$, 且相关系数为 r. 则 以下说法

正确是 ()

(A) 当 $r=0$ 时, (X,Y) 服从二维正态; (B) (X, Y) 服从二维正态;

(C) 当 $r=0$ 时, X 和 Y 相互独立; (D) 以上都不对。

4) 设 X, Y, Z 相互独立, 且均服从泊松分布 $P(2)$ 。令 $T=(X+Y+Z)/3$; 则

ET^2 的值为

()

(A) 2

(B) $2/3$

(C) $4/3$

(D) $14/3$ 。

5) 对正态总体的数学期望 b 进行假设检验, 如果在显著水平 0.05 下接受 $H_0: b=b_0$, 那么在显著水平 0.01 下, 下列结论中正确的是 ()

(A) 必须接受 H_0 ; (B) 可能接受 H_0 , 也可能拒绝 H_0 ;

(C) 必拒绝 H_0 ; (D) 不接受 H_0 , 也不拒绝 H_0 。

二、填充题 (每空格 2', 共 26')

1) 设事件 A 和 B 相互独立, 设 $P(A)=x$; $P(B)=0.2$, $P(A \cup B)=0.8$, 则 $x =$ _____。

2) 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $80/81$, 则该射手的命中率为_____。

3) 设随机变量 X 服从泊松分布, 方差为 4, $EX(X-1) =$ _____。

4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(1, 2)$, $Y \sim N(0, 2)$, 则 $P(X-Y < 3) =$ _____。

5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=-1, Y=-1)=0.2$; $P(X=-1, Y=1)=0.3$; $P(X=1, Y=-1)=0.4$; $P(X=1, Y=1)=0.1$ 。则 $EXY =$ _____。

6) 若随机变量 X, Y 满足, $DX=DY=2$, 相关系数 $r=0.3$, 则 $D(X-Y) =$ _____。

7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同于 $f(x)$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \text{则 } \frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p} \text{_____}。$$

8) 设总体 X 服从正态分布 $N(-1, 1)$, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来此该总体的样本, \bar{X} 表示样本均值, 则 $\sum_{i=1}^{10} (X_i + 1)^2$ 服从_____分布 (标明自由度)。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=1)=0.4$, $P(X=3)=0.6$, 则其分布函数为_____。

10) 随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2(x+1), & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $Y=-2X+1$ 的密度函数为_____。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,4)$ 的简单随机样本, 若 $c(X_1 + X_2)^2 / X_3^2 \sim F(1,1)$, 则常数 $c =$ _____。

12) 设某总体服从 $N(m,4)$, 有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本, 其样本均值为 2, 且 m 置信区间为 $[1.02, 2.98]$, 则该置信区间的置信度为_____。

13) 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2b} e^{-|x|/b}, -\infty < x < +\infty, (b > 0)$ 为未知参数。若 -2, -1, 4, 3, 2 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则 b 的矩估计值为_____。

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax(x+y) & x > 0, y > 0, x+y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 a ; (2) Y 的边缘密度函数; (3) 条件概率 $P(X < 0.5 | Y = 0.4)$ 。

四、(10') 设某高校库存现有灯管 60%购自甲厂家；30%购自乙厂家；10%购自丙厂家。已知甲厂家产品的次品率为 5%；乙厂家产品的次品率为 10%；丙厂家产品的次品率为 15%。现随机的从仓库抽取一支灯管。(1)求抽出灯管为合格品的概率；(2)若已知抽到灯管是合格品，求该灯管是丙厂家生产的概率。.

五、(10')设随机变量 X 和 Y 相互独立,都服从指数分布；其中, $X \sim e(1)$, $Y \sim e(2)$ 。令 $Z=X+Y$, 求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

六、(9') 甲乙两家小型音乐厅竞争 100 名听众。设每位听众随机选择这两家音乐厅，并且听众的选择是相互独立的。问甲应该至少设有多少个座位，才能使得观众因无座位而离去的概率小于 2.5%。（要求：使用中心极限定理近似计算）

七、(10') 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}, (\theta > 0)$$

其中 θ 为未知参数。 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本。(1) 求参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$; (2) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的无偏估计量, 说明理由。

八、(10') 设总体 X 服从正态分布 $N(u, \sigma^2)$, u 和 σ^2 未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 15, 样本标准差为 3。 (1) 试检验 $H_0: u=16$, v.s. $H_1: u \neq 16$. (检验水平 $\alpha = 0.05$), (2) 求 σ^2 的置信度为 95% 的置信区间。