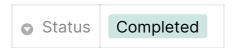
15. Математическое ожидание случайной величины и его свойства, примеры.



В дискретном случае:

$$EX = \sum_{k \geq 1} y_k P(X = y_k),$$
если этот ряд сходится абсолютно

В абсолютно непрерывном случае:

$$EX=\int\limits_{-\infty}^{\infty}tf_{X}(t)dt,$$
 если $\int\limits_{-\infty}^{\infty}|t|f_{X}(t)dt<\infty$

Свойства

- 1. Можно заменить t на g(t) и получить Eg(X) (если ряд для дискретного распределения и интеграл для непрерывного абсолютно сходятся)
- 2. Ec = c
- 3. EcX = cEX
- 4. E(X+Y)=EX+EY(для любых случайных величин, если эти ожидания существуют)
- 5. Если $X \geq 0$, т.е. $P(X \geq 0) = 1$, то $E(X) \geq 0$
- 6. Если X и Y независимы, то $E(XY) = EX \cdot EX$
- 7. Если $X \geq Y$, то $EX \geq EY$

Примеры

- 1. Бернулли P(X=1) = p, P(X=0) = 1-p, 0
 1. <math>EX = p
- 2. Биномиальное $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \, k=0,1,...,n, \, n \geq 1, \, 0$
 - 1. EX = np
- 3. Пуассона $P(X=k)=rac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k=0,1,...; \quad \lambda>0$
- 4. Геометрическое $P(X=k)=p(1-p)^{k-1},\, k=1,2,...,\, 0< p< 1$ 1. $EX=rac{1}{p}$
- 1. Равномерное на $\left[a,b
 ight]$

$$u_{a,b}(t)=egin{cases} rac{1}{b-a}, & t\in[a,b],\ 0, & ext{иначе} \end{cases}$$
 $EX=rac{a+b}{2}$

2. Нормальное с мат. ожиданием и среднеквадратичным отклонением

$$\phi_{lpha,\sigma^2}(t) = rac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(t-lpha)^2/2\sigma^2} \quad -\infty < t < \infty,\, -\infty < lpha < \infty,\, \sigma^2 > 0$$
 $EX = lpha$

3. Показательное

$$e_lpha(t) = egin{cases} lpha e^{-lpha t}, & t>0, \ 0, & t\leq 0 \end{cases}$$
 $EX = rac{1}{lpha}$

4. Гамма

$$\gamma_{lpha,\lambda}(t) = egin{cases} rac{lpha^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} t^{\lambda-1} e^{-lpha t}, & t>0, \ 0, & t\leq 0 \end{cases}$$

$$EX = \frac{\lambda}{\alpha}$$

5. Стандартное Коши

$$c(t) = rac{1}{\pi} rac{1}{1+t^2}, \quad -\infty < t < \infty$$

EX, DX — не существуют