

## 作业-课后练习4

### ■ 证明

- 对于含有 $n$ 个内节点的二元树,证明 $E=2n+I$ 。其中 $E,I$ 分别为外部和内部路径长度。
- 作业提交到课程网站上
- Word文档即可

本题易用数学归纳法证明：

- 当 $n = 1$ 时，自然有 $E = 2, I = 0$ ，本式成立
- 假设当 $n = k$ 时，本式成立，则对于 $n = k + 1$ 的情况，由于扩展二元树的性质，必然存在一内节点，记其高度为 $h$ ，将其与与之相连的两个外界点拿去，则剩余部分构成一内节点数为 $k$ 的新树，其满足 $E_k = 2k + I_k$ ，而再还原此树，则有 $E_n = E_k - h + 2(h + 1), I_n = I_k + h$ ，进而有 $E_n = 2k + 2 + I_k + h = 2n + I_n$ ，本式成立
- 由上，本题证毕