

# Aufgabenblätter zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 12. Juli 2024

- Beschriften Sie bitte gleich zu Beginn jedes Lösungsblatt deutlich lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Diese Aufgabenblätter werden nicht abgegeben. Tragen Sie Ihre Lösung deshalb ausschließlich in die für jede Aufgabe vorgesehenen Bereiche der Lösungsblätter ein. Lösungen auf separat abgegebenen Blättern werden nicht gewertet.
- Außer Schreibmaterial sind während der Klausur keine Hilfsmittel zugelassen. Täuschungsversuche durch Verwendung unzulässiger Hilfsmittel führen unmittelbar zum Ausschluss von der Klausur und zur Note „nicht bestanden“.
- Soweit in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben ist, tragen Sie in die Lösungsblätter bitte nur die Endergebnisse ein. Die Rückseiten der Aufgabenblätter können Sie als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Konzeptpapier können Sie auf Anfrage während der Klausur erhalten.
- Halten Sie Begründungen oder Erklärungen bitte so kurz wie möglich. (Der auf den Lösungsblättern für eine Aufgabe vorgesehene Platz steht übrigens in keinem Zusammenhang mit dem Umfang einer korrekten Lösung!)
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 46 Punkte.

*Viel Erfolg und viel Glück!*

**Aufgabe 1**    *Transformationen*

(7 Punkte)

1. Welche zwei Eigenschaften charakterisieren eine Starrkörperbewegung? 2 P.
2. Wie viele Freiheitsgrade hat ein Element in  $SE(3)$ ? 1 P.
3. Ein Roboter steht vor einem Objekt, und schaut es mit seiner Kamera an.
  - (a) Das Objekt befinde sich an der Pose  $T_A$  relativ zum Roboter. Die Pose des Roboters im globalen Koordinatensystem sei  $T_B$ .  
Berechnen Sie die **Pose  $T_1$  des Objekts im globalen Koordinatensystem**.  
Geben Sie dabei auch Ihren Lösungsweg an. 1.5 P.

$$T_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad T_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b) Die Pose der Kamera relativ zum Roboter sei durch  $T_C$  gegeben. 2.5 P.  
Berechnen Sie die **Pose  $T_2$  des Objekts im Koordinatensystem der Kamera**. Geben Sie dabei auch Ihren Lösungsweg an.

$$T_C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Hinweis:**  $T_A$  und  $T_B$  sind in dieser Teilaufgabe weiterhin gültig.

**Aufgabe 2** *Kinematik und Dynamik*

(8 Punkte)

1. Gegeben ist ein Roboter mit dem Konfigurationsraum  $C \subseteq \mathbb{R}^2$  und dem Arbeitsraum  $W \subseteq SE(3)$ . Der Roboter besteht aus einem Rotationsgelenk  $\theta_1$  und einem Translationsgelenk  $d_2$ . Seine Konfiguration wird durch  $\mathbf{q} = (\theta_1, d_2)$  beschrieben. Die Vorwärtskinematik ist definiert durch:

3 P.

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\theta_1, d_2) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \cdot \cos(\theta_1) \\ 10 \cdot \sin(\theta_1) \\ 5 + d_2 \\ 90^\circ \\ 90^\circ \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

Geben Sie die Formel für die Jacobi-Matrix  $J$  an, und berechnen Sie  $J$ .

2. In Abbildung 1 ist ein Roboter mit einem einzigen Segment dargestellt, das an einem Rotationsgelenk befestigt ist. Das Segment hat die Länge  $l = 5 \text{ m}$ . Zur Vereinfachung wird die Masse des Segments als Punktmasse  $m = 2 \text{ kg}$  am Ende des Segments modelliert und die Gewichtskraft approximiert mit  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .  $q_1$  sei eine generalisierte Koordinate des Systems.

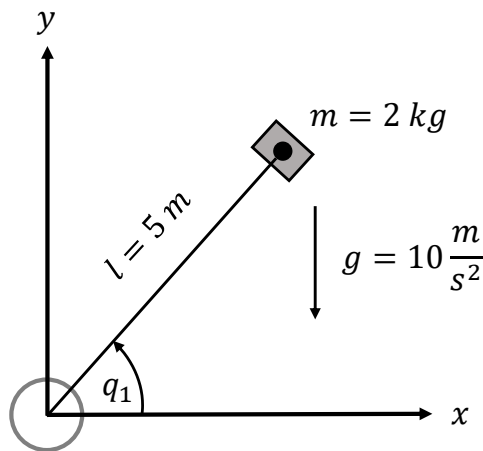


Abbildung 1: Roboter mit einem Rotationsgelenk.

- (a) Geben Sie die kinetische Energie  $E_{kin}$  und potentielle Energie  $E_{pot}$  des Systems in Abhängigkeit von  $q_1$  an. Stellen Sie die allgemeinen Gleichungen auf und setzen Sie die Werte aus der Aufgabe ein. 2 P.
- (b) Wie ist die Lagrange-Funktion  $L(q, \dot{q})$  allgemein definiert? Geben Sie die Lagrange-Funktion zudem für den in Abbildung 1 dargestellten Roboter an. 1 P.
- (c) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Roboters in Abbildung 1 mit Hilfe der Lagrange-Methode auf. 2 P.

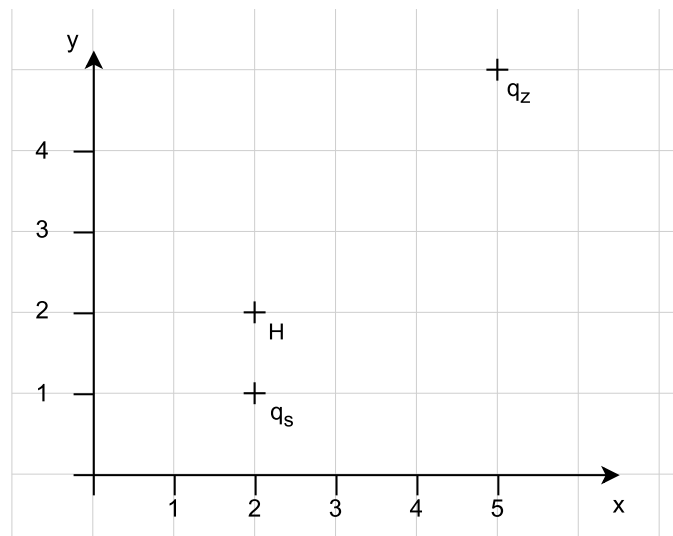
**Hinweis:** Die allgemeine Bewegungsgleichung ist gegeben durch

$$\tau_n = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n}.$$

## Aufgabe 3 *Bewegungsplanung*

(8 Punkte)

1. (a) Wie ist der Konfigurationsraum eines Roboters definiert? 1 P.  
 (b) Ein Roboterarm hat 8 Gelenke, die jeweils einen Bewegungsbereich von  $-\frac{\pi}{2}$  bis  $\frac{\pi}{2}$  haben. Welche Dimension hat der Konfigurationsraum und welchen Wertebereich hat er? 1 P.
2. Ordnen Sie den A\* Algorithmus, die Potentialfeldmethode und RRT\* jeweils dem Szenario bzw. der Umgebung zu, in der Sie deren Verwendung den anderen beiden Algorithmen vorziehen würden. 2 P.
  - (a) Die Trajektorie der Plattform eines mobilen Roboters in einer vollständig bekannter Lagerhalle ohne Menschen soll geplant werden.
  - (b) Die Trajektorie der Plattform eines mobilen Roboters soll in der Eingangshalle eines öffentlichen Gebäudes geplant werden, in der sich auch Menschen bewegen.
  - (c) Die Trajektorie eines stationären Roboterarms mit 8 Bewegungsfreiheitsgraden soll geplant werden. Er soll Objekte aus einem Regal greifen und in ein anderes stellen.
3. Für einen punktförmigen Roboter soll mit Hilfe der Potentialfeldmethode ein Pfad von  $\mathbf{q}_s \in \mathbb{R}^2$  nach  $\mathbf{q}_z \in \mathbb{R}^2$  um das punktförmige Hindernis  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^2$  geplant werden. Der Roboter befindet sich zu Beginn an Position  $\mathbf{q}_s$ .



- (a) Bestimmen Sie die Gesamtkraft  $\mathbf{F}$ , die auf den Roboter in  $\mathbf{q}_s$  einwirkt. Dabei sind folgende Ableitungen für das anziehende  $U_{an}$  und abstoßende  $U_{ab}$  Potential gegeben. 2.5 P.

$$\nabla U_{an}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_i}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|} \quad \nabla U_{ab}(\mathbf{p}) = -\frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_i}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|^3}$$

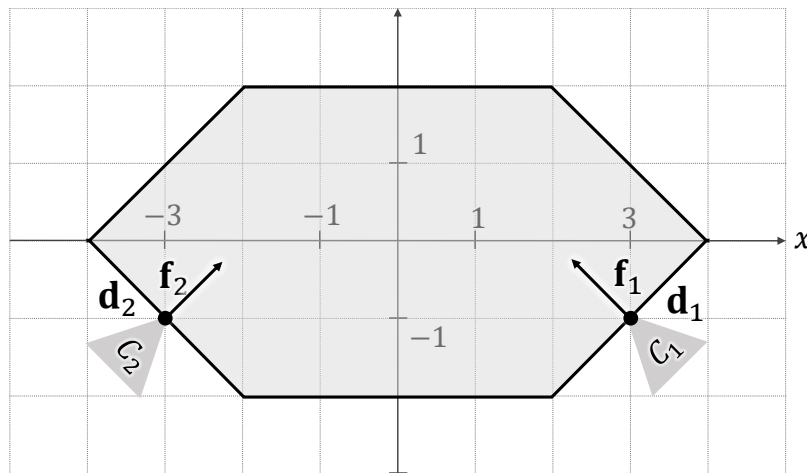
Geben Sie hierzu die Einzelkräfte  $\mathbf{F}_{an}$  und  $\mathbf{F}_{ab}$  als Teil des Lösungswegs an.

- (b) Welches Problem kann bei der Potentialfeldmethode auftreten? Beschreiben Sie eine mögliche Lösung des Problems. 1.5 P.

## Aufgabe 4 Greifen

(8 Punkte)

1. (a) Nennen Sie vier wichtige Faktoren für die Generierung von Griffen. 1 P.
- (b) Welche Werte sind bei der Griffanalyse und Griffsynthese jeweils gegeben, und welche werden gesucht? 2 P.
2. Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte planare Griff  $G = \{C_1, C_2\}$  mit den Kontaktkräften  $\mathbf{f}_1$ ,  $\mathbf{f}_2$  an den Kontaktpunkten  $\mathbf{d}_1 = (3, -1)^\top$  und  $\mathbf{d}_2 = (-3, -1)^\top$ . Die Kontaktkräfte wirken jeweils in Richtung  $(-1, 1)^\top$  und  $(1, 1)^\top$ . Gehen Sie im Folgenden von starren Punktkontakten **mit** Reibung, einem Reibungskoeffizienten von  $\mu = 1$  sowie einer Einheitskraft  $|\mathbf{f}_i| = 1$  aus.

Abbildung 2: Planarer Griff  $G$ 

- (a) Was stellt ein *Wrench* allgemein dar? 0.5 P.
  - (b) Berechnen Sie alle Wrenches  $\mathbf{w} = (f_x, f_y, \tau)^\top$ , die das Reibungsdreieck **von Kontakt  $C_1$**  (rechts im Bild) aufspannen. 2 P.
- Hinweis:**  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = ad - bc$
3. (a) Wie ist die mediale Achse einer Objekthülle  $H \subset \mathbb{R}^3$  definiert? 0.5 P.
  - (b) Gegeben ist die auf dem Lösungsblatt abgebildete zweidimensionale Objekthülle. Zeichnen Sie deren mediale Achse ein. 2 P.

**Aufgabe 5**    *Bildverarbeitung*

(8 Punkte)

1. Die Projektion eines Punktes von Weltkoordinaten auf Bildkoordinaten wird durch die Projektionsmatrix  $P$  beschrieben:

$$P = K \cdot (R \mid t)$$

- (a) Welche Variablen in der obigen Gleichung stellen die intrinsischen und die extrinsischen Parameter der Kamera dar? 1 P.
- (b) Was ist der Unterschied zwischen dem erweiterten Kameramodell und dem klassischen Lochkameramodell? 1 P.
- (c) Geben Sie die Matrix  $K$  für das erweiterte Kameramodell an. 1 P.
2. Nennen Sie für Hochpassfilter den Namen eines konkreten Filters und eine Anwendung in der Bildverarbeitung. 1 P.
3. *Iterative Closest Point* (ICP) ist ein gängiger Algorithmus für die Registrierung zweier Punktwolken  $A$ ,  $B$  mit a priori unbekannter Zuordnung. 1 P.  
Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil des ICP-Algorithmus.
4. RANSAC ist eine iterative Methode zur Schätzung von Modellparametern aus Datenpunkten.
- (a) Geben Sie die 4 Schritte des RANSAC-Algorithmus an. 2 P.
- (b) Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil des Algorithmus. 1 P.

**Aufgabe 6**    *Programmieren durch Vormachen*    (7 Punkte)

1. Nennen Sie zwei Gründe dafür, *Programmieren durch Vormachen* (PdV) zu verwenden. 1 P.
2. Nennen Sie vier Möglichkeiten, mit welcher Art von Sensoren menschliche Demonstrationen für das Programmieren durch Vormachen erfasst werden können. 2 P.
3. Im Rahmen der Frage „Was soll imitiert werden“ ist zu entscheiden, welche Aspekte der Demonstration relevant sind. Benennen Sie für die folgende Demonstration jeweils zwei relevante und irrelevante Aspekte: 2 P.

*Eine Person steht, in nördlicher Richtung, 1 m entfernt von der Mitte eines runden Tisches. Auf dem Tisch befinden sich ein Schwamm und eine Tasse. Die Person greift den Schwamm mit ihrer linken Hand um zu wischen.*

4. Zur Segmentierung einer demonstrierten Trajektorie sollen Maxima, Minima sowie der Beginn und das Ende von Pausen verwendet werden. Schreiben Sie die Zeitstempel auf, an denen die auf dem Lösungsblatt aufgezeichnete Trajektorie segmentiert werden muss. 2 P.