UNIVERSITY IBN TOFAIL

Électorstatique et Magnétostatique

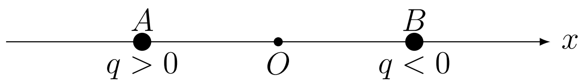
Nom: Ilyas ZANAN

Date: Avril 11, 2025

Exercise 1:

Soient deux charges ponctuelles au repos q et $-q$ placées respectivement en A et en B d'un axe Ox. (figure 1)

Figure 1



- Donner l'expression vectorielle de la force électrostatique $\vec{F}_{q/-q}$ créée en B.
- Donner l'expression vectorielle du champ électrostatique $\vec{E}$ créé en B.
- Donner l'expression du potentiel électrostatique V créé en B.

Correction

- on applique la loi de coloumb on aurra:

$$\vec{F}_{q/-q} = -k_e \frac{q^2}{d^2} \hat{i}$$

- l'expression vectorielle du champ électrostatique est :

$$\begin{aligned} \vec{E}_B &= \frac{\vec{F}_{q/-q}}{-q} \\ &= k_e \frac{q}{d^2} \hat{i} \end{aligned}$$

- l'expression du potentiel électrostatique V créé en B est :

$$V_B = k_e \frac{q}{d}$$

Exercise 2:

Soient deux charges ponctuelles au repos q et $-q$ placées respectivement en A et en B (figure 2). On donne $OA = OB = a$.

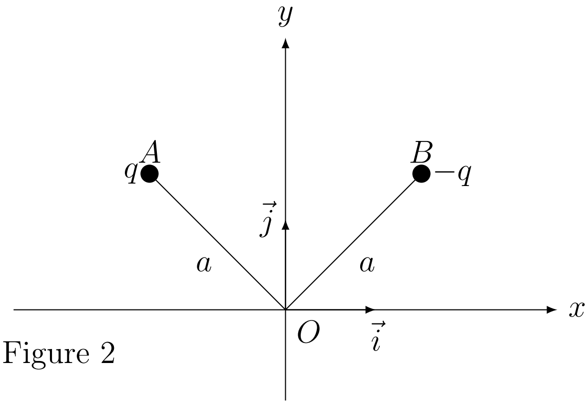


Figure 2

- Donner l'expression vectorielle du champ électrostatique $\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}$ créé en O.
- Donner l'expression du potentiel électrostatique V créé en O.

Correction

- L'expression vectorielle du champ électrostatique créé en O est :

Soit $A(x, y)$ et $B(x', y')$, et $\vec{AO} = \langle -x, -y\rangle$ et $\vec{BO} = \langle -x', -y'\rangle$.

$$\begin{aligned}\vec{E}_A &= k_e\frac{q}{a^2}\frac{\langle -x, -y\rangle}{a}\\ &= k_e\frac{q}{a^3}\langle -x, -y\rangle\\ \vec{E}_B &= k_e\frac{-q}{a^2}\frac{\langle -x', -y'\rangle}{a}\\ &= k_e\frac{-q}{a^3}\langle -x', -y'\rangle\end{aligned}$$

Ensuite, on a :

$$\begin{aligned}E_x &= k_e\frac{q}{a^3}(x' - x)\\ E_y &= k_e\frac{q}{a^3}(y' - y)\end{aligned}$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_x\hat{i} + E_y\hat{j}\\ &= k_e\frac{q}{a^3}(x' - x)\hat{i} + k_e\frac{q}{a^3}(y' - y)\hat{j}\end{aligned}$$

Correction

- L'expression du potentiel électrostatique créé en O est :

$$
\begin{aligned}
V_A &= k_e \frac{q}{a} \\
V_B &= k_e \frac{-q}{a}
\end{aligned}
$$

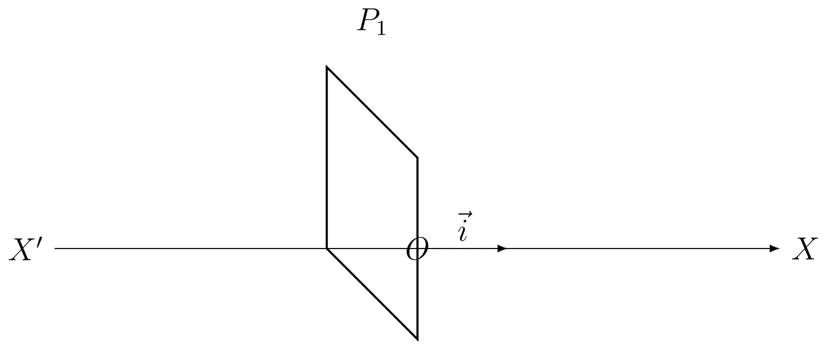
Ce qui nous donne :

$$
\begin{aligned}
V_{total} &= V_A + V_B \\
&= k_e \frac{q}{a} - k_e \frac{q}{a} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Exercise 3:

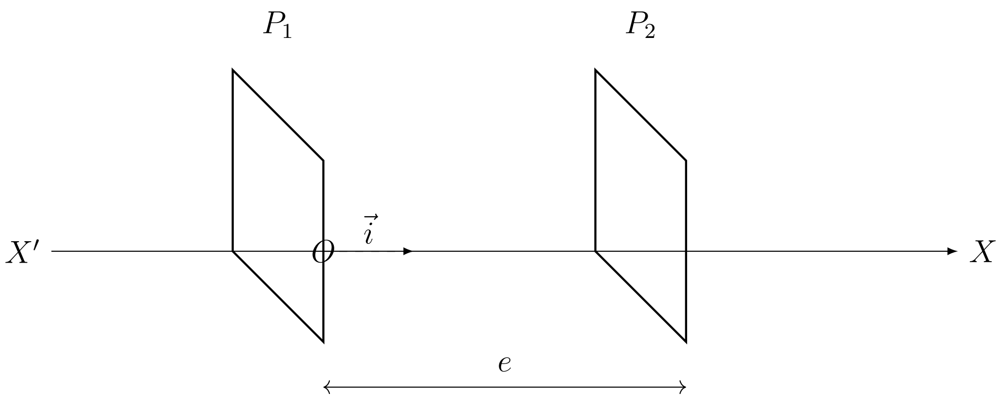
Soit un conducteur plan P_1 d'épaisseur négligeable et de surface S chargé avec une densité surfacique $\sigma_1 = +\sigma$ perpendiculaire à un axe XX' de vecteur unitaire $\hat{i}$ (**Voir figure ci-dessous**). Un point M de l'espace est repéré par $\vec{OM} = x\hat{i}$.

- Déterminer la charge totale Q de ce conducteur.
- Représenter sur le schéma le vecteur champ électrostatique $\vec{E_1}(M)$ crée par ce conducteur en un point M à la distance x du plan pour x>0 et aussi pour x < 0.



(Figure 3)

- En utilisant le théorème de Gauss, Déterminer le champ électrostatique $\vec{E_1}(M)$ crée en un point M à la distance x du plan (P_1 est considéré comme infini). Donner les expressions du vecteur champ pout x>0 et pour x<0.
- On place parallèlement à P_1 à une distance e (figure 4) un autre conducteur plan P_2 d'épaisseur négligeable et de surface S chargé avec une densité surfacique $\sigma_2 = -\sigma$. Les deux cnducteurs sont eninfluence total (P_1 et P_2 sont condidérés comme infinis). **Déduire le champ électrique $\vec{E}(M)$ crée dans l'espace compris entre ces deux plans**

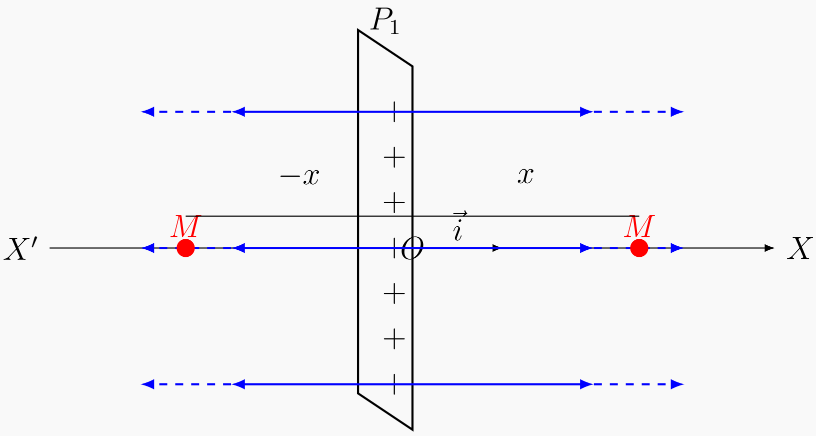


(Figure 4)

- soient V_1 et V_2 respectivement les potentiels électrostatiques de P_1 et P_2.
  Determiner la capacité de ce condensateur dans le cas où (S»e).
- En utilisant l'expression de la densité d'énergie $\frac{d\omega}{dV} = \frac{\epsilon_0}{2}E^2$,
  Déterminer l'énergie électrostatique emmagasinée dans ce condensateur en fonction de Q, V_1 et V_2.

Correction

- La charge total est $Q = \sigma \times S$
-



- D'apres le theorem de Gauss On a :

$$\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}\hat{\eta}$$
$$\iff \vec{E}_1(M) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{i}, & x > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{i}, & x < 0 \end{cases}$$

- On a :

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{i}$$
$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{i}$$

$\vec{E}_2$ est positive care on a P_1 est derrière P_2, Avec $\sigma_2 = -\sigma$:

$$\vec{E}_2 = -\frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}\hat{i}$$
$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Correction

D'où:

$$\begin{aligned}\vec{E}_T &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{i}\end{aligned}$$

- On a d'aprés la derrière question : $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{i}$, d'ou :

$$\begin{aligned}V &= E \times e \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} e \\ &= \frac{Qe}{\epsilon_0 S} \\ \Rightarrow C &= \frac{Q}{V} \\ &= \frac{\epsilon_0 S}{e}\end{aligned}$$

Lorsque la surface S des plaques est beaucoup plus grande que leur séparation e ($S >> e$), cela donne un champ électrique uniforme entre les plaques.

- On utilisons la relation $\frac{d\omega}{dV} = \frac{\epsilon_0}{2}E^2$, On a:

La densité d'énergie :

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{dV} &= \frac{\epsilon_0}{2}E^2 \\ &= \frac{\epsilon_0}{2}\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} \\ &= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}.\end{aligned}$$

L'énergie total:

$$\begin{aligned}U &= \int \frac{d\omega}{dV}\,dV \\ &= \int \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\,dV \\ &= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \cdot V \\ &= \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \cdot (S \cdot e) \\ &= \frac{\sigma^2 Se}{2\epsilon_0}.\end{aligned}$$

Correction

L'énergie total en fonction de Q, V_1 et V_2:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{\sigma^2 Se}{2\epsilon_0} \\
&= \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2 Se}{2\epsilon_0} \quad (\text{car } \sigma = \frac{Q}{S}) \\
&= \frac{\frac{Q^2}{S^2} Se}{2\epsilon_0} \\
&= \frac{Q^2 e}{2\epsilon_0 S} \\
&= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \cdot \frac{V\epsilon_0 S}{Q} \quad (\text{car } e = \frac{V\epsilon_0 S}{Q}, \text{ où } V = V_1 - V_2) \\
&= \frac{Q^2 V}{2Q} \\
&= \frac{1}{2} QV \\
&= \frac{1}{2} Q(V_1 - V_2).
\end{aligned}$$