Подсказки

Определение 18.14. Следующие функции называются клиниевскими скобками: $[x,y] = c\,(l(x),\ c(r(x),y))$.

Тогда

$$[x_1,\dots,x_{n+1}] = [[x_1,\dots,x_n],x_{n+1}];$$
$$[k]_{21} = c(l(k),l(r(k)));$$
$$[k]_{22} = r(r(k));$$
$$[k]_{n,1} = [[k]_{21}]_{n-1,1};$$
$$\dots$$
$$[k]_{n,n-1} = [[k]_{21}]_{n-1,n-1};$$
$$[k]_{n,n} = [k]_{2,2}\ .$$

Определение 8.9. *Базовые Машины Тьюринга:*

А. Перенос нуля: $q_1 0 0 1^x 0 \ \Rightarrow\ q_0 0 1^x 0 0$;

$Б^+$. Правый сдвиг: $q_1 0 1^x 0 \ \Rightarrow\ 0 1^x q_0 0$;

$Б^-$. Левый сдвиг: $0 1^x q_1 0 \ \Rightarrow\ q_0 0 1^x 0$;

В. Транспозиция: $0 1^x q_1 0 1^y 0 \ \Rightarrow\ 0 1^y q_0 0 1^x 0$;

Г. Удвоение: $q_1 0 1^x 0^{x+2} \ \Rightarrow\ q_0 0 1^x 0 1^x 0$;

$Ц_n$. Циклический сдвиг:

$$q_1 0 1^{x_1} 0 1^{x_2} 0 \dots 0 1^{x_n} 0 \ \Rightarrow\ q_0 0 1^{x_2} 0 \dots 0 1^{x_n} 0 1^{x_1} 0;$$

K_n. Копирование:

$$q_1 0 1^{x_1} \dots 0 1^{x_n} 0^{x_1+\dots+x_n+n+1} \ \Rightarrow$$
$$q_0 0 1^{x_1} \dots 0 1^{x_n}\ 0 1^{x_1} \dots 0 1^{x_n} 0;$$

Л. Ликвидация: $q_1 0 1^x 0 \ \Rightarrow\ q_0 0^{x+2}$;

R. Вычитание единицы: $q_1 0 1^{x+1} 0 \ \Rightarrow\ q_0 0 1^x 0 0$;

S. Добавление единицы: $q_1 0 1^x 0 0 \ \Rightarrow\ q_0 0 1^{x+1} 0$.

Правила вывода:

1) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi;\ \Gamma\vdash\psi}{\Gamma\vdash(\varphi\,\&\,\psi)}$ 2) $\dfrac{\Gamma\vdash(\varphi\,\&\,\psi)}{\Gamma\vdash\varphi}$

3) $\dfrac{\Gamma\vdash(\varphi\,\&\,\psi)}{\Gamma\vdash\psi}$ 4) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi}{\Gamma\vdash(\varphi\vee\psi)}$

5) $\dfrac{\Gamma\vdash\psi}{\Gamma\vdash(\varphi\vee\psi)}$ 6) $\dfrac{\Gamma,\varphi\vdash\xi;\ \Gamma,\psi\vdash\xi;\ \Gamma\vdash(\varphi\vee\psi)}{\Gamma\vdash\xi}$

7) $\dfrac{\Gamma,\varphi\vdash\psi}{\Gamma\vdash(\varphi\to\psi)}$ 8) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi;\ \Gamma\vdash(\varphi\to\psi)}{\Gamma\vdash\psi}$ (modus ponens)

9) $\dfrac{\Gamma,\neg\varphi\vdash}{\Gamma\vdash\varphi}$ 10) $\dfrac{\Gamma\vdash\neg\varphi;\ \Gamma\vdash\varphi}{\Gamma\vdash}$

11) $\dfrac{\Gamma,\varphi,\psi,\Gamma_1\vdash\xi}{\Gamma,\psi,\varphi,\Gamma_1\vdash\xi}$ 12) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi}{\Gamma,\psi\vdash\varphi}$

Замечание 10.10. Следующие правила вывода являются допустимыми:

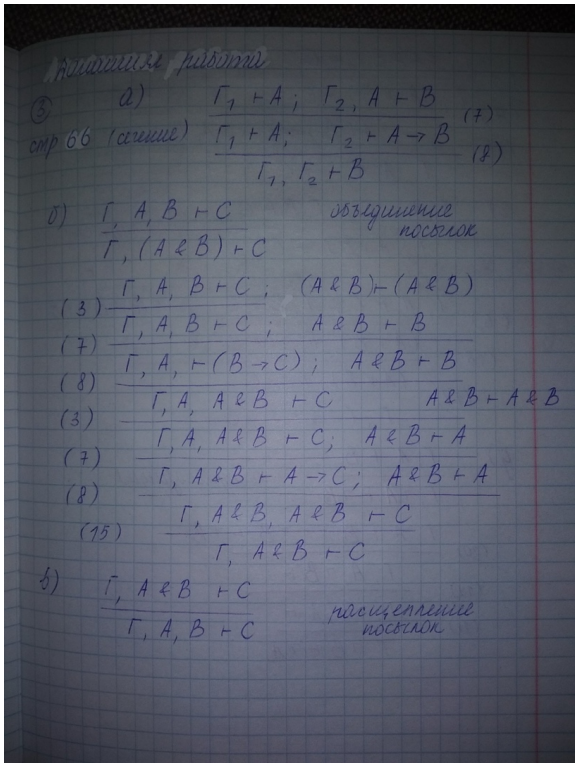
а) $\dfrac{\psi_1,\dots,\psi_n\vdash\varphi}{\xi_1,\dots,\xi_k\vdash\varphi},\ \{\psi_1,\dots,\psi_n\}\subseteq\{\xi_1,\dots,\xi_k\}$

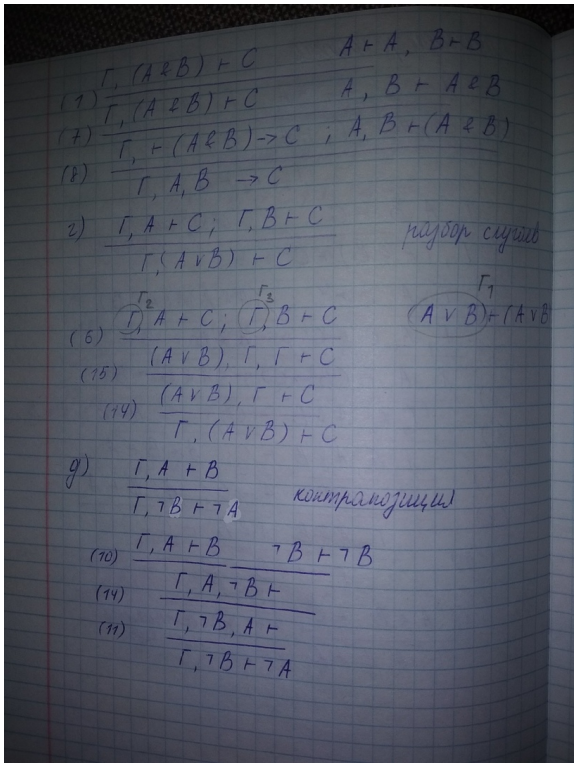
б) $\dfrac{\psi_1,\dots,\psi_n\vdash}{\xi_1,\dots,\xi_k\vdash},\ \{\psi_1,\dots,\psi_n\}\subseteq\{\xi_1,\dots,\xi_k\}$

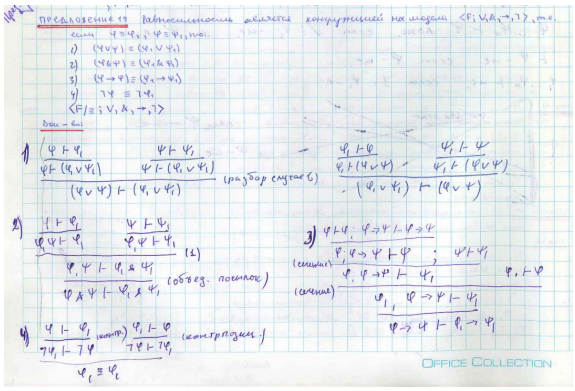
в) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi;\ \Gamma,\varphi\vdash\psi}{\Gamma\vdash\psi}$ е) $\dfrac{\Gamma\vdash}{\Gamma\vdash\varphi}$ и) $\dfrac{\Gamma,\varphi\vdash\psi}{\Gamma,\neg\psi\vdash\neg\varphi}$

г) $\dfrac{\Gamma_1,\ \varphi,\ \psi,\ \Gamma_2\vdash\xi}{\Gamma_1,(\varphi\,\&\,\psi),\Gamma_2\vdash\xi}$ ж) $\dfrac{\Gamma,\ \varphi\vdash}{\Gamma\vdash\neg\varphi}$ к) $\dfrac{\Gamma,\neg\varphi\vdash\neg\psi}{\Gamma,\psi\vdash\varphi}$

д) $\dfrac{\Gamma\vdash(\varphi\,\&\,\neg\varphi)}{\Gamma\vdash}$ з) $\dfrac{\Gamma\vdash\varphi}{\Gamma,\neg\varphi\vdash}$


Комментарии работам
а) $\frac{\Gamma_1 \vdash A;\ \Gamma_2, A \vdash B}{\Gamma_1, \Gamma_2 \vdash B}$ (7)
стр 66 (сечение) (8)
б) $\frac{\Gamma, A, B \vdash C}{\Gamma, (A \& B) \vdash C}$ объединение посылок
(3) $\frac{\Gamma, A, B \vdash C;\ (A \& B) \vdash (A \& B)}{\Gamma, A, B \vdash C;\ A \& B \vdash B}$
(7) $\frac{\Gamma, A, \vdash (B \to C);\ A \& B \vdash B}{\Gamma, A, A \& B \vdash C}$
(8) $\frac{\Gamma, A \& B \vdash A \to C;\ A \& B \vdash A}{\Gamma, A \& B, A \& B \vdash C}$
(3) $A \& B \vdash A \& B$
(7) $\Gamma, A, A \& B \vdash C;\ A \& B \vdash A$
(8) $\Gamma, A \& B \vdash A \to C;\ A \& B \vdash A$
(15) $\frac{\Gamma, A \& B, A \& B \vdash C}{\Gamma, A \& B \vdash C}$
в) $\frac{\Gamma, A \& B \vdash C}{\Gamma, A, B \vdash C}$ расщепление посылок


(1) $\frac{\Gamma, (A \& B) \vdash C}{\Gamma, (A \& B) \vdash C}$ $A \vdash A,\ B \vdash B$
(7) $\frac{\Gamma, \vdash (A \& B) \to C;\ A, B \vdash (A \& B)}{\Gamma, A, B \to C}$
(8)
г) $\frac{\Gamma, A \vdash C;\ \Gamma, B \vdash C}{\Gamma, (A \vee B) \vdash C}$ разбор случаев
Γ_2 Γ_3 Γ_1
(6) $\Gamma, A \vdash C;\ \Gamma, B \vdash C$ $(A \vee B) \vdash (A \vee B)$
(15) $\frac{(A \vee B), \Gamma, \Gamma \vdash C}{(A \vee B), \Gamma \vdash C}$
(14) $\frac{(A \vee B), \Gamma \vdash C}{\Gamma, (A \vee B) \vdash C}$
д) $\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma, \neg B \vdash \neg A}$ контрапозиция
(10) $\frac{\Gamma, A \vdash B \qquad \neg B \vdash \neg B}{\Gamma, A, \neg B \vdash}$
(14) $\frac{\Gamma, A, \neg B \vdash}{\Gamma, \neg B, A \vdash}$
(11) $\Gamma, \neg B \vdash \neg A$


Предложение 11 Равносильность языков конгруэнций на модели $\langle F; \vee, \&, \to, \neg \rangle$, т.е.
если $\varphi = \varphi_1$, $\psi = \psi_1$, то:
1) $(\varphi \vee \psi) = (\varphi_1 \vee \psi_1)$
2) $(\varphi \& \psi) = (\varphi_1 \& \psi_1)$
3) $(\varphi \to \psi) = (\varphi_1 \to \psi_1)$
4) $\neg\varphi \equiv \neg\varphi_1$
$\langle F/\equiv; \vee, \&, \to, \neg \rangle$
Док-во:
1) $\frac{\varphi \vdash \varphi_1}{\varphi \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)}$ $\frac{\psi \vdash \psi_1}{\psi \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)}$ (разбор случаев) $\frac{\varphi_1 \vdash \varphi}{\varphi_1 \vdash (\varphi \vee \psi)}$ $\frac{\psi_1 \vdash \psi}{\psi_1 \vdash (\varphi \vee \psi)}$ $\frac{}{(\varphi_1 \vee \psi_1) \vdash (\varphi \vee \psi)}$
$(\varphi \vee \psi) \vdash (\varphi_1 \vee \psi_1)$
2) $\frac{\varphi \vdash \varphi_1}{\varphi, \psi \vdash \varphi_1}$ $\frac{\psi \vdash \psi_1}{\varphi, \psi \vdash \psi_1}$ (&)
$\frac{}{\varphi, \psi \vdash \varphi_1 \& \psi_1}$ (собств. посылок)
$\varphi \& \psi \vdash \varphi_1 \& \psi_1$
3) $\varphi \vdash \varphi,\ \varphi \to \psi \vdash \varphi \to \psi$
(сечение) $\frac{\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi;\ \psi \vdash \psi_1}{\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi_1}$ $\varphi, \vdash \varphi$
(сечение) $\frac{}{\varphi_1, \varphi \to \psi \vdash \psi_1}$
$\varphi \to \psi \vdash \varphi_1 \to \psi_1$
4) $\varphi \vdash \varphi_1$ (контр.) $\frac{\varphi_1 \vdash \varphi}{\neg\varphi_1 \vdash \neg\varphi}$ (контрапозиция) $\frac{}{\neg\varphi \vdash \neg\varphi_1}$
$\varphi_1 \equiv \varphi_2$
OFFICE COLLECTION