Minimum Hard-Capacity Disk Multi-Coverage problem

在某片区域中，计划在某几个点安装无线接入点。我们预先设定一些可能被安置基站的站点，所有站点在额定功率下的有限覆盖范围能够覆盖所有该区域中的用户。现要在基站有限的功率、有限带宽资源条件下，选择最少的基站站点，为该区域所有用户提供服务。此时被选择的基站可以通过调整其功率来调整其信号覆盖范围，以覆盖那些他们无法覆盖的用户。

首先，我们不考虑无线接入点的功率上限，在后面的我们提出的算法中，我们会先设定一个无线接入点的功率的扩大系数。该系数与实际的无线接入点设备有关，也会影响本文算法的性能。

个无线接入点用集合表示，个用户用表示。每个无线接入点，根据其额定功率，能够确定一个信号覆盖半径，且每个基站的带宽资源有限，为。我们将每个无线接入点形成的半径为的覆盖区域用表示，那么所有覆盖区域的集合为。每个用户，需要某个基站为其提供服务，其带宽需求为。已知每一个用户都在某个信号覆盖区域内。现要在无线接入点带宽资源有限的约束下，选择最少个数的无线接入点，以至于它们能为所有用户提供服务。我们用表示是否选择无线接入点，当时表明我们选择了作为最终结果之一的无线接入点。用表示是否令为分配带宽资源提供服务，当时表明被服务。根据以上描述，我们可以给出该问题的整数规划形式：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
| s.t. |  | (1.1) |
|  |  | (1.2) |
|  |  | (1.3) |
|  |  | (1.4) |
|  |  | (1.5) |
|  |  | (1.6) |

约束(1.1)的含义是，只有选择圆盘之后，用户才能被无线接入点服务。约束(1.2)是每一个无线接入点的带宽资源容量资源约束，它服务的用户带宽需求之和不能超过其自身的能力。约束(1.3)的表示每一个用户都必须被服务。约束(1.3)的含义是如果用户不在圆盘的范围内，那么。约束(1.5)与(1.6)为两个整数决策变量约束。我们将整数规划(1)松弛后能得到其线性规划(2):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |
| s.t. |  | (2.1) |
|  |  | (2.2) |
|  |  | (2.3) |
|  |  | (2.4) |
|  |  | (2.5) |
|  |  | (2.6) |

我们可以在多项式时间内得到规划2的分数解。因为约束(2.3)，的值最终也不会超过1. 对于分数解，如果我们选择所有对应的圆盘，这虽然是一个MHCDMC问题的可行解，但这相比于最优解是一个很差的结果。所以本文提出一个新颖的舍入算法来对分数解进行舍入，以此得到一个性能更好结果。概括地讲，该舍入算法主要分为三个主要步骤，分别是“Preprocessing”、“Clustering”以及“Selection of APs”。

为了便于后文对解的处理，我们给出以下定义对AP进行分类。

**定义1** 对于圆盘，若，我们称之为heavy disk，所有heavy disk的集合用表示；若，我们称之为light disk，所有light disk的集合用表示。

经过定义1，我们可以根据结果得到其对应的heavy disk集合与light disk集合。对于的disk，我们将在之后的步骤对他们进行处理。

**预处理（Preprocessing）**

对于任意一个用户，若条件不满足，那么我们可以将结果中对提供服务的light disk进行处理，以此减少轻球的数量。我们通过一种分级分组的方法，得到一个中间结果，其中（表示可行解的目标值）。

剩下的轻球可以通过将其半径扩大倍来覆盖原本覆盖不到的用户。可以赋予一个实际含义，在无线通信中，可以根据信号发射天线的功率、天线与用户的距离等参数计算信号的信噪比。对于AP形成的半径为的信号圆盘，界定圆盘边缘的是某个信噪比值设为，即为初始条件下用户能接受的最小信噪比。之后，可以从以下两个角度选择一个来对进行解释：（1）对于任何一个信号发射装置，都有超频的功能（暂时提升功率以提升信噪比），但这个幅度是十分有限的，这个实际的物理性质会影响的大小；（2）对于任何一个用户，都有一个通信质量容忍度（即对的界定），但在实际情况中容忍度可能变化，变化的幅度可以与相关。

经过预处理步骤，我们得到可行解，其中所有圆盘要么为heavy，要么为light（不存在的圆盘）。并且对于light disk 集合而言，满足以下性质：对于任意一个用户，。

**聚类（Clustering）**

在这一步，我们将所有的disk进行聚类，其中每一个heavy disk对应一个簇。在聚类过程中，每一个light disk都会被聚类到某一个簇中。在后面的步骤中，我们将依次地从每一个簇中选择某些disk添加到最终解中。

**选择Aps（Selection of APs）**

在经过聚类步骤之后，所有需要考虑的disk被分为了多个簇，在此步骤中要依次对每个簇进行操作。在每个簇中，都有一个heavy disk与若干light disk，使用与预处理步骤相同的分级方法，能在每个簇中选择若干disk添加到最终结果中。