

KIT-Fakultät für Informatik

Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour, Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann, Prof. Dr.-Ing. Heinz Wörn

Lösungsblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

Übungsklausur WS 15/16

Name:	Vorname:	Matrikelnummer:
-------	----------	-----------------

Aufgabe 1	von 7 Punkten
Aufgabe 2	von 7 Punkten
Aufgabe 3	von 8 Punkten
Aufgabe 4	von 10 Punkten
Aufgabe 5	von 5 Punkten
Aufgabe 6	von 3 Punkten
Aufgabe 7	von 5 Punkten

Gesamtpunktzahl:	
-------------------------	--

	Note:
--	--------------

Aufgabe 1

a) $ZY'Z''$ -Eulerwinkel

Rotation um gedrehte Koordinatenachsen: $R = R_z(\alpha)R_{y'}(\beta)R_{z''}(\gamma)$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\gamma) & -\cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\sin(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\gamma) + \cos(\gamma)\cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) & \sin(\alpha)\sin(\beta) \\ -\sin(\beta)\cos(\gamma) & \sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$a_z = \cos(\beta) \Rightarrow \beta = \arccos(a_z)$$

$$o_z = \sin(\beta)\sin(\gamma) \Rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{o_z}{\sin(\beta)}\right)$$

$$a_y = \sin(\alpha)\sin(\beta) \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a_y}{\sin(\beta)}\right)$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\gamma = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$$

b) Bestimmung der Quaternion

Zur Bestimmung der Quaternion q müssen Drehachse und Drehwinkel berechnet werden.

Für die Drehachse gilt $R_1 \vec{x} = \vec{x}$. Die Drehachse lässt sich folglich über die Eigenvektoren bestimmen:

$$\det(R_1 - \lambda E) = \det \begin{pmatrix} 1.0 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 - \lambda & 0.7071 \\ 0 & -0.7071 & 0.7071 - \lambda \end{pmatrix} = 1 - 2.4142\lambda + 2.4142\lambda^2 - \lambda^3$$

Charakteristisches Polynom: $1 - 2.4142\lambda + 2.4142\lambda^2 - \lambda^3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1$

Eigenvektoren aus $(R_1 - \lambda_1 E)\vec{x} = 0$:

$$\begin{aligned}
 0x_1 + 0x_2 - 0x_3 &= 0 \\
 0x_1 - 0.2929x_2 + 0.7071x_3 &= 0 \\
 0x_1 - 0.7071x_2 - 0.2929x_3 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ist Lösung und damit Rotationsachse.}$$

Die Berechnung des Rotationswinkels kann über die allgemeine Formulierung der Rotationsmatrix R um einen Einheitsvektor \vec{v} mit dem Winkel α bestimmt werden:

$$R_{\vec{v},\alpha} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) + v_1^2(1 - \cos(\alpha)) & v_1v_2(1 - \cos(\alpha)) - v_3\sin(\alpha) & v_1v_3(1 - \cos(\alpha)) + v_2\sin(\alpha) \\ v_2v_1(1 - \cos(\alpha)) + v_3\sin(\alpha) & \cos(\alpha) + v_2^2(1 - \cos(\alpha)) & v_2v_3(1 - \cos(\alpha)) - v_1\sin(\alpha) \\ v_3v_1(1 - \cos(\alpha)) - v_2\sin(\alpha) & v_3v_2(1 - \cos(\alpha)) + v_1\sin(\alpha) & \cos(\alpha) + v_3^2(1 - \cos(\alpha)) \end{pmatrix}$$

Es gilt:

$$\text{Spur}(R) = 3\cos(\alpha) + (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)(1 - \cos(\alpha)) = 1 + 2\cos(\alpha)$$

Für die Matrix R_1 aus der Aufgabe gilt:

$$\text{Spur}(R_1) = 0.7071 + 0.7071 + 1.0 = 2.4142 = 1 + 2\cos(\alpha) \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Die Quaternion q lässt sich aus Rotationsachse und -winkel aufstellen:

$$q = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \vec{r}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) = (0.92, 0.38, 0, 0)$$

Aufgabe 2

i	θ_i (rad)	α_i (rad)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	$\theta_1 + \pi/2$	$-\pi/2$	0	0
2	θ_2	0	431.8	149.09
3	$\theta_3 + \pi/2$	$\pi/2$	-20.32	0
4	θ_4	$-\pi/2$	0	433.07
5	θ_5	$\pi/2$	0	0
6	θ_6	0	0	56.25

Aufgabe 3

1.

<i>Antriebe</i>	<i>richtig</i>	<i>falsch</i>
Bei einem hydraulischen Antrieb wird der Kolben von komprimierter Luft bewegt.		X
Ein pneumatischer Antrieb benötigt kein Getriebe.	X	
Elektrische Antriebe sind im Vergleich zu hydraulischen Antrieben sehr laut.		X
Elektrische Antriebe haben eine hohe Positionier- und Wiederholgenauigkeit.	X	

2.

<i>Greifen</i>	<i>richtig</i>	<i>falsch</i>
Die menschliche Hand besitzt insgesamt 22 Bewegungsfreiheitsgrade.		X
In der Cutkosky-Grifftaxonomie wird zwischen Präzisionsgriffen und Kraftgriffen unterschieden.	X	
Die Reibung in einem Kontaktpunkt kann über einen Reibungskegel modelliert werden.	X	
Jedes Objekt kann durch einen auf drei Kontaktpunkten basierenden Fingerspitzengriff kraftgeschlossen gegriffen werden.		X

3.

<i>Bahnsteuerung und Bewegungsplanung</i>	<i>richtig</i>	<i>falsch</i>
Interpolation der Weltkoordinaten eignet sich nicht für die Bahnsteuerung.	X	
Bei einer Bahnsteuerung durch Interpolation in Weltkoordinaten muss die inverse Kinematik gelöst werden.	X	
Ein quaderförmiges Hindernis im Arbeitsraum entspricht einem quaderförmigen Hindernis im Konfigurationsraum.		X
Ein probabilistisch vollständiges Bahnplanungsverfahren kann ermitteln, ob keine Lösung existiert.		X

4.

<i>Bildverarbeitung</i>	<i>richtig</i>	<i>falsch</i>
Der RGB-Farbraum bildet eine additive Farbmischung ab.	X	
Ein Sobel-Filter ist eine Tiefpassfilter.		X
Bei Time-of-Flight-Kameras müssen Punktkorrespondenzen gefunden werden, um Tiefenbilder zu erzeugen.		X
RANSAC und SLAM sind iterative Algorithmen zur Schätzung von Modellparametern aus Datenpunkten.		X

Aufgabe 4

1. Blockdiagramm des beschriebenen Systems:

w : Gelenkwinkelvorgabe (Führungsgröße)

y : Drehmomentvorgabe an den Motor (Stellgröße)

r : Gemessener Gelenkwinkel (Rückführgröße)

x_d : Differenz zwischen Gelenkwinkelvorgabe und gemessenem Gelenkwinkel (Regeldifferenz)

x : Gelenkwinkel (Regelgröße)

2. Differenzialgleichung nach Lagrange

Da sich das Roboterarmgelenk in der horizontalen Ebene bewegt ändert sich die potentielle Energie nicht. Zudem sollen Reibung und alle anderen Verluste in der Strecke vernachlässigt werden, sodass nur die Trägheit des Stabes betrachtet werden muss um die Übertragungsfunktion aufzustellen.

Grundsätzlich lautet die Formulierung von Lagrange:

$$Q = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}} \right) - \frac{\delta L}{\delta q} \quad (1)$$

mit der Lagrange-Funktion:

$$L = E_{kin} - E_{pot}. \quad (2)$$

Die kinetische Energie des Stabes beträgt unter Berücksichtigung der Annahmen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot v_{ab}^2. \quad (3)$$

Das Translationsgelenk bewegt sich dabei entlang der X-Achse.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot \dot{x}_2(t)^2 \quad (4)$$

Da sich das Gelenk in der Horizontalen Ebene bewegt ändert sich die potentielle Energie nicht.

Die Ableitung der Lagrange Funktion lautet damit:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}} \right) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m_{ab} \cdot \ddot{x}_2(t). \quad (5)$$

Daraus ergibt sich die Differenzialgleichung des Systems zu:

$$T(t) = m_{ab} \cdot \ddot{x}_2(t). \quad (6)$$

Setzt man das Gewicht und die Länge des Roboterarms ein ergibt sich:

$$T(t) = 1 \cdot \ddot{x}_2(t). \quad (7)$$

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

8

3. Vergleich der verschiedenen Reglertypen

Aufgabe 5

Voronoi Diagramm

Aufgabe 6

- Roboter 1: c
- Roboter 2: b
- Roboter 3: a

Aufgabe 7

Für p_3 und p_5 ist die Geradengleichung

$$\begin{pmatrix} 0.14 \\ 0.99 \end{pmatrix} \vec{x} - 2.69 = 0$$

und die einzigen Inlier sind p_3 und p_5 .

Für p_1 und p_4 ist die Geradengleichung

$$\begin{pmatrix} 0.89 \\ 0.45 \end{pmatrix} \vec{x} - 15.21 = 0$$

und es gibt 4 Inlier: p_1 , p_2 , p_4 und p_6 .