Матлог2 Подсказки

Определение 18.14. Следующие функции называются **клиниевскими скобками**: $[x, y] = c\,(l(x),\ c(r(x), y))$.

Тогда

$$[x_1, \dots, x_{n+1}] = [[x_1, \dots, x_n], x_{n+1}];$$
$$[k]_{21} = c(l(k), l(r(k)));$$
$$[k]_{22} = r(r(k));$$
$$[k]_{n,1} = [[k]_{21}]_{n-1,1};$$
$$\dots$$
$$[k]_{n,n-1} = [[k]_{21}]_{n-1,n-1};$$
$$[k]_{n,n} = [k]_{2,2}\ .$$

Определение 8.9. *Базовые Машины Тьюринга:*

А. Перенос нуля: $q_1 001^x 0 \ \models\ q_0 01^x 00$;

Б$^+$. Правый сдвиг: $q_1 01^x 0 \ \models\ 01^x q_0 0$;

Б$^-$. Левый сдвиг: $01^x q_1 0 \ \models\ q_0 01^x 0$;

В. Транспозиция: $01^x q_1 01^y 0 \ \models\ 01^y q_0 01^x 0$;

Г. Удвоение: $q_1 01^x 0^{x+2} \ \models\ q_0 01^x 01^x 0$;

Ц$_n$. Циклический сдвиг:

$$q_1 01^{x_1} 01^{x_2} 0 \dots 01^{x_n} 0 \ \models\ q_0 01^{x_2} 0 \dots 01^{x_n} 01^{x_1} 0;$$

K_n. Копирование:

$$q_1 01^{x_1} \dots 01^{x_n} 0^{x_1 + \dots + x_n + n + 1} \ \models$$
$$q_0 01^{x_1} \dots 01^{x_n}\, 01^{x_1} \dots 01^{x_n} 0;$$

Л. Ликвидация: $q_1 01^x 0 \ \models\ q_0 0^{x+2}$;

R. Вычитание единицы: $q_1 01^{x+1} 0 \ \models\ q_0 01^x 00$;

S. Добавление единицы: $q_1 01^x 00 \ \models\ q_0 01^{x+1} 0$.

Правила вывода:

1) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi;\ \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \,\&\, \psi)}$ 2) $\dfrac{\Gamma \vdash (\varphi \,\&\, \psi)}{\Gamma \vdash \varphi}$

3) $\dfrac{\Gamma \vdash (\varphi \,\&\, \psi)}{\Gamma \vdash \psi}$ 4) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash (\varphi \vee \psi)}$

5) $\dfrac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \vee \psi)}$ 6) $\dfrac{\Gamma, \varphi \vdash \xi;\ \Gamma, \psi \vdash \xi;\ \Gamma \vdash (\varphi \vee \psi)}{\Gamma \vdash \xi}$

7) $\dfrac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \to \psi)}$ 8) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi;\ \Gamma \vdash (\varphi \to \psi)}{\Gamma \vdash \psi}$ (modus ponens)

9) $\dfrac{\Gamma, \neg\varphi \vdash}{\Gamma \vdash \varphi}$ 10) $\dfrac{\Gamma \vdash \neg\varphi;\ \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash}$

11) $\dfrac{\Gamma, \varphi, \psi, \Gamma_1 \vdash \xi}{\Gamma, \psi, \varphi, \Gamma_1 \vdash \xi}$ 12) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \psi \vdash \varphi}$

Замечание 10.10. Следующие правила вывода являются допустимыми:

а) $\dfrac{\psi_1, \dots, \psi_n \vdash \varphi}{\xi_1, \dots, \xi_k \vdash \varphi}$, $\{\psi_1, \dots, \psi_n\} \subseteq \{\xi_1, \dots, \xi_k\}$

б) $\dfrac{\psi_1, \dots, \psi_n \vdash}{\xi_1, \dots, \xi_k \vdash}$, $\{\psi_1, \dots, \psi_n\} \subseteq \{\xi_1, \dots, \xi_k\}$

в) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi;\ \Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \psi}$ е) $\dfrac{\Gamma \vdash}{\Gamma \vdash \varphi}$ и) $\dfrac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma, \neg\psi \vdash \neg\varphi}$

г) $\dfrac{\Gamma_1,\ \varphi,\ \psi,\ \Gamma_2 \vdash \xi}{\Gamma_1, (\varphi \,\&\, \psi), \Gamma_2 \vdash \xi}$ ж) $\dfrac{\Gamma,\ \varphi \vdash}{\Gamma \vdash \neg\varphi}$ к) $\dfrac{\Gamma, \neg\varphi \vdash \neg\psi}{\Gamma, \psi \vdash \varphi}$

д) $\dfrac{\Gamma \vdash (\varphi \,\&\, \neg\varphi)}{\Gamma \vdash}$ з) $\dfrac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \neg\varphi \vdash}$

5

Домашняя работа

③ а) стр 66 (сечение)

$$\begin{array}{ll} & \Gamma_1 \vdash A;\quad \Gamma_2, A \vdash B \\ \hline (7) & \Gamma_1 \vdash A;\quad \Gamma_2 \vdash A \to B \\ \hline (8) & \Gamma_1, \Gamma_2 \vdash B \end{array}$$

б)

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash C}{\Gamma, (A \& B) \vdash C}$$

объединение посылок

$$\begin{array}{ll} & \Gamma, A, B \vdash C;\quad (A\&B) \vdash (A\&B) \\ \hline (3) & \Gamma, A, B \vdash C;\quad A\&B \vdash B \\ \hline (7) & \Gamma, A, \vdash (B \to C);\quad A\&B \vdash B \\ \hline (8) & \Gamma, A, A\&B \vdash C \qquad A\&B \vdash A\&B \\ \hline (3) & \Gamma, A, A\&B \vdash C;\quad A\&B \vdash A \\ \hline (7) & \Gamma, A\&B \vdash A \to C;\quad A\&B \vdash A \\ \hline (8) & \Gamma, A\&B, A\&B \vdash C \\ \hline (15) & \Gamma, A\&B \vdash C \end{array}$$

в)

$$\frac{\Gamma, A\&B \vdash C}{\Gamma, A, B \vdash C}$$

расщепление посылок

$$\begin{array}{ll} & \Gamma, (A\&B) \vdash C \qquad A \vdash A,\ B \vdash B \\ \hline (1) & \Gamma, (A\&B) \vdash C \qquad A, B \vdash A\&B \\ \hline (7) & \Gamma, \vdash (A\&B) \to C;\quad A, B \vdash (A\&B) \\ \hline (8) & \Gamma, A, B \to C \end{array}$$

г)

$$\frac{\Gamma, A \vdash C;\quad \Gamma, B \vdash C}{\Gamma, (A \vee B) \vdash C}$$

разбор случаев

$$\begin{array}{ll} & \overset{\Gamma_2}{\Gamma}, A \vdash C;\quad \overset{\Gamma_3}{\Gamma}, B \vdash C \qquad \overset{\Gamma_1}{(A \vee B)} \vdash (A \vee B) \\ \hline (6) & (A \vee B), \Gamma, \Gamma \vdash C \\ \hline (15) & (A \vee B), \Gamma \vdash C \\ \hline (14) & \Gamma, (A \vee B) \vdash C \end{array}$$

д)

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \neg B \vdash \neg A}$$

контрапозиция

$$\begin{array}{ll} & \Gamma, A \vdash B \qquad \neg B \vdash \neg B \\ \hline (10) & \Gamma, A, \neg B \vdash \\ \hline (14) & \Gamma, \neg B, A \vdash \\ \hline (11) & \Gamma, \neg B \vdash \neg A \end{array}$$

Предложение 19 Равносильность является конгруэнцией на модели $\langle F; \vee, \&, \to, \neg \rangle$, т.е. если $\varphi \equiv \varphi_1$, $\psi \equiv \psi_1$, то:

1) $(\varphi \vee \psi) \equiv (\varphi_1 \vee \psi_1)$
2) $(\varphi \& \psi) \equiv (\varphi_1 \& \psi_1)$
3) $(\varphi \to \psi) \equiv (\varphi_1 \to \psi_1)$
4) $\neg\varphi \equiv \neg\varphi_1$

$\langle F/\equiv; \vee, \&, \to, \neg \rangle$

Док-во:

1)

$$\frac{\dfrac{\varphi \vdash \varphi_1}{\varphi \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)} \qquad \dfrac{\psi \vdash \psi_1}{\psi \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)}}{(\varphi \vee \psi) \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)} \text{ (разбор случаев)} \qquad \frac{\dfrac{\varphi_1 \vdash \varphi}{\varphi_1 \vdash (\varphi \vee \psi)} \qquad \dfrac{\psi_1 \vdash \psi}{\psi_1 \vdash (\varphi \vee \psi)}}{(\varphi_1 \vee \psi_1) \vdash (\varphi \vee \psi)}$$

2)

$$\frac{\dfrac{\dfrac{\varphi \vdash \varphi_1}{\varphi, \psi \vdash \varphi_1} \qquad \dfrac{\psi \vdash \psi_1}{\varphi, \psi \vdash \psi_1}}{\varphi, \psi \vdash \varphi_1 \& \psi_1}\ (1)}{\varphi \& \psi \vdash \varphi_1 \& \psi_1} \text{ (объед. посылок)}$$

3)

$$\begin{array}{ll} & \varphi \vdash \varphi;\quad \varphi \to \psi \vdash \varphi \to \psi \\ \hline \text{(сечение)} & \varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi;\quad \psi \vdash \psi_1 \\ \hline & \varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi_1 \qquad \varphi_1 \vdash \varphi \\ \hline \text{(сечение)} & \varphi_1, \varphi \to \psi \vdash \psi_1 \\ \hline & \varphi \to \psi \vdash \varphi_1 \to \psi_1 \end{array}$$

4)

$$\frac{\dfrac{\varphi \vdash \varphi_1}{\neg\varphi_1 \vdash \neg\varphi} \text{ (контр.)} \qquad \dfrac{\varphi_1 \vdash \varphi}{\neg\varphi \vdash \neg\varphi_1} \text{ (контрпозиц.)}}{\varphi_1 \equiv \varphi_1}$$

OFFICE COLLECTION