KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour

Aufgabenblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 08. April 2021

- Beschriften Sie bitte gleich zu Beginn jedes Lösungsblatt deutlich lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Diese Aufgabenblätter werden nicht abgegeben. Tragen Sie Ihre Lösung deshalb ausschließlich in die für jede Aufgabe vorgesehenen Bereiche der Lösungsblätter ein. Lösungen auf separat abgegebenen Blättern werden nicht gewertet.
- Außer Schreibmaterial sind während der Klausur keine Hilfsmittel zugelassen. Täuschungsversuche durch Verwendung unzulässiger Hilfsmittel führen unmittelbar zum Ausschluss von der Klausur und zur Note „nicht bestanden“.
- Soweit in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben ist, tragen Sie in die Lösungsblätter bitte nur die Endergebnisse ein. Die Rückseiten der Aufgabenblätter können Sie als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Konzeptpapier können Sie auf Anfrage während der Klausur erhalten.
- Halten Sie Begründungen oder Erklärungen bitte so kurz wie möglich. (Der auf den Lösungsblättern für eine Aufgabe vorgesehene Platz steht übrigens in keinem Zusammenhang mit dem Umfang einer korrekten Lösung!)
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 45 Punkte.

Viel Erfolg und viel Glück!

Aufgabe 1 *Kinematik* (8 Punkte)

Gegeben ist ein Roboter mit zwei Gelenken, deren Relationen durch die DH-Transformationsmatrizen $A_{0,1}$ und $A_{1,2}$ beschrieben wird.

$$A_{0,1} = \begin{pmatrix} \cos\,\theta_1 & -\sin\,\theta_1 & 0 & 10 \cdot \cos\,\theta_1 \\ \sin\,\theta_1 & \cos\,\theta_1 & 0 & 10 \cdot \sin\,\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{1,2} = \begin{pmatrix} \cos\,\theta_2 & -\sin\,\theta_2 & 0 & 50 \cdot \cos\,\theta_2 \\ \sin\,\theta_2 & \cos\,\theta_2 & 0 & 50 \cdot \sin\,\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Bestimmen Sie die DH-Parameter des Roboterarms. 2 P.
2. Bestimmen Sie die Vorwärtskinematik des Roboterarms $\mathbf{x} = f(\theta)$ mit $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ und $\mathbf{x} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$. 2 P.
3. Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix des Roboterarms ausgehend von der Vorwärtskinematik $\mathbf{x} = f(\theta)$ aus Aufgabenteil 1.2. 4 P.

Aufgabe 2 *Dynamik* (8 Punkte)

1. Gegeben ist die allgemeine Bewegungsgleichung:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

   (a) Was sind generalisierte Koordinaten? Welche sind die generalisierten Koordinaten in der Bewegungsgleichung? 1 P.

   (b) Was beschreiben die Ausdrücke $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$, $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ und $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$? Erklären Sie und geben Sie die Dimensionen der Terme an. 2 P.

2. In Abbildung 1 ist ein Roboter mit einem Rotationsgelenk dargesetllt. Der Arm hat die Länge $l = 2\,\text{m}$. Zur Vereinfachung wird die Masse des Armelements als Punktmasse $m = 1\,\text{kg}$ am Ende des Arms modelliert. q_1 sei eine generalisierte Koordinate des Systems.

   (a) Geben Sie die kinetische Energie E_{kin} und potentielle Energie E_{pot} des Systems in Abhängigkeit von q_1 an. Stellen Sie die allgemeinen Gleichungen auf und setzen die Werte aus der Aufgabe ein. 2 P.

   (b) Wie ist die Lagrange-Funktion $L(q, \dot{q})$ definiert? Geben Sie die Lagrange-Funktion für den in Abbildung 1 dargestellten Roboter an. 1 P.

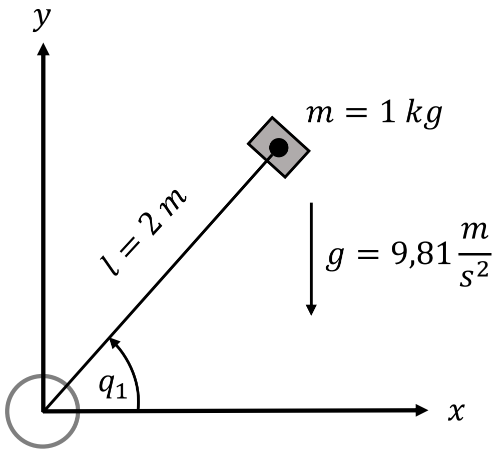

Abbildung 1: Roboter mit einem Rotationsgelenk.

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Roboters in Abbildung 1 mit Hilfe der Lagrange-Methode auf. **2 P.**

Hinweis: Die allgemeine Bewegungsgleichung ist gegeben durch

$$\tau_n = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_n} \,.$$

Aufgabe 3 *Bewegungsplanung* (6 Punkte)

1. Der RRT-Algorithmus soll für die Planung einer kollisionsfreien Bewegung eines mobilen punktförmigen Roboters eingesetzt werden, welcher sich in der (x, y)-Ebene bewegen kann. Die Umgebung des Roboters ist auf dem Lösungsblatt dargestellt, wobei die ausgefüllten Bereiche die Hindernisse markieren (Randpunkte zählen zu den Hindernissen). **4 P.**

   Ein Zufallsgenerator erzeuge die folgende Punktfolge:

   $$(5, 12), (11, 6), (5, 1), (1, 8), (15, 6), (9, 1), (16, 4), (9, 1)$$

   Führen Sie unter Verwendung der angegebenen Punktfolge den unidirektional RRT-Algorithmus durch und zeichnen Sie den dabei entstehenden Baum im Lösungsblatt ein. Verwenden Sie als Startkonfiguration den Punkt $\boldsymbol{q}_s = (5, 6)$ und als Zielkonfiguration den Punkt $\boldsymbol{q}_z = (9, 2)$. Erweitern Sie den Baum in jedem Schritt jeweils nur um einen Knoten mit einer Schrittweite $\varepsilon = 2$.

2. Was ist der Zweck des *Rewiring* Schritts beim *RRT**-Algorithmus und wie wird dieser erreicht? **1 P.**

3. Für Aufgaben der Bewegungsplanung mit Nebenbedingungen wird *Stochastic Gradient Descent (SGD)* eingesetzt. Was ist hierbei das Ziel vom SGD? **1 P.**

Aufgabe 4 *Greifen* (8 Punkte)

Gegeben ist ein planarer Griff $G = \{C_1, C_2, C_3\}$, dessen Kontakte C_i folgende Wrenches $\boldsymbol{w} = (f_x, f_y, \tau)$ erzeugen:

$$\begin{array}{lll} C_1: & \boldsymbol{w}_{1,1} = (-2,\ 2,\ 1), & \boldsymbol{w}_{1,2} = (-2,\ \ 1,\ \ 0) \\ C_2: & \boldsymbol{w}_{2,1} = (\ \ 1,\ 2,\ 1), & \boldsymbol{w}_{2,2} = (\ \ 2,\ \ 1, -1) \\ C_3: & \boldsymbol{w}_{3,1} = (\ \ 0,\ 1,\ 1), & \boldsymbol{w}_{3,2} = (\ \ 2, -1, -2) \end{array}$$

1. Zeichnen Sie die 2D-Projektion des *Grasp Wrench Space* (GWS) auf die (f_x, f_y)-Ebene und die (f_x, τ)-Ebene in die vorgegebenen Koordinatensysteme im Lösungsblatt ein. Markieren Sie die Fläche innerhalb des GWS. **4 P.**
2. Geben Sie die minimale obere Schranke für die ε-Metrik des Griffs G an. **1 P.**
3. Welche Aussage können Sie über die Kraftgeschlossenheit des Griffs treffen? Begründen Sie Ihre Antwort. **1 P.**
4. Nennen Sie ein Kontaktmodell, bei dem die obigen Wrenches erzeugt werden können. **1 P.**
5. Wie würden sich die Anzahl der erzeugten Wrenches ändern, wenn stattdessen Punktkontakte ohne Reibung verwendet werden würden? **1 P.**

Aufgabe 5 *Bildverarbeitung* (7 Punkte)

1. Ein Lochkamera-Modell in Positivlage bildet $\mathbf{p} = (x, y, z)^T = (200, 200, 200)^T$ in Weltkoordinaten auf den Bildpunkt $(u, v)^T = (420, 440)^T$ ab. Der Hauptpunkt der Kamera ist gegeben durch $\mathbf{C} = (c_x, c_y)^T = (320, 240)^T$. **2 P.**

   Berechnen Sie die Brennweiten f_x, f_y der Kamera. Kann das System durch das klassische Lochkameramodell beschrieben werden? Begründen Sie ihre Antwort.

2. Welche mathematische Funktion $w(x, y)$ wird durch das folgende Filter w approximiert? Welche Funktion erfüllt dieses Filter? **2 P.**

$$w = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Der RANSAC-Algorithmus soll verwendet werden, um ein lineares Modell zur Beschreibung einer Menge von 2D Punkten P_i, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ abzuschätzen.

$$P_1 = (1.5, 3.5) \quad P_2 = (1, 2) \quad P_3 = (4, 5) \quad P_4 = (5, 5) \quad P_5 = (8, 8)$$

Es werden die zwei Modelle $\mathbb{M}_1$ und $\mathbb{M}_1$ geschätzt (siehe Abbildung auf dem Lösungsblatt):

$$\mathbb{M}_1 = \{P_2, P_3\}, \quad \mathbb{M}_2 = \{P_4, P_3\}$$

(a) Bestimmen Sie die Teilmenge der *Inlier*-Datenpunkte mit der maximalen Distanz von $d = 2$ für die Modelle $\mathbb{M}_1$ und $\mathbb{M}_2$. $\boxed{\text{2 P.}}$

(b) Gibt es ein Modell, welches den Datensatz für die maximale Distanz von $d = 2$ eindeutig am besten beschreibt? Begründen Sie ihre Antwort. $\boxed{\text{1 P.}}$

Aufgabe 6 *Roboterprogrammierung* (8 Punkte)

1. Was ist der Unterschied zwischen on-line und off-line Roboterprogrammierverfahren? $\boxed{\text{1 P.}}$
2. Erklären Sie implizite und explizite Programmierung. $\boxed{\text{1 P.}}$
3. Was ist das Hauptziel von Programmieren durch Vormachen? $\boxed{\text{1 P.}}$
4. Nennen Sie zwei Gründe, warum Programmieren durch Vormachen eingesetzt wird. $\boxed{\text{2 P.}}$
5. Nennen Sie drei Kriterien, die zur Bewegungssegmentierung eingesetzt werden. $\boxed{\text{3 P.}}$