2016年中山大学物理与天文学院 量子场论I 期末考试 (1-2页，共4页) 总分50分

姓名 .... 学号 ....

(一) Dirac旋量理论里的Feynman符号$\not{A}$的定义是什么？(3分)它是γ矩阵和矢量（看成4×1矩阵）的矩阵乘积吗？ (2分) 带形式下标的γ矩阵（即γ_μ)的定义是什么?(3分)它是γ矩阵和度规（看成4×4矩阵）的矩阵乘积吗？(2分)

(二) Noether定理中的“对称性”是如何定义的? (2分) 分别说明下述对称性分别对应了什么守恒量：a) 时间平移对称性 (2分); b) 空间平移对称性 (2分); c) 空间旋转对称性 (2分); d) QED中的$U(1)$规范不变性 (2分)。

(三) 实标量场ϕ和实矢量场A_μ的拉氏密度为

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{e^{2\phi/M}}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

其中$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$；质量$m$和描述耦合强度的$M \gg m$均为常量。

(1)写出ϕ场的运动方程 (5分)。

(2)写出A_μ场的运动方程 (3分)。

(3)定义新的矢量场$B_\mu \equiv e^{\phi/M}A_\mu$和简写符号$G_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$。以$B_\mu$和$\phi$写出拉氏密度 (1分) 如果把该拉氏密度看成对$B_\mu$和$\phi$的自由场拉氏密度的微扰，那么拉氏密度里哪些项是微扰项？ (1分)

姓名 ....   学号 ....

(四) 我们在课上学习了Dirac方程的对应于动量$\mathbf{k}$和自旋s的解$u_{\mathbf{k},s}$, $\upsilon_{\mathbf{k},s}$满足

$$(\not{k}-m)u_{\mathbf{k},s}=0;\quad (\not{k}+m)\upsilon_{-\mathbf{k},s}=0;\quad \sum_s u_{\mathbf{k},s}\bar{u}_{\mathbf{k},s}=\frac{\not{k}+m}{2\omega};\quad \sum_s \upsilon_{-\mathbf{k},s}\bar{\upsilon}_{-\mathbf{k},s}=\frac{\not{k}-m}{2\omega}$$

其中$k^0=\omega=\sqrt{m^2+\mathbf{k}^2}$, m为电子的质量。

设p和p'为两个电子的四维动量，k和k'为两个光子的四维动量，试化简下列式子。

(1) $\mathrm{Tr}\left(\not{p}\gamma^0\right)$ (2分)

(2) $\mathrm{Tr}\left(\not{p}\not{k}\gamma^5\right)$ (2分)

(3) $\mathrm{Tr}\left((\not{p}\not{k})^2\right)$ (2分)

(4) $\sum_{s,s'}\left(\bar{u}_{\mathbf{p},s}\,(\not{p}-m)\,\upsilon_{-\mathbf{p}',s'}\right)\left(\bar{\upsilon}_{-\mathbf{p}',s'}\,\frac{1}{\not{p}-\not{k}'+m}\,u_{\mathbf{p},s}\right)$ (2分)

(5) $\sum_{s,s'}\left(\bar{u}_{\mathbf{p},s}\,\gamma^\nu(\not{p}+\not{p}')\gamma_\nu\,\upsilon_{-\mathbf{p}',s'}\right)\left(\bar{\upsilon}_{-\mathbf{p}',s'}\,\gamma^\mu(\not{p}'+\not{k}+m)\frac{1}{\not{p}-\not{k}'+m}(\not{p}-2\not{k}'+m)\gamma_\mu\,u_{\mathbf{p},s}\right)$ (2分)

(五) 我们在课上学习了自由实标量场的量子化：

$$\hat{\phi}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{d^3\mathbf{k}}{2\omega}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-ik_\mu x^\mu} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{ik_\mu x^\mu} \right)$$

现已知相互作用的两个实标量场ϕ和χ，拉氏密度为

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - \frac{1}{2}M^2(\phi^2+\chi^2) - \frac{\lambda}{4}(\phi-m)^2\chi^2$$

其中M和m为常量，满足$m \lesssim M$；$\lambda \ll 1$是耦合常数。
考虑散射问题：四维动量为p_1的ϕ粒子和四维动量为p_2的χ粒子发生散射，变成四维动量为p_3的ϕ粒子和四维动量为p_4的χ粒子。

(1) 用实线表示ϕ粒子，用波浪线表示χ粒子，画出所有不含内线或者含一条内线的Feynman图 (6分)。在图上标记外线，顶点和内线的Feynman规则 (3分)

(2) 计算上述各个Feynman图对散射振幅$\mathcal{M}$的贡献 (1分)。