جامعة ابن طفيل
Ibn Tofaïl University
Faculté des Sciences
Département de Physique
Kenitra

Filière : MIP – S2

Travaux dirigés

Module Optique Géométrique

Auteur : Pr AL IBRAHMI EL MEHDI

Année Universitaire 2024/2025

Exercice 1 : Loi de Descartes – Conditions de Gauss

Deux milieux homogènes transparent et isotropes d'indices n et n' avec n > n', sont séparés par une surface plane (∑) perpendiculaire à l'axe optique en H (figure 1) .
Un point lumineux A' situé sur l'axe optique dans le milieu homogène d'indice n', constitue l'image d'un objet A situé sur l'axe et dans un milieu d'indice n. on pose x= $\overline{HA}$ et x'= $\overline{HA'}$

1) Déterminer la position du point A' sur le schéma
2) Montrer que dans les conditions de l'approximation de Gauss on obtient la relation : $\frac{n}{x} = \frac{n'}{x'}$

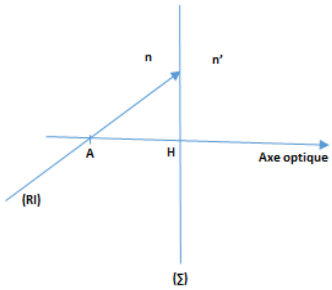
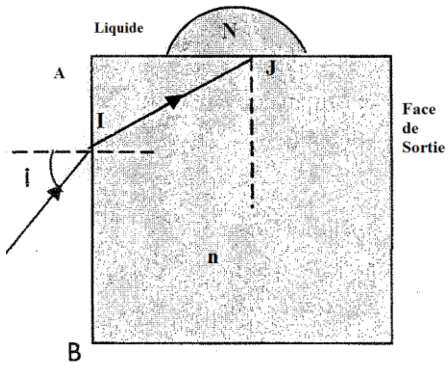


Figure 1

Exercice 2 : Réfractomètre

Un réfractomètre est composé d'un cylindre de verre d'indice n dont la face supérieure est plane et perpendiculaire à son axe. Une coupe transversale du dispositif est représentée sur la figure 2 ci-contre. On dispose sur cette face une goutte d'un liquide d'indice inconnu. On éclaire le dispositif par sa face d'entrée AB avec un rayon monochromatique sous incidence i.

On se place dans les conditions telles qu'il ait réflexion total en J.



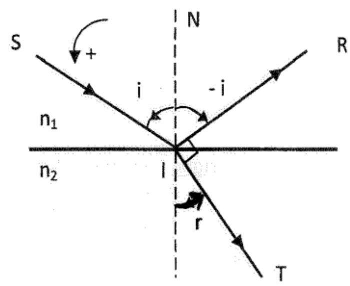
1. Tracer le rayon réfléchi en J et le rayon émergent en K par la face de sortie.
2. Soit i' l'angle d'émergence de ce rayon mesuré par rapport à la normale au dioptre.

On fait varier l'angle i jusqu'à la limite i_m de la réflexion totale.
On mesure i'_m .

a. Exprime i'_m en fonction de n et N.
b. Application numérique : n=1,5. On mesure i'_m =45°55'. Que vaut N ?

Exercice 3 : Indice de Brewster

Un dioptre plan sépare un milieu homogène transparent d'indice n_1 d'un milieu homogène transparent d'indice n_2. Un rayon lumineux incident dans le milieu d'indice n_1 (angle d'incidence i) est en partie réfléchi (angle de réflexion i'=i) et en partie transmis dans le milieu d'indice n_2 (rayon de réfraction r). (Fig. 3)



1) Pour quelle valeur de l'angle d'incidence i les rayons réfléchis et réfractés sont-ils perpendiculaires ?

Application numérique : on donne n_1=1 et n_2=1,33 calculer i.

Exercice 4 : Fibre optique

Une fibre optique est constituée d'une gaine d'indice $n_2 = 1,495$ entourant un cœur cylindrique d'indice $n_1 = 1,510$.

La fibre optique ainsi constituée baigne dans l'air ($n_{air} \approx 1$). On supposera que la face d'entrée est une section perpendiculaire de la fibre et que celle-ci n'est pas courbée.

Un pinceau lumineux frappe la face d'entrée en I (cf. figure) avec un angle d'incidence i. Il entre dans la fibre avec un angle de réfraction r et se réfléchit sur les faces de celle-ci avec un angle α. Le premier point où a lieu cette réflexion est noté J. L'objectif est de transmettre le maximum de lumière à l'autre bout de la fibre, donc d'éviter que la lumière entrée dans le cœur ne pénètre dans la gaine.

1. Tracez le parcours du rayon considéré à l'intérieur du cœur de la fibre.

2. Quelle relation existe-t-il entre r et α ?

3. Quel est l'angle critique de réflexion totale αc du faisceau à l'intérieur de la fibre ?

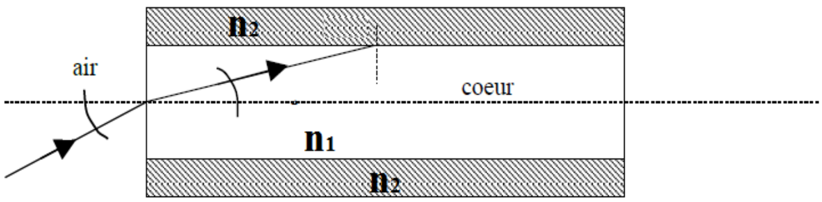
4. Quelle est la valeur im de l'angle d'incidence correspondant à l'entrée de la fibre ?

On appelle ouverture numérique O.N. la quantité $\sin(i_m)$.

5. Exprimer O.N. en fonction de n_1 et n_2. Quelle condition doit remplir i pour que le pinceau se propage le long de la fibre sans quitter le cœur de celle-ci ?

Supposons que l'on envoie dans la fibre une impulsion lumineuse sous la forme d'un faisceau conique convergent, de demi-angle au sommet $i_s<i_m$.

6. Calculer le temps t_0 mis pour parcourir une distance L pour un rayon d'angle $i_0 = 0$, puis le temps t1 pour un rayon d'angle is. Que constate-t'on?



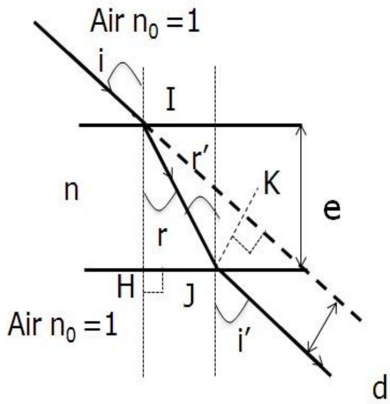
Exercice 5 : Lame à faces parallèles

Un pinceau lumineux frappe la face d'entrée d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e, plongée dans l'air et d'indice n, sous une incidence i. On représente la marche du rayon incident sur la figure ci-contre.

1. Montrer que le rayon incident et le rayon émergent sont bien parallèles.

2. Etablir l'expression du déplacement d en fonction de e, i et r. Que vaut d lorsque i = 0° et i = 90°.

3. Montrer que d peut s'exprimer en fonction e, i et n, sous la forme suivante :



$$d = e\sin\left(1 - \frac{\sqrt{1-\sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right)$$

4. On suppose maintenant que l'angle i est très petit. Montrer que d peut s'écrire sous la forme simple :

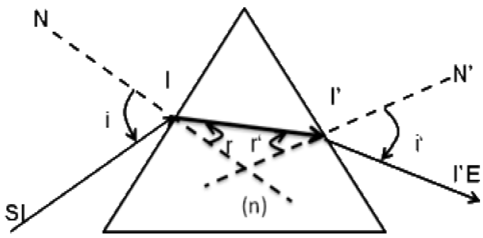
$$d \approx e.i\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Commenter la relation précédente.

Application numérique : Calculer la valeur de d pour i = 5°, n = 1,5 et e = 10 cm.

Exercice 6 : Prisme

Soit un prisme d'angle au sommet A et fabriqué dans un verre d'indice de réfraction n. Il est placé dans l'air d'indice n0=1.



1. Etablir les quatre formules du prisme. Que deviennent-elles dans le cas où A et i sont petits ?

2. On cherche à déterminer l'indice du prisme :

L'expérience montre que pour une radiation monochromatique donnée, la déviation D passe par une valeur minimum. Soit Dm la valeur de cette angle de déviation minimale.

a. Déterminer la condition sur i et i' pour que $D=D_m$.
b. En déduire ensuite la condition sur r et r'.
c. En déduire la valeur de i en fonction de A et de D_m et enfin la valeur de l'indice du prisme.
d. Calculer la valeur de l'angle critique d'incidence au point I'.
e. En déduire qu'il existe une valeur AM de A au-delà de laquelle il n'y aura aucun rayon émergent, quel que soit l'angle d'incidence i. Calculer AM pour n = 1,5.

Exercice 7 : Dioptre sphérique

Un dioptre sphérique convexe, de rayon $R = \overline{CS} = -20\ mm$, sépare deux milieux d'indices n = 1 et n' = 1,5.

1- Calculer sa vergence V. Est-il convergent ou divergent ?
2- Déterminer les positions de ses foyers F et F'.
3- On considère un petit objet AB plan perpendiculaire à l'axe optique, de hauteur 3 cm, placé à droite du sommet S à la distance SA = 4 cm.
a) Déterminer graphiquement la position de l'image $\overline{SA'}$ et la taille de l'image $\overline{A'B'}$ de AB.
b) Déterminer numériquement la position de cette image.
c) Calculer le grandissement transversal γ du dioptre. Conclure sur le signe de γ et sur la taille de l'image.

Exercice 8 : Dioptre plan

Un dioptre plan de sommet H sépare deux milieux d'indices de réfraction n = 1,5 (milieu objet) et n' = 1 (milieu image). Ce dioptre est utilisé dans l'approximation de Gauss.

1. Donner la formule de conjugaison du dioptre plan en précisant la signification des notations utilisées.

2. Déterminer les positions des points foyers F et F' de ce dioptre.

3. Déterminer la position de l'image A' de l'objet ponctuel A situé à la distance $\overline{HA}$ = - 9 cm.

Un objet AB de hauteur $\overline{AB}$ = 1 cm situé dans un plan parallèle au plan du dioptre.

4. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image A'B' ?

5. Placer l'objet AB et son image A'B' sur une Figure à l'échelle.

Exercice 9 : Miroir sphérique (extrait examen SMPC 2018)

On considère un miroir sphérique de sommet S, de centre C et de rayon de courbure $\overline{SC}$ = -12cm. Le miroir est placé dans l'air (n=1) est utilisé dans les conditions de Gauss.

1. Ce miroir est-il convexe ou concave ? justifier.
2. Ecrire la relation de conjugaison avec origine au sommet d'un objet A et son image A'
3. Déterminer les positions de foyers *F* et *F'* par rapport au sommet *S* et en déduire les distances focales *f* et *f'* du miroir en cm.
4. Déterminer la vergence et préciser la nature de ce miroir ?
5. Quelle doit-être la position par rapport à S, sur l'axe optique, d'un objet (AB) pour que son image (A'B') soit 3 fois plus grande que l'objet et de même sens ?
6. Sur l'axe optique, on place un objet vertical et réel ($\overline{AB}$ =2cm) à la distance d = 3cm de S. Déterminer par le calcul la position et la taille de l'image (A'B') et interpréter le résultat
7. Déterminer par construction géométrique la position et la taille de l'image (A'B')

Un dentiste vous demande de concevoir un petit miroir à placer à l'extrémité d'un manche et destiné à l'observation intra-buccale. Le dentiste demande que l'image d'une dent soit droite et ait une taille double de celle de la dent quand le miroir est situé à 15 mm d'elle. Calculer le rayon de la courbure de ce miroir et préciser sa nature.

Exercice 10 : Miroir sphérique concave

On dispose d'un miroir sphérique concave M de centre C, de sommet S et de rayon de courbure |R| = 12 cm qui est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss. Le miroir M baigne dans l'air qui a pour indice de réfraction n = 1.

1. En utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet S, montrer que le miroir M a pour distance focale f = f′ = SC/2 .
2. Calculer la distance focale f et la vergence C du miroir M.
3. Un ´écran E est placé à une distance SE = −24 cm du miroir M. Où doit-on mettre un objet ponctuel A afin d'avoir une image nette sur l'écran E ?
4. Quel est le grandissement linéaire correspondant ?

5. Afin de vérifier ces résultats, faire la construction géométrique, sur un papier millimétré de l'image A′B′ d'un objet AB ayant une taille de 1 cm placé en A perpendiculairement à l'axe optique.

Exercice 11 : Dioptre sphérique (extrait d'examen SMAI 2018)

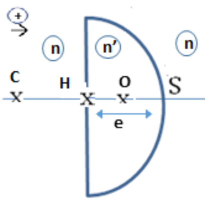
On considère un dioptre sphérique de distance focale objet $\overline{SF} = f$ et distance focale image $\overline{SF'} = f'$, sépare deux milieux transparents homogène d'indices de réfraction respectifs n et n'.

On donne $\overline{SF} = f = -20$ cm et $\overline{SF'} = f' = 30$ cm et n = 1.

1- Donner la relation entre *f, f'*, n et n' puis calculer l'indice de réfraction n'
2- Donner la relation entre *f, f'* et le rayon de courbure R= $\overline{SC}$ du dioptre puis calculer R
3- Un objet AB est placé en A sur l'axe optique telle que $\overline{FA} = -10$ cm.
   a) Calculer $\overline{F'A'}$ la position de l'image par rapport à A'.
   b) Calculer le grandissement linéaire γ
   c) Déterminer la nature de l'image $\overline{A'B'}$ de l'objet $\overline{AB}$.
   d) Déterminer les dimensions de l'image $\overline{A'B'}$ d'un objet $\overline{AB}$ de 1 cm de longueur
4- Déterminer par rapport au sommet S du dioptre sphérique, la position de deux points conjugués A et A' pour lesquels le grandissement linéaire $\gamma = -2$

Exercice 12 : Lentille plan-convexe (Extrait d'examen SMAI juin 2018)

Une lentille plan-convexe forme d'un dioptre plan *D*1 de sommet H et d'un dioptre sphérique *D*2 de centre *C*, de sommet *S* et de rayon de courbure $R = \overline{SC}$. L'épaisseur de la lentille est $e = \overline{HS}$ (voir Figure). L'indice de réfraction des milieux extrêmes est *n* et celui du milieu intermédiaire est *n'*. Les deux dioptres sont utilisés dans les conditions de l'approximation de Gauss.



1. Donner la formule de conjugaison du dioptre plan *D*1 en représentant l'objet par *A* et l'image par *A**.
2. Donner l'expression du grandissement linéaire γ1 de *D*1.
3. Donner la formule de conjugaison du dioptre sphérique *D*2 avec origine au sommet *S* en représentant l'objet par *A** et l'image par *A'*.
4. Donner l'expression du grandissement linéaire γ2 de *D*2 avec origine au sommet *S*.
On suppose que l'épaisseur *e* de la lentille est très petite devant le rayon *R* du dioptre *D*2 de telle sorte que les points *H* et *S* peuvent être assimilés au centre *O* de la lentille. Dans ce cas la lentille est dite mince plan-convexe.
5. Réécrire les formules de conjugaison de *D*1 et *D*2 en remplaçant *H* et *S* par *O*.
Déduire la formule de conjugaison de la lentille mince plan-convexe avec origine au centre *O*.
6. Exprimer les positions des foyers *F* et *F'* de la lentille par rapport au centre *O*.
7. Réécrire les expressions des grandissements γ 1 et γ 2 en remplaçant *H* et *S* par *O*.

Déduire l'expression du grandissement linéaire de la lentille mince plan-convexe avec origine au centre *O*. Important : Le point *A1* ne doit pas apparaitre dans l'expression finale de γ.

8. Calculer la distance focale image $f' = OF'$ d'une lentille mince plan-convexe *L* caractérisée par :

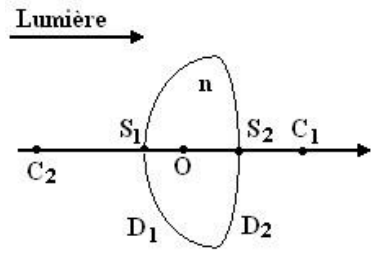
R = -10 cm, n = 1 et n' = 1,5.

9. Déterminer la position de l'image *A'* d'un objet ponctuel *A* situé sur l'axe optique de la lentille *L* tel que $\overline{OA} = -2f'$.

10. Calculer le grandissement linéaire de l'image à travers la lentille *L* d'un objet situé au point *A*.

Exercice 13 : Lentille épaisse biconvexe

Une lentille épaisse biconvexe en verre (n = 1.5), d'épaisseur e $=S_1S_2$= 10 cm, est placée dans l'aire. Les rayons de courbure des deux dioptres S_1 et S_2 constituant la lentille sont respectivement S_1C_1= R = 20 cm et S_2C_2=−2R.



Déterminer les foyers objets et images de chacun des dioptres D_1 et D_2. En déduire les vergences V1 et V2 des dioptres.

1. Déterminer les foyers objets et images F et F' de la lentille épaisse.
2. Déterminer la distance focale image H'F' de la lentille en utilisant la relation de

Gullstrand : $V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2$

En déduire les positions des plans principaux et des points nodaux. Faire un schéma des éléments cardinaux.

Exercice 14 : Problème (Association de deux systèmes centrés)

I. On considère un système centré sépare deux milieux d'indice n=1 (air) et n'=1,5 (verre). Le système est défini par ces éléments cardinaux (H1, H'1, F1, F'1).

1. On donne les distances suivantes $\overline{H_1H'_1}$ =2 cm, $\overline{F_1H_1}$ = 1 cm et $\overline{H'_1F'_1}$ = 1.5 cm. Déterminer graphiquement :

-Image d'un objet $\overline{AB}$ de dimension 1.5 cm et situé à une distance AH1 = 4 cm par ce système (préciser Plan principal objet PPO et Plan principal image PP).

2. Déterminer par le calcul :

a. Vergence

b. Grandissement transversal

c. Taille de l'image $\overline{A'B'}$.

II. On rajoute au premier système (S1) du côté du verre (n' =1,5) un deuxième système (S2) qui sépare le verre et l'air (n=1) définit par ces éléments cardinaux (H2, H'2, F2, F'2). On donne les distance suivantes : $\overline{H_2H'_2}$ =1 cm, $\overline{F_2H_2}$ = 3 cm et $\overline{H'_2F'_2}$ = 2 cm et l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ = 0,5 cm et la distance entre les deux systèmes $e = \overline{H'_1H_2} = 5\,cm$.

1. Trouver graphiquement la position des éléments cardinaux du système équivalent

S= (S1+S2) c.à.d. la position de F, F', H, H'

2. Trouver par le calcul :

a) les distances focales $f=\overline{HF}$, $f'=\overline{H'F'}$,

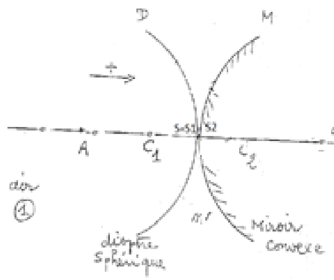
b) la position de F' et H' par rapport à H'2 ($\overline{H_2^{'}H'}$ et $\overline{H_2^{'}F'}$)

c) la position de F et H par rapport à H1 ($\overline{H_1H}$ et $\overline{H_1F}$).

3. Calculer la vergence du système équivalent S, conclure.

Exercice 15 : Association dioptre et miroir (Extrait d'examen juillet 2018)

On considère un système optique formé par un dioptre sphérique DS et un miroir sphérique convexe M. Le dioptre DS de centre C_1, de sommet S1 et de rayon $\overline{C_1S_1}$ =R_1=10 cm > 0. Ce dioptre DS sépare l'air d'indice de réfraction égale à 1, et un milieu d'indice n'=4/3 (le centre C_1 se trouve dans l'air).



Le miroir de sommet S_2 et de rayon $\overline{S_2C_2}$ = R_2=10 cm > 0.

Les sommets S_1 et S_2 sont confondus en S (S_1=S_2=S). On note F_1 et F'_1 les foyers objet et image du dioptre sphérique et F_2, F'_2 les foyers objet et image du miroir sphérique.

Partie I : Etude du dioptre sphérique et miroir sphérique indépendamment, pour dioptre sphérique utiliser la notation suivante $A \xrightarrow{DS} A_1$ et pour miroir sphérique MS on utilise la notation suivante $A_1 \xrightarrow{MS} A_2$.

On suppose que l'objet A se situe à la distance $\overline{S_1A}=\overline{S_2A}=\overline{SA}$ = - 30 cm.

1) Donner les relations de conjugaison avec origine au sommet S1 du dioptre sphérique puis déterminer sa vergence V_{DS}, sa nature et sa distance focale objet f_{DS} et image $f_{DS}^{'}$

2) Donner les relations de conjugaison avec origine au sommet S2 du miroir sphérique et puis déterminer sa vergence V_M, sa nature et sa distance focale objet f_M et image $f_M^{'}$.

3) Calculer le grandissement de dioptre sphérique γ_{DS} et du miroir sphérique γ_{MS}

Partie II : Etude du système centre : Dioptre DS + Miroir MS

Dans cette partie on étudie le système Dioptre + miroir.

Soit A un point objet sur l'axe optique et A1 son image à travers le dioptre sphérique DS. Ensuite A1 donne une image A2 avec le miroir sphérique MS puis A2 donne une autre fois une image finale A' avec le dioptre sphérique DS :

$A \xrightarrow{DS(1,n')} A_1 \xrightarrow{MS} A_2 \xrightarrow{DS(n',1)} A'$ pour le système : dioptre DS + miroir sphérique MS).

4) Donner la relation de conjugaison avec origine au sommet S du système Diotre DS + miroir MS.
5) En déduire que le système est équivalent à un miroir sphérique unique, dont on déterminera, le sommet, distance focale f et son rayon de courbure R= $\overline{SC}$ en fonction de n', R_1 et R_2 puis conclure sur sa nature.

Exercice 16 : Doublet (3, 2, 3)

Un doublet est constitué par deux lentilles mines convergentes L_1 et L_2 de centres optiquesO_1 et O_2 ; la monture métallique de chaque lentille a un rayon r. Le doublet a pour symbole (3,2,3)c'est-à-dire que l'on peut écrire $\frac{f_1'}{3} = \frac{e}{2} = \frac{f_2'}{3} = a$ où a est l'échelle du doublet. f'_1 étant la distance focale image de L_1, f'_2 étant la distance focale image de L_2 et e =O_1O_2 (interstice du doublet). Le système optique est placé dans l'air.

1. Représenter sur une figure les éléments cardinaux des deux lentilles L_1 et L_2.
2. En tenant compte de la symétrie du système, déterminer pour cette association de deux lentilles minces:
a. La distance focale f'.
b. Les positions des foyers F et F'.
c. Les positions des points principaux H et H'.
d. Les positions des points nodaux N et N'.

3. Faire un schéma des éléments cardinaux en prenant a = 1 cm.
4. Construire l'image $\overline{A'B'}$ d'un objet $\overline{AB} = 0,75cm$ et tel que $\overline{AO_1} = 3,5cm$.