3. Геометрические вероятности. Задача о встрече.

Status	Completed

Если множество исходов эксперимента Ω представляет из себя ограниченное подмножество в $\mathbb{R}^n$. Через $\lambda(A)$ будем обозначать n мерный объем множества A.

Формулу $P(A) = \frac{\lambda(A)}{\lambda(\Omega)}$ называют **геометрическим определением вероятности**.

Если, конечно, множества измеримы (потому что есть неизмеримые множества).

Задача о встрече

Два человека X и Y условились встретиться в определённом месте между двумя и тремя часами дня. Пришедший первым ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность встречи этих лиц, если каждый из них может прийти в любое время в течение указанного часа независимо от другого?

Решение

Р е ш е н и е. Будем считать интервал от двух до трёх часов дня отрезком $[0, 1]$. Обозначим через $\xi \in [0, 1]$ и $\eta \in [0, 1]$ моменты прихода X и Y в течение этого часа (рис. 5). Результатами эксперимента являются всевозможные пары точек (ξ, η) из единичного квадрата:

$$\Omega = \{(\xi, \eta) \mid 0 \leqslant \xi \leqslant 1, \ 0 \leqslant \eta \leqslant 1\}.$$

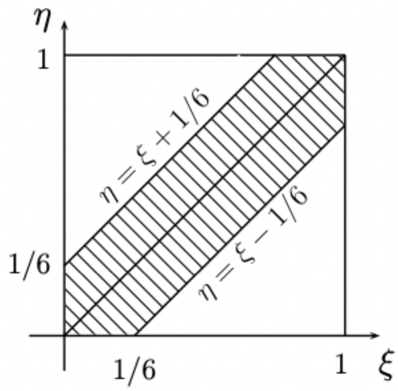

Рис. 5. Задача о встрече

Благоприятными исходами будут точки заштрихованного на рисунке множества A:

$$A = \{(\xi, \eta) \mid |\xi - \eta| \leqslant 1/6\}.$$

Попадание в множество A наудачу брошенной в квадрат точки означает, что X и Y встретятся. Тогда вероятность встречи равна отношению площадей множеств A и Ω:

$$\mathsf{P}(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2}{1} = \frac{11}{36}.$$