

6. Независимые события.

Схема Бернулли.

| | |
|----------|-----------|
| ▼ Status | Completed |
|----------|-----------|

События A и B называются **независимыми**, если $P(AB) = P(A)P(B)$.

События A_1, \dots, A_n называются **независимыми в совокупности**, если для любого $1 \leq k \leq n$ и любого набора различных между собой индексов $1 \leq i_1, \dots, i_k \leq n$ имеет место равенство $P(A_{i_1} \cdot \dots \cdot A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdot \dots \cdot P(A_{i_k})$

Схемой Бернулли называется последовательность независимых в совокупности испытаний, в каждом из которых возможны лишь два исхода - успех и неудача, при этом успех в одном испытании происходит с вероятностью p , а неудача - $q = 1 - p$.

Формула Бернулли:

При любом $k = 0, 1, \dots, n$ имеет место равенство:

$$P(v_n = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Доказательство. Событие $A = \{v_n = k\}$ означает, что в n испытаниях схемы Бернулли произошло ровно k успехов. Рассмотрим один из благоприятствующих событию A элементарных исходов:

$$(\underbrace{y, y, \dots, y}_k, \underbrace{n, n, \dots, n}_{n-k}),$$

когда первые k испытаний завершились успехом, остальные неудачей. Поскольку испытания независимы, вероятность такого элементарного исхода равна $p^k q^{n-k}$. Другие благоприятствующие событию A элементарные исходы отличаются лишь расположением k успехов на n местах. Есть ровно C_n^k способов расположить k успехов на n местах. Поэтому событие A состоит из C_n^k элементарных исходов, вероятность каждого из которых также равна $p^k q^{n-k}$. \square