一、

1) B（这个结论以后可以直接使用，注意事件与概率之间的关系）

$$\because A \subset A \cup B \ \therefore 1 = P\left(A\right) \le P(A \cup B) \le 1$$
$$\therefore P(A \cup B) = 1$$
$$\therefore P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = P(B) = P(A) \cdot P(B)$$

2）B（利用正态分布的对称性，关于 x=2 对称）

3) B（利用密度函数的性质：$\iint\limits_{(x,y)\in R^2} f(x,y)dxdy = 1$）

4) 1/20（注意试验的条件：不放回抽取）

$$\frac{3 \times C_4^2 \times A_7^2 \times A_2^2}{A_{10}^5} = \frac{1}{20}$$

5) 0.6

$$\because P(A-B) = P\left(A\right) - P(AB) = 0.3$$
$$\therefore P(AB) = 0.4$$
$$\therefore P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(AB) = 0.6$$

6) 0.25

$$\because P(AB) = P(A) - P(A\overline{B}) = 0.2$$
$$\therefore P(B \mid A \cup \overline{B}) = \frac{P(B(A \cup \overline{B}))}{P(A \cup \overline{B})} = \frac{P(AB)}{P(A) + P(\overline{B}) - P(A\overline{B})} = \frac{0.2}{0.8}$$

7) 0.3413

$$\because 2X_1 - X_2 \sim N(0,25)$$
$$\therefore P(0 \le 2X_1 - X_2 \le 5) = P(0 \le \frac{2X_1 - X_2}{5} \le 1) = \Phi(1) - \Phi(0)$$

8) 0.75

$$P(\min\{X,Y\}\le 1)=1-P(\min\{X,Y\}>1)=1-P(X>1,Y>1)$$
$$=1-P(X>1)P(Y>1)=1-(1-P(X=1))(1-P(Y=1))$$
$$=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

二、A_i 表示取到的二个零件中含有 i 个二等品，B 表示设备的使用寿命超过 1。

$$P(A_i)=\frac{C_{10}^{i}C_{90}^{2-i}}{C_{100}^{2}}, \qquad P(B|A_i)=\int_{1}^{+\infty}(i+1)e^{-(i+1)x}dx=e^{-(i+1)}, i=0,1,2$$

则(1)

$$P(B)=\sum_{i=0}^{2}P(A_i)P(B|A_i)$$
$$=\sum_{i=0}^{2}\frac{C_{10}^{i}C_{90}^{2-i}}{C_{100}^{2}}\cdot e^{-(i+1)}\approx 0.32$$

(2)

$$P(A_0|B)=\frac{P(A_0)P(B|A_0)}{P(B)}$$
$$\approx\frac{\frac{C_{90}^{2}}{C_{100}^{2}}\times e^{-1}}{0.32}\approx 0.93$$

三、

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(e^{X}\le y)$$
$$=\begin{cases}0, & y\le 0\\ P(X\le \ln y)=\int_{-\infty}^{\ln y}f(x)dx & y>0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0, & y\le 0\\ \int_{-\infty}^{\ln y}0dx=0, & 0<y\le 1\\ \int_{-\infty}^{0}0dx+\int_{0}^{\ln y}e^{-x}dx=1-\frac{1}{y}, & y>1\end{cases}$$

四、

（1） $P(0 \le X \le Y) = \iint\limits_{0\le x\le y} f(x,y)dxdy = \dfrac{1}{2\pi}\int_{\pi/4}^{\pi/2} d\theta \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\rho^2}{2}} \cdot \rho\, d\rho = \dfrac{1}{8}$

（2） $Z \sim b(3,\dfrac{1}{8})$，分布律为：$P(Z=k)=C_3^k\left(\dfrac{1}{8}\right)^k\left(\dfrac{7}{8}\right)^{3-k}, k=0,1,2,3$ （这一小题要求的是分布律，考试的时候如果只写到服从二项分布，没有写出分布律的具体形式，要扣分的。）

五、

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{-1}^{y} 2dx = 2(1+y), -1<y<0\\ 0,\quad \text{其它}\end{cases}$$

(2)

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\dfrac{2}{2(1+y)}, -1<x<y\\ 0\ \ ,\text{其他}\end{cases}$$

$$f_{X|Y}(x|-0.5)=\frac{f(x,-0.5)}{f_Y(-0.5)}=\begin{cases}2, -1<x<-0.5\\ 0\ \ ,\text{其他}\end{cases}$$

$$P(X\le -0.8 | Y=-0.5)=\int_{-\infty}^{-0.8} f_{X|Y}(x|-0.5)dx=\int_{-1}^{-0.8} 2dx = 0.4$$

注意：这个题与 $P(X\le -0.8 | Y\le -0.5)$ 是不同的，要看清楚题目要求。

$$(3) F_Z(z)=P(Z\le z)=P(X+Y\le z)=\iint\limits_{x+y\le z} f(x,y)dxdy$$

$$=\begin{cases}0, z\le -2\\ \int_{-1}^{z/2} dx\int_x^{z-x} 2\,dy = \dfrac{z^2}{2}+2z+2, -2<z\le -1\\ 1-\int_{z/2}^{0} dx\int_{z-y}^{y} 2\,dy = 1-\dfrac{z^2}{2}, -1<z\le 0\\ 1,\ \ z>0\end{cases}$$

注：如果求密度函数，继续求导；也可以直接用卷积公式（计算会更简单一点），自己整理一下。

六、

$$(1)\ P(Z \le \frac{1}{2} \mid X=0) = P(X+Y \le \frac{1}{2} \mid X=0)$$

$$= P(Y \le \frac{1}{2} \mid X=0) = P(Y \le \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}(2) F_Z(z) &= P(Z \le z) = P(X+Y \le z) \\ &= P(X=0)P(X+Y \le z \mid X=0) + P(X=1)P(X+Y \le z \mid X=1) \\ &= P(X=0)P(Y \le z \mid X=0) + P(X=1)P(Y \le z-1 \mid X=1) \\ &= P(X=0)P(Y \le z) + P(X=1)P(Y \le z-1)\end{aligned}$$

$$= \begin{cases} 0,\ z<0 \\ 0.3\times z,\ 0 \le z < 1 \\ 0.3+0.7\times(z-1),\ 1 \le z < 2 \\ 1,\ z \ge 2 \end{cases}$$