Corrigé de l'Examen de Rattrapage d'Optique Géométrique

SMAI-S2 / 2022-2023

Basé sur le document fourni

10 juin 2025

Exercice N°1

1. Formule de conjugaison du dioptre plan D_1

Pour un dioptre plan D_1 de sommet H, séparant deux milieux d'indices n (espace objet) et n' (espace image), la relation de conjugaison pour un objet A et son image A' est donnée par :

$$\frac{n'}{\overline{HA'}} = \frac{n}{\overline{HA}}$$

Cette relation est établie dans les conditions de l'approximation de Gauss.

2. Expression du grandissement linéaire γ_1 de D_1

Le grandissement linéaire (ou transversal) γ_1 pour un dioptre plan est toujours égal à $+1$. L'image a la même taille et le même sens que l'objet.

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

3. Formule de conjugaison du dioptre sphérique D_2

Le dioptre sphérique D_2 sépare le milieu d'indice n' (espace objet pour D_2) et le milieu d'indice n (espace image pour D_2). L'objet est A^* et l'image est A''. La formule de conjugaison avec origine au sommet S est :

$$\frac{n}{\overline{SA''}} - \frac{n'}{\overline{SA^*}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$

où $\overline{SC} = R$ est le rayon de courbure du dioptre.

4. Expression du grandissement linéaire γ_2 de D_2

Le grandissement linéaire γ_2 pour le dioptre sphérique D_2, avec la lumière passant du milieu d'indice n' au milieu d'indice n, est donné par :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A^*B^*}} = \frac{n'}{n}\frac{\overline{SA''}}{\overline{SA^*}}$$

Exercice N°2

Données : $n = 1$, $n' = 4/3$, $|r| = |\overline{SC}| = 4$ cm.

1. Formules du dioptre sphérique

a) **Relation de conjugaison (origine au sommet S) :**

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

b) **Formule du grandissement transversal :**

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

c) **Formule des distances focales :**
- Focale objet : $f = \overline{SF} = -\frac{n\overline{SC}}{n'-n}$
- Focale image : $f' = \overline{SF'} = \frac{n'\overline{SC}}{n'-n}$

2. Application numérique

Données : L'objet $\overline{AB}$ est réel, donc sa position $p = \overline{SA} < 0$. Le grandissement est $\gamma = +2$.

a- Calcul des distances p et p' et figure

Le grandissement $\gamma = +2$ est positif, ce qui signifie que l'image $\overline{A'B'}$ est droite (même sens que l'objet) et deux fois plus grande. Puisque l'objet est réel ($p < 0$) et l'image est droite ($\gamma > 0$), l'image est nécessairement virtuelle ($p' < 0$).

Pour qu'un dioptre sphérique donne une image virtuelle, droite et agrandie d'un objet réel, il doit être convergent, et l'objet doit être situé entre le foyer objet F et le sommet S. Un dioptre est convergent si sa focale image f' est positive. Comme $n' > n$, f' a le même signe que le rayon $\overline{SC}$. Donc, $\overline{SC} > 0$, ce qui signifie que le dioptre est **convexe**. On a donc $r = \overline{SC} = +4$ cm.

Nous avons un système de deux équations :

1. $\gamma = \frac{n}{n'}\frac{p'}{p} = +2 \implies \frac{1}{4/3}\frac{p'}{p} = 2 \implies \frac{3}{4}\frac{p'}{p} = 2 \implies p' = \frac{8}{3}p$
2. $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'-n}{r}$

Substituons (1) dans (2) :

$$\frac{4/3}{(8/3)p} - \frac{1}{p} = \frac{4/3 - 1}{4}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8p} - \frac{1}{p} = \frac{1/3}{4}$$

$$\frac{1}{2p} - \frac{2}{2p} = \frac{1}{12}$$

$$-\frac{1}{2p} = \frac{1}{12} \implies 2p = -12 \implies \boxed{p = \overline{SA} = -6 \text{ cm}}$$

Maintenant, calculons p' :

$$p' = \frac{8}{3}p = \frac{8}{3}(-6) \implies \boxed{p' = \overline{SA'} = -16 \text{ cm}}$$

b- Calcul des distances focales f et f'

$$f = \overline{SF} = -\frac{n \cdot r}{n' - n} = -\frac{1 \cdot 4}{4/3 - 1} = -\frac{4}{1/3} \implies \boxed{f = -12 \text{ cm}}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n' \cdot r}{n' - n} = \frac{(4/3) \cdot 4}{4/3 - 1} = \frac{16/3}{1/3} \implies \boxed{f' = 16 \text{ cm}}$$

c- Nature du dioptre

— Comme la distance focale image $f' = 16$ cm est positive, le dioptre est **convergent**.
— Comme le rayon de courbure $\overline{SC} = +4$ cm est positif (le centre C est dans l'espace image), la surface du dioptre est **convexe** (vue depuis l'espace objet).

d- Figure et placement des foyers

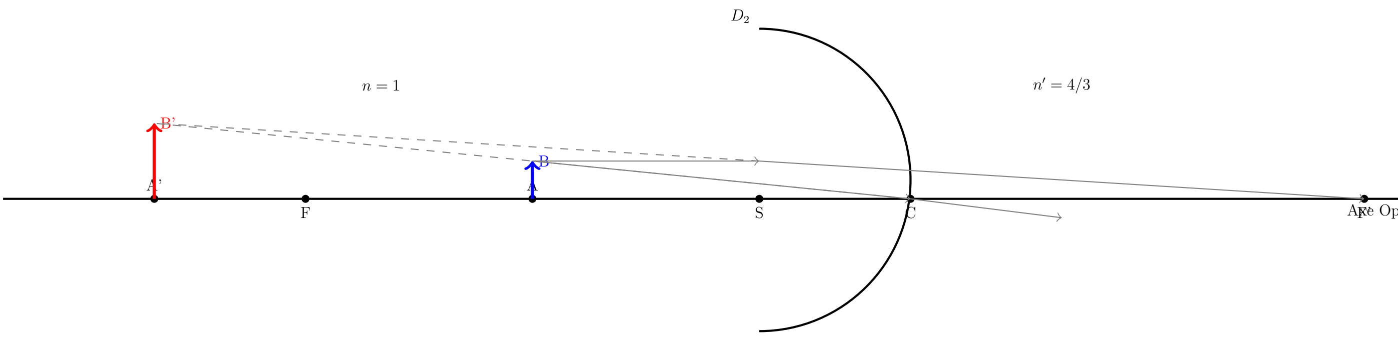

Figure 1 – Construction de l'image A'B' de l'objet AB à travers le dioptre sphérique convergent.