

# 28. Метод моментов, примеры. Состоятельность оценок, полученных методом моментов.



Status

Completed

## Метод моментов

$$\vec{X} \sim F_\theta$$

$$\theta \in R$$

1. Выбираем  $g(y)$  - пробную функцию. Вычисляем ее матожидание  $m(\theta) = Eg(X_1)$
2. Выражаем  $\theta$ :  $\theta = m^{-1}(Eg(X_1))$
3. Заменяем теоретический момент выборочным:  $\theta^* = m^{-1}(\overline{g(X_1)})$ ; такое значение  $\theta^*$  называется оценкой метода моментов

## Примеры

$$\vec{X} \sim U_{0,\theta}$$

1.  $g(y) = y$ ;  $Eg(X_1) = EX_1 = \theta/2$
2.  $\theta = 2EX_1$
3.  $\theta^* = 2\overline{X}$

Другие примеры (без вывода):

1. Бернулли  $p^* = \overline{X}$
2. Пуассона  $\lambda^* = \overline{X}$
3. Геометрическое  $\theta^* = \frac{1}{\overline{X}}$
4. Биномиальное  $p^* = \frac{\overline{X}}{m}$  при известном  $m$
5. Равномерное  $U_{[0,a]}$   $a^* = 2\overline{X}$

6. Показательное  $\lambda^* = \frac{1}{\bar{X}}$

7. Нормальное (при неизвестных)

1.  $a^* = \bar{X}$

2.  $\sigma^{2*} = S^2$

### **Состоятельность оценок, полученных методом моментов**

Пусть  $Dg(X_1) < \infty$ ,  $m(t)$  - строго монотонна (обратима) и непрерывна.

Тогда  $\theta^* = m^{-1}(\overline{g(X)})$  состоятельна.

#### **Доказательство**

$$\overline{g(X)} \xrightarrow{P} Eg(X_1) \text{ по ЗБЧ}$$

$$\theta^* = m^{-1}(\overline{g(X)}) \xrightarrow{P} m^{-1}(Eg(X_1)) = \theta$$