

# Aufgabenblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 12. Juli 2022

- Beschriften Sie bitte gleich zu Beginn jedes Lösungsblatt deutlich lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Diese Aufgabenblätter werden nicht abgegeben. Tragen Sie Ihre Lösung deshalb ausschließlich in die für jede Aufgabe vorgesehenen Bereiche der Lösungsblätter ein. Lösungen auf separat abgegebenen Blättern werden nicht gewertet.
- Außer Schreibmaterial sind während der Klausur keine Hilfsmittel zugelassen. Täuschungsversuche durch Verwendung unzulässiger Hilfsmittel führen unmittelbar zum Ausschluss von der Klausur und zur Note „nicht bestanden“.
- Soweit in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben ist, tragen Sie in die Lösungsblätter bitte nur die Endergebnisse ein. Die Rückseiten der Aufgabenblätter können Sie als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Konzeptpapier können Sie auf Anfrage während der Klausur erhalten.
- Halten Sie Begründungen oder Erklärungen bitte so kurz wie möglich. (Der auf den Lösungsblättern für eine Aufgabe vorgesehene Platz steht übrigens in keinem Zusammenhang mit dem Umfang einer korrekten Lösung!)
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 45 Punkte.

*Viel Erfolg und viel Glück!*

**Aufgabe 1**    *Mathematik*

(6 Punkte)

Gegeben seien die Eulerwinkel  $(\alpha, \beta, \gamma)$  in der  $z x' z''$  Euler-Konvention.

1. Berechnen Sie die zugehörige Rotationsmatrix unter der Annahme von  $\beta = 0$ . Geben Sie Ihren Rechenweg an. 4 P.
2. Warum verursacht dieser Euler-Winkel mit  $\beta = 0$  eine Gimbal Lock? 1 P.
3. Nennen Sie zwei weitere Nachteile der Darstellung von Orientierungen mit Eulerwinkeln. 1 P.

**Aufgabe 2**    *Kinematik*

(7 Punkte)

1. Gegeben sei ein Roboter mit zwei Rotationsgelenken mit folgender Jacobi-Matrix:

$$J(\theta) = \begin{pmatrix} -L_1 \cdot \sin(\theta_1) - L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

- (a) Wie ist die Manipulierbarkeits-Matrix  $A(\theta)$  des Roboters definiert? 1 P.
  - (b) Berechnen Sie die Manipulierbarkeits-Matrix für  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  und  $\theta_2 = -\frac{\pi}{2}$ . 1 P.
2. Gegeben ist nun die folgende Manipulierbarkeits-Matrix  $A(\theta) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ :

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Benennen und berechnen Sie die drei skalaren Maße für die Manipulierbarkeit. 4 P.

*Hinweis:* Die Eigenwerte  $\lambda_{1,2}$  einer Matrix  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  lassen sich folgendermaßen berechnen:

$$\lambda_{1,2} = \frac{a + c \pm \sqrt{(a + c)^2 - 4 \cdot (a \cdot c - b^2)}}{2}$$

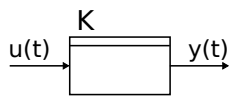
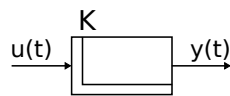
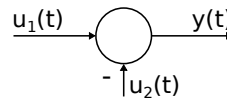
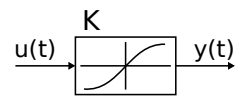
- (b) Nennen Sie zwei Einsatzgebiete für die Verwendung der Maße der Manipulierbarkeit. 1 P.

### Aufgabe 3 Regelung

(7 Punkte)

1. Gegeben seien folgende Symbole und Funktionalbeziehungen von Übertragungsgliedern. Ordnen Sie den Übertragungsgliedern im Lösungsblatt das jeweils korrekte Symbol und die korrekte Funktionalbeziehung zu.

3 P.

(a)  $S_1$ (b)  $S_2$ (c)  $S_3$ (d)  $S_4$ 

Funktionalbeziehungen:

$$F_1 \quad y(t) = K \cdot F(u(t))$$

$$F_2 \quad y(t) = K \cdot u(t)$$

$$F_3 \quad y(t) = K \cdot \dot{u}(t)$$

$$F_4 \quad y(t) = \pm u_1(t) \pm u_2(t)$$

2. Geben Sie für einen PI-Regler die Gleichungen im Zeit- und Laplace-Bereich an. Benutzen Sie als Eingangsgröße  $e(t)$  und als Ausgangsgröße  $u(t)$  des Reglers.

2 P.

3. Auf dem Lösungsblatt ist ein Regelkreis zur Geschwindigkeitsregelung dargestellt. Vervollständigen Sie das Blockschaltbild auf dem Lösungsblatt. Erweitern Sie das Blockschaltbild in eine kaskadierte Positionsregelung. Benutzen Sie u.a. die folgenden Bezeichnungen:

2 P.

- $\dot{q}_{\text{soll}}$  für den Sollwert der Geschwindigkeitsregelung
- $\dot{q}_{\text{ist}}$  für die Regelgröße der Geschwindigkeit
- $q_{\text{soll}}$  für den Sollwert der Positionsregelung

## Aufgabe 4    *Bewegungsplanung*

(8 Punkte)

Ein Roboter mit einer holonomen Plattform sowie einem Arm mit sieben Bewegungsfreiheitsgraden und einem Backengreifer (ein Freiheitsgrad) soll ein Objekt greifen. Dazu soll der Roboter (1) kollisionsfrei zu einem gegebenen Ort navigieren und (2) eine kollisionsfreie Arm- und Handtrajektorie zu einer gegebenen Griffpose planen.

1. Geben Sie die Dimensionalität der Konfigurationsräume an, die jeweils für die Planung der beiden Probleme relevant sind. 1 P.

2. Welche Klasse von Planungsalgorithmen kann aufgrund der Dimensionalität des Raums jeweils eingesetzt werden? Geben Sie für beide Probleme jeweils ein konkretes geeignetes Verfahren an. 2 P.

3. Nun soll der A\*-Algorithmus verwendet werden, um im Graphen auf dem Lösungsblatt den kürzesten Pfad vom Startknoten  $A$  zum Zielknoten  $E$  zu finden. Die Kanten sind mit den Kantengewichte  $e(v_i, v_j)$  beschriftet. Die Knoten sind mit der Heuristik  $h(v_i)$  zum Zielknoten  $E$  beschriftet. 4 P.

Führen Sie die ersten beiden Iterationen des A\*-Algorithmus durch. Geben Sie nach jeder Iteration das *Open Set*, das *Closed Set*, sowie für jedes Element des *Open Sets* die Funktionswerte von  $f(v_i) = g(v_i) + h(v_i)$  an.

4. Nun wird ein zusätzlicher Term  $c(v_j)$  in die Kostenfunktion  $e$  für die Kantengewichte aufgenommen: 1 P.

$$e(v_i, v_j) = e_{\text{euklid}}(v_i, v_j) + c(v_j).$$

Als Heuristik wird weiterhin die Euklidische Distanz vom aktuellen Knotenpunkt zum Ziel verwendet. Welche Eigenschaft muss  $c(v_j)$  erfüllen, damit der A\*-Algorithmus optimal bleibt?

## Aufgabe 5 Greifen

(7 Punkte)

1. In der Griffanalyse wird zwischen kraftgeschlossenen und formgeschlossenen Griffen unterschieden.

- (a) Was bedeutet es anschaulich, dass ein Griff kraftgeschlossen ist? 1 P.
- (b) Welche Menge ist größer: Die Menge der kraftgeschlossenen Griffe oder die Menge der formgeschlossenen Griffe? Begründen Sie ihre Antwort. 1 P.
- (c) Gegeben sei der in Abbildung 1 gezeigte räumliche Griff  $G = \{C_1, \dots, C_6\}$  bestehend aus sechs Punktkontakten **ohne** Reibung. (Die Normalen von  $C_3$  und  $C_6$  sind parallel zur  $x$ -Achse.) 2 P.

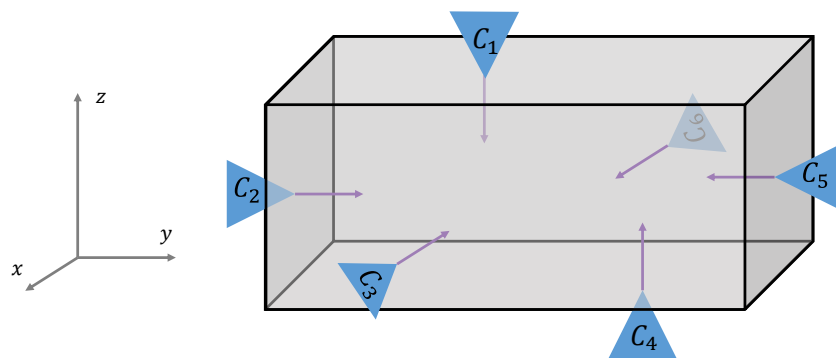


Abbildung 1: Griff  $G$  mit 6 Kontaktpunkten

Welche Aussage können Sie über die Formgeschlossenheit des Griffs treffen? Begründen Sie ihre Antwort.

2. In der Vorlesung wurde die Griffsynthese auf Basis der medialen Achse behandelt.

- (a) Wie ist die mediale Achse einer Objekthülle  $H \subset \mathbb{R}^3$  definiert? 1 P.
- (b) Gegeben sei ein Zylinder mit Radius  $r = 5\text{ cm}$  und Höhe  $h = 15\text{ cm}$  sowie eine etwa menschengroße humanoide Roboterhand. Sie verwenden die mediale Achse des Zylinders zur Erzeugung von Griffkandidaten. Nennen Sie zwei hier anwendbare Heuristiken und beschreiben sie qualitativ, wo am Zylinder die erzeugten Griffe angebracht werden. 2 P.

**Aufgabe 6** *Bildverarbeitung*

(7 Punkte)

1. Für die Schätzung von Objektposen in Bildern wird eine vollständig kalibrierte Kamera benötigt. Geben Sie die Definition der Projektionsmatrix  $P$  als Formel an und benennen Sie die einzelnen Variablen. 1 P.

2. Um das Rauschen in Bildern zu reduzieren kann ein Gauß-Filter verwendet werden.

- (a) Welche zwei Parameter beeinflussen das Ergebnis der Anwendung eines Gauß-Filters auf ein Bild? Beschreiben Sie für jeden Parameter den Einfluss auf das Ergebnis. 2 P.

- (b) Wenden Sie den Gauß-Filter  $F$  auf das Bild  $I$  an, wobei 2 P.

$$F = \frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 0 & 16 & 0 \\ 32 & 64 & 96 & 128 & 160 \\ 16 & 32 & 48 & 64 & 80 \\ 144 & 96 & 48 & 0 & 48 \end{pmatrix}.$$

Ignorieren Sie dabei die Randpixel im Ergebnisbild.

3. Das geglättete Bild soll nun verwendet werden, um eine Segmentierung der Szene zu erstellen. Was versteht man unter dem Begriff „Segmentierung“ in der Bildverarbeitung? Nennen Sie zwei Verfahren, die zur Segmentierung von Bildern verwendet werden können. 2 P.

**Aufgabe 7** *Roboterprogrammierung*

(3 Punkte)

1. Ihre Aufgabe ist es, die Bewegung einer Probandin im Labor zu erfassen. Die Probandin muss präzise im globalen Welt-Koordinatensystem erfasst werden. Welches aus der Vorlesung bekannte Verfahren würde sich hierfür eignen? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P.

2. Was versteht man unter dem Korrespondenzproblem beim Imitationslernen? 1 P.