**第十一章作业**

JS319104

曹邹颖

**P232:**

**1．**

解：

（a）、（c）、（f）是格，

（b）不是格，因为{d,e}没有最大下界；

（d）不是格，因为{d,e}没有最大下界；

（e）不是格，因为{a,b}没有最大下界。

**2．**

解：

（1）不是格，

（2）、（3）、（4）是格。

**4．**

解：

1. a∨(a∧b)≥a
2. a∧(b∨c)≥(a∧b)∨(a∧c)
3. b∧(c∨a)≥(b∧c)∨a

**5．**

证明：

a1，a2，…,anL,有a1∧a2∧…∧an≤ai≤a1∨a2∨…∨an，其中i=1,2，…,n

又a1∧a2∧…∧an=a1∨a2∨…∨an，

∴ai=a1∨a2∨…∨an=a1∨a2∨…∨an，（i=1,2，…,n）

∴a1=a2=…=an

**6．**

证明：

∵L是格，a，b，cL，且a≤b≤c

∴a≤ba∨b=b

b≤cb∧c=b

**∴**a∨b=b∧c

**7．**

解：

{a},{b},{c},{d},{a，b},{a，c},{b，d},{c，d},{a，b，d},{a，c，d},{a，b，c，d}

**8．**

证明：

∵任取aL，令S={x|xL∧x≤a}，aL∧a≤aaS,

∴S是L的非空子集，

任取x，yS，则x≤a且y≤ax∨y≤a, x∧y≤x≤a

又由L是格，得x∨yL且x∧yL

∴x∨yS且x∧yS

∴S对∨和∧封闭，

∴<S, ≤>是L的子格

**P233：**

**9．**

解：（a）（c）（f）是格，

（a）中d存在补元a，a存在补元d；

（c）中f存在补元a，d存在补元e和b，e存在补元d和c，

c存在补元e和b，b存在补元c和d，a存在补元f；

（f）中f存在补元a，e存在补元b，b存在补元e，a存在补元f。

**10．**

解：（a）（c）（f）是格，

（a）是分配格，因为任何一条链都是分配格，不是有补格和布尔格，因为b，c没有补元；

（c）不是分配格，因为存在子格与五角格同构，是有补格，因为每个元素都有补元，不是布尔格，因为不是分配格；

（f）是分配格，因为不含与钻石格和五角格同构的子格，不是有补格和布尔格，因为c，d没有补元。

**11．**

证明：

∵a∧0≤0，0≤0，0≤a0≤a∧0

∴a∧0=0，

∵a≤a∨0，a≤a，0≤aa∨0≤a

∴a∨0=a，

∵a∧1≤a，a≤1，a≤aa≤a∧1

∴a∧1=a，

∵1≤a∨1，a≤1，1≤1a∨1≤1

∴a∨1=1。

**13．**

(1)

∵B是布尔代数，B中的表达式f是（a∧b）∨(a∧b∧c）∨(b∧c)

∴f=（a∧b）∨(b∧c)= (b∧a）∨(b∧c)= b∧(a∨c)

(2)

f\*=b∨(a∧c)

**14．**

证明：

a≤ba∧b'=(a∧b)∧b'=a∧(b∧b')=a∧0=0

a∧b'=0a'∨b =a'∨b∨0=a'∨b∨(a∧b')

=(a'∨b∨a)∧(a'∨b∨b')=(1∨b)∧(a'∨1)=1

a'∨b =1a∨b= (a∨b)∧1=(a∨b)∧(a'∨b)= (a∧a')∨b=0∨b=b a≤b

∴a≤b a∧b'=0 a'∨b =1

**17．**

证明：

∵B是布尔代数

∴B是分配格

∴a，b，cB，有a∨(b∧c)= (a∨b)∧(a∨c)

又a≤ca∨c=c

∴a∨(b∧c)= (a∨b)∧c

证明：

(1)数学归纳法：

当n=2时，由德摩根律得（a1∨a2）'=a1'∧a2'成立

假设n=k时命题成立，则

(a1∨a2∨…∨ak+1) '=(a1∨a2∨…∨a k) '∧ak+1'=a1'∧a2'∧…∧a k'∧ak+1'

∴当n=k+1时，命题仍成立

综上：(a1∨a2∨…∨an) '=a1'∧a2'∧…∧a n'

(2) 数学归纳法：

当n=2时，由德摩根律得（a1∧a2）'=a1'∨a2'成立

假设n=k时命题成立，则

(a1∧a2∧…∧ak+1) '=(a1∧a2∧…∧a k) '∨ak+1'=a1'∨a2'∨…∨a k'∨ak+1'

∴当n=k+1时，命题仍成立

综上：(a1∧a2∧…∧an) '=a1'∨a2'∨…∨a n'