Recruit

Problem

- n位应聘者应聘某一职位，招聘方通过逐个面试予以考察
    - 应聘者的综合能力各不相同，通过面试可以给出已面试的应聘者的综合能力大小顺序
- 应聘者以某一顺序接受面试，其是否被录用必须在面试结束后立刻决定
    - 若录用，招聘结束，不再面试
    - 若不录用，招聘方继续面试
    - 招聘方不得录用曾经决定不录用的应聘者
- 招聘方采用何种策略可以使得招聘到综合能力最强的应聘者的概率最大

当有4位应聘者，

策略1：

录用第一个

策略2：

第一个观望，第二个开始选备选者（此例下最优）

策略3：

前两个观望，第三个开始选备选者

策略4：

录用最后一个人

策略k：

- 从第k位应聘者开始，录用首次出现的一名备选者
- 若直至最后一名应聘者仍未出现备选者，录用最后一名

> 除最后一位应聘者之外，招聘方只会录用比之前所有应聘者均优的那位应聘者，称之为备选者

古典概型下的策略s：

- 前$s-1$个人观望，从第s个开始选择备选者，其概率记为$p_n(s)$
- $p_n^k(s)$：采用策略s录用$A_k(k \geq s)$，且为第一名的概率
    - $A_s, ..., A_{k-1}$均不是备选者
    - 前$k-1$位应聘者中的最佳者应该出现在前$s-1$位应聘者，否则ta就会先被录用

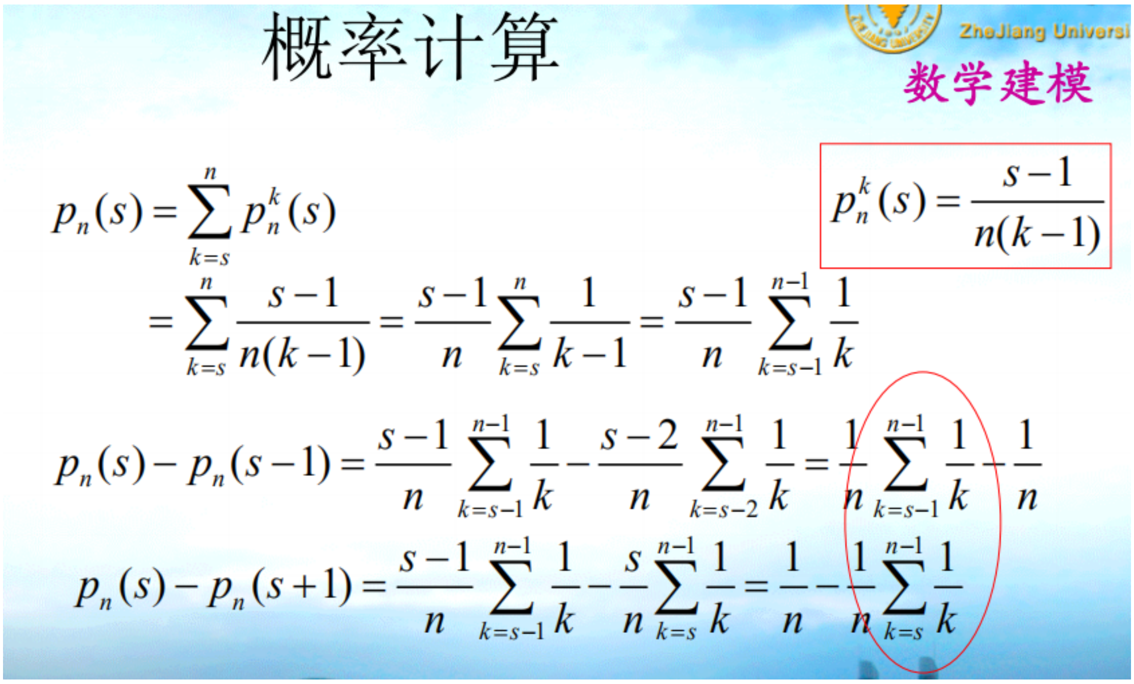
$$p_n^k(s) = \frac{1}{n} \cdot \frac{s-1}{k-1}$$

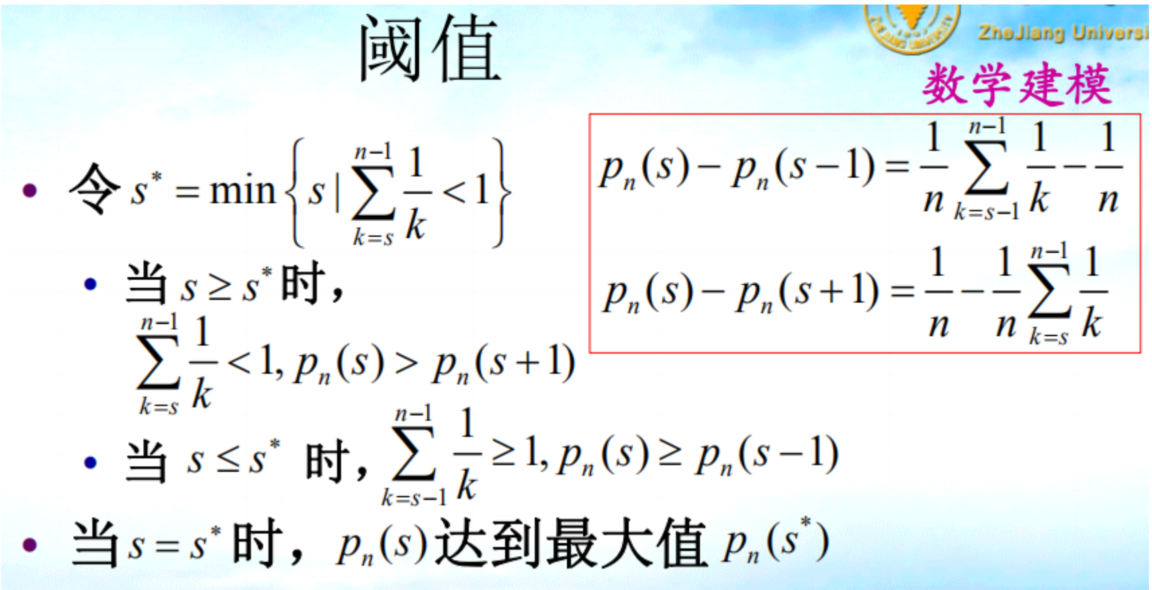
其中前一项代表第一名出现在k位的概率，第二项代表前k-1位的最佳者只能选择在前s-1位。

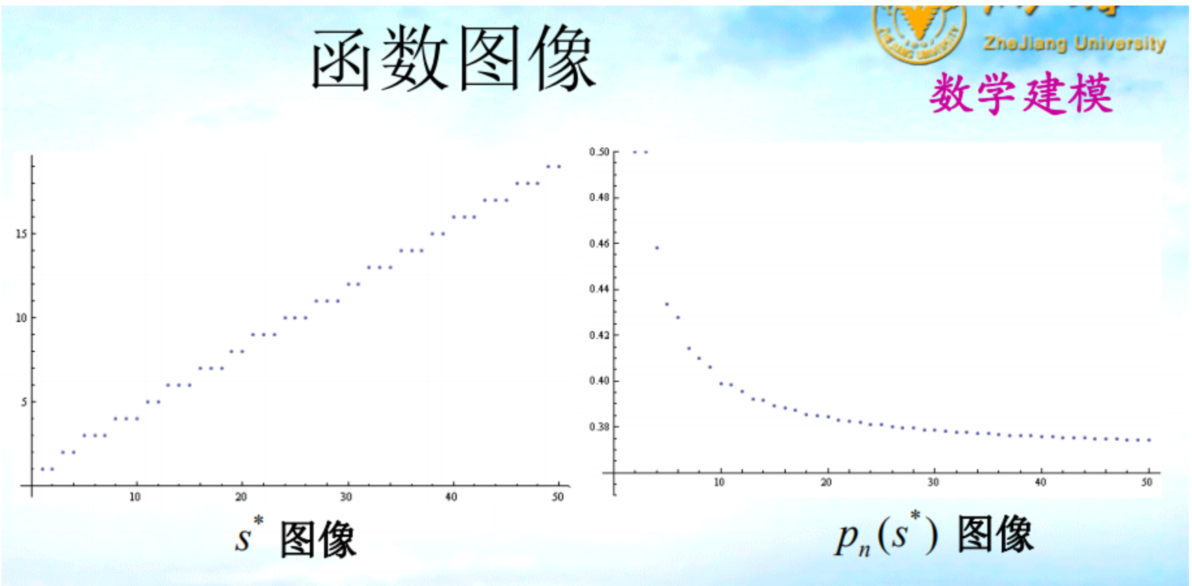
$$p_n^k(s) = \frac{C_{n-1}^{k-1}(s-1)(k-2)!(n-k)!}{n!} = \frac{s-1}{n(k-1)}$$

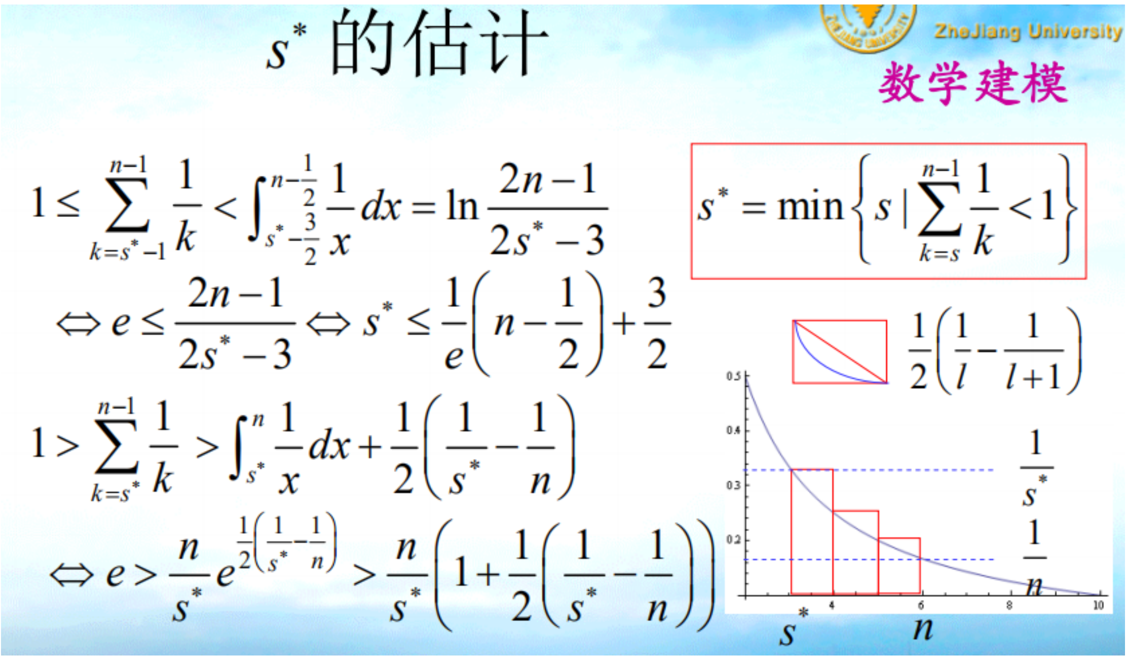
则此后会有

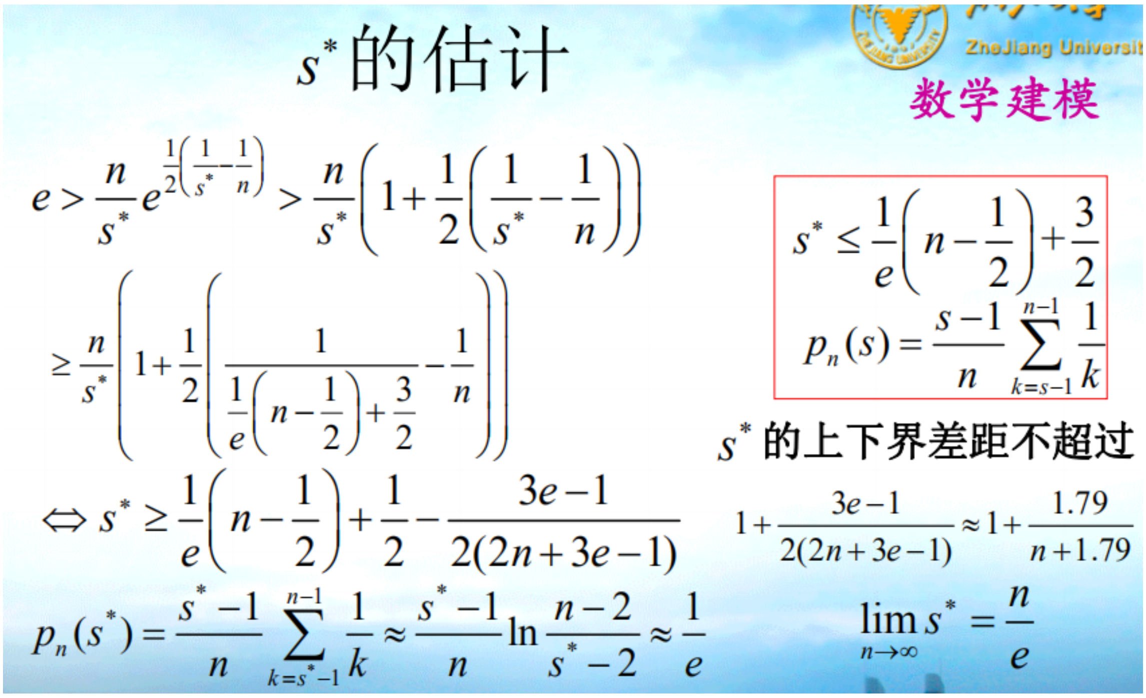
$$p_n(s)=\sum_{k=s}^{n}p_n^k(s)=\frac{s-1}{n}\sum_{k=s-1}^{n-1}\frac{1}{k}$$











最后可以得到：

$$s \to \frac{n}{e}, p_n(s^*) = \frac{s^*-1}{n} ln \frac{n-2}{s^*-2} \approx \frac{1}{e}$$

Problem2

- 可以录用两名应聘者，录用决定仍然在面试结束时给出
- 使得录用到第一名的概率尽可能大

策略$(r,s)(s>r)$：

- 录用自A_r起首次出现的一名备选者，称为第一次录用
- 若已经录用一人，录用不早于A_s的一名备选者，称为第二次录用
  - 情形1：第一名是第一次被录用的人
  - 情形2：第一名是第二次被录用的人，且第一次录用的为$A_u, u \ge s$

- 情形3：第一名是第二次被录用的人，且第一次录用的为$A_u, r \leq u \leq s-1$

- 记按照情形j录用到第一名，且第一名为A_k的概率为$p_n^{j,k}(r,s)$

情形1：

理同只录用一人，则

$$p_n^{1,k}(r,s) = \frac{1}{n} \cdot \frac{r-1}{k-1}$$

可得

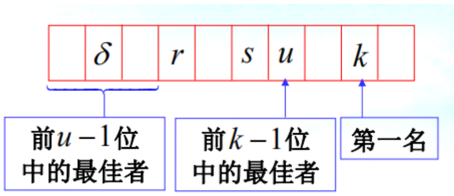
$$p_n^1(r,s) = \sum_{k=r}^{n} \frac{r-1}{n(k-1)} = \frac{r-1}{n} \sum_{k=r-1} n \frac{1}{k}, r \geq 2$$

特殊情况为：

$$p_n^1(1,s) = \frac{1}{n}$$

情形2：

- A_u即为前$k-1$位应聘者中的最佳者
- 设前$u-1$位应聘者中的最佳者为A_δ，则必有$A_\delta \leq r-1$



则会有

$$p_n^{2,k,u}(r,s) = \frac{C_{n-1}^{k-1} C_{k-2}^{u-2} (r-1)(u-2)!(k-u-1)!(n-k)!}{n!} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot \frac{r-1}{u-1}$$

第一个组合代表从除去第一名的剩余$n-1$人中挑出$k-1$个排在第一名前面；第二个排列代表从除去A_u, A_δ的$k-2$人中挑出 $u-2$个排在A_u的前面；$r-1$代表A_δ有$r-1$个位置可取；$(u-2)!$代表这些应聘者可取的排列数，$(k-u-1)!$代表A_u与A_k之间的应聘者的排列数。

求和则有：

$$p_n^2 = \frac{r-1}{n} \sum_{k=s}^{n} \sum_{u=s}^{k-1} \frac{1}{(u-1)(k-1)}$$

情形3：

记前$k-1$位应聘者中的最佳者为

$\aleph_0$
$\in \notin /$
$\neq$
$\lfloor \rfloor$
$\lceil \rceil$

$\times \quad \pm \quad \div \quad | \quad \cdot \quad \cdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \circ \quad * \quad \equiv \quad \pmod{56} \quad \leq \quad \geq \quad \neq \quad \approx \quad \nabla \quad \forall \quad \exists \quad \emptyset \quad \varnothing$

$\hat{y} \quad \check{y} \quad \breve{y} \quad \bar{x} \quad \acute{y} \quad \ddot{y} \quad \dot{y} \quad \tilde{y}\overline{abd} \quad \underline{scbiusa} \quad p \to q$
$\lim\limits_{n \to +\infty}$

$\xrightarrow[f(x)]{g(x)}$

$\frac{N}{2}$
$\frac{a+1}{b+1}$
$\{A, B\}$
$\sqrt[5]{b}$
$\sum\limits_{1}^{\infty}$
$\sum_1^n \int_1^\infty \prod \cup \cap \iint$

⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳

Chaptcer 06 Counting 计数

xosachoia

Chaptcer 06 Counting 计数

xosachoia

$\mathrm{A}\alpha$
$\mathrm{B}\beta$
$\Gamma\gamma$
$\Delta\delta$
$\mathrm{E}\epsilon$
$\mathrm{Z}\zeta$
$\mathrm{H}\eta$
$\Theta\theta$
$\mathrm{I}\iota$
$\mathrm{K}\kappa$
$\Lambda\lambda$
$\mathrm{M}\mu$
$\mathrm{N}\nu$
$\Xi\xi$
$\mathrm{O}o$
$\Pi\pi$
$\mathrm{P}\rho$
$\Sigma\sigma$
$\mathrm{T}\tau$

$\Upsilon\upsilon$
$\Phi\phi$
$\mathrm{X}\chi$
$\Psi\psi$
$\Omega\omega$

$\mathcal{ABC}$

$\overset{2}{\underset{1}{\theta}} \quad {}_2^1S_4^3 \quad {}_1^2S$

$$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{Vmatrix}$$

$$f(x) = \begin{cases} x = & \cos(t) \\ y = & \sin(t) \\ z = & \dfrac{x}{y} \end{cases}$$

$$F^{HLLC} = \begin{cases} F_L & 0 < S_L \\ F_L^* & S_L \leq 0 < S_M \\ F_R^* & S_M \leq 0 < S_R \\ F_R & S_R \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{x=0} \\ 1 & \text{x!=0} \end{cases}$$