## 量子场论 |

脑洞大开作业 (10分, 共5题每题2分, 每题如有特别精彩巧妙的解法额外加1分bonus分, 但bonus分仅在期末总分不超过100分的情况下有效)

允许搜索查阅讨论请教。允许使用任何文献(包括讲义)中的结论,但请指出出处。

交作业时间: 期末考试前任何时间

课件下载 https://github.com/zqhuang/SYSU\_QFTI

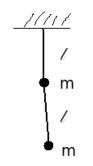
## 第1题 二维空间的Casimir力(2分)

假设"脑洞大开世界"是2维空间加1维时间的平直时空,时空度量 元为

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2$$

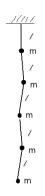
在这个世界里的"脑洞大开人"发现真空中的相距为d的很长的(长度》d)两根平行金属线之间有大小为F的相互作用力,他们认为这是两条金属线之间的真空能的改变引起的作用力,并把这种力称为Casimir力。现在问,当把金属线之间的距离变为d/2,Casimir力变为多大?

## 第2题 只有两个自由度的"量子场"(2分)



如图,在一个长度为 $\ell$ ,质量为m的理想刚性单摆下再悬挂一个相同的单摆。节点处都认为可以无阻力自由转动。本地重力常数为g。试求该系统的量子零点能。

# 第3题 奇怪的一维量子场。(2分)



把上题推广到N个长度为 $\ell$ ,质量为m的理想刚性单摆首位连接挂起来(如左图给出了一个N=5的例子)。记系统的量子零点能为 $E_N$ 。当 $N\to\infty$ 时,所有自由度的平均零点能 $E_N/N$ 趋向于一个常数,试计算这个常数(用 $\ell$ ,g,m来表示)。

注:精确解的求解需要比较巧妙的手段。如果你找不到求解精确解的办法,请尽你所能 地估算一个范围。

## 第4题 环上的量子场(2分)

假设"脑洞大开世界"为一个一维圆环加上一维时间,时空度量元为

$$ds^2 = dt^2 - R^2 d\theta^2$$

其中R > 0为固定常数, $(t,\theta)$ 为时空坐标。在这个时空里的质量为m的实标量场 $\phi(t,\theta)$ 满足周期性边界条件

$$\phi(t,\theta+2\pi)=\phi(t,\theta)$$

其自由场拉氏量为

$$L_{\rm free} = \int_0^{2\pi} d\theta \, \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^2 - m^2 \phi^2 \right]$$

试把₀场量子化。



## 第5题 环上的量子场的散射(2分)

给上题中的场φ加一个自相互作用的拉氏量,

$$L = L_{\text{free}} - \int_0^{2\pi} d\theta \,\, \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

其中λ ≪ 1为耦合常数。

试证明,这个场的两个粒子不可能发生散射变成和初态不同的两个粒子。