

# 3. Геометрические вероятности. Задача о встрече.



Status

Completed

Если множество исходов эксперимента  $\Omega$  представляет из себя ограниченное подмножество в  $\mathbb{R}^n$ . Через  $\lambda(A)$  будем обозначать  $n$  мерный объем множества  $A$ .

Формулу  $P(A) = \frac{\lambda(A)}{\lambda(\Omega)}$  называют **геометрическим определением вероятности**.

Если, конечно, множества измеримы (потому что есть неизмеримые множества).

## Задача о встрече

Два человека  $X$  и  $Y$  условились встретиться в определённом месте между двумя и тремя часами дня. Пришедший первым ждёт другого в течение 10 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность встречи этих лиц, если каждый из них может прийти в любое время в течение указанного часа независимо от другого?

**Решение**

**Решение.** Будем считать интервал от двух до трёх часов дня отрезком  $[0, 1]$ . Обозначим через  $\xi \in [0, 1]$  и  $\eta \in [0, 1]$  моменты прихода  $X$  и  $Y$  в течение этого часа (рис. 5). Результатами эксперимента являются всевозможные пары точек  $(\xi, \eta)$  из единичного квадрата:

$$\Omega = \{(\xi, \eta) \mid 0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1\}.$$

Благоприятными исходами будут точки заштрихованного на рисунке множества  $A$ :

$$A = \{(\xi, \eta) \mid |\xi - \eta| \leq 1/6\}.$$

Попадание в множество  $A$  наудачу брошенной в квадрат точки означает, что  $X$  и  $Y$  встретятся. Тогда вероятность встречи равна отношению площадей множеств  $A$  и  $\Omega$ :



Рис. 5. Задача о встрече

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2}{1} = \frac{11}{36}.$$