# 28. Метод моментов, примеры. Состоятельность оценок, полученных методом моментов.



### Метод моментов

$$ec{X} \sim F_{ heta} \ heta \in R$$

- 1. Выбираем g(y) пробную функцию. Вычисляем ее матожидание  $m(\theta) = Eg(X_1)$
- 2. Выражаем heta:  $heta=m^{-1}(Eg(X_1))$
- 3. Заменяем теоретический момент выборочным:  $\theta^* = m^{-1}(\overline{g(X_1)});$  такое значение  $\theta^*$  называется оценкой метода моментов

# Примеры

$$ec{X} \sim U_{0, heta}$$

1. 
$$g(y)=y$$
;  $Eg(X_1)=EX_1= heta/2$ 

2. 
$$\theta = 2EX_1$$

3. 
$$heta^*=2\overline{X}$$

Другие примеры (без вывода):

- 1. Бернулли  $p^*=\overline{X}$
- 2. Пуассона  $\lambda^* = \overline{X}$
- 3. Геометрическое  $heta^* = rac{1}{X}$
- 4. Биномиальное  $p^*=rac{\overline{X}}{m}$  при известном m
- 5. Равномерное  $U_{[0,a]} \; a^* = 2 \overline{X}$

6. Показательное 
$$\lambda^* = \frac{1}{\overline{X}}$$

7. Нормальное (при неизвестных)

1. 
$$a^* = \overline{X}$$

2. 
$${\sigma^2}^*=S^2$$

# Состоятельность оценок, полученных методом моментов

Пусть  $Dg(X_1)<\infty$ , m(t) - строго монотонна (обратима) и непрерывна. Тогда  $heta^*=m^{-1}(\overline{g(X)})$  состоятельна.

### Доказательство

$$\overline{g(X)} \stackrel{P}{\longrightarrow} Eg(X_1)$$
 по ЗБЧ $heta^* = m^{-1}(\overline{g(X)}) \stackrel{P}{\longrightarrow} m^{-1}(Eg(X_1)) = heta$