

## 26. Свойства выборочных моментов.

|          |           |
|----------|-----------|
| ▼ Status | Completed |
|----------|-----------|

**Выборочный момент порядка k** определяется формулой:

$$\overline{X^k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k.$$

### Свойства выборочных моментов

1.  $E\overline{X^k} = EX_1^k$  (если момент существует)
  1. Доказательство из линейности матожидания
2.  $\overline{X^k} \xrightarrow{P} EX_1^k$  (если момент существует)
  1. Доказательство по ЗБЧ
3.  $D\overline{X} = DX_1/n$ 
  1. Доказательство: взять дисперсию и вынести константу в квадрате

**Смещенной выборочной дисперсией** называется величина:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2.$$

**Несмещенной выборочной дисперсией** называется величина:

$$S_0^2 = \frac{n}{n-1} S^2.$$

### Свойства выборочных дисперсий

1.  $S^2 = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$ 
  1. Доказательство: раскрыть скобки в определении  $S^2$
2.  $ES^2 = \frac{n-1}{n} DX_1$

$$1. \text{ Доказательство: } ES^2 = E\overline{X^2} - E(\overline{X})^2 = E\overline{X^2} - ((E\overline{X})^2 + D(\overline{X})) = EX_1^2 - (EX_1)^2 - \frac{DX_1}{n} = DX_1 - \frac{DX_1}{n} = \frac{n-1}{n}DX_1$$

$$3. ES_0^2 = DX_1$$

$$4. S^2 \xrightarrow{P} DX_1$$

1. Доказательство: применить ЗБЧ к первому свойству

$$5. S_0^2 \xrightarrow{P} DX_1$$