二维数字图像的数学表达

数字图像的尺寸$M \times N$

函数表示：

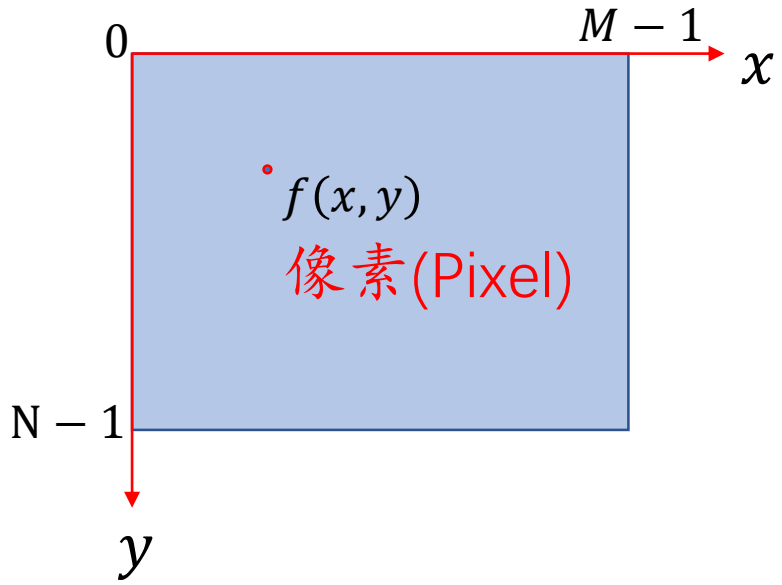
$$f(x,y), \quad x=[0,M-1], y=[0,N-1]$$

$$f(\vec{X}), \quad \vec{X}=(x,y)'$$

矩阵表示：

$$f[m,n], \quad m=[0,M-1], n=[0,N-1]$$

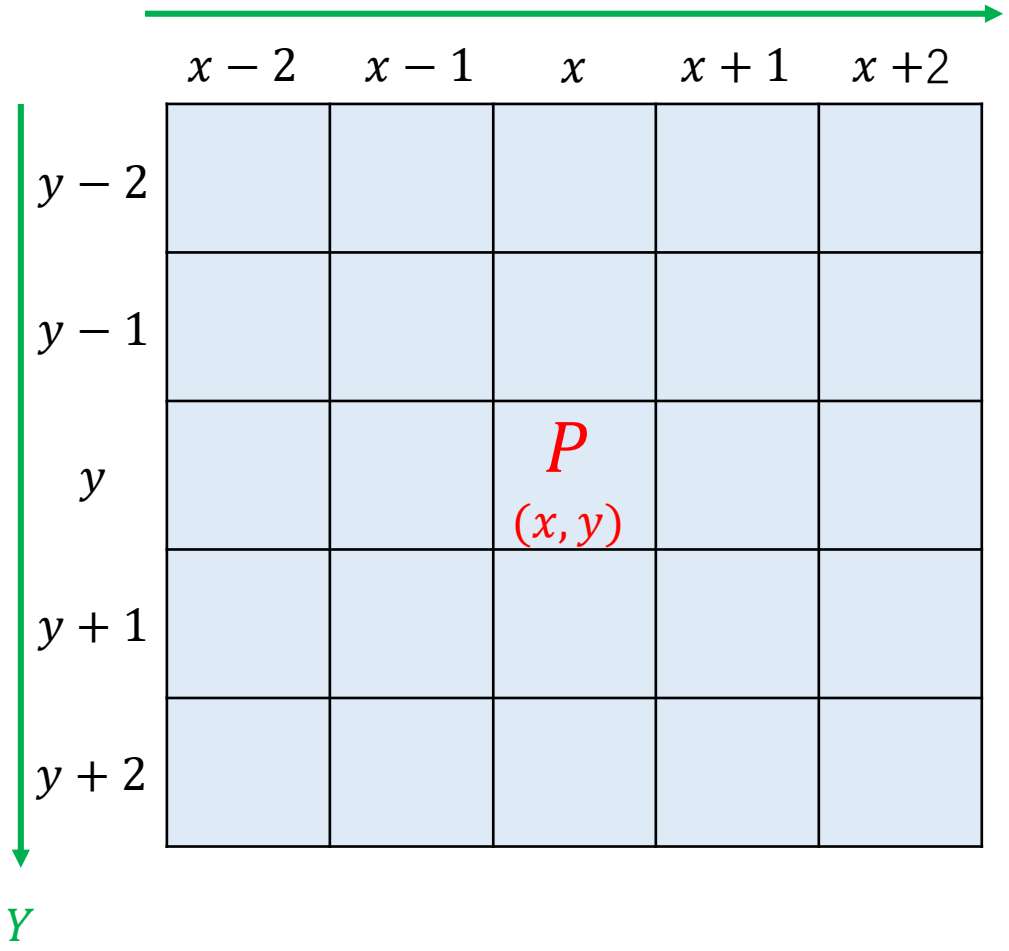
- 坐标系定义



- 函数（图像）值类型

  标量（灰度）、矢量（彩色）、二值

像素(pixel)与邻域(neighborhood)



P：当前观察像素（当前点，热点[hot dot]）

⇦ P的邻域、窗口（P点周围的像素组成的集合）

（P位于窗口中心，窗口尺寸为奇数）

二维离散信号的卷积

$$h(x,y) * f(x,y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h(i,j) f(x-i, y-j)$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(i,j) h(x-i, y-j)$$

二维傅里叶变换

$$\omega = 2\pi u$$

$$X(u) = \int x(t) e^{-j2\pi ut} dt$$

$$x(t) = \int X(u) e^{j2\pi ut} du$$

$$F(u,v) = \int\int f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dxdy$$

$$f(x,y) = \int\int F(u,v) e^{j2\pi(ux+vy)} dudv$$

二维信号的离散傅里叶变换

$$f(x,y), \quad x = 0,1,\dots,M-1;\ y = 0,1,\dots,N-1$$

$$F(u,v), \quad u = 0,1,\dots,M-1;\ v = 0,1,\dots,N-1$$

$$F(u,v) = \frac{1}{MN}\sum_{y=0}^{N-1}\sum_{x=0}^{M-1} f(x,y)e^{-j2\pi\left[\frac{xu}{M}+\frac{yv}{N}\right]}$$

$$f(x,y) = \sum_{v=0}^{N-1}\sum_{u=0}^{M-1} F(u,v)e^{j2\pi\left[\frac{xu}{M}+\frac{yv}{N}\right]}$$

$$F(u,v) = \frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}\left[\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x,y)e^{-j2\pi\frac{xu}{M}}\right]e^{-j2\pi\frac{yv}{N}}$$

$$F(u,y) = \frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x,y)e^{-j2\pi\frac{xu}{M}}$$

$$F(u,v) = \frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1} F(u,y)e^{-j2\pi\frac{yv}{N}}$$

数字图像的面积与像素数量

$M \times N$ 图像

像素总数：$M \times N$

每像素的面积：σ

图像的总面积：$M \times N \times \sigma$

在不关心图像的物理尺寸的条件下，像素数与面积不加区别

数字图像文件格式(Image File Formats)

图像文件包含的基本要素：

- 图像属性

  尺寸、数据类型、数据组织形式（压缩标准）...
- [成像条件]

  X线剂量、摆位、...
- 图像数据

常见的图像格式：

- ✓Windows Bitmap (BMP)
- ✓JPEG
- ✓Tagged Image File Format (TIFF)
- ✓Graphics Interchange Format (GIF)
- ✓Portable Network Graphics (PNG)

网络上最常见

医疗成像系统

- ✓Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM)

成像(Imaging)
&
图像数字化(Image Digitization)

成像的关键因素

- 成像物理模型

  目标信息和信息载体（能量形式->传感器）

  - ✓ 普通风景（人物）图像：记录光源及物（人）表面反射特性，载体为可见光
  - ✓ X光透视图像：记录组织密度，载体为X光

- 硬件系统技术参数

  传感器的信噪比/灵敏度/分辨率

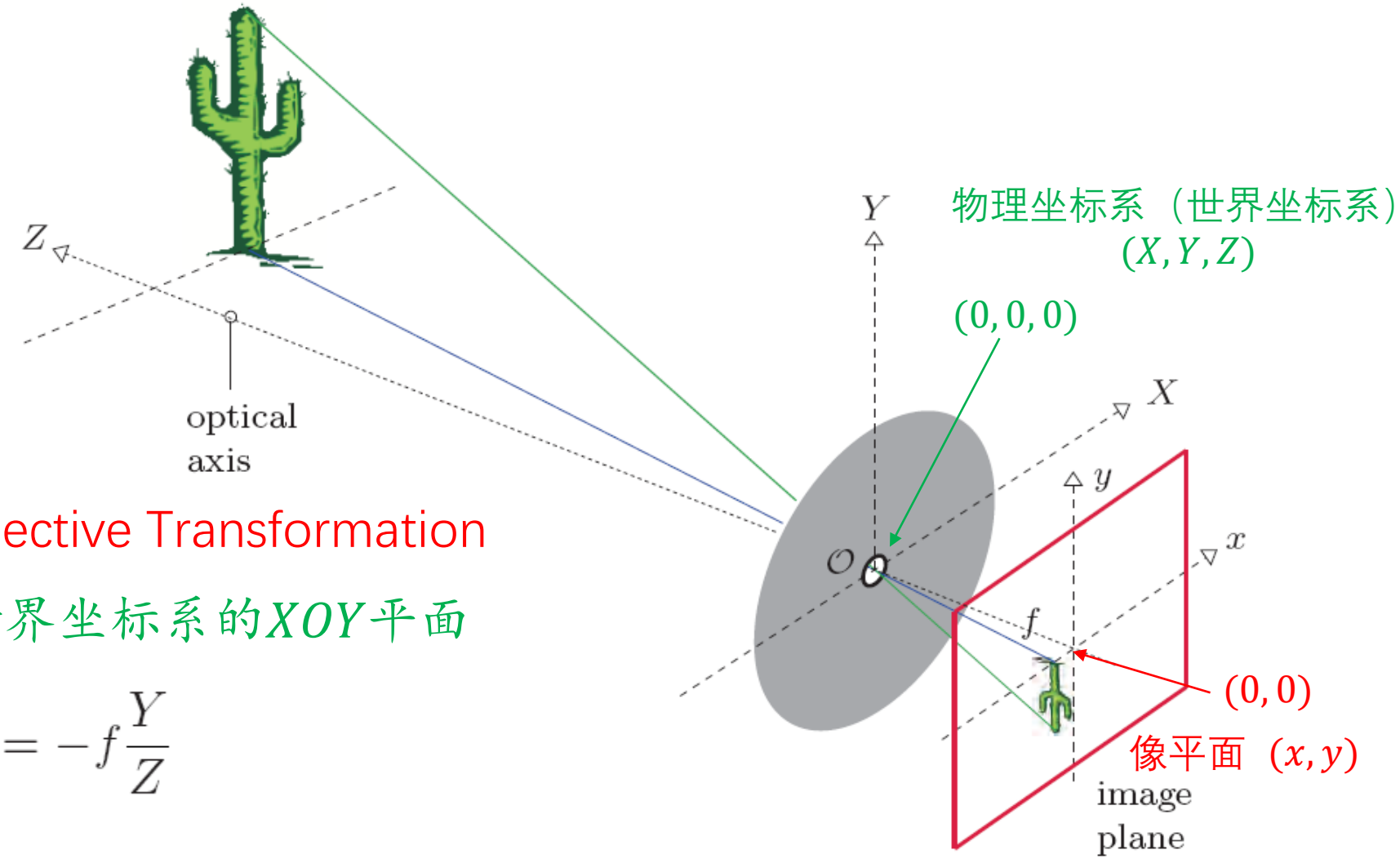
  采样系统分辨率/信噪比

- 数据处理方法

  增强/提取目标信息，抑制干扰

  - ✓ 图像增强处理、CT重建...

基本成像坐标系——针孔相机模型



透视变换 Perspective Transformation

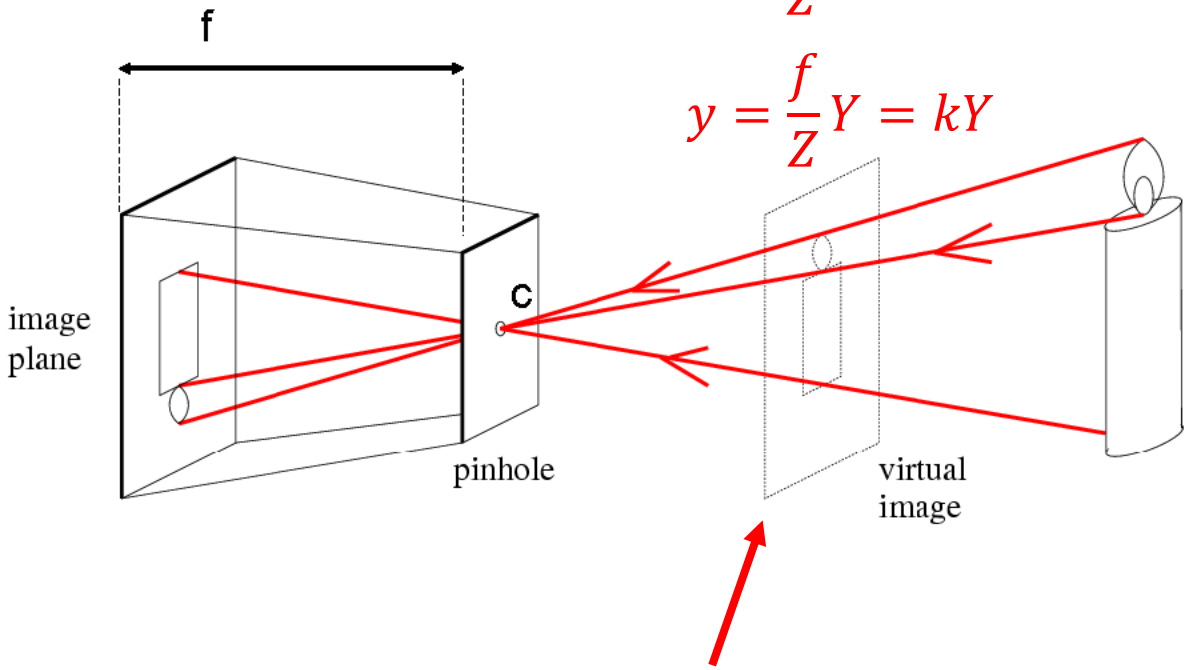
像平面平行于世界坐标系的XOY平面

$$x = -f\frac{X}{Z} \qquad y = -f\frac{Y}{Z}$$

图像处理中实际使用的透视变换模型

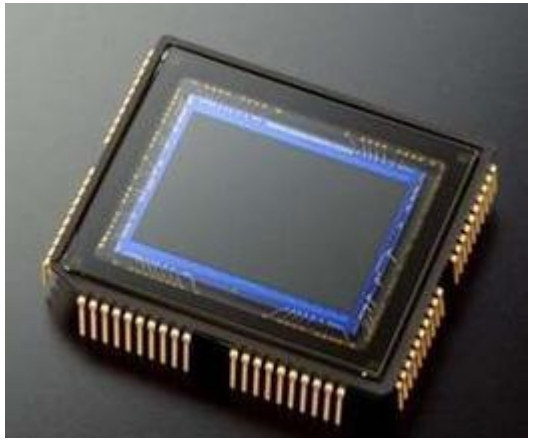
$$x = \frac{f}{Z}X = kX$$

$$y = \frac{f}{Z}Y = kY$$



常见光电传感器

面阵光电传感器

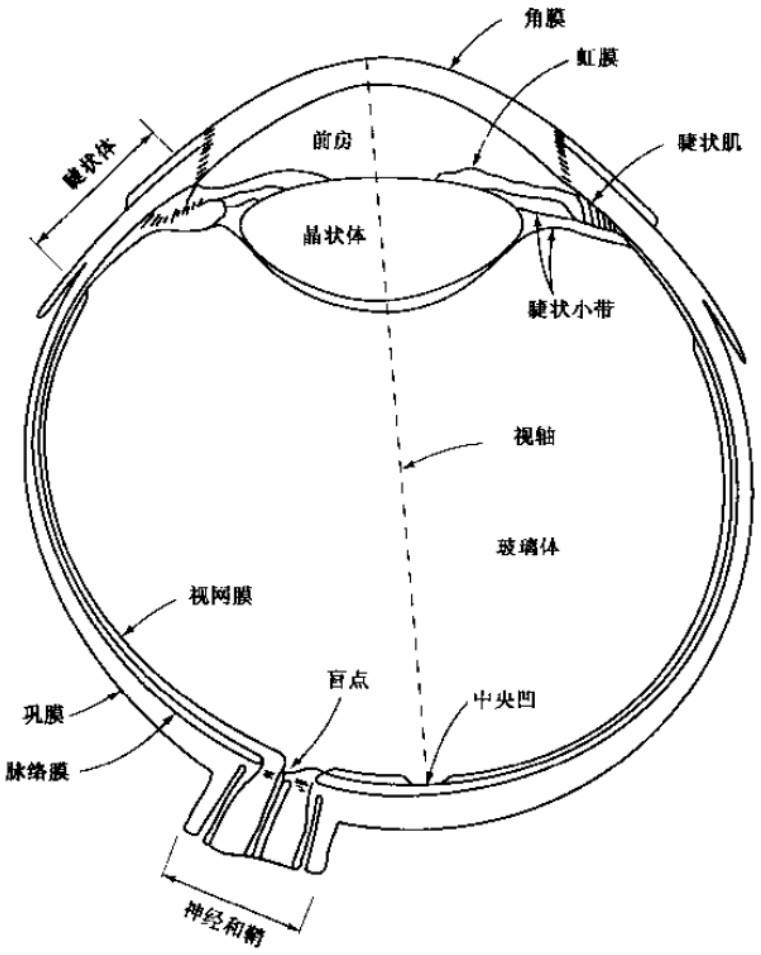


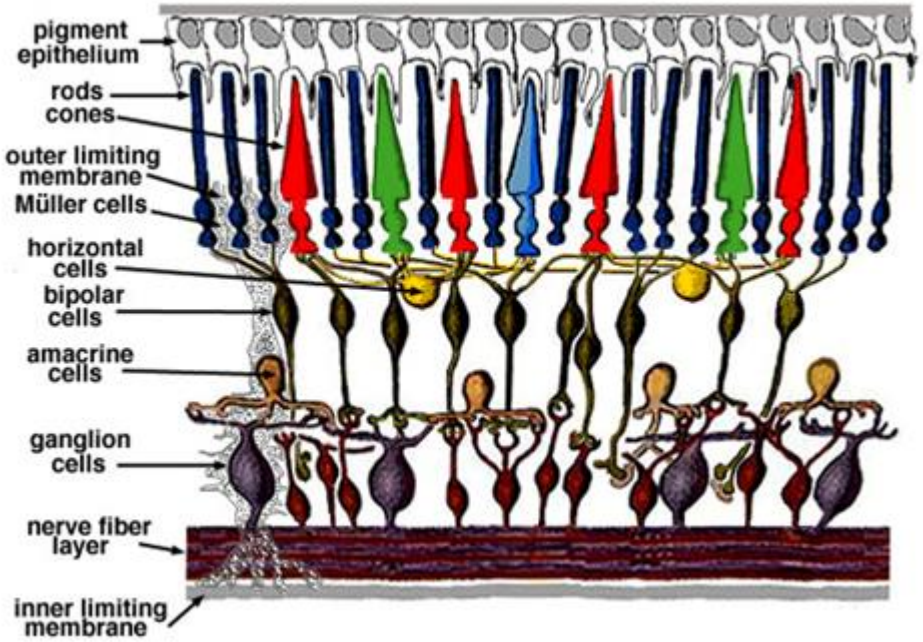
多数相机使用

线阵光电传感器

极高分辨率相机或工业系统使用

完美的成像系统：人眼


角膜
虹膜
睫状肌
睫状体
前房
晶状体
睫状小带
视轴
玻璃体
视网膜
巨点
中央凹
巩膜
脉络膜
神经和鞘


pigment epithelium
rods
cones
outer limiting membrane
Müller cells
horizontal cells
bipolar cells
amacrine cells
ganglion cells
nerve fiber layer
inner limiting membrane

图像的数字化

- 采样

  成像平面的离散化

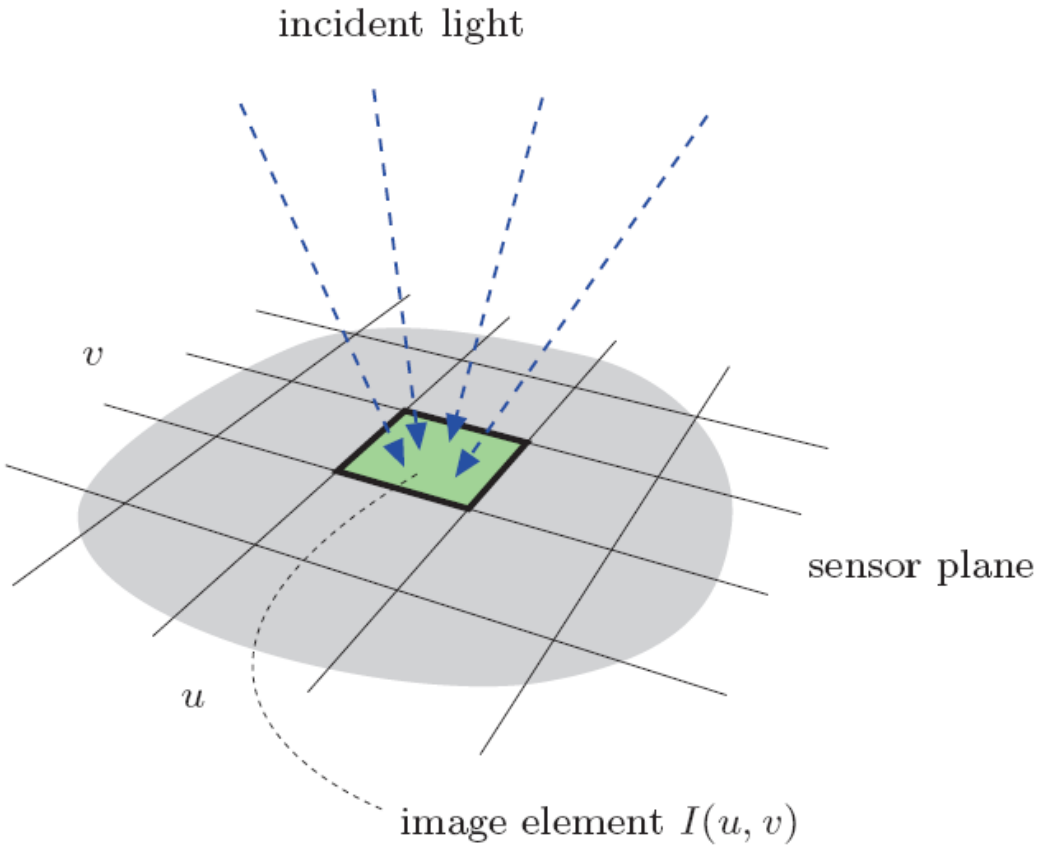
  （图像分辨率）

  【物理意义vs习惯表达】

- 量化

  图像值的离散化

  （像素值的分辨率）



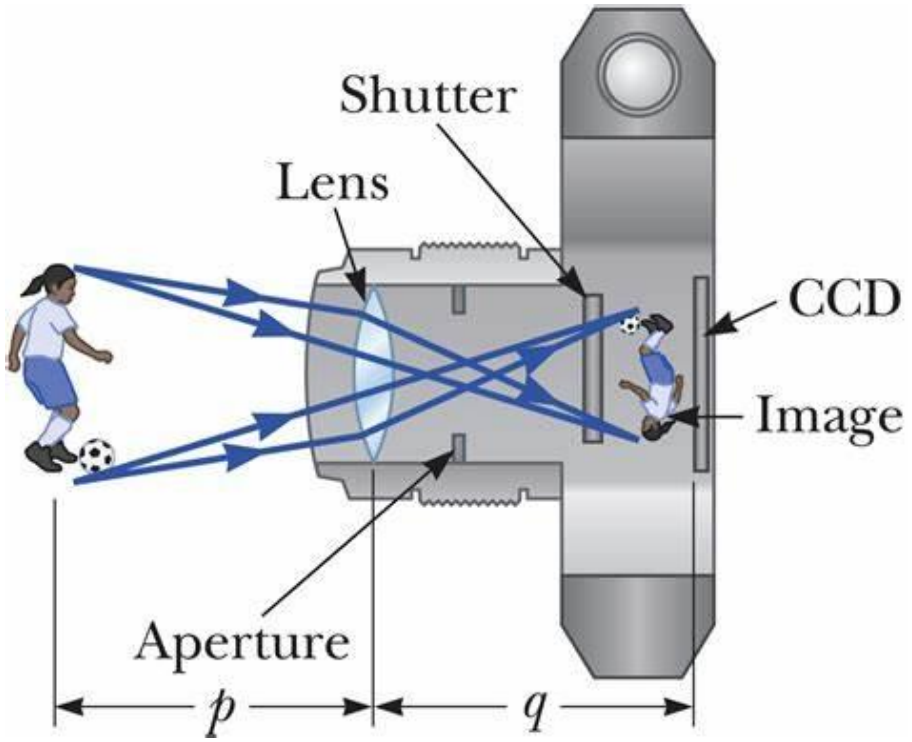
误区

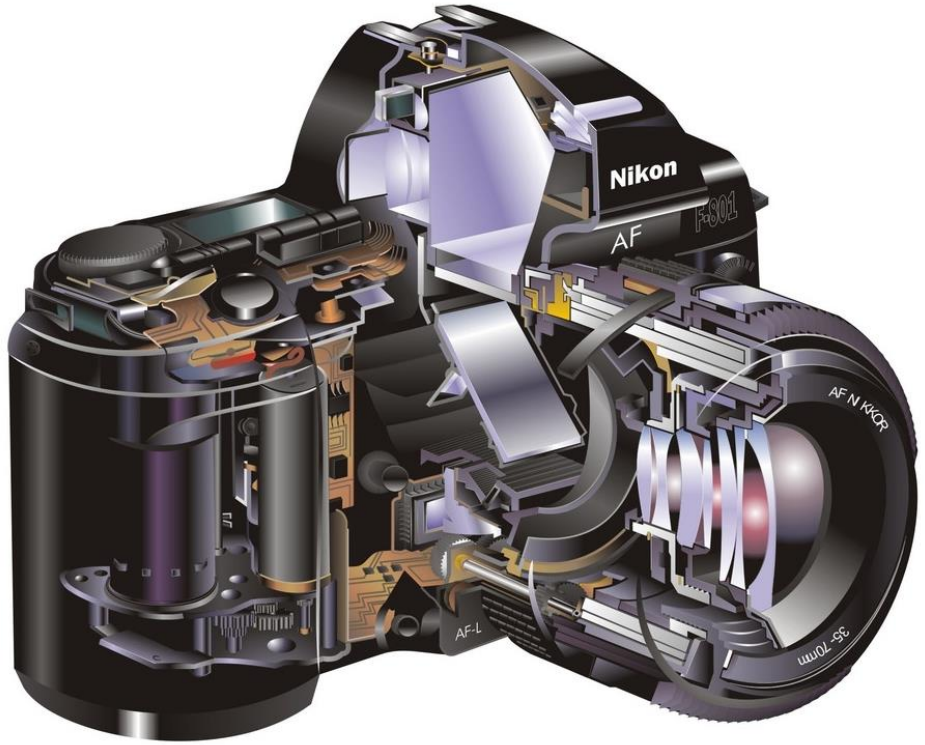
图像灰度范围[0,255]

图像清晰度

【分辨率 vs 信噪比】

普通光学相机结构



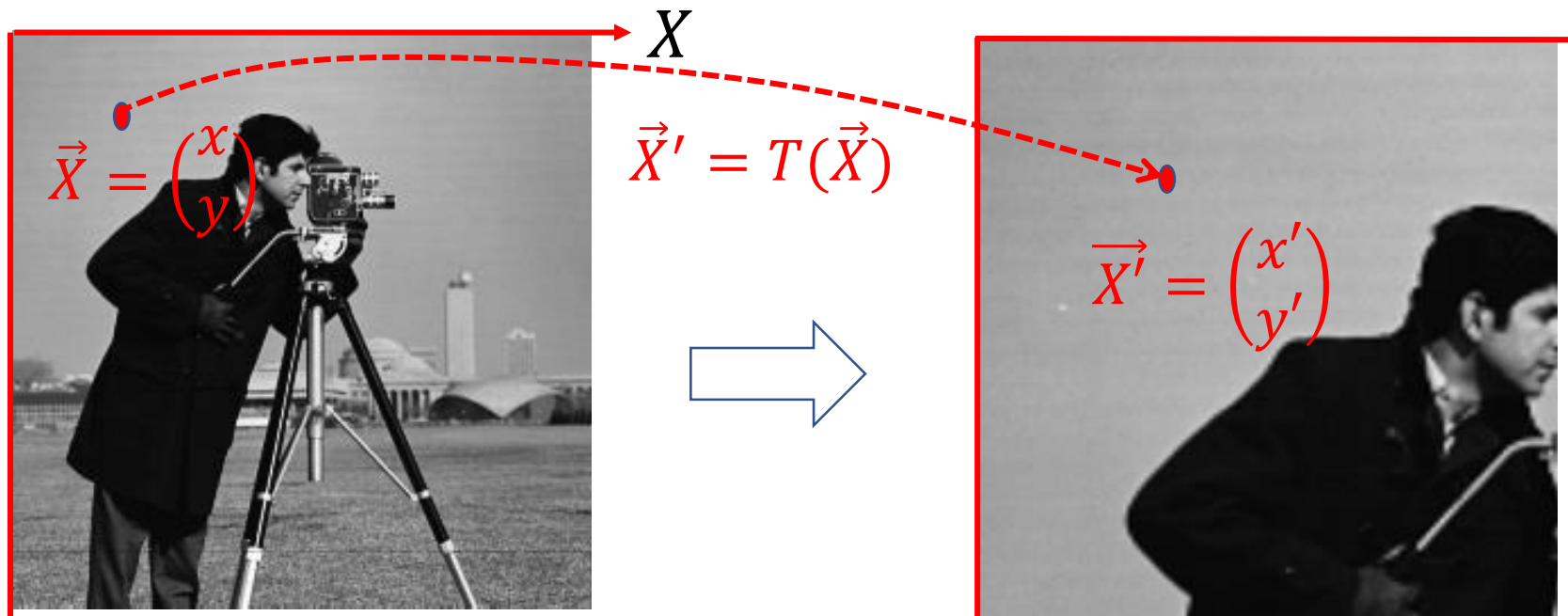


图像的信噪比

光通量、传感器信噪比

表现指标：曝光速度，分辨率...

图像几何变换(Geometric Transform)



$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$

图像（画布）坐标系

$f(\vec{X})$ -->$f(\vec{X'})$

仿射变换(Affine Transformation)

$$\mathbf{X}'=\mathbf{A}\mathbf{X} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13} \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23} \end{cases}$$

覆盖：平移、旋转、缩放等组合

平移（Translation）

$$\begin{cases} x' = x + t_x \\ y' = y + t_y \end{cases} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \end{pmatrix}$$

缩放（Scaling）

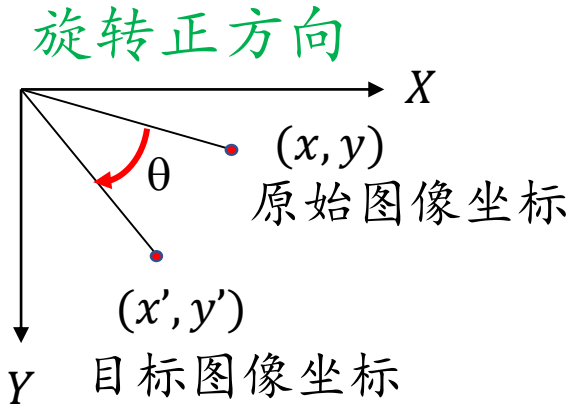
$$\begin{cases} x' = s_x \cdot x \\ y' = s_y \cdot y \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \end{bmatrix}$$

$s_x = s_y = 0.5$

$s_x = s_y = 2.0$

旋转（Rotation）

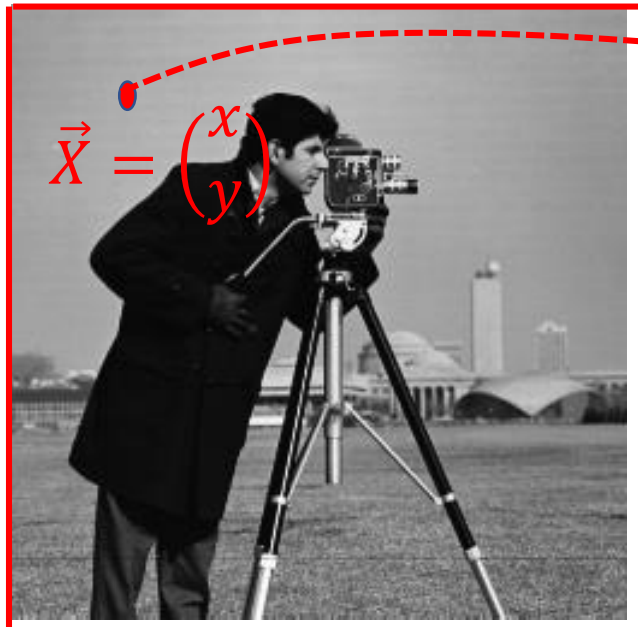


$$\begin{cases} x' = \cos\theta \cdot x - \sin\theta \cdot y \\ y' = \sin\theta \cdot x + \cos \cdot y \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \end{bmatrix}$$

$\theta = -30°$

图像几何变换(Geometric Transform)



（原始图像）

（目标图像）

$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$

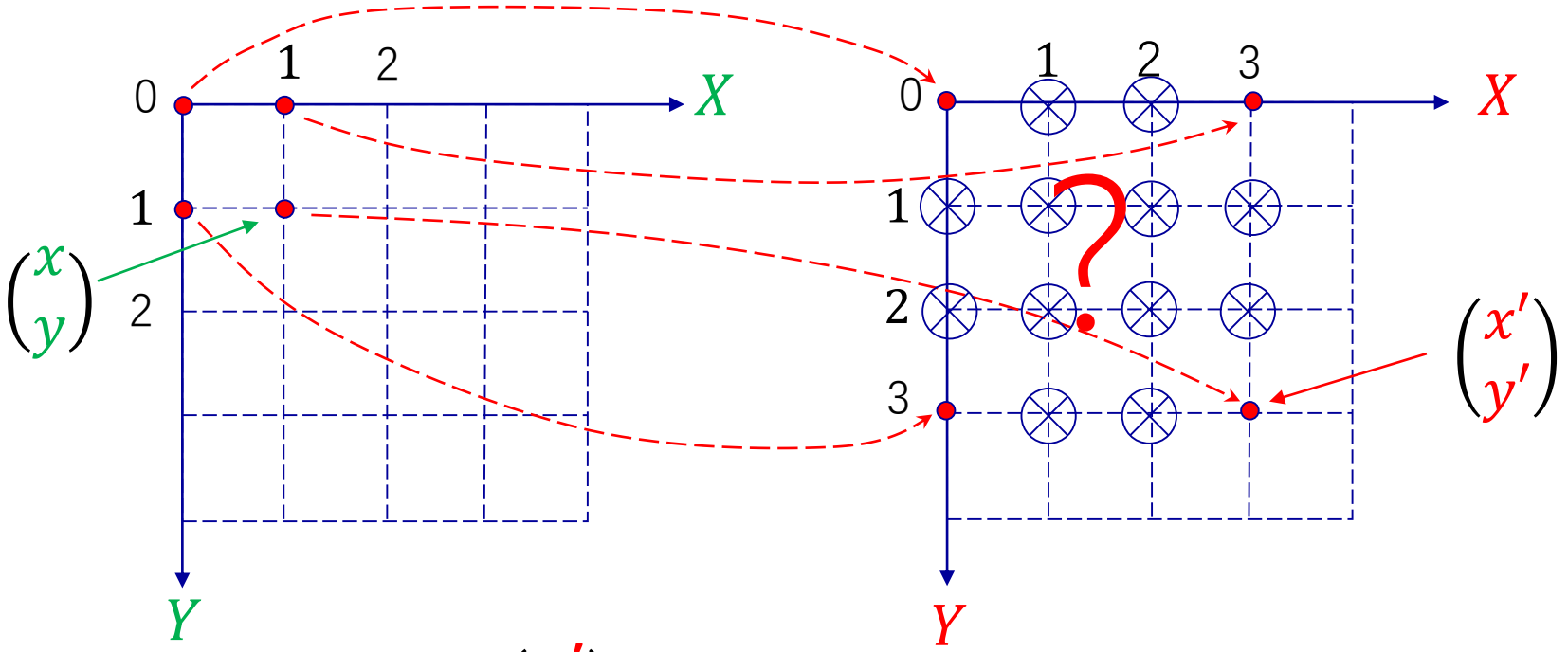
图像（画布）坐标系

$f(\vec{X})$ -->$f(\overrightarrow{X'})$

模拟图像（连续信号） √

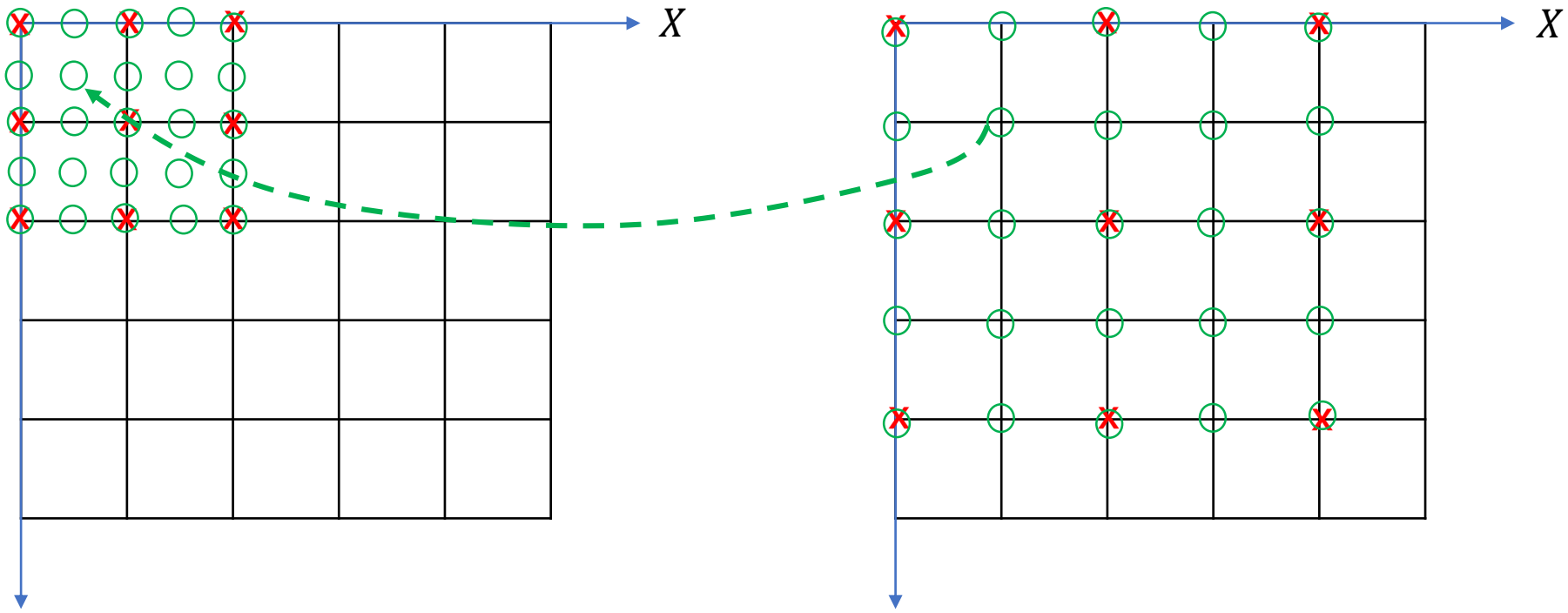
数字图像（离散信号） ×

图像插值(interpolation)问题



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

程序实现几何变换的遍历问题



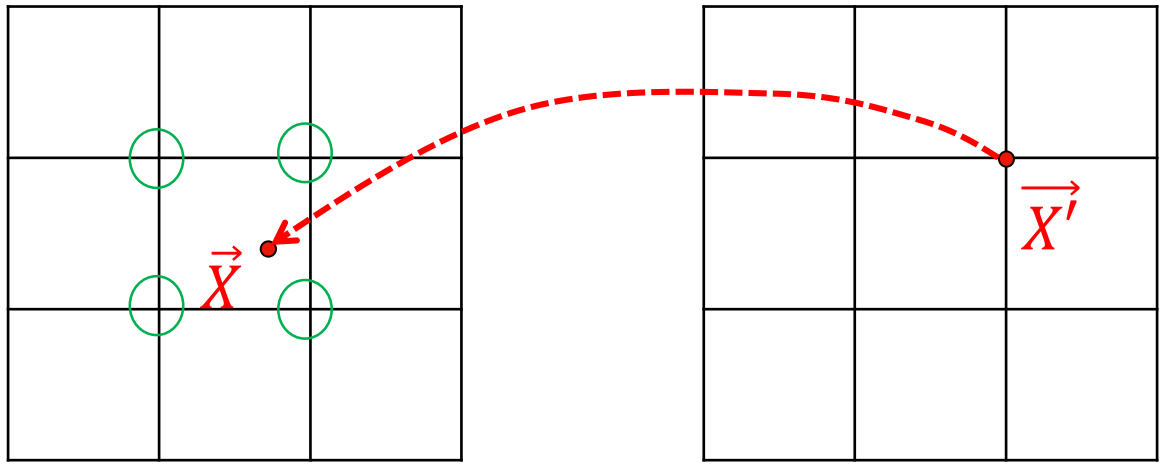
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

遍历目标图像

插值（Interpolation）

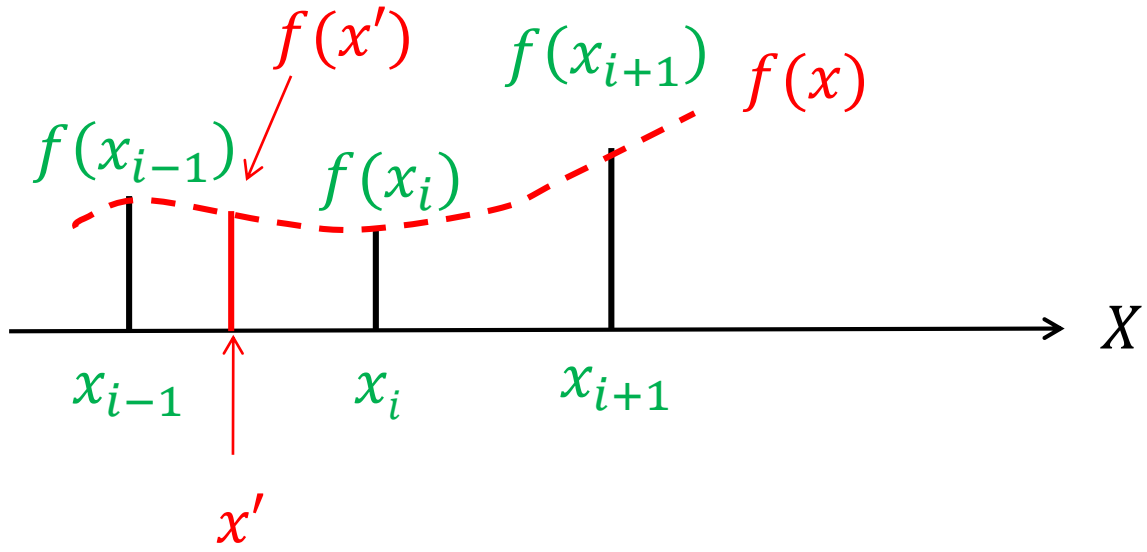
$$f(\vec{X'}) \leftarrow f(\vec{X}) = ?$$

$$f(\vec{X}) \leftarrow f(\Omega_{\vec{X}})$$

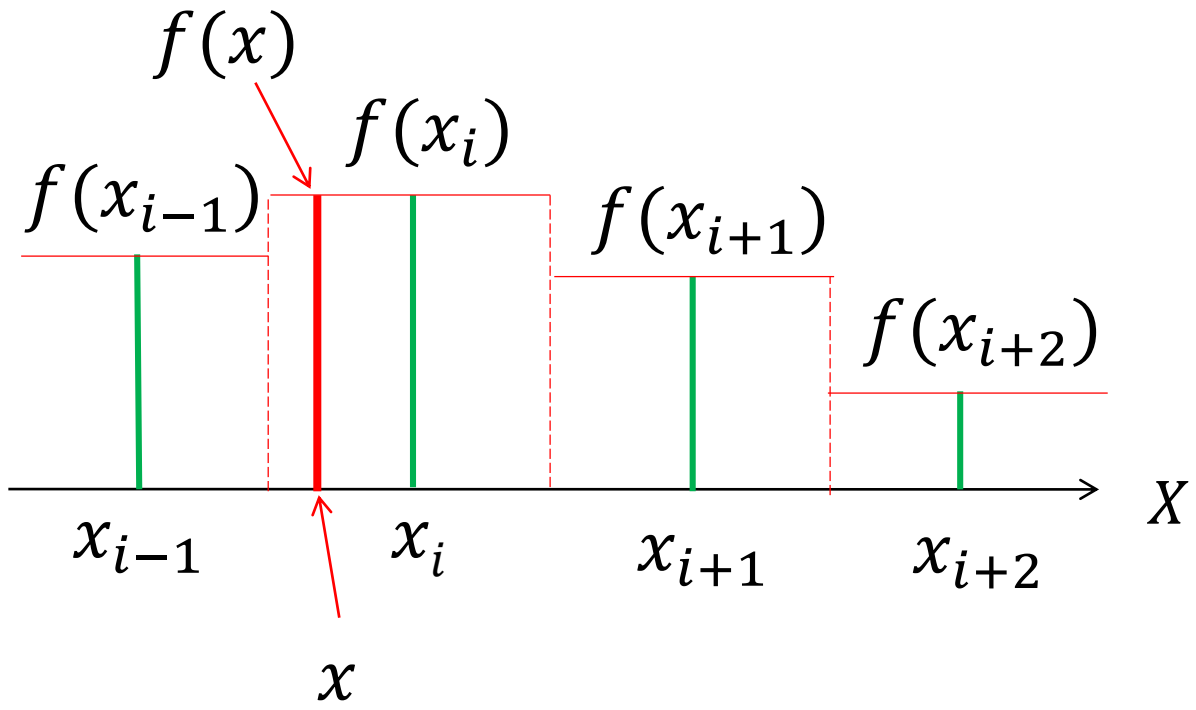


$\Omega_{\vec{X}}$ -- 邻域（Neighbor）

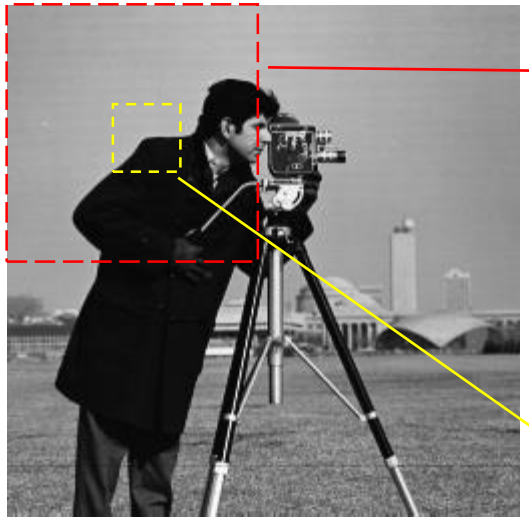
插值原理



最近邻插值（Nearest Interpolation）

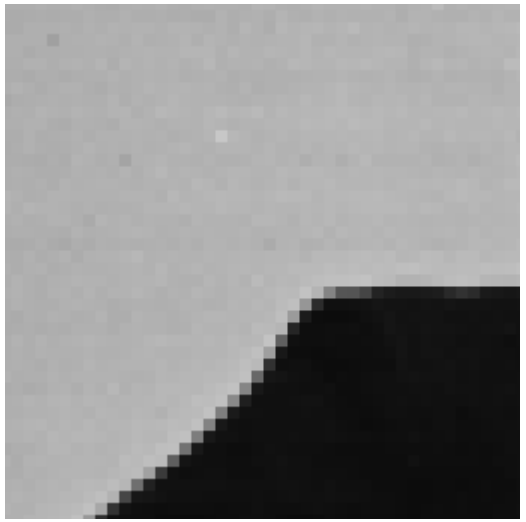


$f(x) = a$

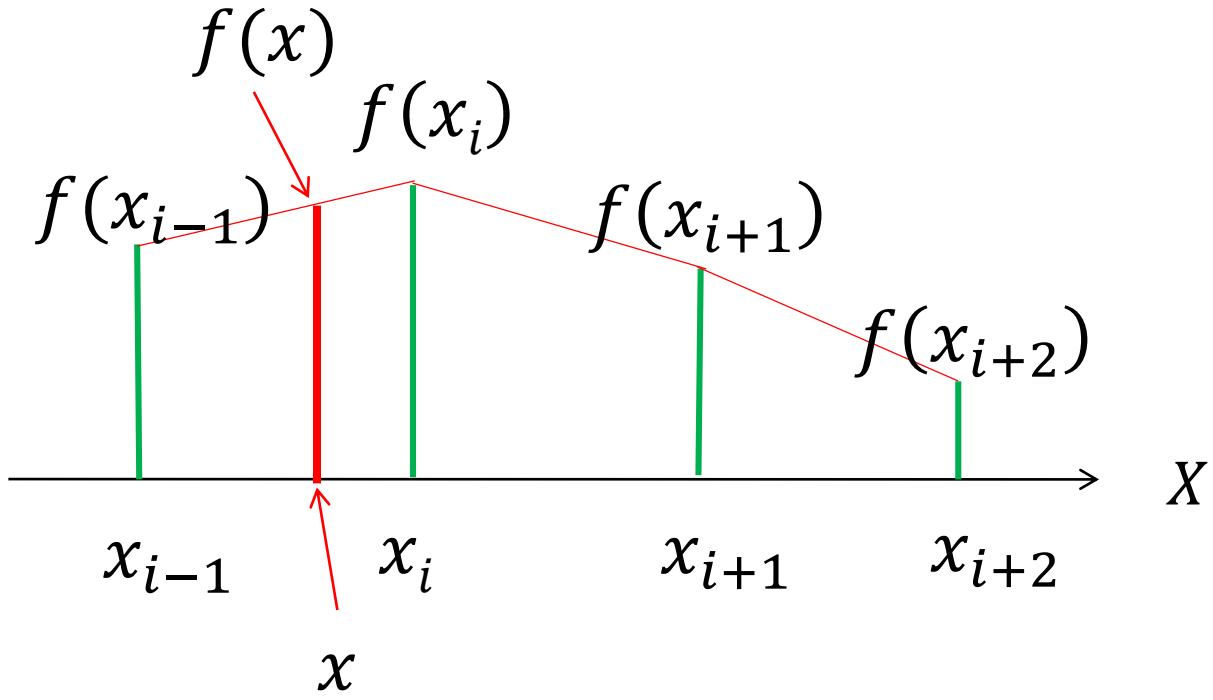


$s_x = s_y = 2$

$s_x = s_y = 6$

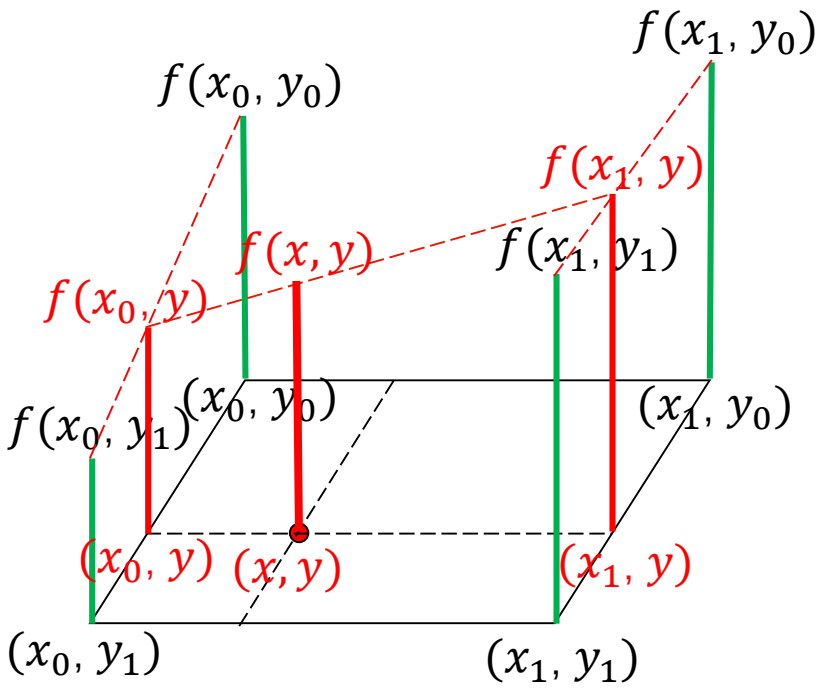


线性插值（Linear Interpolation）



$$f(x) = a + bx$$

双线性插值（Bilinear Interpolation）



$$x_0 = [x], x_1 = x_0 + 1$$

$$y_0 = [y], y_1 = y_0 + 1$$

$f(x_0, y_0)$ $f(x_0, y_1)$ $f(x_1, y_0)$ $f(x_1, y_1)$ ➡ $f(x, y)$

$f(x_0, y_0)$ $f(x_0, y_1)$ ➡ $f(x_0, y)$

$f(x_1, y_0)$ $f(x_1, y_1)$ ➡ $f(x_1, y)$

$f(x_0, y)$ $f(x_1, y)$ ➡ $f(x, y)$

$s_x = s_y = 2$

$s_x = s_y = 6$