Chapitre 1

Loi de Coulomb et champ électrique

I – Généralités

I.1 – Electrisation

Le phénomène d'électrisation a été découvert lorsqu'on a constaté qu'un bâton d'ébonite (caoutchouc durci) frotté avec un tissu de laine attire des corps légers. L'électrisation d'un corps se traduit par l'apparition d'une quantité d'électricité ou charges électriques sur celui-ci. Ce phénomène peut être créé soit

1 – Par contact : en mettant en contact un corps chargé avec un corps initialement neutre.

2 – Par influence : un corps A neutre placé au voisinage d'un corps B chargé s'électrise. Si on éloigne le corps B (influençant) le corps A (influencé) revient à l'état neutre.

3 – Par sources d'électricité : en branchant un corps neutre à une batterie, une pile, une dynamo, etc.

I.2 – Conducteurs et isolants

Par rapport au phénomène d'électrisation, les matériaux se divisent en deux types :

- Les isolants qui ne conduisent pas les charges électriques. C'est le cas du verre, du bois, de l'air sec, du plastique, etc.
- Les conducteurs qui conduisent facilement les charges électriques. C'est le cas des métaux, de l'air humide, de l'eau, du corps humain, des acides, etc.

I.3 – Propriétés des charges électriques

1 – Il existe deux types de charges électriques, l'une qualifiée positive, l'autre négative. Les charges de même signe se repoussent alors que les charges de signe contraire s'attirent.

2 – La charge électrique d'un système est égale à la somme algébrique des charges élémentaires qui le constituent.

3 – Un corps neutre (non chargé) contient des charges de signes contraires en quantités égales.

4 – La charge électrique totale d'un système isolé est constante.

5 – La charge électrique est quantifiée (Millikan 1910) et ne peut varier que par multiples entiers d'une charge élémentaire q_e= 1,6021 10^{-19} Coulomb. Alors la charge d'un système s'écrit :

$Q = \pm n\, q_e$ (n entier positif).

La charge de l'électron $q = -\, q_e$.

La charge du proton $q = +\, q_e$.

L'unité de la charge électrique dans le système international (SI) ou MKSA est le Coulomb (C).

6 – La charge électrique d'un système est invariante (sa valeur ne dépend pas du repère dans lequel on la mesure).

I.4 – Distribution continue de charges – Densité de charges

La charge électrique Q d'un corps est la somme algébrique de ses charges élémentaires q_i

$$Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

En général *N* est un nombre très grand, ce qui permet de considérer des valeurs moyennes et des distributions continues de charges.

I.4.1 – Distribution volumique

La charge Q est répartie dans un volume V et par conséquent un volume élémentaire dv contient une quantité élémentaire de charges dq.
La densité volumique de charge est définie par

$$\rho(M) = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} = \frac{dq}{dv} \qquad (C/m^3)$$

La charge totale du volume est obtenue par

$$Q = \iiint_V \rho(M) dv$$

I.4.2 – Distribution surfacique

La charge Q est répartie sur une surface S et par conséquent une surface élémentaire ds contient une quantité élémentaire de charges dq.
La densité surfacique de charge est définie par

$$\sigma(M) = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds} \qquad (C/m^2)$$

La charge totale de la surface est obtenue par

$$Q = \iint_S \sigma(M) ds$$

I.4.3 – Distribution linéaire (linéique)

La charge Q est répartie sur une courbe linéaire L et par conséquent une longueur élémentaire dl contient une quantité élémentaire de charges dq.
La densité linéaire de charge est définie par

$$\lambda(M) = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \qquad (C/m)$$

La charge totale de la longueur est obtenue par

$$Q = \int_L \lambda(M) dl$$

II – Loi de Coulomb

II.1 – Enoncé

Deux charges ponctuelles q_1 et q_2 au repos exercent l'une sur l'autre une force dirigée suivant la droite qui les joint, proportionnelle à chacune des deux charges, et inversement proportionnelle au carré de leur distance r.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (k \text{ est une constante})$$

Unités (SI) :

F en Newton (N),
q_1 et q_2 en Coulomb (C),

r en mètre (m),

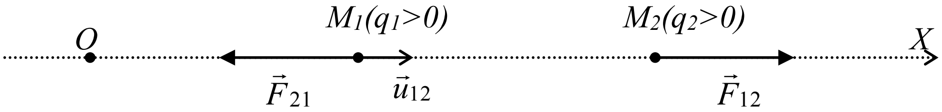
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\ 10^9$ Nm^2/C^2 (cas du vide),

$\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}$ C^2/Nm^2 (permittivité absolue du vide).

si $q_1q_2 > 0$, F est une force de répulsion ($F>0$).
si $q_1q_2 < 0$, F est une force d'attraction ($F<0$).

II.2 – Représentation vectorielle

Pour représenter la force de Coulomb entre deux charges q_1 et q_2 placées en M_1 et M_2, on considère un vecteur unitaire colinéaire avec la droite M_1M_2. Par exemple, sur la figure ci-dessous, on représente les directions des forces exercées entre deux charges positives.



On choisit un vecteur unitaire dirigé de M_1 à M_2 $\vec{u}_{12} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2} = \frac{\overrightarrow{r_{12}}}{r_{12}}$ et $\vec{u}_{21} = -\vec{u}_{12}$.

L'expression de la force exercée par q_1 sur q_2 est $\vec{F}_{12} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_{12}}{r_{12}^2} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}$.

L'expression de la force exercée par q_2 sur q_1 est $\vec{F}_{21} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_{21}}{r_{21}^2} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}$.

Alors $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$ ce qui vérifie le principe de l'action et la réaction de la force de Coulomb.

Si $q_1q_2 > 0$ alors $\vec{F}_{12}$ est dirigée de M_1 vers M_2 (force de répulsion).
Si $q_1q_2 < 0$ alors $\vec{F}_{12}$ est dirigée de M_2 vers M_1 (force d'attraction).

II.3 – Application

La loi de Coulomb est utilisée, uniquement, pour calculer l'interaction entre deux charges. Pour généraliser cette loi à un système de plusieurs charges ponctuelles, on applique le principe de superposition. Par conséquent, la force qui agit sur une charge quelconque de ce système est la somme vectorielle des forces que chaque charge prise séparément exercerait sur cette charge.

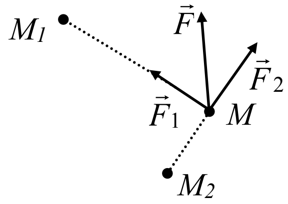
II.3.1 – Extension aux systèmes de charges ponctuelles

Soient trois charges ponctuelles ($q_1>0$), ($q_2<0$) et ($q<0$) placées respectivement en M_1, M_2 et M, figure ci-dessous. Cherchons la force exercée sur la charge q (supposée passive) par les deux autres.

En choisissant $\vec{u}_i = \frac{\overrightarrow{M_iM}}{M_iM} = \frac{\vec{r}_i}{r_i}$, alors

La force exercée par q_1 sur q est

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_1}{r_1^2} = \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_1}{r_1^3}.$$



La force exercée par q_2 sur q est

$$\vec{F}_2 = \frac{q_2 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_2}{r_2^2} = \frac{q_2 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_2}{r_2^3}.$$

Les charges q_1 et q_2 exercent sur la charge q la force résultante

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1\vec{r}_1}{r_1^3} + \frac{q_2\vec{r}_2}{r_2^3}\right)$$

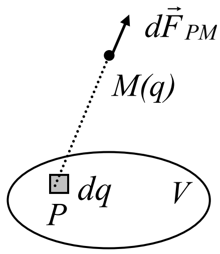
D'une façon générale, la résultante de la force exercée par les q_i charges ponctuelles (i=1, 2, …) placées aux points M_i sur la charge q placée en M est donnée par l'expression

$$\vec{F}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i\vec{u}_i}{r_i^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i\vec{r}_i}{r_i^3}$$

II.3.2 – Extension aux distributions continues de charges

Pour déterminer la force exercée par un volume V chargé, figure ci-dessous, avec une densité de charge ρ sur une charge q placée au point M, on divise le volume en éléments égaux dv. Un volume élémentaire au point P contient une charge élémentaire $dq = \rho(P)\,dv$. Cette charge dq crée une force élémentaire $d\vec{F}_{PM}$ sur la charge au point M

$$d\vec{F}_{PM} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q.dq}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$



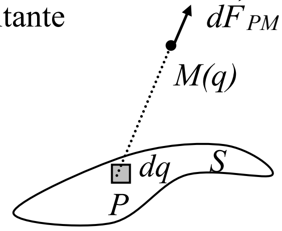
avec $\vec{u}_{PM} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$.

On applique alors, le principe de superposition pour calculer la force résultante $\vec{F}(M)$ exercée sur la charge au point M par tous les points P du volume V.

$$\vec{F}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V \frac{\rho(P)dv}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$

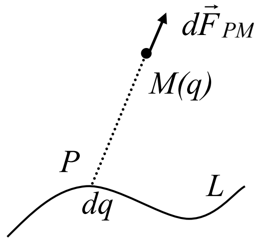
Dans le cas d'une surface S chargée, figure ci-contre, avec une densité de charges $\sigma(P)$, la charge élémentaire $dq = \sigma(P)\,ds$ et la force résultante $\vec{F}(M)$ aura pour expression

$$\vec{F}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\sigma(P)ds}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$



Dans le cas d'une longueur linéaire L chargée, figure ci-contre, avec une densité de charges $\lambda(P)$, la charge élémentaire $dq = \lambda(P)\,dl$ et la force résultante $\vec{F}(M)$ aura pour expression

$$\vec{F}(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda(P)dl}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$



III – Champ électrique

III.1 – Définition

Considérons, dans un espace, un système de charges ponctuelles actives q_1, q_2, …, q_n et plaçons une charge passive q en un point M (q est suffisamment faible afin de négliger ses effets). La force de Coulomb totale exercée sur q est donnée par

$$\vec{F}(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i\vec{u}_i}{r_i^2}.$$

En divisant $\vec{F}(M)$ par q, on obtient une expression vectorielle qui ne dépend pas de la charge q subissant la force, mais uniquement des charges qui la créent.

$$\frac{\vec{F}(M)}{q}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i\vec{u}_i}{r_i^2}$$

Cette quantité est appelée vecteur champ électrostatique et notée

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i\vec{u}_i}{r_i^2}$$

Le champ $\vec{E}(M)$ traduit la modification des propriétés électriques de l'espace par l'action des charges q_i (sont les sources du champ électrique).

Unité (S.I) : (N/C) ou (V/m).

Remarques :

1 – Le champ $\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}$ est une grandeur vectorielle ayant la direction de $\vec{F}(M)$, le sens de $\vec{F}(M)$ si $q>0$, le sens opposé si $q<0$ et pour intensité $E(M)=\left|\frac{\vec{F}(M)}{q}\right|$.

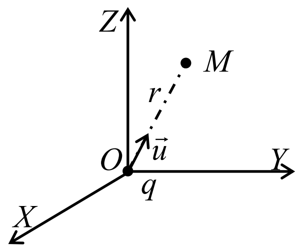
2 - $\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}=\sum_i\left(\frac{\vec{F}_i}{q}\right)=\sum_i\vec{E}_i$ est une grandeur vectorielle qui vérifie le principe de superposition.

III.2 – Champ créé par une charge ponctuelle

Une charge ponctuelle q crée, en un point M de l'espace à la distance r de la charge, le champ électrique

$$\vec{E}(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} \text{ avec } \vec{u}=\frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$$

$$\left|\vec{E}(M)\right| = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

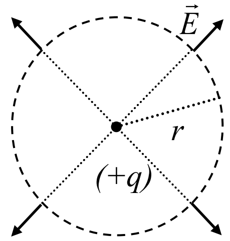


1 – Le champ n'est pas défini sur la charge q, si $r \to 0 \Rightarrow \left|\vec{E}(M)\right| \to +\infty$.

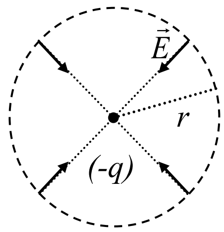
2 – Le champ est radial : la direction de $\vec{E}(M)$ passe par le point où se trouve la charge q qui le crée.

3 – Le champ est à symétrie sphérique : le module de $\vec{E}(M)$ est le même à égale distance de la charge q.

4 – Le sens du champ est celui de ($q.\vec{r}$).



Le champ diverge de q
pour une charge positive



Le champ converge vers q
pour une charge négative

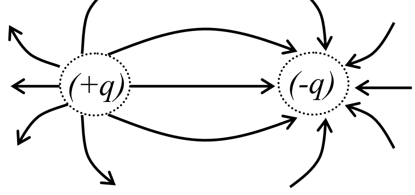
III.3 – Champ créé par plusieurs charges ponctuelles

Dans un espace, où il y a n charges ponctuelles actives q_1, q_2, …, q_n, le champ électrique créé en un point M est donné par

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i\vec{r}_i}{r_i^3}$$

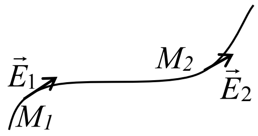
Le champ n'est pas défini sur les charges q_i, si $r_i \to 0 \Rightarrow \left|\vec{E}(M)\right| \to +\infty$.

Dans le cas de deux charges, l'une positive (+q) et l'autre négative (-q), la représentation du champ électrique résultant est donnée par les courbes ci-dessous.

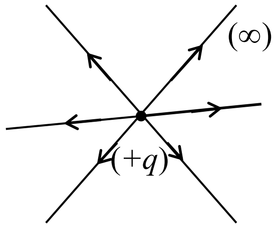


III.4 – Lignes et tubes de champ électrique

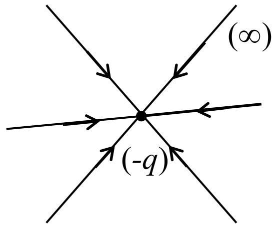
1 – Les lignes de champ (ou lignes de force) sont définies par les courbes tangentes en chacun de leurs points au champ électrique, orientées dans le sens de $\vec{E}(M)$, figure ci-dessous.



Lignes de champ

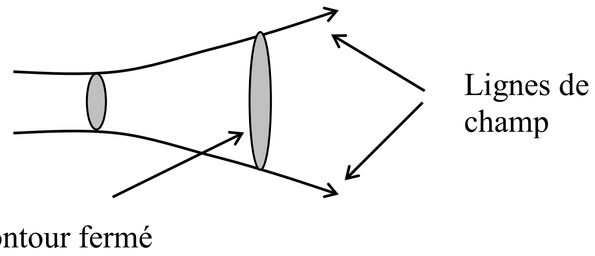


Lignes de champ
pour une charge positive

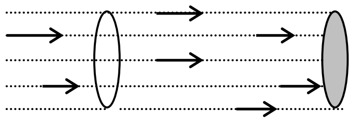


Lignes de champ
pour une charge négative

2 – Un tube de champ (ou tube de force) est défini par la surface formée par l'ensemble des lignes de champ qui s'appuient sur un contour fermé, figure ci-dessous.



Dans le cas d'un champ uniforme $\vec{E}(M)=Cte$, les lignes de champ sont des droites parallèles et le tube de champ est un cylindre, figure ci-dessous.

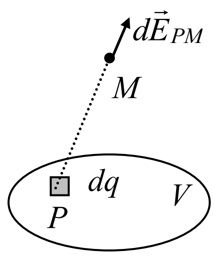


III.5 – Champ créé par une distribution continue de charges

III.5.1 – Distribution volumique de charges

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V \frac{\rho(P)dv}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$

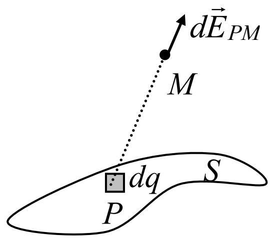
avec $\vec{u}_{PM}=\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$



III.5.2 – Distribution surfacique

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\sigma(P)ds}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$

avec $\vec{u}_{PM}=\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$



III.5.3 – Distribution linéaire

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda(P)dl}{(PM)^2}\vec{u}_{PM}$$

avec $\vec{u}_{PM}=\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$