

Minimum Hard-Capacity Disk Multi-Coverage problem

由于无人机(unmanned aerial vehicles, UAVs)的可操作性与不断增长的可负担性, UAV 在无线通信系统中有着许多的潜在应用。尤其在一些例如战场或受灾现场等没有通信基础设施覆盖的区域, 无人机赋能的移动基站(mobile base stations, MBSs)可以很容易地部署在这些区域并提供无线通信连接。与传统的地面基站相比(base stations, BSs)(包含一些车载基站), 为了达到信号覆盖某片区域中位置已知的地面终端(ground terminals, GTs), UAV 赋能的 MBSs 可以部署在任何位置并且能仅在无人机的航空特性的约束下任意移动。在发生重大自然灾害后, 地面的基础通信设施通常会遭到毁坏而产生通信中断, 重要的通信信息被阻绝, 危及受灾群众的生命安全, 加剧灾后救援的难度。(无人机因为具有快速部署等优点, 能够通过装备应急基站提供有效的空地视距链路覆盖受灾地区, 在应急通信领域具有广泛的应用前景[1]。)

为了保障人名群众的生命财产安全, 加快灾后重建恢复工作, 我们需要尽快为 GTs 提供通讯保障。根据实际的通信需求, 倚靠人口分布、受灾情况等信息选定一些潜在的可选无人机部署位置。在通信需求的约束下选择最少的无人机数量恢复该片区域的通信网络是一个至关重要的问题。

现有 m 个无人机赋能的 MBSs(简称为 MBS)位置预置点用集合 A 表示, n 个地面终端(GT)用 U 表示。每个 MBS $a_i \in A$ 的信号覆盖半径 r_i , 且每个 MBS 的带宽资源有限, 为 BW_i 。我们将 a_i 形成的半径为 r_i 的覆盖区域用 D_i 表示, 那么所有覆盖区域的集合为 \mathcal{D} 。每个 GT $u_j \in U$, 需要某个 MBS 为其提供服务, 其带宽需求为 BR_j 。已知每一个 GT 都在某个信号覆盖区域 $D_k \in \mathcal{D}$ 内。现要在 MBS 带宽资源有限的约束下, 选择最少个数的 MBSs, 以至于它们能为所有 GTs 提供服务。我们用 y_i 表示是否选择 a_i , 当 $y_i = 1$ 时表明我们选择了 a_i 作为最终结果之一的 MBS。用 x_{ij} 表示是否令 a_i 为 u_j 分配带宽资源提供服务, 当 $x_{ij} = 1$ 时表明 u_j 被 a_i 服务。根据以上描述, 我们可以给出该问题的整数规划形式:

$$\min: \sum_{D_i \in \mathcal{D}} y_i \quad (1)$$

$$\text{s.t. } x_{ij} \leq y_i, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (1.1)$$

$$\sum_{u_j \in U} (x_{ij} \cdot BR_j) \leq y_i \cdot BW_i, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (1.2)$$

$$\sum_{D_i \in \mathcal{D}} x_{ij} = 1, \forall u_j \in U. \quad (1.3)$$

$$x_{ij} = 0, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D} \text{ such that } u_j \notin D_i. \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (1.5)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (1.6)$$

约束(1.1)的含义是, 只有选择圆盘 D_i 之后, u_j 才能被 a_i 服务。约束(1.2)是每一个 MBS 的带宽资源容量资源约束, 它服务的 GT 带宽需求之和不能超过其自身的能力。约束(1.3)的表示每一个 GT 都必须被服务。约束(1.3)的含义是如果 u_j 不在圆盘 D_i 的范围内, 那么 $x_{ij} = 0$ 。约束(1.5)与(1.6)为两个整数决策变量约束。我们将整数规划(1)松弛后能得到其线性规划(2):

批注 [z1]: 1. 关于本文的物理背景, 在

"D:\Myschool\graduate_school\02Graduate\学习
\Fundamentals_Wireless_Communication.pdf"一文中可
详细查阅。

2. 关于本文物理背景, 最重要的内容是关于信号覆盖半
径与功率的关系。无人机与地面终端之间的通信信道由
line-of-sight(LOS)链接确定。物理模型可更据此建立。

$$\min: \sum_{D_i \in \mathcal{D}} y_i \quad (2)$$

$$\text{s.t. } x_{ij} \leq y_i, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (2.1)$$

$$\sum_{u_j \in U} (x_{ij} \cdot BR_j) \leq y_i \cdot BW_i, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (2.2)$$

$$\sum_{D_i \in \mathcal{D}} x_{ij} = 1, \forall u_j \in U. \quad (2.3)$$

$$x_{ij} = 0, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D} \text{ such that } u_j \notin D_i. \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall u_j \in U, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (2.5)$$

$$0 \leq y_i \leq 1, \forall D_i \in \mathcal{D}. \quad (2.6)$$

我们可以在多项式时间内得到规划 2 的分数解 $\varphi = (x, y)$ 。因为约束(2.3)， x 的值最终

批注 [张2]: 此处进行能多项式时间解线性规划的批注。

也不会超过 1。对于分数解 φ ，如果我们选择所有 $y_i > 0, D_i \in \mathcal{D}$ 对应的圆盘，这虽然是一个 MHCDCM 问题的可行解，但这相比于最优解是一个很差的结果。所以本文提出一个新颖的舍入算法来对分数解 φ 进行舍入，以此得到一个性能更好结果。概括地讲，该舍入算法主要分为三个主要步骤，分别是“Preprocessing”、“Clustering”以及“Selection of APs”。

为了便于后文对解的处理，我们给出以下定义对 AP 进行分类。

定义 1 对于圆盘 D_i ，若 $y_i = 1$ ，我们称之为 heavy disk，所有 heavy disk 的集合用 \mathcal{H} 表示；

若 $0 < y_i \leq 0.5$ ，我们称之为 light disk，所有 light disk 的集合用 \mathcal{L} 表示。

经过定义 1，我们可以根据结果 φ 得到其对应的 heavy disk 集合 \mathcal{H} 与 light disk 集合 \mathcal{L} 。

对于 $0.5 < y_i < 1$ 的 disk，我们将在之后的步骤对他们进行处理。

预处理（Preprocessing）

对于任意一个用户 u_j ，若条件 $\sum_{D_i \in \mathcal{L}, x_{ij} > 0} y_i \leq 1/2$ 不满足，那么我们可以将结果 φ 中对 u_j 提供服务的 light disk 进行处理，以此减少轻球的数量。我们通过一种分级分组的方法，得到一个中间结果 $\bar{\varphi}$ ，其中 $\text{cost}(\bar{\varphi}) = O(\varepsilon^{-2} \log(1/\varepsilon)) \cdot \text{cost}(\varphi)$ （ $\text{cost}(\cdot)$ 表示可行解的目标值）。

剩下的轻球可以通过将其半径扩大 $(1+\varepsilon)$ 倍来覆盖原本覆盖不到的用户。 ε 可以赋予一个实际含义，在无线通信中，可以根据信号发射天线的功率、天线与用户的距离等参数计算信号的信噪比。对于 a_i 形成的半径为 r_i 的信号圆盘 D_i ，界定圆盘边缘的是某个信噪比值设为 SNR_{ij} ，即为初始条件下用户 u_j 能接受的最小信噪比。之后，可以从以下两个角度选择一个来对 ε 进行解释：（1）对于任何一个信号发射装置，都有超频的功能（暂时提升功率以提升信噪比），但这个幅度是十分有限的，这个实际的物理性质会影响 ε 的大小；（2）对于任何一个用户，都有一个通信质量容忍度（即对 SNR_{ij} 的界定），但在实际情况中容忍度可能变化，

变化的幅度可以与 ε 相关。

经过预处理步骤，我们得到可行解 $\bar{\varphi} = (\bar{x}, \bar{y})$ ，其中所有圆盘要么为 heavy，要么为 light（不存在 $0.5 < \bar{y}_i < 1$ 的圆盘）。并且对于 light disk 集合 \mathcal{L} 而言，满足以下性质：对于任意一个用户 u_j ，
$$\sum_{D_i \in \mathcal{L}: x_{ij} > 0} \bar{y}_i \leq 1/2。$$

聚类（Clustering）

在这一步，我们将所有 $\bar{y}_i > 0$ 的 disk 进行聚类，其中每一个 heavy disk 对应一个簇。在聚类过程中，每一个 light disk 都会被聚类到某一个簇中。在后面的步骤中，我们将依次地从每一个簇中选择某些 disk 添加到最终解中。

选择 Aps（Selection of APs）

在经过聚类步骤之后，所有需要考虑的 disk 被分为了多个簇，在此步骤中要依次对每个簇进行操作。在每个簇中，都有一个 heavy disk 与若干 light disk，使用与预处理步骤相同的分级方法，能在每个簇中选择若干 disk 添加到最终结果中。