37. Критерий Колмогорова.

Status	Completed

Теорема Колмогорова

Пусть $X \sim F$, F - непрерывна. Если

$$d = \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$$

то для любого $y > 0$ при $n \to \infty$

$$\sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F(y)| \Rightarrow \mathcal{K}$$

$\mathcal{K}(y)$ - функция Колмогорова, непрерывная, табулированная.

Смотрите на нее

Критерий Колмогорова

Проверяет, что распределение выборки равно некоторому известному.

Пусть $\vec{X} \sim F$

$H_0 = \{F = F_0\}$

$H_a = \{F \neq F_0\}$

$$\Psi_n = \sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F(y)|$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \Psi_n < c \\ 1, & \Psi_n \geq c \end{cases}$$

где $\mathcal{K}(c) = 1 - \epsilon$.

Свойства

1. Критерий состоятельный

б) Если гипотеза H_1 неверна, то X_i имеют какое-то распределение $\mathcal{F}_2$, отличное от $\mathcal{F}_1$. По теореме Гливенко — Кантелли $F_n^*(y) \xrightarrow{p} F_2(y)$ для любого y при $n \to \infty$. Поскольку $\mathcal{F}_1 \neq \mathcal{F}_2$, найдется y_0 такое, что $|F_2(y_0) - F_1(y_0)| > 0$. Но

$$\sup_y |F_n^*(y) - F_1(y)| \geqslant |F_n^*(y_0) - F_1(y_0)| \xrightarrow{p} |F_2(y_0) - F_1(y_0)| > 0.$$

Умножая на $\sqrt{n}$, получим при $n \to \infty$, что $\rho(\mathbf{X}) = \sqrt{n} \sup_y |F_n^*(y) - F_1(y)| \xrightarrow{p} \infty$.

2. Критерий имеет асимптотический размер $1 - \epsilon$.
3. Реально допустимый уровень значимости: $\epsilon^* = 1 - \mathcal{K}(\Psi_n)$.