

4. Понятие о вероятностном пространстве общего вида. Аксиоматическое задание вероятности, основные свойства вероятности.

▼ Status

Completed

Вероятностное пространство есть тройка вида $\langle \Omega, S, P \rangle$, где Ω - пространство элементарных исходов, S - совокупность подмножеств Ω (не все, поскольку есть неизмеримые), P - функция $S \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющая аксиомам:

1. $P(A) \geq 0 \quad \forall A \in S$.
2. $P(\Omega) = 1$.
3. Счетная аддитивность: если события A_1, A_2, \dots таковы, что $A_i A_j = \emptyset$ ($i \neq j$) (попарно несовместны), то

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Тогда у вероятности появляются следующие свойства:

1. $P(\emptyset) = 0$ (из аксиомы 3).
2. Конечная аддитивность (из аксиомы 3, хвост заменяем на пустые множества).
3. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.
4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

1. **Доказательство:** $P(A \cup B) = P(B \cup (A \setminus B)) = P(B) + P(A \setminus B)$; $P(A) = P(AB) + P(A \setminus B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(AB)$.

5. Если $A \subset B$, то $P(A) \leq P(B)$.

1. **Доказательство:** $P(B) = P(A) + P(B \setminus A) \geq P(A)$.

6. Свойство непрерывности вероятности

1. См. Лотова, много бесполезной информации, у Черновой вообще нет.

7. Формула включения-исключения:

Формула включения-исключения:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \\ + \sum_{i < j < m} P(A_i A_j A_m) - \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n).$$