

26. Свойства выборочных моментов.

▼ Status	Completed
----------	-----------

Выборочный момент порядка k определяется формулой:

$$\overline{X^k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k.$$

Свойства выборочных моментов

1. $E\overline{X^k} = E X_1^k$ (если момент существует)
 1. Доказательство из линейности матожидания
2. $\overline{X^k} \xrightarrow{P} E X_1^k$ (если момент существует)
 1. Доказательство по ЗБЧ
3. $D\overline{X} = D X_1 / n$
 1. Доказательство: взять дисперсию и вынести константу в квадрате

Смещенной выборочной дисперсией называется величина:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2.$$

Несмещенной выборочной дисперсией называется величина:

$$S_0^2 = \frac{n}{n-1} S^2.$$

Свойства выборочных дисперсий

1. $S^2 = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$
 1. Доказательство: раскрыть скобки в определении S^2
2. $ES^2 = \frac{n-1}{n} D X_1$

1. Доказательство: $ES^2 = E\overline{X^2} - E(\overline{X})^2 = E\overline{X^2} - ((E\overline{X})^2 + D(\overline{X})) = EX_1^2 - (EX_1)^2 - \frac{DX_1}{n} = DX_1 - \frac{DX_1}{n} = \frac{n-1}{n}DX_1$
3. $ES_0^2 = DX_1$
4. $S^2 \xrightarrow{P} DX_1$
 1. Доказательство: применить ЗБЧ к первому свойству
5. $S_0^2 \xrightarrow{P} DX_1$