

量子场论 I

第八次 课后作业 (5题共2.5分, 模拟期末考试题)

交作业时间: 12月19日, 星期一, 13: 30pm

课件下载 https://github.com/zqhuang/SYSU_QFTI

第1题(0.5分)

在自然单位制下，牛顿引力常数的量纲是质量量纲的多少次方？

第2题(0.5分)

以复标量场和 $U(1)$ 规范场为例说明什么是定域规范变换不变性。

第3题(0.5分)

简要解释如何从自由场量子化的表达式中直接读出入射和出射粒子的外线的Feynman规则。

第4题(0.5分)

设某独立系统的哈密顿算符 \hat{H} 可以写成两项之和

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2$$

取薛定谔绘景，证明：在很短时间 dt 内，系统波函数 $|\psi\rangle$ 的演化 $e^{-i\hat{H}dt}|\psi\rangle$ 用下式leapfrog近似

$$e^{-i\hat{H}dt}|\psi\rangle \approx e^{-i\hat{H}_1 dt/2} e^{-i\hat{H}_2 dt} e^{-i\hat{H}_1 dt/2} |\psi\rangle$$

的误差为 $O(dt^3)$ 的量级。

第5题(0.5分)

课上我们学习了自由复标量场的量子化表达式

$$\hat{\phi}_{\text{free}}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{d^3\mathbf{k}}{2\omega}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-ik_{\mu}x^{\mu}} + \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} e^{ik_{\mu}x^{\mu}} \right)$$

现在考虑一个有自相互作用的复标量场

$$\mathcal{L} = \partial^{\mu} \phi^{\dagger} \partial_{\mu} \phi - m^2 \phi^{\dagger} \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^{\dagger} \phi)^2$$

这里 $0 < \lambda \ll 1$ 。我们已经知道复标量场有 a , b 两种粒子互为反粒子。动量为 p_1 的 a 粒子和动量为 p_2 的 b 粒子发生散射变为动量为 p_3 的 a 粒子和动量为 p_4 的 b 粒子。仅考虑最低阶近似，用实线表示 a 粒子，用波浪线代表 b 粒子，请画出 Feynman 图并求出散射振幅。