

# 19. Сходимость по вероятности, ее свойства.

▼ Status

Completed

Последовательность случайных величин  $X_1, X_2, \dots$  **сходится** к  $X$  по вероятности,  $X_n \xrightarrow{P} X$ , если  $\forall \epsilon > 0 : P(|X_n - X| > \epsilon) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Свойства:

$$1. X_n \xrightarrow{P} X, Y_n \xrightarrow{P} Y \Rightarrow X_n + Y_n \xrightarrow{P} X + Y$$

$$\begin{aligned} P(|X_n + Y_n - X - Y| \geq \epsilon) &= P(|(X_n - X) + (Y_n - Y)| \geq \epsilon) \leq \\ &\leq P(|X_n - X| + |Y_n - Y| \geq \epsilon) \leq \\ &\leq P(\{|X_n - X| \geq \epsilon/2\} \cup \{|Y_n - Y| \geq \epsilon/2\}) \leq \\ &\leq P(|X_n - X| \geq \epsilon/2) + P(|Y_n - Y| \geq \epsilon/2) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

2. Пусть при  $n \rightarrow \infty$   $X_n^{(1)} \xrightarrow{P} a_1, X_n^{(2)} \xrightarrow{P} a_2, \dots, X_n^{(k)} \xrightarrow{P} a_k$ , функция  $g: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$  непрерывна в точке  $a = (a_1, \dots, a_k)$ . Тогда

$$g(X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, \dots, X_n^{(k)}) \xrightarrow{P} g(a_1, \dots, a_k).$$

2. при  $n \rightarrow \infty$ .

Последовательность случайных величин  $X_1, X_2, \dots$  **сходится слабо** к случайной величине  $X$ ,  $X_n \Rightarrow X$ , если для каждой точки непрерывности функции распределения  $F_X(t)$  имеет место сходимость  $F_{X_n}(t) \rightarrow F_X(t)$  при  $n \rightarrow \infty$ .