

Study Notes of linear programming

钟沛，汪智笑，费爱跃

Update on October 21, 2023

Contents

第一部分 线性规划理论	3
第一章 线性规划	4
1.1 线性规划简述	4
1.2 标准型	4
1.3 图解法	4
第二部分 线性规划应用选讲	7

前言

该笔记主要参考书籍为：

- Model Building in Mathematical Programming 5th Edition
- introduction to linear programming

笔记中所有代码用 `python` 编写，代码可在以下网址访问：

- -

第一部分

线性规划理论

第 1 章 线性规划

1.1 线性规划简述

1.2 标准型

1.3 图解法

考虑以下具有两个决策变量的线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min & -x_1 - x_2 \\ \text{s.t. } & x_1 + 2x_2 \leq 3 \quad (a) \\ & 2x_1 + x_2 \leq 3 \quad (b) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \quad (c) \end{aligned} \tag{1.1}$$

该问题的可行解区域如图 1.1 所示.

利用图解法直观地说明最优解的候选解由有限个角点给出.

下面对线性问题的几何特性进行更加深入的研究，首先给出超平面，半平面和多面体的定义.

定义 1.1 多面体

多面体是由 $\{x \in \mathbb{R}^n | Ax \geq b\}$ 中的点组成的点集， A 是一个 $m \times n$ 矩阵， b 是一个 \mathbb{R}^m 向量.

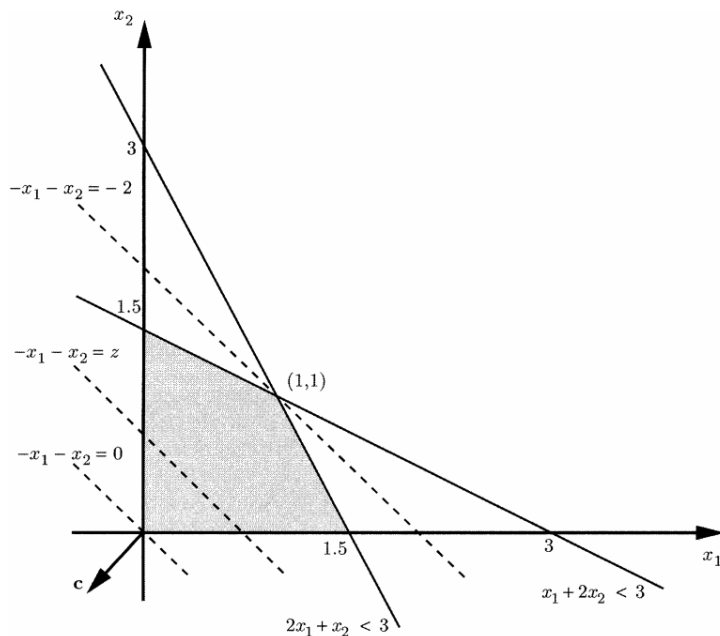


图 1.1

定义 1.2 超平面和半平面

a 是 \mathbb{R}^n 中的非零向量, b 是一个常数. 集合 $\{x \in \mathbb{R}^n | a^T x = b\}$ 称为超平面. 集合 $\{x \in \mathbb{R}^n | a^T x \geq b\}$ 称为半平面.

注. 可以注意到, 超平面是半平面的边界. 另外, 超平面定义中的向量 a 与超平面垂直. 对于超平面上的两个 \mathbb{R}^n 向量 x, y , 有 $a^T x = a^T y$, 则 $a^T(x - y) = 0$, 则向量 a 与向量 $x - y$ 的内积为 0, 即 a 垂直于 $x - y$, 由于超平面的任意向量均可以由两个向量相减得到, 则 a 垂直于超平面上的任意向量, 则向量 a 垂直于超平面.

定理 1.1 Bbbbb

blalalal

证明. xxx

□

例子 1.1

ppppp

解. xxx

□

交叉引用定理 1.1

交叉引用式 1.1

交叉引用例 1.1

第二部分

线性规划应用选讲

