第14章作业

JS319104

曹邹颖

**P312:**

**4．**

1）N(v1)={v2,v3,v4}，(v1)={v1，v2,v3,v4}

2）Г-（u1）={u3，u4}，Г+（u1）={u2，u3}，

N(u1)={u2,u3,u4}，(u1)={u1，u2,u3,u4}

**5．**

解：

设无向图G中有n个顶点，则

由题意和握手定理得，

2\*10≤3\*2+4\*2+（n-4）\*2=2n+6

∴n≥7

∴G中至少有7个顶点，此时G的度数列为{2，2，2，3，3，4，4}，Δ（G）=4，δ（G）=2。

**6．**

解：

1）

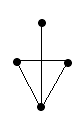
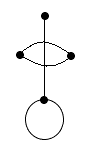
证明：由握手定理得，n\*δ（G）≤2m≤n\*Δ（G）

∴δ（G）≤2m/n≤Δ（G）

2）

n阶非连通的简单图，边数最多的情况是有Kn-1和一个孤立点构成，此时边数为，边数最少的情况就是n阶零图，边数为0。

**9．**

**简单图 非简单图**

**10．**

证明：

∵9阶无向图G中，每个顶点的度数不是5就是6

∴由握手定理推论（任何图中奇度顶点的个数为偶数）得，

9个顶点只有下面4种情况

2个5度顶点，7个6度顶点，

4个5度顶点，5个6度顶点，

6个5度顶点，3个6度顶点，

8个5度顶点，1个6度顶点，

∴、至少有5个6度顶点， 、至少有6个5度顶点

∴G中至少有5个6度顶点，或至少有6个5度顶点

**11．**

证明：

做无向简单图G=<V,E>,

V={v|v为多面体的面}，E={（u，v）|u，vV∧u，v有公共棱∧u≠v}，

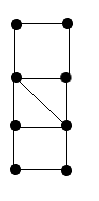
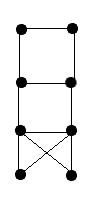
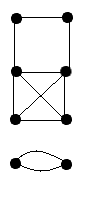
假设3维空间中存在有奇数个面且每个面都有奇数条棱的多面体，

∴为奇数个奇数的和，也为奇数，与握手定理矛盾，

∴假设不成立，即3维空间中不存在有奇数个面且每个面都有奇数条棱的多面体。

**14．**

**（2）是可图化的，**

**简单图非简单图**

**P313:**

**16．**K4的所有非同构子图：

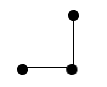
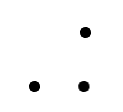
顶点数为1的：



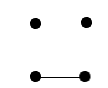
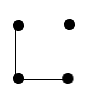
顶点数为2的：

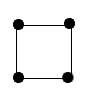


定点数为3的：



顶点数为4的：

其中，顶点数为4的11个子图都是生成子图，

顶点数为4的序号子图是自补图。

**19．**

证明：

G为n阶自补图，则G与同构，G∪=Kn，G∩=，

又G与的边数相同，Kn有条边，

∴G与的边数为，

又边数必为整数，n与n-1互质

∴n或n-1必能被4整除

∴n=4k或4k+1（k为整数）

**20．**

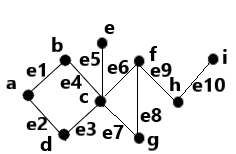
解：m’= 。

**21．**

(1)点割集:{a,c},{d};边割集：{e1，e3}，{e2，e4}，{e2，e3}，{e1，e4}，{e1，e2}，{e3，e4}，{e5};割点：d；桥:e5;

(2)κ(G)= 1;λ(G)=1;

**22．**

****

割点：c,f,h；桥:e5,e9,e10;

κ(G)= 1;λ(G)=1;

**23．**

解: κ(G)= 2;λ(G)=3; δ（G）=4

**25．**

解: ** **

** **

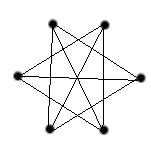
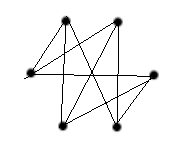
**28．**

解：∵n阶无向简单图为3-正则图

∴vV（G），d（v）=3

∴3n=2m=2（2n-3）→n=6，m=9

这样的无向图有2种非同构的情况：



**30．**

证明：

先证：e=（u，v）为桥e不在任何圈里

假设e在一个圈里，除e=（u，v）这条通路外还存在一条通路联通u，v，

与e为桥G-{e}中不存在u和v之间的通路矛盾

∴假设不成立，即e为桥e不在任何圈里

再证：e=（u，v）不在任何圈里 e为桥

e=（u，v）不在任何圈里G-{e}中不存在u和v之间的通路 G-{e}相比G增加了一个连通分支即p（G-{e}）＞p（G）又{e}只有一个真子集为，p（G-）=p(G)

∴e为桥

综上:e为桥当且仅当e不在任何圈里

**34．**

证明：

设u，v是G中有最大距离的两个顶点，

假设v是割点，则有一顶点w，它与u在G-v的不同的支中

∴v在每一条连接u和w的通路上

∴d(u，w）>d(u,v)与u，v之间距离最大矛盾

∴假设不成立，即v不是割点

同理可证u不是割点，

∴至少存在u，v这两个顶点不是割点

∴n（n≥2）阶简单连通图G中至少有两个顶点不是割点。

**36．**

解：∵长度相同的圈都是同构的，

∴当n为奇数，n≥5时，Kn中的非同构偶圈长度最大为n-1，最小为4，有 +1=种，长度为4到n-1中所有偶数；

当n为偶数，n≥4时，Kn中的非同构偶圈长度最大为n，最小为4，有+1=种，长度为4到n中所有偶数。

**44．**

解：

A=，A2=，A3=，A4=

1. D中v1到v4长度为1,2,3，4的通路各为0,0,2,2条；
2. D中v1到v1长度为1,2,3，4的回路各为1,1,3,5条；
3. D中长度为4的通路有44条，其中长度为4的回路有11条；
4. D中长度小于等于4的通路有88条，其中回路有22条；
5. D的可达矩阵为：P=。

**45．**

**解：**

A=，A2=，A3=，A4=

1. v2到v5长度为1,2,3,4的通路数分别为0,2,0,0条；
2. v5到v5长度为1,2,3,4的回路数分别为0,0,4,0条；
3. D中长度为4的通路有32条；
4. D中长度小于等于4的回路有12条；
5. D的可达矩阵为：P=。

**49．**

（1）共有r-1种非同构的圈，长度分别为4,6,…,2r；

（2）至多有s个顶点彼此不相邻；

（3）至多有r条边彼此不相邻；

（4）κ=r，λ=r。