Les lentilles minces

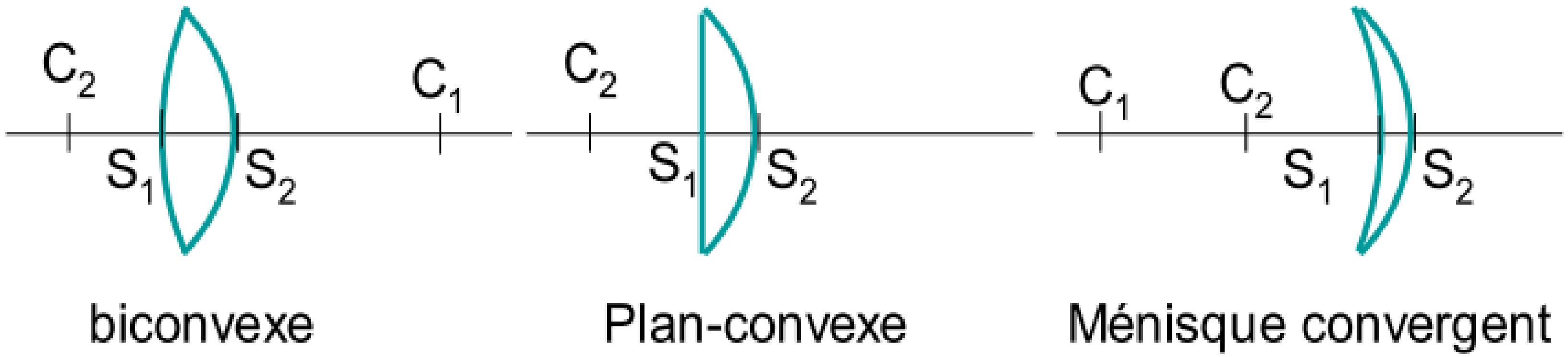
8.1 Définitions – Généralités

On appelle lentille l'association de deux dioptres dont l'un au moins est sphérique. Une lentille est caractérisée par **les centres et sommets** des dioptres qui la constitue, ainsi que par l'indice n du milieu dans lequel elle est taillée (construite).

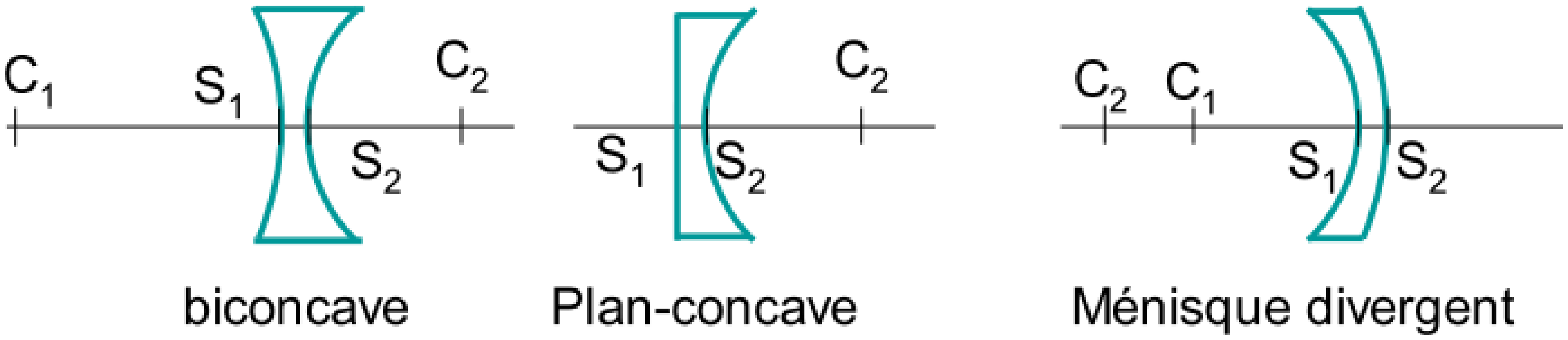
8.1.1 Formes de lentilles

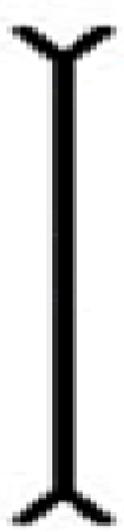
On peut classer les lentilles en deux catégories :

les lentilles à bord mince qui sont convergentes



Les lentilles à bord épais qui sont divergentes

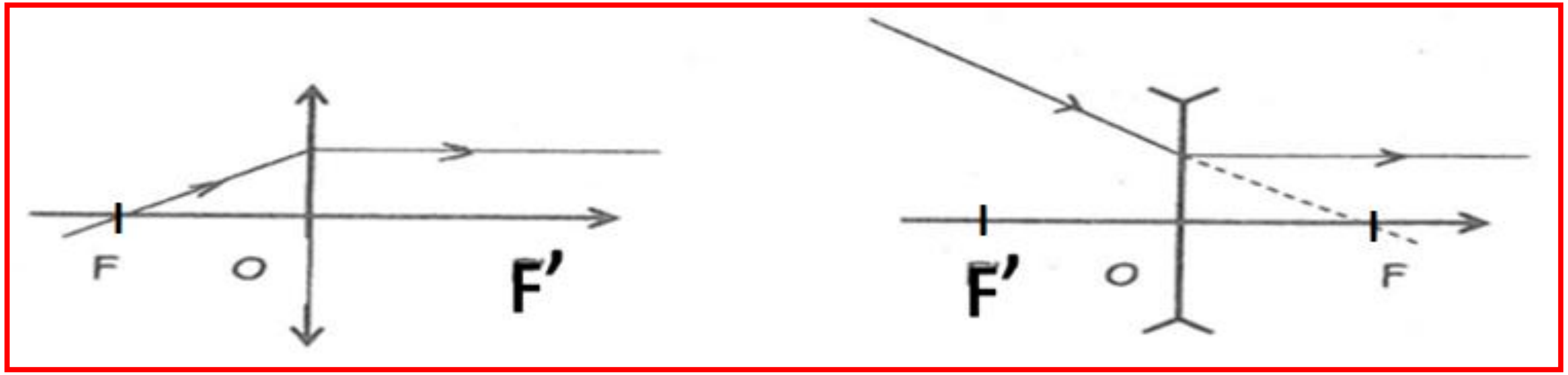




Foyers et distances Focales

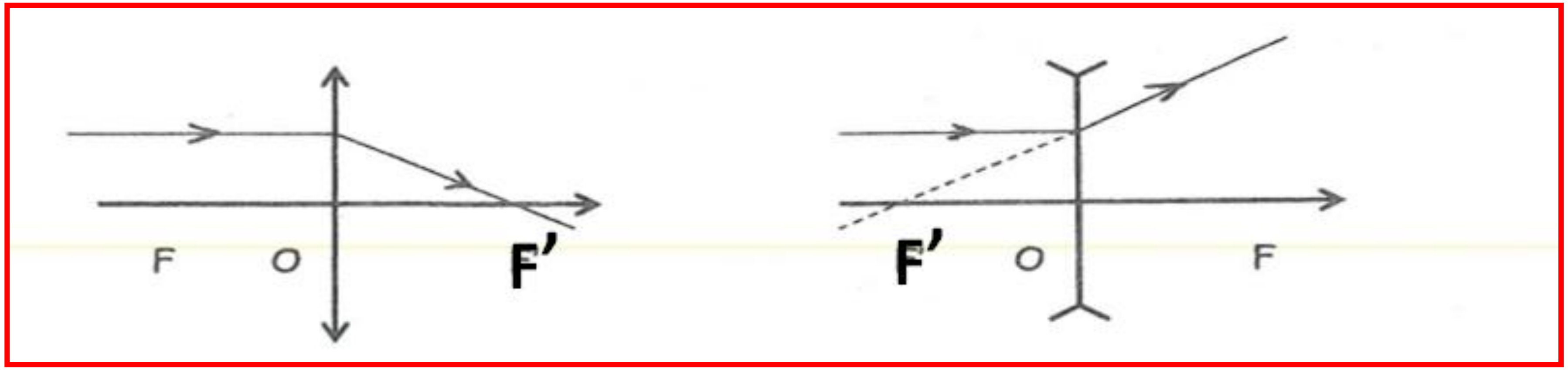
Foyer Objet

Le foyer Objet F est le point de l'axe dont l'image (rayon émergent) est rejetée à l'infini



Foyer Image

Le foyer Image F' est le point de l'axe dont l'objet (rayon incident) est situé à l'infini

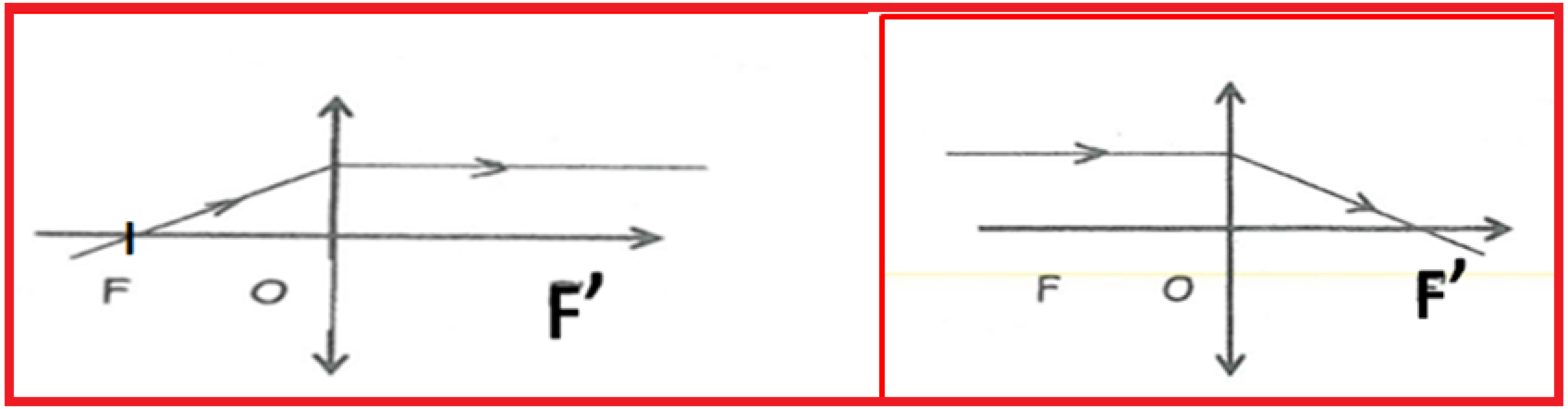


Distances Focales

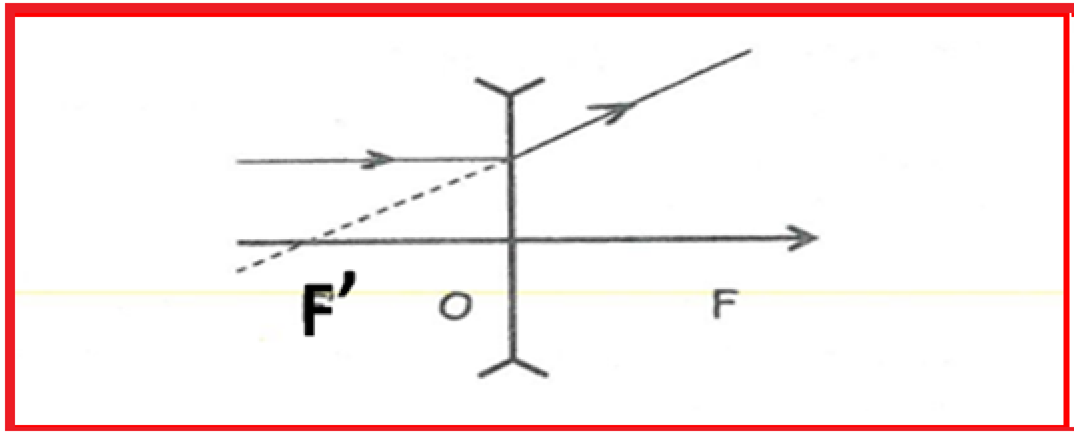
Les distances focales: Objet **f** et Image **f'** : **$f = OF$ et $f' = OF'$ avec $f = - f'$**

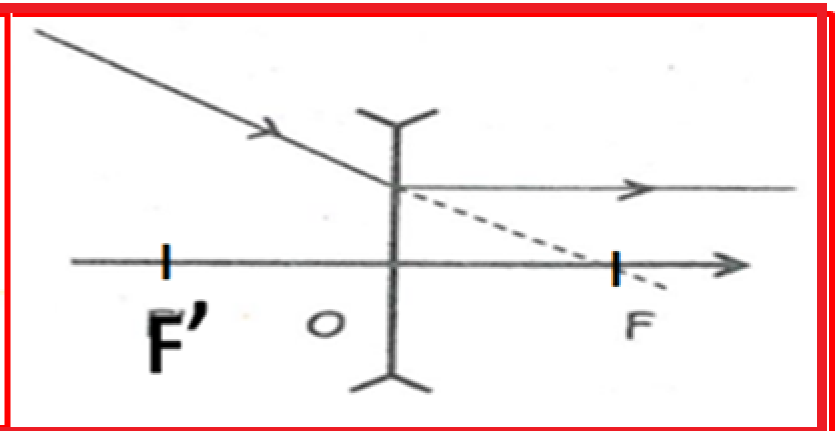
Sont symétriques / centre de la lentille

Pour la lentille **convergente** : **Les foyers sont réels (f'>0)**



Pour la lentille **divergente** : **Les foyers sont virtuels (f’<0)**



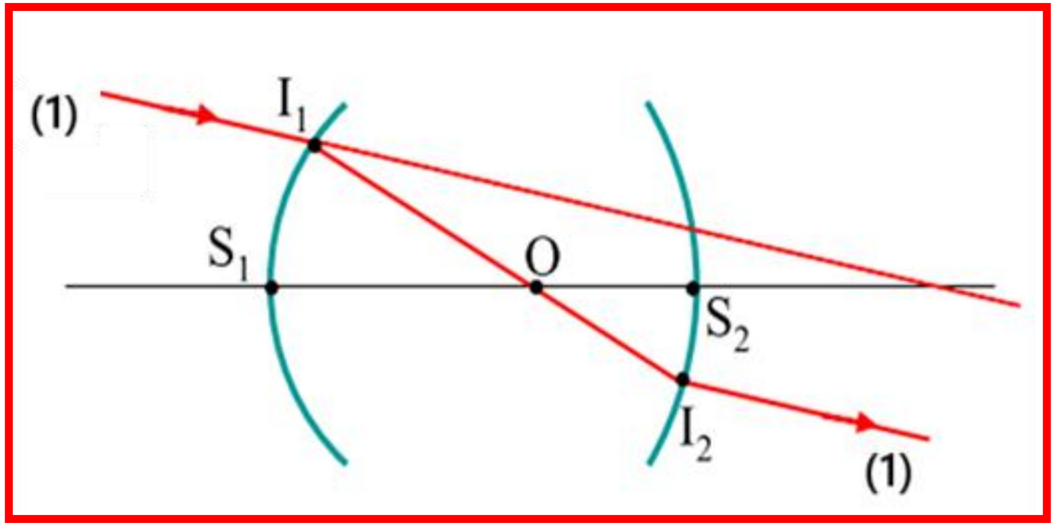


8.1.2 Centre optique d'une lentille

Le centre optique d'une lentille est défini comme le point O de l'axe, appartenant au milieu d'indice n, tel que

A tout rayon **intérieur** dont le support passe par O, correspond au rayon **incident** et émergent en **parallèle.**

Remarque : Cas lames à faces //



8.1.3 Lentilles minces

Tout objet formé par deux dioptres forme une lentille.

La position et la taille de l'image d'un objet par de telles lentilles peut être obtenue en appliquant successivement les formules de conjugaison (dioptre sphérique et/ou plan) pour les deux dioptres formant la lentille.

Simulation d'un dioptre

si la lentille est mince, on peut simplifier le traitement

et
utiliser une formule de conjugaison propre à ces lentilles.

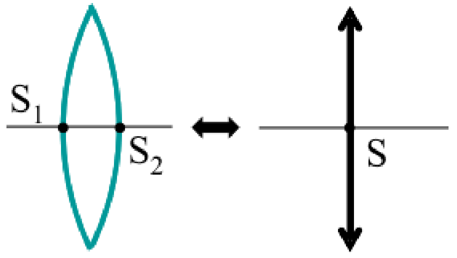
Une lentille est dite mince si **son épaisseur e = S_1 S_2** est négligeable devant les rayons de courbure:

$R_1 = S_1C_1$ et $R_2 = S_2C_2$ et

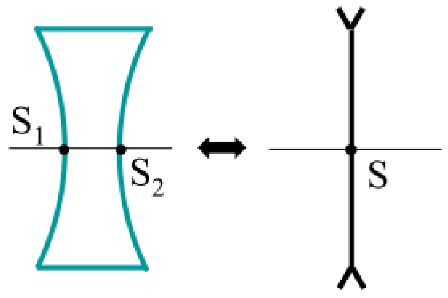
si $e \ll | R_1 - R_2 |$ et si $e \ll |R_1|$ et si $e \ll | R_2 |$.

Les **sommets S_1 et S_2** sont alors confondus avec un **point S** qui est le centre optique de la lentille mince.

On symbolise une lentille mince par un segment dont les extrémités indiquent la nature (convergente ou divergente) de la lentille :



convergente



divergente

Définition des rayons incidents et émergents

- tout rayon qui passe par le centre optique d'une lentille mince n'est pas dévié.
- les conditions de Gauss sont réalisées
- les milieux extrêmes sont identiques
- l'indice n de la lentille est strictement supérieur à 1 : ($n > 1$)

- Relation de conjugaison des lentilles minces et grandissement

La relation de conjugaison des lentilles minces est établie à partir des relations de conjugaison du dioptre sphérique, appliquées à chacun des deux dioptres constituant la lentille :

- **L'image de A à travers les 2 dioptres A'**

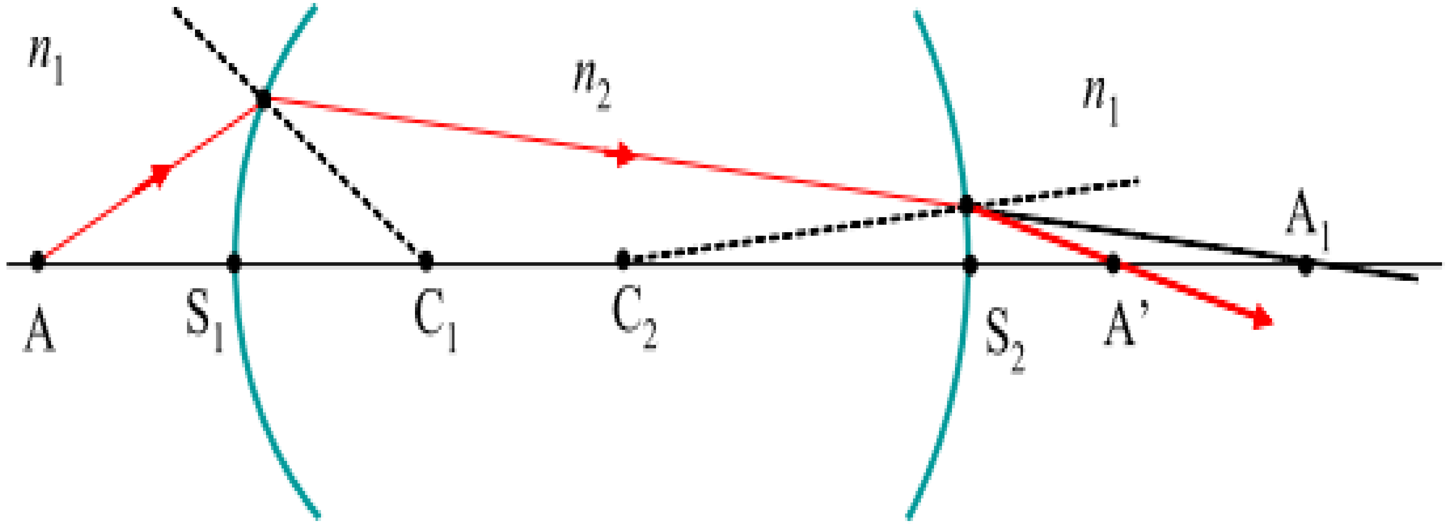
$$A \xrightarrow{D(n_1/n_2)} A_1 \xrightarrow{D(n_2/n_1)} A'$$

1- L'image de A à travers dioptre D_1 est A_1:

L'application de la formule de **conjugaison à A et D_1** donne

$$\frac{n_1}{\overline{S_1A}} - \frac{n_2}{\overline{S_1A_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_1C_1}} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}}$$

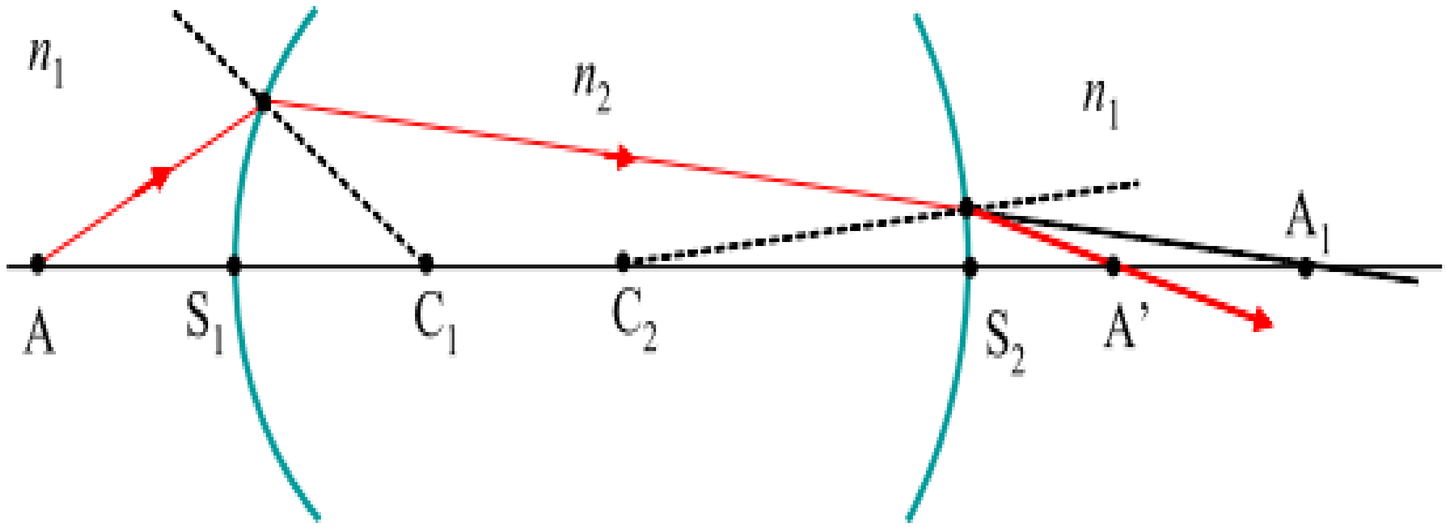


- L'image de l'objet A_1 à travers le dioptre D_2 est A'

L'application de la formule de **conjugaison à A_1 et D_2** donne

$$\boxed{\frac{n_2}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n_1}{\overline{S_2A^{\prime}}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2C_2}} \qquad (2)}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{n_2}{n_1}\frac{\overline{S_2\ A'}}{\overline{S_2\ A_1}}$$



Approximation dans la lentille mince

dans le cas des lentilles minces, par hypothèse, $S_1 = S_2 = S$: donc on aura

$$\frac{n_1}{\overline{S_1A}} - \frac{n_2}{\overline{S_1A_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_1C_1}} \qquad (1)$$

$$\frac{n_2}{\overline{S_2A_1}} - \frac{n_1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2C_2}} \qquad (2)$$

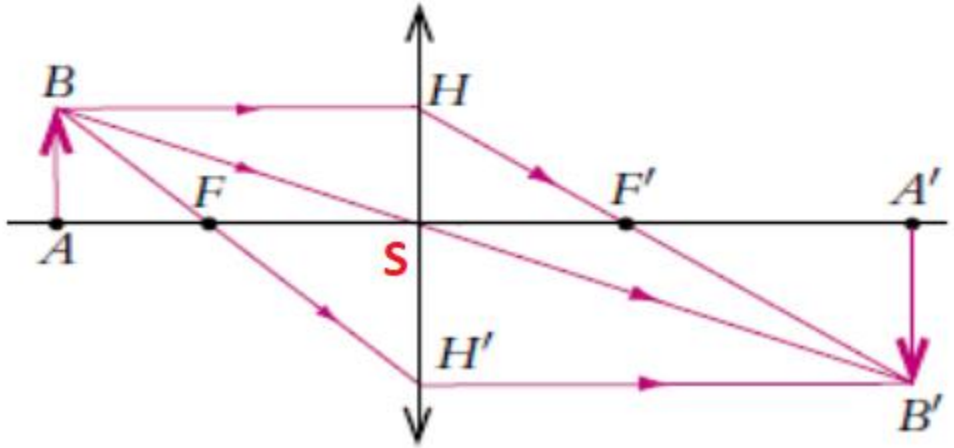
$$\gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{n_2}{n_1}\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$$

Relation de conjugaison du système total = lentille

$$\frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = ((n_2 - n_1)/n_1)\left(\frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2}\right)$$

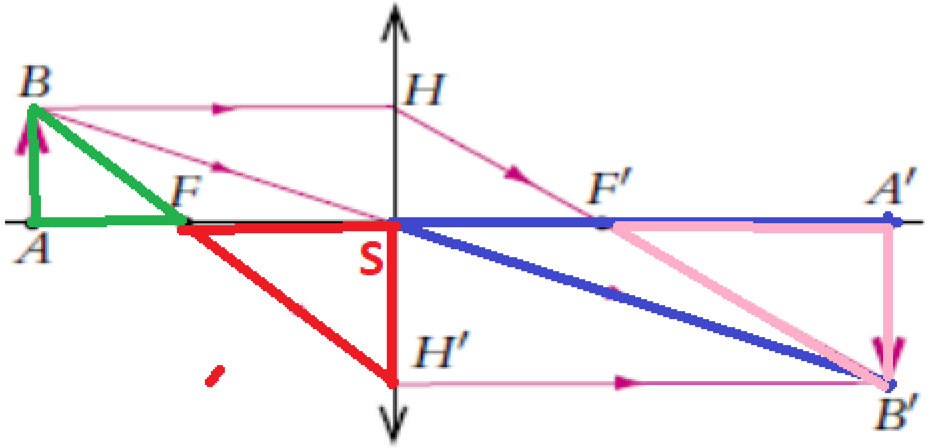
Formule de Grandissement



On peux utiliser Plusieurs triangles tels que:
SA’B’ ; FSH’ ; ABF; F’A’B’

AB//SH
A’B’ // SH’

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

Grandissement au Sommet S

$$A \text{-------------} D(n_1/n_2) \text{-------------} A_1 \text{-------------} D(n_2/n_1) \text{-------------} A'$$

Dioptre 1

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}}$$

Dioptre 2

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_2}{n_1}\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$$

Pour la lentille

$\gamma_1 \cdot \gamma_2 = \gamma$

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{SA'}{SA}$$

Vergence

$$V = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = ((n_2 - n_1)/n_1)\left(\frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2}\right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

$$V = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = ((n_2 - n_1)/n_1)\left(\frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2}\right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

Méthode pour décrire la formule générale d'une lentille mince

$$\boxed{\frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}}$$

1er Cas : **n_1=1 et sommet S = O**

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2}\right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

Les foyers objets et Images: **A est situé à l'infini et on calcul F'**

$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{OC_2} - \frac{1}{OC_1}\right) \quad (1)$$

A' est situé à l'infini et on calcul F

$$\frac{1}{OA} = \frac{1}{OF} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{OC_2} - \frac{1}{OC_1}\right) \quad (2)$$

Avec f= -f'

$$\frac{1}{\overline{\overline{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\overline{OA}}} = \frac{1}{f'} = V$$

3 ème cas: Relation de conjugaison:

Origine aux foyers appelée relation de Newton:

$$\overline{F'A'} \bullet \overline{FA} = -f'^2 = ff'$$

Pour obtenir la relation avec origine au centre, on repart de la relation de Newton et on introduit le point désiré O.

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'})(\overline{FO} + \overline{OA}) = -f'^2$$

$$(\overline{OA'} - f')(\overline{OA} + f') = -f'^2$$

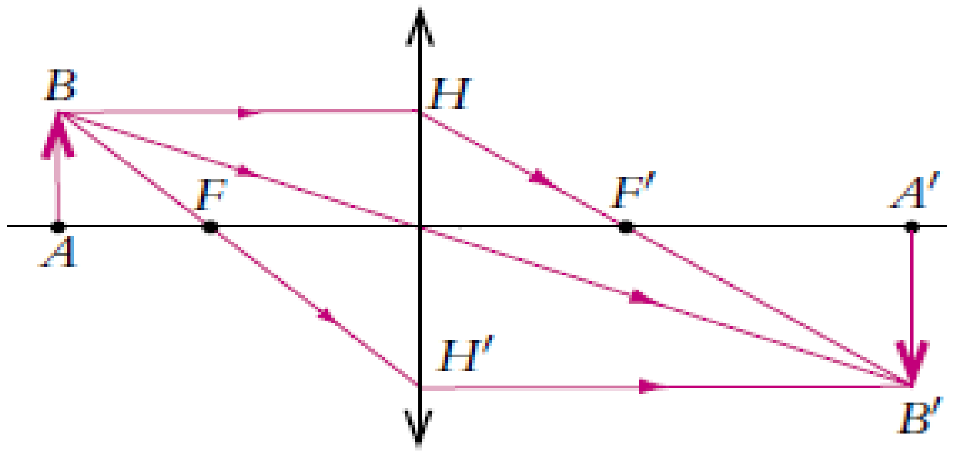
$$\frac{1}{\overline{\overline{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\overline{OA}}} = \frac{1}{f'} = V$$

Construction géométrique

Rayon 1: tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par le foyer image F'

Rayon 2: tout rayon incident passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique

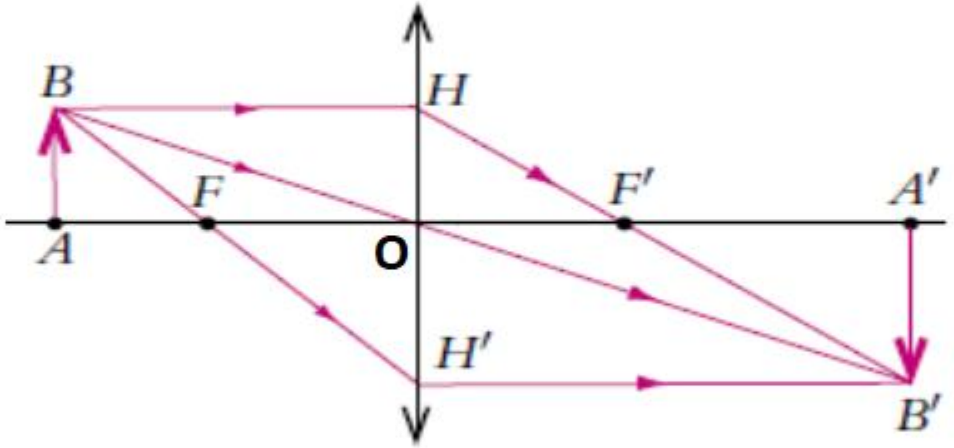
Rayon 3: tout rayon incident passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié.



Grandissement dans les deux formes suivantes:

$\overline{OF'} = f'$

$\overline{OF} = -f$



$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

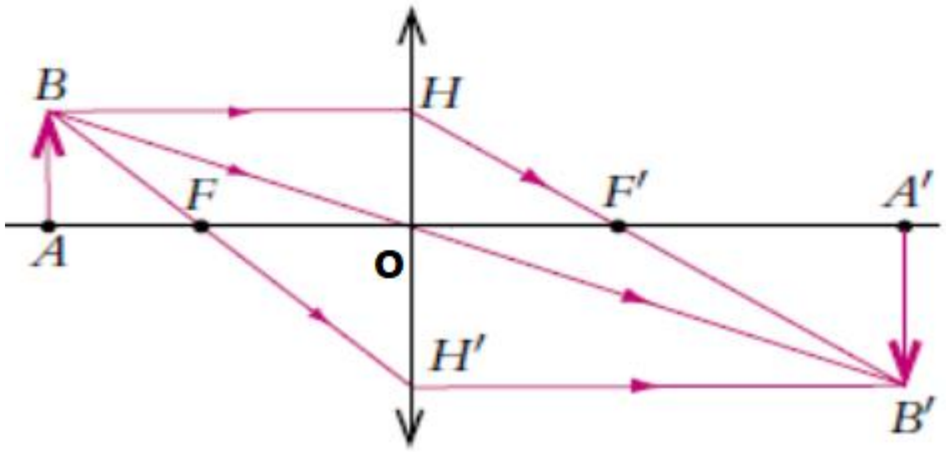
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Pour obtenir le grandissement γ =*A'B'/AB*, il suffit d'utiliser la relation de Thalès dans les triangles *OAB* et *OA'B'*.

On trouve alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$



- Association de lentilles minces

- Lentille accolées

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$$

Lentille 1

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'} \qquad \gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

Lentille 2

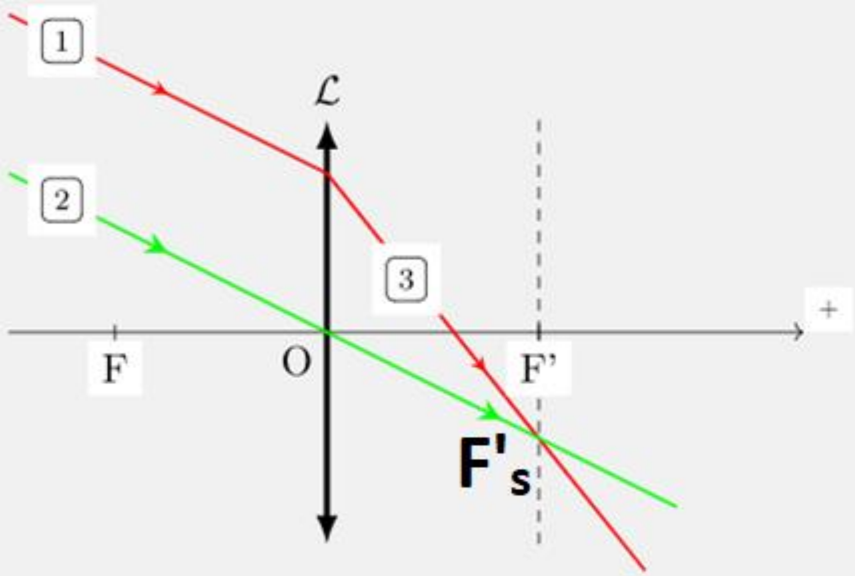
$$\frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f_2'} \qquad \gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}}$$

$$A \xrightarrow{L} A_2 \qquad \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} \qquad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma_1\gamma_2$$

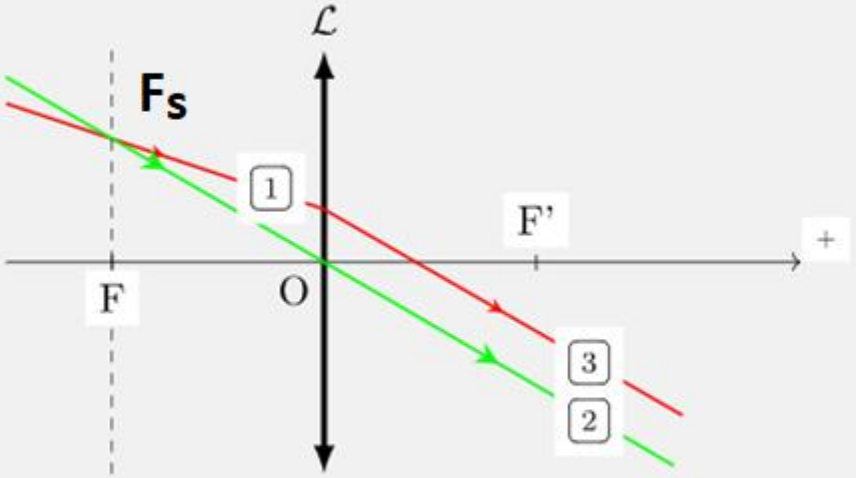
V1 + V2 = V

Constructions et Applications dans les lentilles minces convergentes et divergentes

Lentilles convergentes



Cas d'une lentille convergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire image



Cas d'une lentille convergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire objet

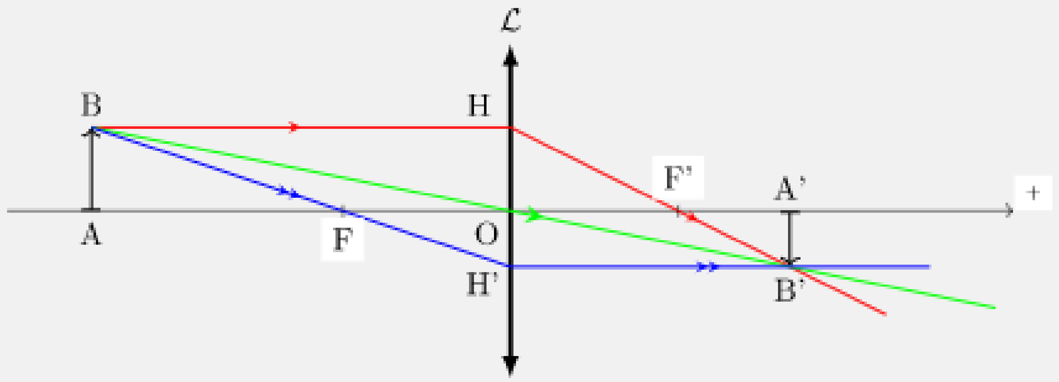


Figure 8 - Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente

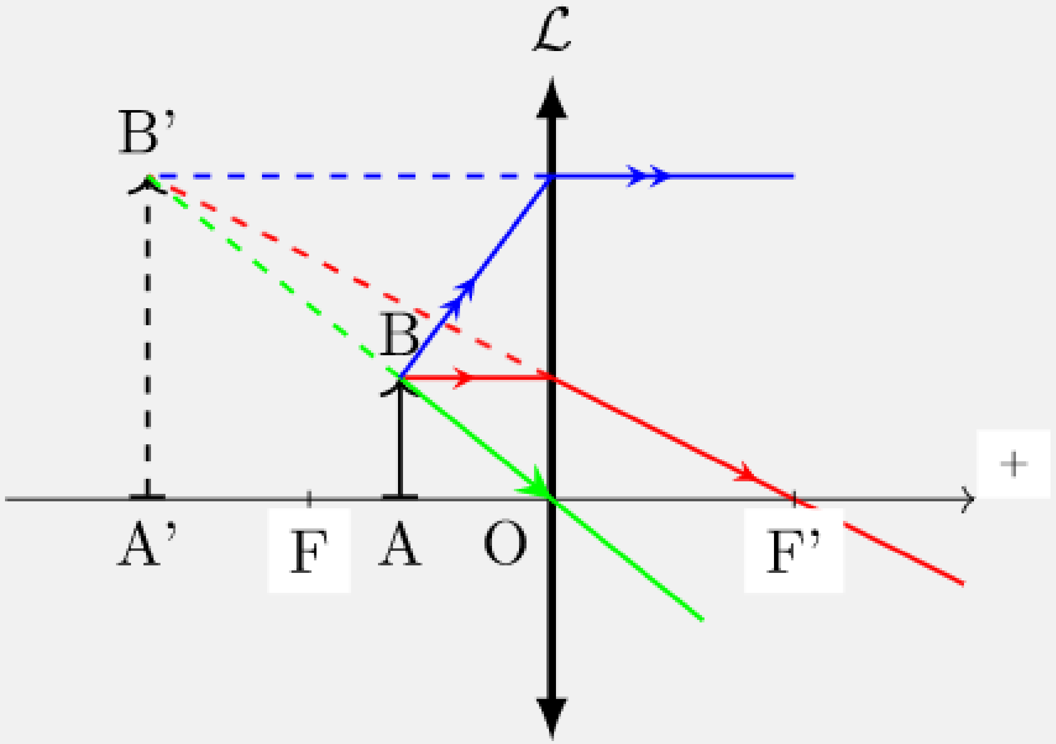


Figure 9 - Lentille convergente : objet réel, image virtuelle

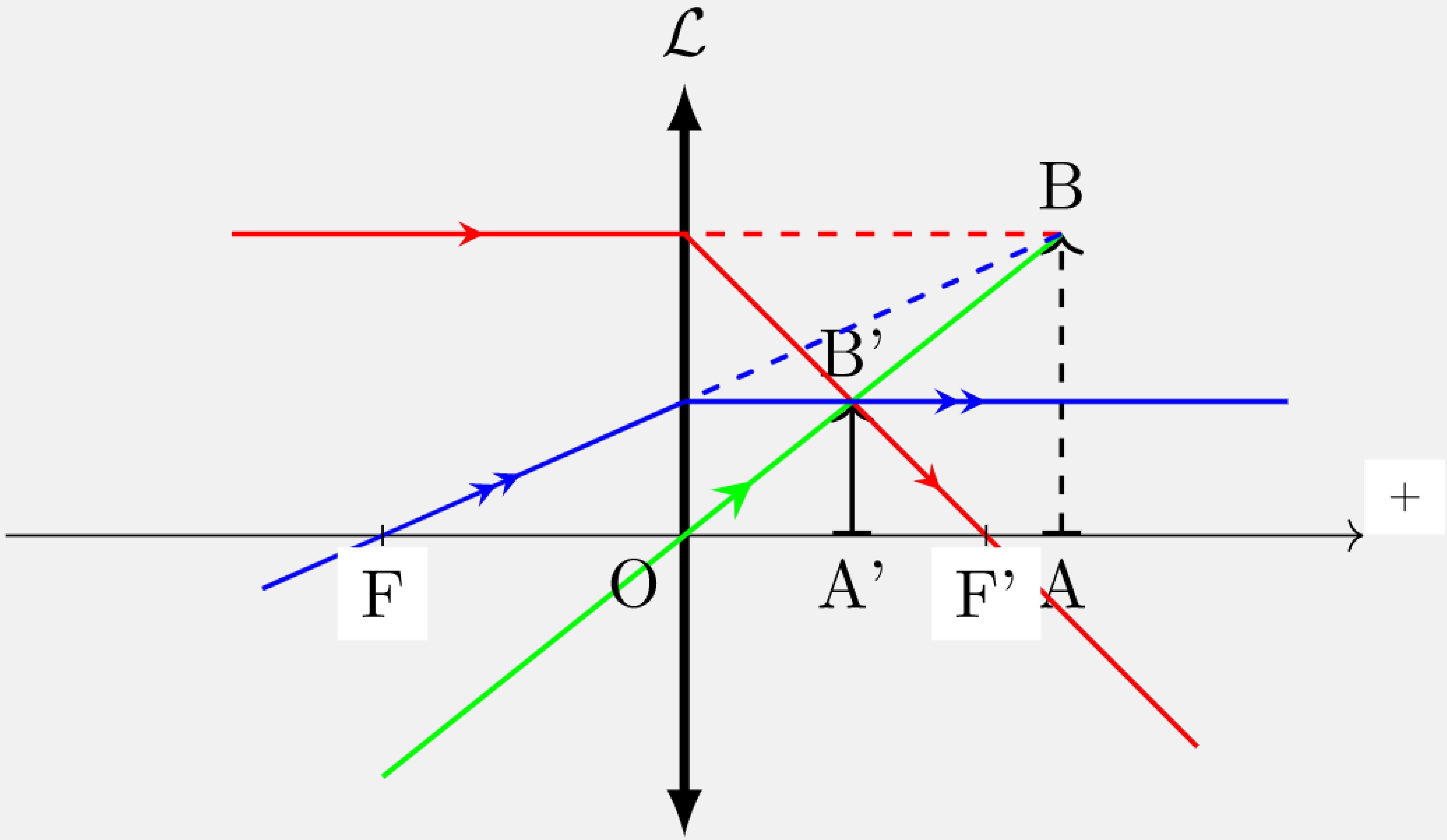


Figure 10 - Lentille convergente : objet virtuel, image réelle

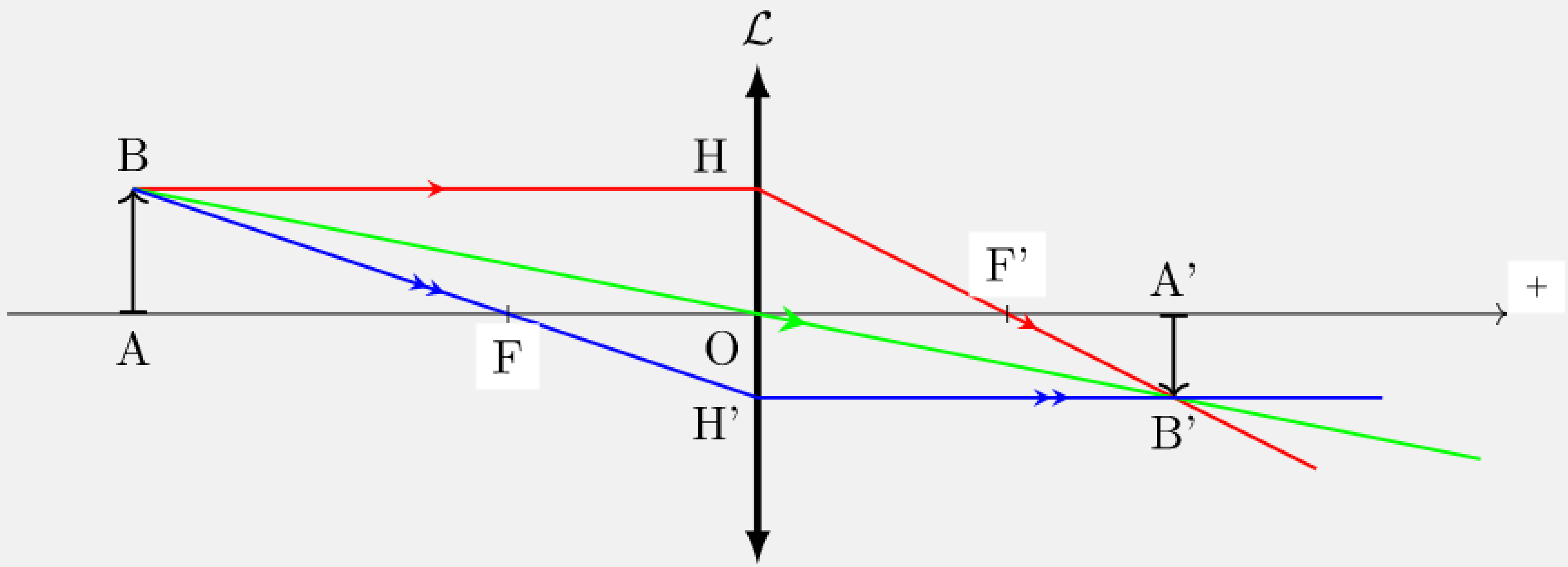


Figure 7 - Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente

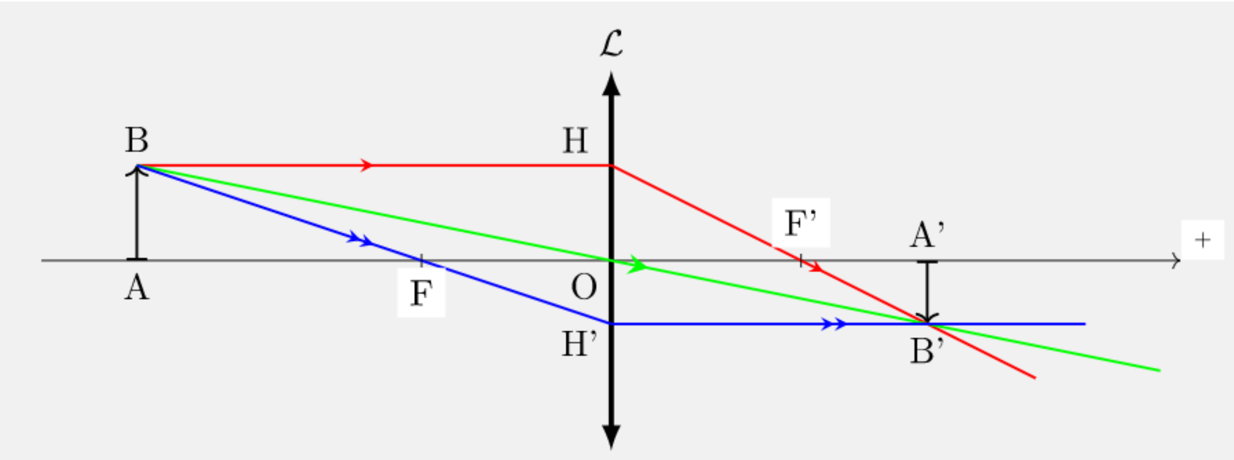


Figure 7 - Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente

D'après le théorème de Thalès appliqué dans les triangles ABF et OH'F

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \quad \textbf{(1)}$$

D'après le théorème de Thalès appliqué dans les triangles HOF' et F'A'B' :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \quad \textbf{(2)}$$

En combinant les deux relations précédentes, on obtient :

$$\overline{F'A'}\;\overline{FA} = \overline{F'O}\;\overline{FO} = -f'^2 \quad \textbf{(3)}$$

Lentille divergente

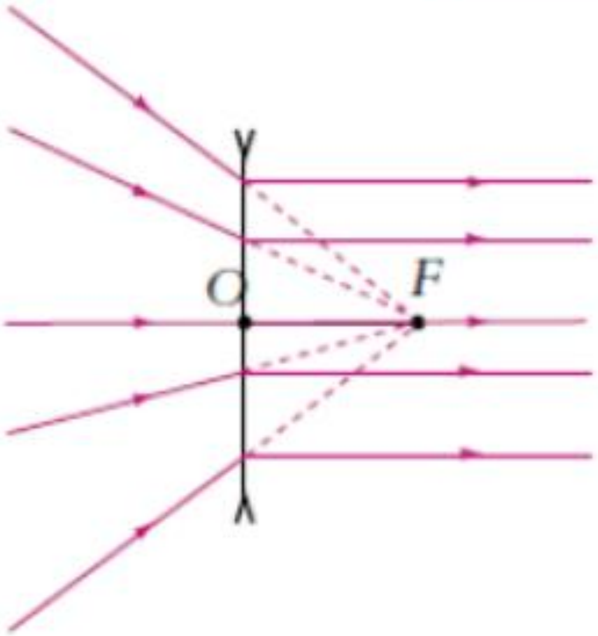


Figure 1 Foyer objet d'une lentille divergente.

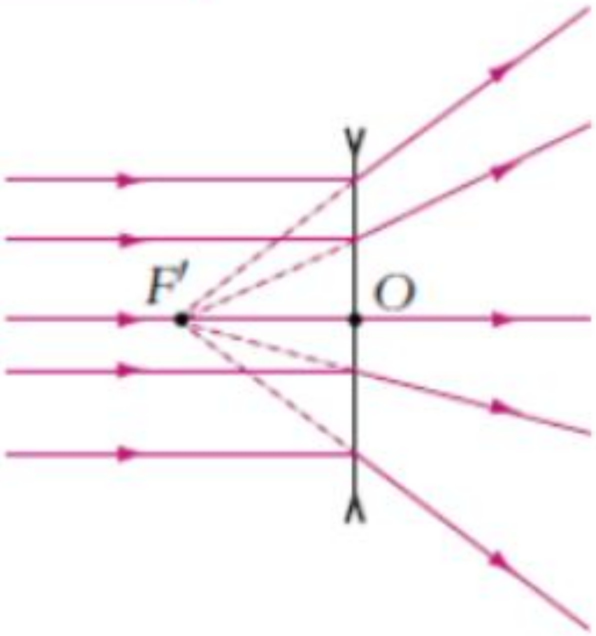


Figure 2 Foyer image d'une lentille divergente.

La définition de la vergence est la même que pour une lentille convergente. Dans ce cas, la distance focale image $f' = \overline{OF'}$ est négative donc la vergence $V = 1/f'$ l'est aussi.

La distance focale objet $f = -f'$ est positive.

Vergence de la lentille divergente est négative

Lois de construction

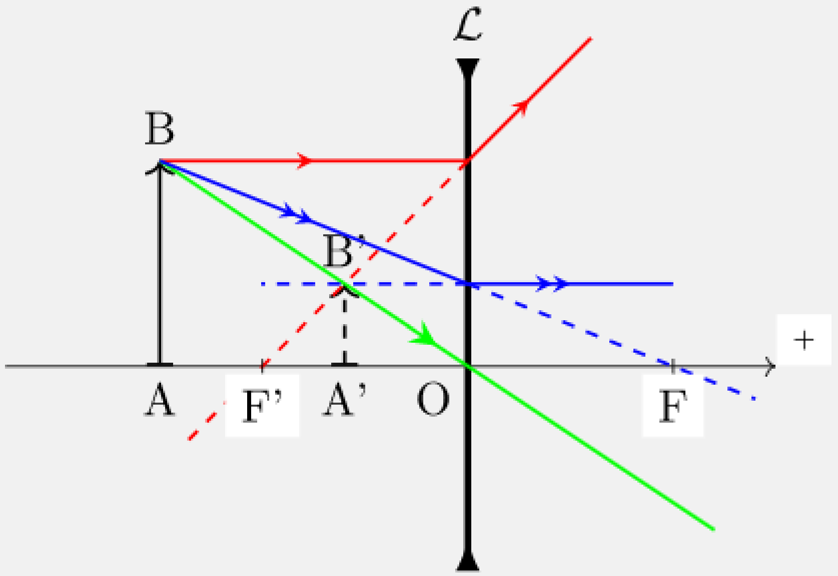


Figure 11 - Lentille divergente : objet réel, image virtuelle

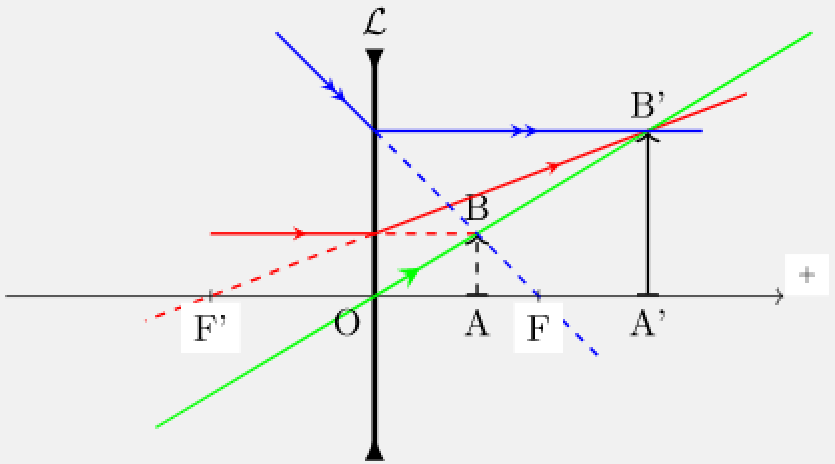


Figure 12 - Lentille divergente : objet virtuel, image réelle

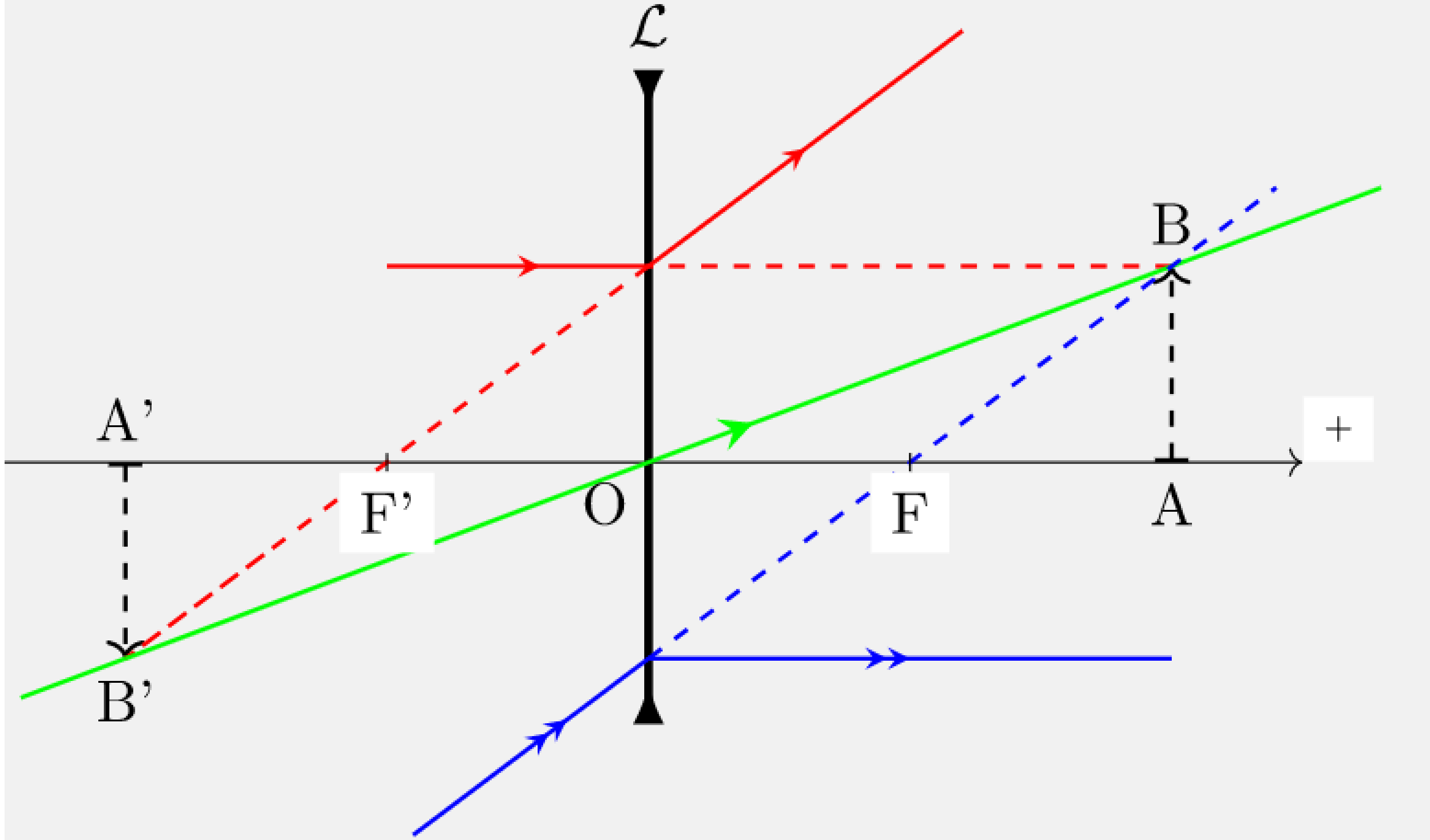
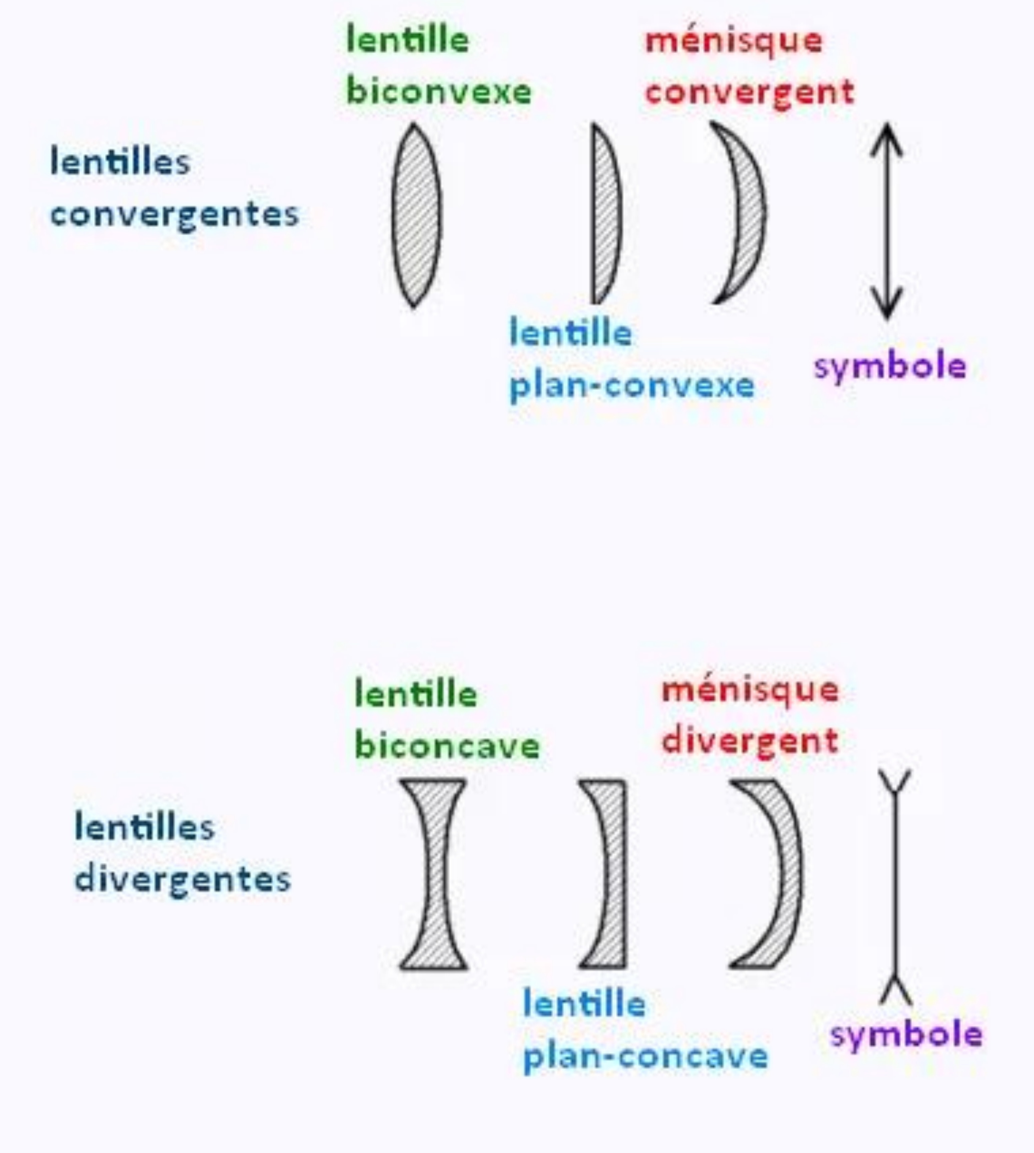
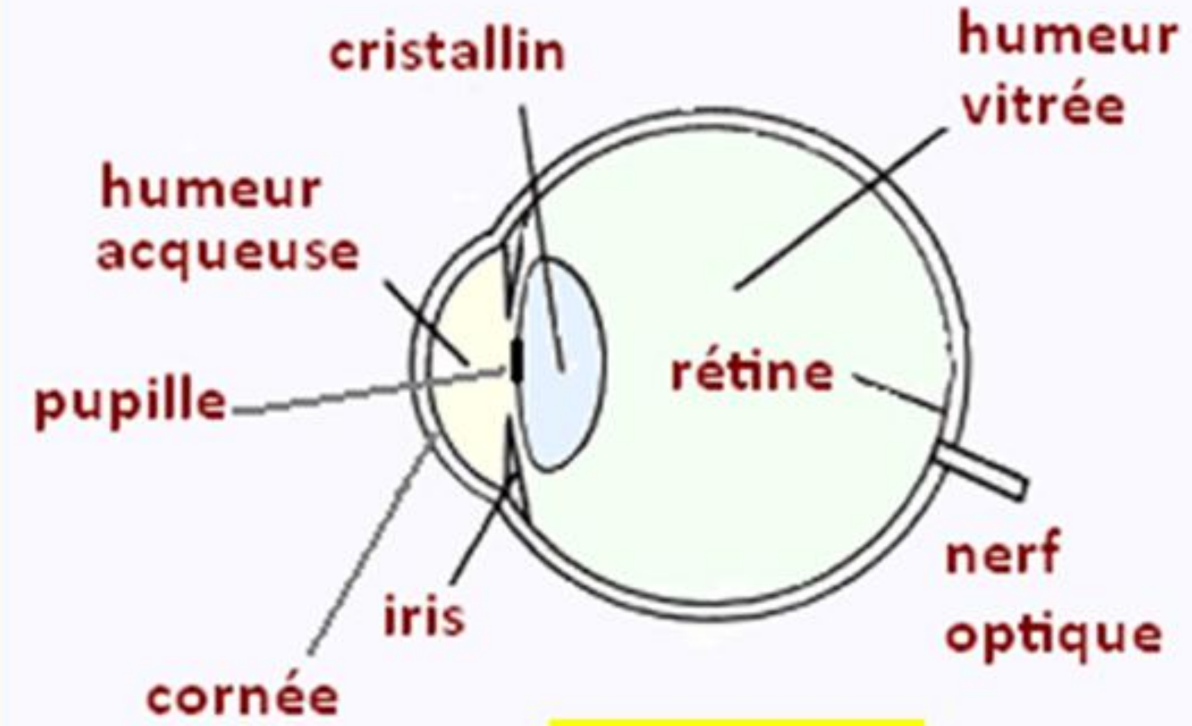


Figure 13 - Lentille divergente : objet virtuel, image virtuelle

Applications l'oeil



Différentes types de lentilles



L'œil humain

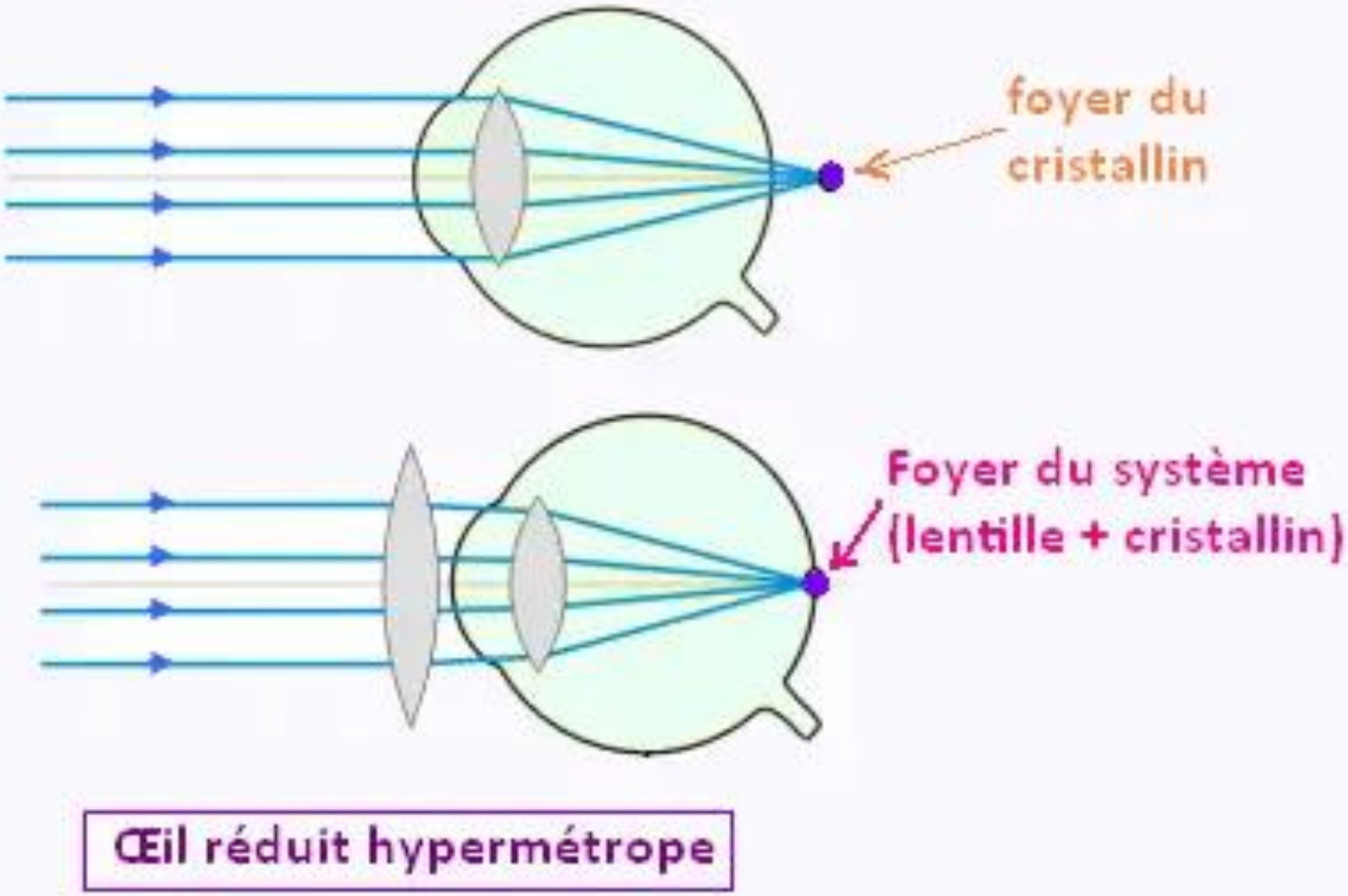
Les défauts de la vision et leur correction

Une personne hypermétrope n'est plus capable de voir correctement les objets proches qui lui semblent flous.

Elle est obligée de les éloigner pour qu'ils apparaissent plus nettement.

Un œil hypermétrope est un œil qui ne converge pas assez si bien que lorsque les objets sont trop proches leur image nette ne peut se former que derrière la rétine.

Pour corriger ce défaut il suffit de porter des lunettes constituées de lentilles convergentes afin d'augmenter la convergence de œil.



Les défauts de la vision et leur correction

Il existe de nombreux défauts qui peuvent affecter la vision:

Les plus fréquents sont la **myopie et l'hypermétropie** qui sont toutes les deux des défauts d'accommodation de œil.

Une personne **hypermétrope** n'est plus capable de voir correctement les objets proches qui lui semblent flous. Elle est obligée de les éloigner pour qu'ils apparaissent plus nettement.

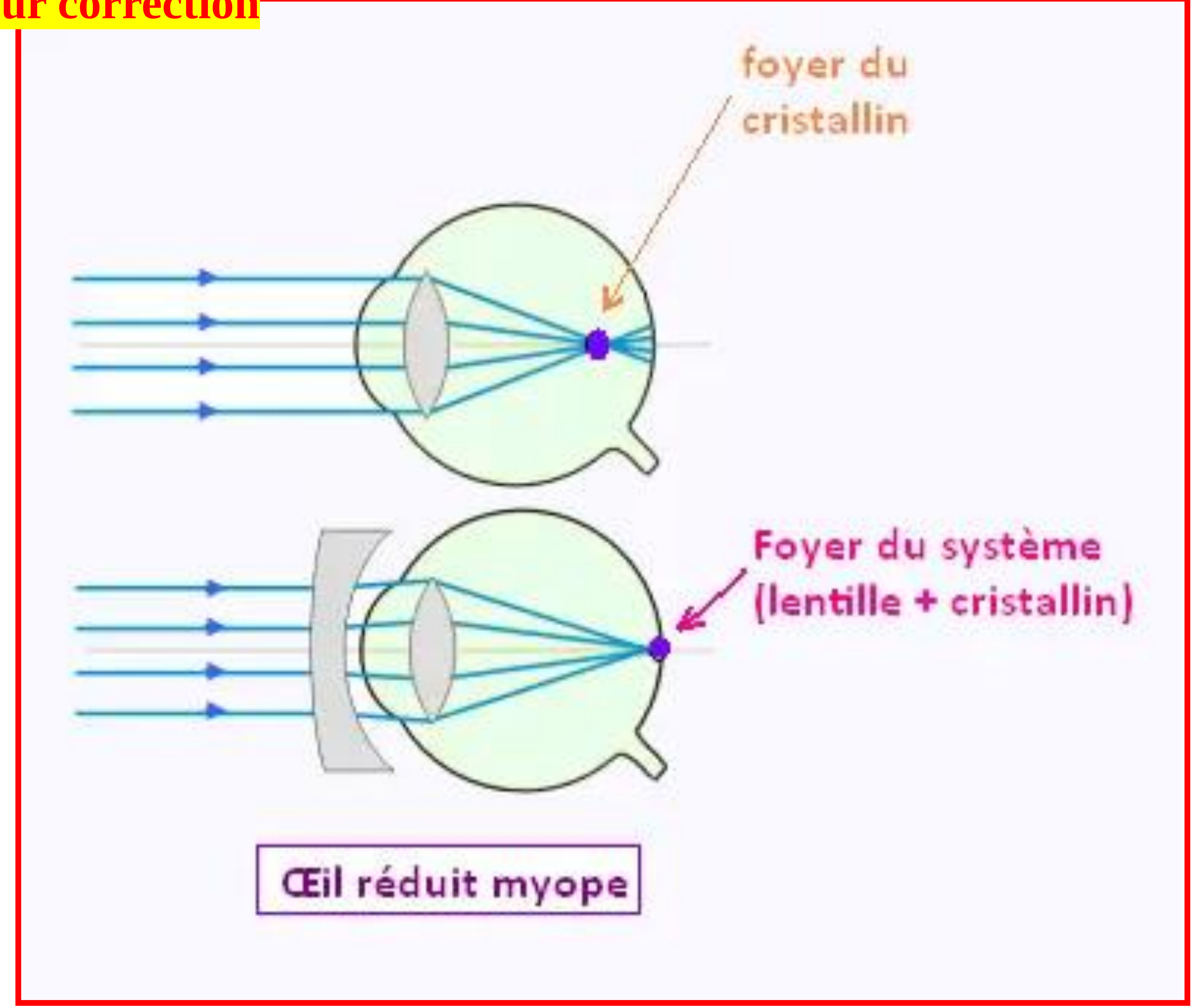
Un œil hypermétrope est un œil qui ne converge pas assez si bien que lorsque les objets sont trop proches leur image nette ne peut se former que derrière la rétine.

Pour corriger ce défaut il suffit de porter des lunettes constituées de lentilles convergentes afin d'augmenter la convergence de œil.

Les défauts de la vision et leur correction

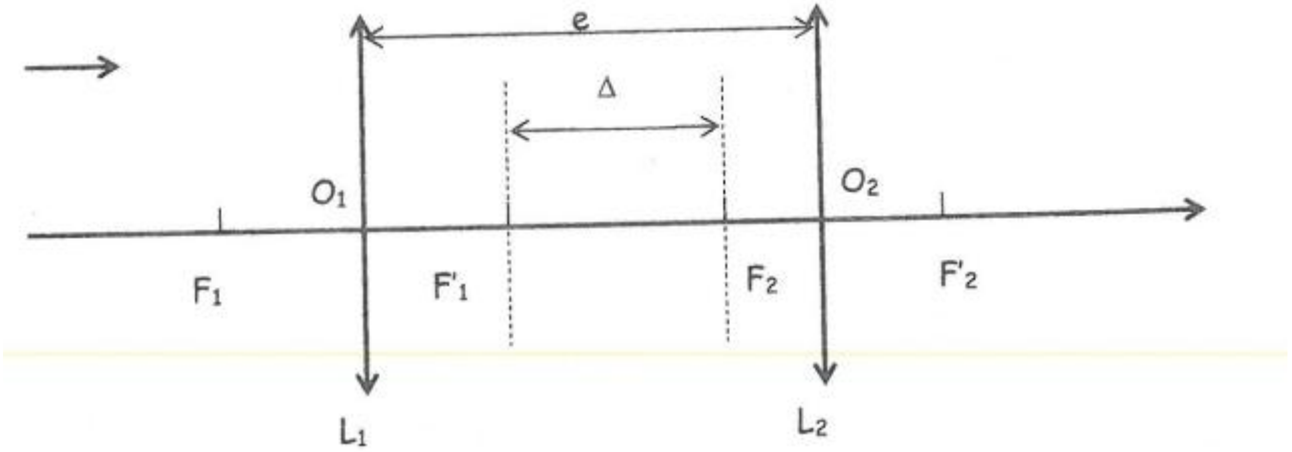
Une personne **myope** n'est plus capable de voir les objets trop éloignés car ses yeux sont trop convergents et l'image nette des objets proches se forme avant la rétine.

Pour corriger ce défaut il faut rendre œil moins convergent en lui associant de lentilles divergentes.



Fin du chapitre

Associations de deux lentilles minces
Non accolées



Un doublet : ensemble de trois nombres algébriques entiers (m, p, q)

$$\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{p} = \frac{f'_2}{q}$$

- Vergence du doublet

$V = V_1 + V_2 - e\, V_1 V_2$

Le doublet est dit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Positif} & \text{si } V>0 \\ \text{Négatif} & \text{si } V<0 \\ \text{Afocal} & \text{si } V=0 \end{array} \right\}$$

Doublet convergent : Foyer Image est réel

Doublet divergent : Foyer Image est virtuel

- Grandissement

$$\boxed{\gamma = \frac{A'B'}{AB}}$$

Intervalle Optique du Doublet

Voir chapitre système centré

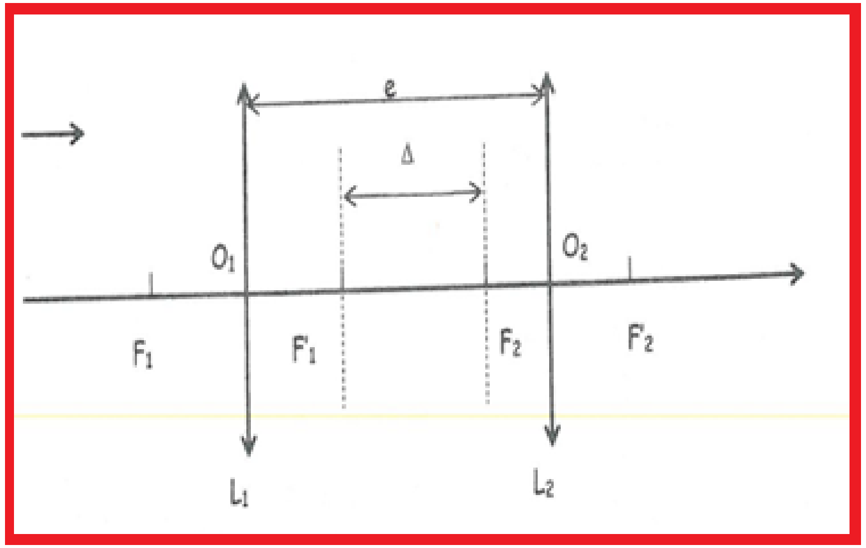
$\Delta = \overline{F'_1 F_2}$

$\Delta = e - (f'_1 - f'_2)$

- Position des foyers d'un doublet et la nature du doublet

$$\overline{O_1F} = -\frac{f'_1(e-f'_2)}{\Delta}$$

$$\overline{O_2F'} = \frac{f'_2(e-f'_1)}{\Delta}$$



- Distance focale du doublet

Voir chapitre système centré

$$HF = \frac{f'_1 \cdot \; f'_2)}{\Delta}$$

$$H'F' = -\frac{f'_1 \cdot \; f'_2)}{\Delta}$$