

# 37. Критерий Колмогорова.



Status

Completed

## Теорема Колмогорова

Пусть  $X \sim F$ ,  $F$  - непрерывна. Если

$$d = \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$$

то для любого  $y > 0$  при  $n \rightarrow \infty$

$$\sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F(y)| \Rightarrow \mathcal{K}$$

$\mathcal{K}(y)$  - функция Колмогорова,  
непрерывная, табулированная.



Смотрите на нее

## Критерий Колмогорова

Проверяет, что распределение выборки равно некоторому известному.

Пусть  $\vec{X} \sim F$

$$H_0 = \{F = F_0\}$$

$$H_a = \{F \neq F_0\}$$

$$\Psi_n = \sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \Psi_n < c \\ 1, & \Psi_n \geq c \end{cases}$$

где  $\mathcal{K}(c) = 1 - \epsilon$ .

### Свойства

#### 1. Критерий состоятельный

- б) Если гипотеза  $H_1$  неверна, то  $X_i$  имеют какое-то распределение  $\mathcal{F}_2$ , отличное от  $\mathcal{F}_1$ . По [теореме Гливенко — Кантелли](#)  $F_n^*(y) \xrightarrow{p} F_2(y)$  для любого  $y$  при  $n \rightarrow \infty$ . Поскольку  $\mathcal{F}_1 \neq \mathcal{F}_2$ , найдется  $y_0$  такое, что  $|F_2(y_0) - F_1(y_0)| > 0$ . Но

$$\sup_y |F_n^*(y) - F_1(y)| \geq |F_n^*(y_0) - F_1(y_0)| \xrightarrow{p} |F_2(y_0) - F_1(y_0)| > 0.$$

Умножая на  $\sqrt{n}$ , получим при  $n \rightarrow \infty$ , что  $\rho(\mathbf{X}) = \sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F_1(y)| \xrightarrow{p} \infty$ .

2. Критерий имеет асимптотический размер  $1 - \epsilon$ .

3. Реально допустимый уровень значимости:  $\epsilon^* = 1 - \mathcal{K}(\Psi_n)$ .