

8. Типы распределений, примеры.

| | |
|----------|-----------|
| ▼ Status | Completed |
|----------|-----------|

Дискретное распределение

Случайная величина ξ имеет **дискретное распределение**, если она принимает не более чем счетное число значений (эти значения называют атомами).

Например, распределение Бернулли $P(X = 1) = p, P(X = 0) = 1 - p$.

Если записать соответствие между значениями случайных величин и вероятностями принимать эти значения в виде таблицы, получится **таблица распределения**.

У дискретных величин можно сделать такую таблицу (возможно бесконечную).

Абсолютное непрерывное распределение

Случайная величина ξ имеет **абсолютно непрерывное распределение**, если существует неотрицательная функция $f_\xi(x)$ (функция плотности распределения) такая, что для любого подмножества B имеет место равенство:

$$P(\xi \in B) = \int_B f_\xi(x) dx.$$

Например, равномерное распределение $U_{[0,1]}: f(t) = t$ при $t \in [0, 1]$ иначе 0.

Свойства функции плотности вероятности:

1. $\forall x : f_\xi(x) \geq 0$.
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f_\xi(t) dt = 1$.

У непрерывных - нет.

Сингулярное распределение

Определение 25. Случайная величина ξ имеет *сингулярное* распределение, если существует борелевское множество B с нулевой лебеговой мерой $\lambda(B) = 0$ такое, что $P(\xi \in B) = 1$, но при этом $P(\xi = x) = 0$ для любой точки $x \in B$.



Случайная величина X имеет сингулярное распределение, если $F_X(t)$ непрерывна, но не существует такой $p(t)$, что $F_X(t) = \int_{-\infty}^t p(y)dy$

Например, распределение на лестнице Кантора.

Смешанное распределение

Определение 26. Случайная величина ξ имеет *смешанное* распределение, если найдутся такие случайные величины ξ_1 , ξ_2 и ξ_3 — с дискретным, абсолютно непрерывным и сингулярным распределениями соответственно (или такие три распределения), и числа $p_1, p_2, p_3 \in [0, 1]$, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$, что для любого $B \in \mathfrak{B}(\mathbb{R})$ имеет место равенство

$$P(\xi \in B) = p_1 P(\xi_1 \in B) + p_2 P(\xi_2 \in B) + p_3 P(\xi_3 \in B).$$



X имеет смешанное распределение, если $F_X(t) = \alpha F_D(t) + (1 - \alpha)F_C(t)$, где F_D, F_C — функции распределения дискретного и абсолютно непрерывного распределения соответственно; $\alpha \in [0, 1]$.

Например, распределение $Y = \min(1, X)$, $X \sim U_{[0,2]}$.