

量子场论 I

第十二课 第一个Feynman图

课件下载 https://github.com/zqhuang/SYSU_QFTI

相互作用(Interaction)绘景

假设Hamilton算符可以拆成两部分: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, 则在各种绘景下态和可观测量算符的演化方程为:

	Schrödinger	Heisenberg	Interaction
State	$\frac{d \psi\rangle}{dt} = -i\hat{H} \psi\rangle$	constant	$\frac{d \psi\rangle}{dt} = -i\hat{H}_I \psi\rangle$
Observable	const.	$\frac{d\hat{O}}{dt} = -i[\hat{O}, \hat{H}]$	$\frac{d\hat{O}}{dt} = -i[\hat{O}, \hat{H}_0]$

注意

- ▶ 非可观测量算符不一定遵循上述变化规律, 例如密度矩阵 $|\psi\rangle\langle\psi|$ 需要按态的演化方程去计算, 而不遵循可观测量的算符演化方程。
- ▶ Schrödinger绘景和Heisenberg绘景都是Interaction绘景的特例, 前者是取了 $\hat{H}_0 = 0$, 后者是取了 $\hat{H}_I = 0$

证明一切绘景等价

我们只要证明一切Interaction绘景和Schödinger绘景等价，Heisenberg绘景作为Interaction绘景的一种特殊情况则无须再额外证明。所谓两个绘景等价是指任何可观测量的矩阵元 $\langle\psi_1|\hat{O}|\psi_2\rangle$ 在两个绘景里都相同。

把Schödinger绘景下的可观测算符记为 $(\hat{O})_S$ ，态记为 $|\psi\rangle_S$ 。Interaction绘景下的可观测算符记为 $(\hat{O})_I$ ，态记为 $|\psi\rangle_I$ 。假设在 $t=0$ 时刻两个绘景下的可观测算符和态均相同，之后分别按各自绘景下的演化方程进行演化。

- ▶ 证明 $(\hat{H}_0)_I$ 不随时间变化，从而有 $(\hat{H}_0)_I = (\hat{H}_0)_S$ 。对 H_0 我们无须再注明是哪个绘景。
- ▶ 证明 $(\hat{O})_I = e^{i\hat{H}_0 t}(\hat{O})_S e^{-i\hat{H}_0 t}$ ，特别地 $(\hat{H}_I)_I = e^{i\hat{H}_0 t}(\hat{H}_I)_S e^{-i\hat{H}_0 t}$ 。
- ▶ 证明 $|\psi\rangle_I = e^{i\hat{H}_0 t}|\psi\rangle_S$
- ▶ 证明对任何态 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ ， $\langle\psi_1|\hat{O}|\psi_2\rangle$ 在两个绘景下相同。

