

# 8. Типы распределений, примеры.

▼ Status	Completed
----------	-----------

## Дискретное распределение

Случайная величина  $\xi$  имеет **дискретное распределение**, если она принимает не более чем счетное число значений (эти значения называют атомами).

Например, распределение Бернулли  $P(X = 1) = p, P(X = 0) = 1 - p$ .

Если записать соответствие между значениями случайных величин и вероятностями принимать эти значения в виде таблицы, получится **таблица распределения**.

У дискретных величин можно сделать такую таблицу (возможно бесконечную).

## Абсолютное непрерывное распределение

Случайная величина  $\xi$  имеет **абсолютно непрерывное распределение**, если существует неотрицательная функция  $f_\xi(x)$  (функция плотности распределения) такая, что для любого подмножества  $B$  имеет место равенство:

$$P(\xi \in B) = \int_B f_\xi(x) dx.$$

Например, равномерное распределение  $U_{[0,1]}: f(t) = t$  при  $t \in [0, 1]$  иначе 0.

Свойства функции плотности вероятности:

1.  $\forall x : f_\xi(x) \geq 0$ .
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} f_\xi(t) dt = 1$ .

У непрерывных - нет.

## Сингулярное распределение

**Определение 25.** Случайная величина  $\xi$  имеет *сингулярное* распределение, если существует борелевское множество  $B$  с нулевой лебеговой мерой  $\lambda(B) = 0$  такое, что  $P(\xi \in B) = 1$ , но при этом  $P(\xi = x) = 0$  для любой точки  $x \in B$ .



Случайная величина  $X$  имеет сингулярное распределение, если  $F_X(t)$  непрерывна, но не существует такой  $p(t)$ , что  $F_X(t) = \int_{-\infty}^t p(y)dy$

Например, распределение на лестнице Кантора.

## Смешанное распределение

**Определение 26.** Случайная величина  $\xi$  имеет *смешанное* распределение, если найдутся такие случайные величины  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\xi_3$  — с дискретным, абсолютно непрерывным и сингулярным распределениями соответственно (или такие три распределения), и числа  $p_1, p_2, p_3 \in [0, 1]$ ,  $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ , что для любого  $B \in \mathfrak{B}(\mathbb{R})$  имеет место равенство

$$P(\xi \in B) = p_1 P(\xi_1 \in B) + p_2 P(\xi_2 \in B) + p_3 P(\xi_3 \in B).$$



$X$  имеет смешанное распределение, если  $F_X(t) = \alpha F_D(t) + (1 - \alpha)F_C(t)$ , где  $F_D, F_C$  — функции распределения дискретного и абсолютно непрерывного распределения соответственно;  $\alpha \in [0, 1]$ .

Например, распределение  $Y = \min(1, X)$ ,  $X \sim U_{[0,2]}$ .