# 东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 20-21-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | |

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}dt$ 表示标准正态分布的分布函数，

$\Phi(-1.65)=0.05; \Phi(-1.96)=0.025; \Phi(1)=0.8413; \Phi(2)=0.9772$

$T_n \sim t(n)$ $P(T_{24}\geq 2.064)=0.025; P(T_{24}\geq 1.711)=0.05;$

$P(T_{25}\geq 2.060)=0.025; P(T_{25}\geq 1.708)=0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n)$ $P(K_{24}\geq 39.36)=0.025; P(K_{24}\geq 12.40)=0.975;$

$P(K_{25}\geq 40.65)=0.025; P(K_{25}\geq 13.12)=0.975;$

一、选择题( 每题 2’，共 10’ )

1) 设 A,B 为两随机事件，且 P(A)=0.2，P(B)=0.5, P(AUB)=0.6。

下列命题正确的是 （ ）

A）A 和 B 互不相容; B）$A \subset B$；

C）$A$和 $B$ 相互独立; D） 以上三个选项均不正确。

2) 随机变量 $X \sim N(3,a^2)$, $P(3<X<4)=0.3$， $P(X<2)=$（ ）

A）0.3； B）0.2；

C）0.1； D）0.5。

3) 下列二元函数中， 可以作为连续型随机变量的联合概率密度是 （ ）

A) $f(x,y)=\begin{cases}\sin(x) & 0<x<\pi, 0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

B) $f(x,y)=\begin{cases}\sin(x) & 0<x<\pi, 0<y<\frac{1}{2}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

C) $f(x,y)=\begin{cases}1-\cos(x) & 0<x<\pi, 0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

D) $f(x,y)=\begin{cases}1-\cos(x) & 0<x<\pi, 0<y<\frac{1}{2}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

4) 设某种灯泡的使用时间 $X$（单位小时）服从指数分布 e(0.001)，若该灯泡已经使用了100 小时，则该灯泡的平均使用时间为 （ ）

（A）1000 小时 ； （B）1100 小时；

（C） 100.001 小时； （D）900 小时。

5) 设总体 X 服从正态分布 N(m,n), $X_1,X_2,\ldots,X_9$ 是来自该总体的样本，$\bar{X},S^2$分别表示样本均值和样本方差。下列结论中不正确的是 （ ）

（A）$\frac{8S^2}{n}\sim\chi^2(8)$； （B）$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$；

（C）$\bar{X}-m\sim N(0,\frac{n}{9})$ （D）$\bar{X}$和 $S^2$互不相关。

二、填充题（每空格 2'，共 26'）

1) 设事件 A 和 B 互不相容，P(A)=0.2; P(B|AUB)=0.6，则$P(B)=$______。

2) 设一批产品的次品率为 0.1。从该批产品中任取 4 件，逐个检查。检查结果为其中有两件次品的概率是___________________。

3) 设随机变量 $X$ 服从泊松分布，均值为 12，$EX(X+2)=$_____________。

4) 随机变量 X，Y 相互独立， X~N(10,5)，Y~N(12,4)，则 P(X-Y<−5)=________。

5) 随机变量 X，Y 的联合分布律为：P(X=12,Y=3)=0.2; P(X=12,Y=4)=0.3; P(X=6,Y=3)=0.4; P(X=6,Y=4)=0.1。 则$E(\frac{X}{Y})$ =___________________。

6) 若随机变量 X,Y 满足，DX=2,DY=8，相关系数 r=0.5,则 D(3X-Y)=____________。

7) 设随机变量序列{$X_n$, n=1,2,…}独立同服从于 f(x),

$f(x)=\begin{cases}xe^{-x} & x>0\\ 0 & 其它\end{cases}$。 则 $\frac{1}{n}(X_1+X_2+\ldots+X_n)\xrightarrow{p}$______。

8) 设总体 X 服从几何分布 G(0.2)。$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$是来此该总体的样本，$\bar{X}$ 表示样本均值， 则$E(\bar{X}^2)=$________。

9) 随机变量 X 的分布律为 P(X= 1)=0.3，P(X=3)=0.2, P(X=2)=0.5。则其分布函数为_______________。

10) 随机变量 X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}0.75(x^2-1), & 1<x<2\\ 0, & 其他\end{cases}$，则$Y=-2x-1$的密度函数为_______________。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

11) 设$X_1, X_2, X_3, X_4$相互独立，且$X_1 \sim N(0,4), X_2 \sim N(0,4), X_3 \sim N(0,c), X_4 \sim N(0,c)$。若$2\frac{X_1^2+X_2^2}{X_3^2+X_4^2} \sim F(2,2)$，则常数$\boldsymbol{C=}$_________。

12) 设某总体服从$N(m,1)$，有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本，样本均值为 5，基于该样本的 m 的置信区间长度小于 0.98， 则该置信区间的置信度$\boldsymbol{\alpha}$满足________。

13) 设总体 X 的概率密度为$f(x) = \frac{1}{b}e^{-x/b}, 0 < x < +\infty, (b > 0)$为未知参数。若 3, 1, 4，2.5，1.5 是来自该总体的简单随机样本的观测值，则 b 的矩估计值为______________。

三、(15’) 设随机变量（X，Y）的联合密度为

$$.f(x,y) = \begin{cases} ayx & x > 0, y > 0, 2x + y < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求（1）常数$a$； (2) X 的边缘密度函数；（3）条件概率 P(Y<0.5|X=0.5)。

.

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名____________ 学号____________

密 封 线

四、(10’) 设某单位库存一批购自同一厂家的电脑内存条。这批产品 60%的可能性购自甲厂家，20%的可能性购自乙厂家，20%的可能性购自丙厂家。已知甲厂家产品的次品率为5%；乙厂家产品的次品率为 10%；丙厂家产品的次品率为 10%。现随机的从仓库中随机抽取两个内存条。 (1)求抽出两个均为次品的概率；(2)若已知抽到的两个内存条都是次品，求这批内存条是购自丙厂家的概率。.

五、(10’)设随机变量 X 和 Y 相互独立。 X 服从指数分布 e(1)，Y 服从均匀分布 U[1，2]。令 Z=X+Y，求随机变量 Z 的概率密度函数$f_Z(z)$。

六、(9’) 抛投一枚均匀的骰子 100 次。试用中心极限定理近似计算 100 次出现的点数之和不超过 370 的概率（可使用标准正态的分布的分布函数$\Phi(x)$表示相关概率）。

七、(10’)设总体 X 的概率分布律为

$$P(X=x)=\theta^{-\frac{x-2}{3}}(1-\theta)^{\frac{x+1}{3}}, x=-1,2; 0<\theta<1$$

其中$\theta$为未知参数。$X_1,\ldots X_n$ 为来自该总体的样本。(1)求参数$\theta$的最大似然估计量$\hat{\theta}$；(2)$\hat{\theta}$是否是$\theta$的无偏估计量，说明理由。.

八、 (10’)设总体 X 服从正态分布 $N(u,\sigma^2)$, u 和$\sigma^2$未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为-5，样本标准差为 2。 （1）试检验 $H_0$: u=−4, v.s. $H_1$: u <−4(检验水平$\alpha=0.05$)；(2)求$\sigma^2$的置信度为 95%的置信区间。