KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour

Aufgabenblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 23. Februar 2024

- Beschriften Sie bitte gleich zu Beginn jedes Lösungsblatt deutlich lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Diese Aufgabenblätter werden nicht abgegeben. Tragen Sie Ihre Lösung deshalb ausschließlich in die für jede Aufgabe vorgesehenen Bereiche der Lösungsblätter ein. Lösungen auf separat abgegebenen Blättern werden nicht gewertet.
- Außer Schreibmaterial sind während der Klausur keine Hilfsmittel zugelassen. Täuschungsversuche durch Verwendung unzulässiger Hilfsmittel führen unmittelbar zum Ausschluss von der Klausur und zur Note „nicht bestanden“.
- Soweit in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben ist, tragen Sie in die Lösungsblätter bitte nur die Endergebnisse ein. Die Rückseiten der Aufgabenblätter können Sie als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Konzeptpapier können Sie auf Anfrage während der Klausur erhalten.
- Halten Sie Begründungen oder Erklärungen bitte so kurz wie möglich. (Der auf den Lösungsblättern für eine Aufgabe vorgesehene Platz steht übrigens in keinem Zusammenhang mit dem Umfang einer korrekten Lösung!)
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 45 Punkte.

Viel Erfolg und viel Glück!

Aufgabe 1 *Transformationen* (6 Punkte)

Der Roboter ARMAR-6 soll mit der rechten Hand eine Flasche greifen. Wie in Abbildung 1 dargestellt ist das Koordinatensystem des Tool-Center-Points (TCP) der rechten Hand durch $\mathcal{F}_1$ gegeben. Die Orientierung von $\mathcal{F}_1$ ist durch R_1, und die Position des Ursprungs von $\mathcal{F}_1$ durch $\mathbf{t}_1$ gegeben. R_1 und $\mathbf{t}_1$ sind im Weltkoordinatensystem $\mathcal{F}_w$ gegeben durch:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{t}_1 = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

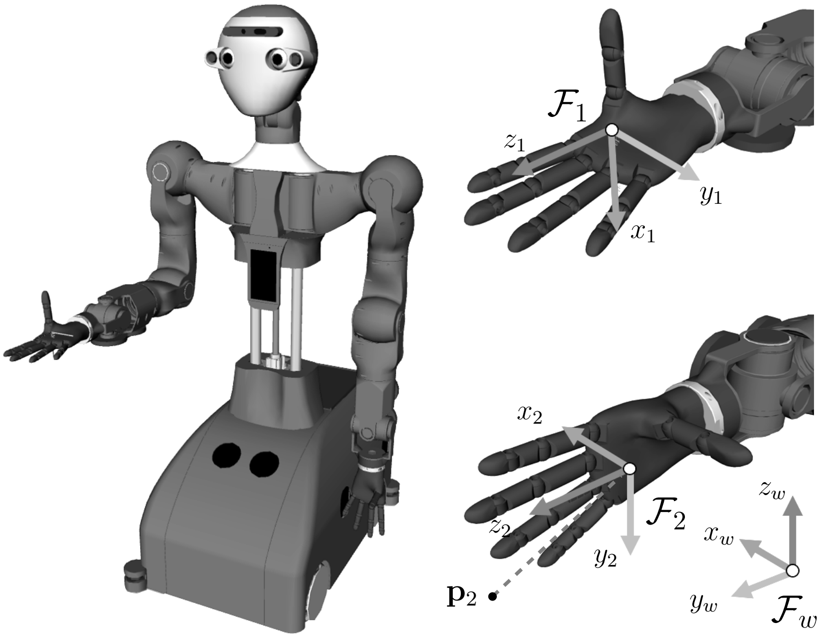

Abbildung 1: Der Roboter ARMAR-6 und die Koordinatensysteme $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ und $\mathcal{F}_w$.

1. Geben Sie die homogene Transformationsmatrix T_1 an, die $\mathcal{F}_1$ im Weltkoordinatensystem $\mathcal{F}_w$ beschreibt. 1 P.

2. Um die Flasche zu greifen, dreht der Roboter die Hand um $\theta = -\frac{\pi}{2}$ um die z_1-Achse, was im Koordinatensystem $\mathcal{F}_2$ resultiert. Berechnen Sie die Rotationsmatrix R_2, welche die Drehung von $\mathcal{F}_1$ nach $\mathcal{F}_2$ beschreibt. 1 P.

3. Berechnen Sie die Rotationsmatrix R_3, welche die Orientierung des Koordinatensystems $\mathcal{F}_2$ im Weltkoordinatensystem $\mathcal{F}_w$ beschreibt. 2 P.

4. Die Zielposition des Griffs ist im Koordinatensystem $\mathcal{F}_2$ gegeben durch $\mathbf{p}_2 = (-0.2, 0.4, 0.6)^\top$. Berechnen Sie die Zielposition $\mathbf{p}_w$ des Griffs im Weltkoordinatensystem $\mathcal{F}_w$. 2 P.

Aufgabe 2 *Kinematik und Dynamik* (10 Punkte)

1. Gegeben ist ein Roboter mit zwei Gelenken, deren Relationen durch die DH-Transformationsmatrizen $A_{0,1}$ und $A_{1,2}$ beschrieben werden.

$$A_{0,1} = \begin{pmatrix} \cos\,\theta_1 & -\sin\,\theta_1 & 0 & 10\cdot\cos\,\theta_1 \\ \sin\,\theta_1 & \cos\,\theta_1 & 0 & 10\cdot\sin\,\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_{1,2} = \begin{pmatrix} \cos\,\theta_2 & -\sin\,\theta_2 & 0 & 0 \\ \sin\,\theta_2 & \cos\,\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Die DH-Transformationsmatrix von OKS_{i-1} zu OKS_i ist gegeben durch:

$$A_{i-1,i} = \begin{pmatrix} \cos\,\theta_i & -\sin\,\theta_i\cdot\cos\,\alpha_i & \sin\,\theta_i\cdot\sin\,\alpha_i & a_i\cdot\cos\,\theta_i \\ \sin\,\theta_i & \cos\,\theta_i\cdot\cos\,\alpha_i & -\cos\,\theta_i\cdot\sin\,\alpha_i & a_i\cdot\sin\,\theta_i \\ 0 & \sin\,\alpha_i & \cos\,\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Geben Sie die DH-Parameter des Roboterarms an. 2 P.

   (b) Bestimmen Sie die Vorwärtskinematik des Roboterarms $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\theta})$ mit $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)^\top$ und $\boldsymbol{x} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^\top$. 3 P.

   Hinweis: Es gelten die folgenden Additionstheoreme:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

2. Gegeben ist die folgende Manipulierbarkeits-Matrix $A(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$:

$$A(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Inverse Kondition als skalares Maß für die Manipulierbarkeit. 2 P.

Hinweis: Die Eigenwerte $\lambda_{1,2}$ einer Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ lassen sich folgendermaßen berechnen:

$$\lambda_{1,2} = \frac{a + c \pm \sqrt{(a+c)^2 - 4\cdot(a\cdot c - b^2)}}{2}$$

Hinweis: Die Inverse Kondition einer Matrix A ist definiert als:

$$\mu = \frac{\sigma_{\min}(A)}{\sigma_{\max}(A)}$$

3. Gegeben ist die allgemeine Bewegungsgleichung:

$$\boldsymbol{\tau} = M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + C(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$

   (a) Was sind generalisierte Koordinaten? Welche sind die generalisierten Koordinaten in der Bewegungsgleichung? 1 P.

   (b) Was beschreiben die Ausdrücke $\boldsymbol{\tau}$, $M(\boldsymbol{q})$, $C(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ und $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$? Benennen Sie die Terme und geben Sie deren Dimensionen für einen Roboter mit n Bewegungsfreiheitsgraden (DoF) an. 2 P.

Aufgabe 3 *Bewegungsplanung* (8 Punkte)

1. Ein mobiler Roboter bewegt sich in einer unendlich großen Ebene. Als Konfigurationsraum für die Bewegungsplanung wird der Arbeitsraum der Plattform des Roboters verwendet.

   (a) Wie ist das Problem der Bewegungsplanung allgemein definiert? 1 P.

   (b) Welchen Wertebereich hat der Konfigurationsraum der Bewegungsplanung für den angegebenen Roboter? 1 P.

2. Gegeben sei eine Ebene, die in Quadrate der Kantenlänge 1 aufgeteilt ist. Ein mobiler punktförmiger Roboter kann sich nur zwischen den Mittelpunkten $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^2$ von angrenzenden Quadraten bewegen. Die Gewichte für alle Kanten sind 1. Für die Bewegungsplanung verwendet der Roboter den A*-Algorithmus.

   (a) Zunächst kann sich der Roboter nur horizontal und vertikal bewegen, nicht jedoch diagonal. Welche der folgenden Heuristiken sind zulässig? 1.5 P.

   - $h_1(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}_{Ziel}) = \|\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_{Ziel}\|$ (Euklidische Distanz)
   - $h_2(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}_{Ziel}) = \|\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_{Ziel}\|^2$ (Quadrat der Euklidischen Distanz)
   - $h_3(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}_{Ziel}) = \sum_i |p_i - p_{Ziel,i}|$ (Manhattan-Distanz)

   (b) Welche der Heuristiken werden unzulässig, wenn sich der Roboter auch diagonal in der Ebene bewegen kann? 1 P.

3. Der *RRT-Algorithmus* soll für die Planung einer kollisionsfreien Bewegung eines mobilen punktförmigen Roboters eingesetzt werden, welcher sich in der xy-Ebene ($\mathbb{R}^2$) bewegt. Die Umgebung des Roboters ist auf dem Lösungsblatt dargestellt, wobei die ausgefüllten Bereiche die Hindernisse markieren.

   Die Startkonfiguration ist $\boldsymbol{q}_S = (12, 2)^\top$ und die Zielkonfiguration $\boldsymbol{q}_Z = (3, 8)^\top$. Der bereits eingezeichnete Baum wurde mit den Stichproben $\boldsymbol{q}_1 = (12, 10)^\top$ und $\boldsymbol{q}_2 = (14, 8)^\top$ erstellt.

   (a) Es werden folgende weitere Stichproben (*Samples*) zufällig gewählt: 3 P.

   $$\boldsymbol{q}_3 = (7, 8)^\top, \boldsymbol{q}_4 = (7, 3)^\top, \boldsymbol{q}_5 = (2, 4)^\top, \boldsymbol{q}_6 = (2, 8)^\top$$

   Führen Sie unter Verwendung der angegebenen Punktfolge den RRT-Algorithmus durch und zeichnen Sie den dabei entstehenden Baum im Lösungsblatt ein. Tragen Sie für jede Kante den Index derjenigen Stichprobe ein, die zur Erzeugung der Kante geführt hat. Verwenden Sie die Schrittweite $d = 2$.

   Hinweis: Die oben angegebenen Samples reichen nicht aus, um eine Lösung zu finden.

   (b) Welches Problem besteht bei der Verwendung von RRT in der dargestellten Umgebung? 0.5 P.

Aufgabe 4 *Greifen* (8 Punkte)

1. Welche Grifftypen werden bei der Grifftaxonomie nach Cutkosky auf der ersten Ebene unterschieden? 1 P.

2. Punktkontakte zwischen der Hand und dem gegriffenen Objekt werden durch Reibungskegel (3D) bzw. Reibungsdreiecke (2D) beschrieben. Im Folgenden sei ein Kontaktpunkt eines Griffs mit einer Normalkraft von $F_N = 6\,\mathrm{N}$ und einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ gegeben.

   (a) Was versteht man unter einem *Wrench*? 0.5 P.

   (b) Welche Dimension hat ein *Wrench* im Fall von Griffen in 2D und 3D? 1 P.

   (c) Zeichnen Sie das entsprechende Reibungsdreieck des gegebenen Kontaktpunkts. 1 P.

   (d) Wie ändert sich der Öffnungswinkel des Reibungsdreiecks, wenn sich die Normalkraft vervierfacht? Begründen Sie Ihre Antwort. 1.5 P.

3. In der Vorlesung wurde zwischen *kraftgeschlossenen* und *formgeschlossenen* Griffen unterschieden.

   (a) Welches Kriterium zur Bewertung von Griffen ist strenger: Formschluss oder Kraftschluss? Begründen Sie Ihre Antwort. 1.5 P.

   (b) Gegeben ist ein planarer Griff (2D Griff) mit den folgenden *Wrenches* $\boldsymbol{w} = (f_x, f_y, \tau)$: 1.5 P.

   $$\boldsymbol{w}_1 = (-0.5,\ 1,\ 0.5), \quad \boldsymbol{w}_2 = (1,\ -1,\ 0)$$

   Ist der Griff kraftgeschlossen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 *Bildverarbeitung* (8 Punkte)

1. Nennen Sie jeweils ein konkretes Filter und eine Anwendung von Tiefpass- und Hochpassfiltern in der Bildverarbeitung. 2 P.

2. Für die Schätzung von Objektposen in Bildern wird eine vollständig kalibrierte Kamera benötigt. Geben Sie die Definition der Projektionsmatrix P als Formel an und benennen Sie die einzelnen Terme. 1 P.

3. Gegeben sei eine Kamera mit einem erweiterten Kameramodell. Die unabhängige Brennweite $\boldsymbol{f}$ und der Hauptpunkt $\boldsymbol{c}$ der Kamera sind gegeben durch

$$\boldsymbol{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

   (a) Was ist der Unterschied zwischen dem erweiterten Kameramodell und dem klassischen Lochkameramodell? 1 P.

   (b) Gegeben sind die Punkte $\boldsymbol{p}_1$ und $\boldsymbol{p}_2$ im Kamerakoordinatensystem 2 P.

$$\boldsymbol{p}_1 = (7, 4, 10)^\top, \quad \boldsymbol{p}_2 = (70, 30, 100)^\top.$$

   Bestimmen Sie die zugehörigen Bildkoordinaten $(u_1, v_1)^\top$ bzw. $(u_2, v_2)^\top$.

4. Eine RGB-Kamera im Kopf eines humanoiden Roboters liefert Bilder mit einer Auflösung von 600×400 Pixeln. Jeder Farbkanal eines Pixels belegt 1 Byte.

   (a) Berechnen Sie den Speicherbedarf eines einzelnen Bildes in Megabyte (MB). 1 P.

   (b) Ist ein USB 2.0-Kabel mit einer Übertragungsrate von 480 $\frac{\text{Mbit}}{\text{s}}$ ausreichend, um Bilder von der Kamera mit 30 Bildern pro Sekunde zu übertragen? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.

Aufgabe 6 *Programmieren durch Vormachen* (5 Punkte)

1. Nennen Sie die vier Hauptfragestellungen (die vier Ws) des „Programmieren durch Vormachen“. [2 P.]

2. Segmentierung von Bewegungen

   (a) Was versteht man unter Bewegungssegmentierung? [1 P.]

   (b) Welches Kriterium wird bei der Hierarchischen Aufgabensegmentierung auf der jeweiligen Ebene verwendet? [2 P.]