(1)、$\max Z = 3x_1 + 4x_2 + x_3$

化为标准型:

$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 4$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 3$

$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \cdots 5$

系数矩阵: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $rank = 2$, 取 x_4. x_5 为基变量

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	θ
x_4	2	3	1	1	0	4	$\frac{4}{3}$
x_5	1	2	2	0	1	3	$\frac{3}{2}$
σ	3	4	1	0	0	0	
x_2	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
x_5	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	M
σ	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	$-\frac{16}{3}$	
x_1	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	2	$\frac{4}{3}$
x_5	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	1	
σ	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	-6	

最优解为 $(2, 0, 0)$, $\max z = 6$

(2). $\ell = 3, 2, -\frac{1}{8}$

$$A = \begin{matrix} -1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \qquad b = \begin{matrix} 4 \\ 12 \\ 10 \end{matrix}$$

rank(A) =3，则记 x_4, x_5, x_6 为基变量

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	θ
x_4	-1	2	3	1	0	0	4	M
x_3	4	0	-2	0	1	0	12	3
x_6	3	8	4	0	0	1	10	3.3
ℓ	3	2	$-\frac{1}{8}$	0	0	0	0	
x_1	1	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	3	X
x_4	0	2	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	0	15	7.3
x_6	0	8	$\frac{11}{2}$	0	$-\frac{3}{4}$	1	1	$\frac{1}{8}$
ℓ	0	2	$\frac{11}{8}$	0	$-\frac{3}{4}$	0	-9	
x_2	0	1	$\frac{11}{16}$	0	$-\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	
x_1	1	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	3	
x_4	0	0	$\frac{9}{8}$	1	$\frac{7}{16}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{59}{4}$	
ℓ	0	0	0	0	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{37}{4}$	

有多重最优解，其中之一为 $(3, \frac{1}{8}, 0)$ $\max z = \frac{37}{4}$