第十五章作业

JS319104

曹邹颖

**P326**

解：

(1)假，

∵完全图Kn（n≥3）是连通图，每个顶点的度数是n-1,

∴对于无向图来说，n为奇数时，Kn不是欧拉图，n为偶数时，Kn是欧拉图。

(2)真，

∵n（n≥2）阶有向完全图是强连通图，且每个顶点的入度等于出度都为n-1，

∴n阶有向完全图是欧拉图

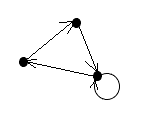
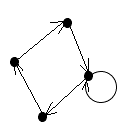
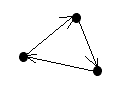
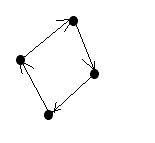
(3)真，

∵当r，s为正偶数时，完全二部图Kr，s连通且每个顶点的度数不是r就是s，是偶数，

∴当r，s为正偶数时，完全二部图Kr，s是欧拉图

**4．**

**（1） （2） （3） （4）**

****

**5．**

解：至少加k条新边。

**7．**(数学归纳法)

证明：当k=1时，G是恰含2个奇度顶点的无向连通图，∴G是半欧拉图

∴存在一条起于奇度顶点，终于奇度顶点的欧拉通路，即G所有的边均可以划分为1条边不重的简单通路Г1，使得E（G）=E（Г1）即k=1时结论成立，

假设G有2k（k≥1）个奇度顶点时结论成立，下面证明G有2（k+1）=2k+2个奇度顶点时，结论成立。设u，v为G中的两个奇度顶点，令G’=G∪（u，v），

则G’是恰含2k（k≥1）个奇度顶点的无向连通图，

∴由归纳假设得，G所有的边均可以划分为k条边不重的简单通路Г1，Г2，…,Гk,使得E（G）=，设其中Гk含新加边（u，v），则Гk-（u，v）是G中的两条简单通路，记作Гk’，Гk+1’，于是G所有的边均可以划分为k条边不重的简单通路Г1，Г2，…,Гk’，Гk+1’,使得E（G）=，即G有2（k+1）=2k+2个奇度顶点时，结论成立。

综上：G是恰含2k（k≥1）个奇度顶点的无向连通图时，G所有的边均可以划分为k条边不重的简单通路Г1，Г2，…,Гk,使得E（G）=

**13．**（哈密顿图）

解：

做2k阶无向简单图G=<V,E>,其中V={v|v要完成任务}，E={（u，v）|u，vV，u≠v且u和v有共同熟悉的任务}，则 u，vV，d（u）+d（v）=2k≥2k，

∴G中存在一条哈密顿回路，设为Г=v1v2…v2kv1

沿着这条回路将相邻的两个人v1和v2，v3和v4，…，v2k-1和v2k各组成小组，可见2k个人分成k个组（每组2人），每组完成一项他们共同熟悉的任务。

**15．**

解：

做6阶无向简单图G=<V,E>,其中V={v|v为6种颜色之一}，E={（u，v）|u，vV，u≠v且在这批布中有u和v相搭的双色布}，则 u，vV，d（u）+d（v）≥3+3=6，

∴G中存在一条哈密顿回路，设为Г=v1v2…v6v1

沿着这条回路将相邻的两种颜色v1和v2，v3和v4，v5和v6各相搭的双色布挑出，可见他们使用了全部的颜色。

**16．**

解：有（n-1）！条。

**18．**

证明:要用到该结论n阶简单图的边数m≤

要证明 u，vV，均有d（u）+d（v）≥n

假设u，vV，使得d（u）+d（v）≤n-1

考虑G’=G-{u，v}，G’的边数m’≥m-（n-1）=-（n-1）

=（n2-5n+8）

又G’是n-2阶无向简单图，由结论有边数m’≤（n2-5n+8）

∴假设不成立，得证 u，vV，均有d（u）+d（v）≥n，∴G是哈密顿图

举例：

取一个n-1阶Kn-1完全无向图，边数为，再填一个顶点vn，让vn与Kn-1中任意一个顶点vi（1≤i≤n-1）相邻，从而得到一个n阶无简单图G，边数为，但G不是哈密顿图

**19．**

解：结论不成立，这个条件是哈密顿图的必要条件，但不是充分条件。

反例：2阶无向完全图K2

**21．**解：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 步骤 | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 | v7 | v8 |
| 1 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v1,+∞) | (v1,+∞) | (v1,+∞) | (v1,+∞) | (v1,+∞) |
| 2 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v1,+∞) | (v1,+∞) | (v2,12) | (v1,+∞) | (v1,+∞) |
| 3 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v3,5) | (v3,8) | (v2,12) | (v3,11) | (v1,+∞) |
| 4 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v3,5) | (v4,6) | (v2,12) | (v3,11) | (v4,11) |
| 5 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v3,5) | (v4,6) | (v2,12) | (v5,7) | (v4,11) |
| 6 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v3,5) | (v4,6) | (v2,12) | (v5,7) | (v4,11) |
| 7 | (v1,0) | (v1,6) | (v1,3) | (v3,5) | (v4,6) | (v2,12) | (v5,7) | (v7,10) |

v1到v2的最短路径：v1v2，距离为6

v1到v3的最短路径：v1v3，距离为3

v1到v4的最短路径：v1v3v4，距离为5

v1到v5的最短路径：v1v3v4v5，距离为6

v1到v6的最短路径：v1v2v6，距离为12

v1到v7的最短路径：v1v3v4v5v7，距离为7

v1到v8的最短路径：v1v3v4v5v7v8，距离为10

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 步骤 | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| 1 | (v1,0) | (v1,4) | (v1,8) | (v1,+∞) | (v1,+∞) | (v1,+∞) |
| 2 | (v1,0) | (v1,4) | (v2,6) | (v2,7) | (v2,10) | (v1,+∞) |
| 3 | (v1,0) | (v1,4) | (v2,6) | (v2,7) | (v2,10) | (v3,14) |
| 4 | (v1,0) | (v1,4) | (v2，6) | (v2,7) | (v2,10) | (v4,8) |
| 5 | (v1,0) | (v1,4) | (v2，6) | (v2,7) | (v2,10) | (v4,8) |

v1到v2的最短路径：v1v2，距离为4

v1到v3的最短路径：v1v2v3，距离为6

v1到v4的最短路径：v1v2v4，距离为7

v1到v5的最短路径：v1v2v5，距离为10

v1到v6的最短路径：v1v2v4v6，距离为8