6. Независимые события. Схема Бернулли.

Status	Completed

События A и B называются **независимыми**, если $P(AB) = P(A)P(B)$.

События $A_1, ..., A_n$ называются **независимыми в совокупности**, если для любого $1 \leq k \leq n$ и любого набора различных между собой индексов $1 \leq i_1, ..., i_k \leq n$ имеет место равенство $P(A_{i_1} \cdot ... \cdot A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdot ... \cdot P(A_{i_k})$

Схемой Бернулли называется последовательность независимых в совокупности испытаний, в каждом из которых возможны лишь два исхода - успех и неудача, при этом успех в одном испытании происходит с вероятностью p, а неудача - $q = 1 - p$.

Формула Бернулли:

При любом $k = 0, 1, ..., n$ имеет место равенство:

$$P(v_n = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Доказательство. Событие $A = \{\nu_n = k\}$ означает, что в n испытаниях схемы Бернулли произошло ровно k успехов. Рассмотрим один из благоприятствующих событию A элементарных исходов:

$$(\underbrace{у, \ у, \ \ldots, \ у}_{k}, \underbrace{н, н, \ \ldots, \ н}_{n-k}),$$

когда первые k испытаний завершились успехом, остальные неудачей. Поскольку испытания независимы, вероятность такого элементарного исхода равна $p^k q^{n-k}$. Другие благоприятствующие событию A элементарные исходы отличаются лишь расположением k успехов на n местах. Есть ровно C_n^k способов расположить k успехов на n местах. Поэтому событие A состоит из C_n^k элементарных исходов, вероятность каждого из которых также равна $p^k q^{n-k}$. $\square$