

标准 4 级 4 阶 R-K 法

一、算法原理

利用泰勒展开可以导出龙格-库塔法，m 级龙格-库塔法的一般形式为：

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{i+1} = y_i + \lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 + \cdots + \lambda_m K_m \\ K_1 = hf(x_i, y_i) \\ K_2 = hf(x_i + \alpha_2 h, y_i + \beta_{21} K_1) \\ K_3 = hf(x_i + \alpha_3 h, y_i + \beta_{31} K_1 + \beta_{32} K_2) \\ \cdots \\ K_m = hf(x_i + \alpha_m h, y_i + \beta_{m,1} K_1 + \beta_{m,2} K_2 \cdots + \beta_{m,m-1} K_{m-1}) \end{array} \right.$$

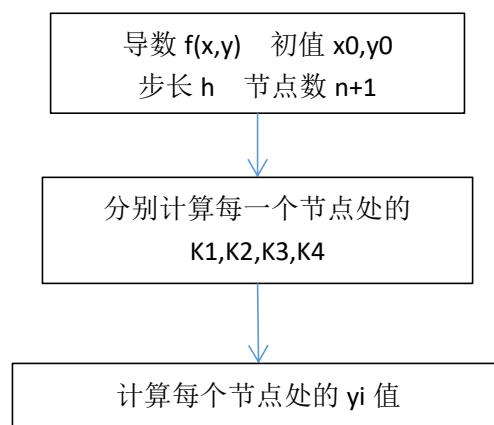
其中， λ_i ， α_i ， β_i 为常数，由待定系数法确定，确定的原则是将截断误差 $R[y]$

做泰勒展开，适当选取 H 的系数，使得截断误差 $R[y]$ 的阶数尽可能高。

根据上述方法，可得标准 4 级 4 阶 R-K 法如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 = hf(x_i, y_i) \\ K_2 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_1) \\ K_3 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}K_2) \\ K_4 = hf(x_i + h, y_i + K_3) \end{array} \right.$$

二、程序框图



三、程序使用说明

此部分见程序代码。

四、算例计算结果

习题 9.5:

取 $h=0.1$ ，利用标准 4 级 4 阶 R-K 法求解初值问题

$$y' = 1 - y, \quad y(0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

```
>> f=inline('1-y','x','y')
```

```
f =
```

内联函数:

$f(x, y) = 1 - y$

```
>> [y] = untitled3(10, 0.1, 0, 0, f)
```

```
y =
```

1 至 6 列

0	0.0952	0.1813	0.2592	0.3297	0.3935
---	--------	--------	--------	--------	--------

7 至 11 列

0.4512	0.5034	0.5507	0.5934	0.6321
--------	--------	--------	--------	--------