

图论

子图

生成子图: $V' = V$

导出子图: $G(V'), G/V', G(E'), G/E'$

顶点覆盖: E 中的每一条边至少有一个端点在 S 中

独立集: S 中任意两个顶点在 G 中均不相邻

支配集: 若任意 V/S 中顶点均与 S 中某个顶点关联

匹配

匹配:

E 的非空子集 M 称为 G 的一个匹配, 若 M 中任何两条边在 G 中均不相邻

完美匹配:

G 中所有顶点都与匹配 M 中某条边关联

还有**最大基数匹配**等匹配

Hall定理

设 $G = (X \cup Y, E)$ 为Bipartite graph, 则存在匹配 M 使得 X 中任意一个顶点均与 M 中某条边关联的充要条件为 $|S| \leq |N_G(S)|, \forall S \subseteq X$. $N_G(S)$ 为 G 中所有与 S 相邻的顶点集

能把 X 全部分配完

Tutte定理

图 $G = (V, E)$ 有完美匹配的充要条件是对任意 $S \subseteq V$, 导出子图 V/S 的奇数阶连通分支的数不超过 $|S|$

边着色

排课表问题等价于 G 的边着色问题, 每天最少课时数即为 $\chi'(G)$

最大流最小割定理

任意网络中, 最大流量等于最小割量