

# 6. Независимые события.

## Схема Бернулли.

|          |           |
|----------|-----------|
| ▼ Status | Completed |
|----------|-----------|

События  $A$  и  $B$  называются **независимыми**, если  $P(AB) = P(A)P(B)$ .

События  $A_1, \dots, A_n$  называются **независимыми в совокупности**, если для любого  $1 \leq k \leq n$  и любого набора различных между собой индексов  $1 \leq i_1, \dots, i_k \leq n$  имеет место равенство  $P(A_{i_1} \cdot \dots \cdot A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdot \dots \cdot P(A_{i_k})$

**Схемой Бернулли** называется последовательность независимых в совокупности испытаний, в каждом из которых возможны лишь два исхода - успех и неудача, при этом успех в одном испытании происходит с вероятностью  $p$ , а неудача -  $q = 1 - p$ .

### Формула Бернулли:

При любом  $k = 0, 1, \dots, n$  имеет место равенство:

$$P(v_n = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}.$$

**Доказательство.** Событие  $A = \{v_n = k\}$  означает, что в  $n$  испытаниях схемы Бернулли произошло ровно  $k$  успехов. Рассмотрим один из благоприятствующих событию  $A$  элементарных исходов:

$$(\underbrace{y, y, \dots, y}_k, \underbrace{n, n, \dots, n}_{n-k}),$$

когда первые  $k$  испытаний завершились успехом, остальные неудачей. Поскольку испытания независимы, вероятность такого элементарного исхода равна  $p^k q^{n-k}$ . Другие благоприятствующие событию  $A$  элементарные исходы отличаются лишь расположением  $k$  успехов на  $n$  местах. Есть ровно  $C_n^k$  способов расположить  $k$  успехов на  $n$  местах. Поэтому событие  $A$  состоит из  $C_n^k$  элементарных исходов, вероятность каждого из которых также равна  $p^k q^{n-k}$ .  $\square$