

# 量子场论 I

## 第十八课 脑洞大开系列 (一)

课件下载 [https://github.com/zqhuang/SYSU\\_QFTI](https://github.com/zqhuang/SYSU_QFTI)

# 解决物理问题的正确方法

解决物理问题的正确方法：

- 1 理解问题中的物理量的量纲和含义
- 2 用对称性分析，量纲分析，简单的物理原则，或者取某些特殊情况估算答案的形式或数量级
- 3 写下系统的运动方程并求解
- 4 将答案和第2步做比较

步骤1，2，4往往被跳过，那是因为你解的题目有意被设计成书上例题的翻版。总是这样学习的话，遇到不熟悉的问题只会束手无策。

# 例子1

试估算地球表面的大气分子之间的势能大小。

## 例子2

一个半径约为100光年的球状星团中恒星的典型速度约为100km/s。假设恒星的典型质量为太阳质量( $\sim 10^{30}\text{kg}$ )。估算该球状星团中大约有多少颗恒星。

## 例子3

一维无限深势阱的宽度为 $L$ ，试计算势阱中质量为 $m$ 的粒子的基态能量。

## 例子4

黑洞可以看成一个把物质束缚在视界内的“势阱”

- ▶ 中性不旋转的黑洞的视界是什么形状
- ▶ 估算质量为 $M$ 的中性不旋转的黑洞的视界大小
- ▶ **Hawking**通过把量子理论在平直时空外推的方法计算出黑洞有辐射且有温度，试估算估算质量为 $M$ 的中性不旋转的黑洞的温度（假设观测者在远处）

## 课堂讨论：例子5

相对论里能量动量张量  $T^{\mu\nu}$  是对牛顿力学里的质量密度的推广。对静止的理想流体  $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p)$ ，其中  $\rho$  是流体的能量密度， $p$  是流体的压强。

牛顿引力理论里的质量密度就被推广为能量动量张量的迹  $\text{Tr}(T^{\mu\nu}) = \rho + 3p$ 。质量为  $M$  的大质量天体对附近物质的牛顿引力公式可以推广到

$$F = - \int d^3\mathbf{x} \frac{GM(\rho + 3p)\vec{r}}{r^3}$$

光子和质子以相同速度和入射角通过太阳附近，由于受到太阳引力而造成的偏折角分别为  $\theta_\gamma$  和  $\theta_p$ ，求  $\theta_\gamma/\theta_p$ 。

# 理科PhD学生第一守则

拿到问题不知道该干嘛时，先做个傅立叶变换。



# 养成到“对角化”空间考虑问题的习惯

任何拉氏量为二次型的系统都是“自由场”。把拉氏量对角化是透过迷雾看本质的有效方法。

第一守则的由来：当拉氏量里包含了空间偏导时，傅立叶变换往往能成功地把拉氏量对角化。

# 课堂讨论

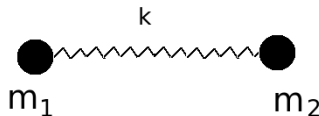
怎样把变量为  $x^1, x^2, \dots, x^n$  的拉氏量

$$L = \frac{1}{2} \dot{x}^i K_{ij} \dot{x}^j - \frac{1}{2} (x^i - b^i) V_{ij} (x^j - b^j)$$

通过变量替换的方法变为  $n$  个独立谐振子的拉氏量之和？（注意我课上开始讲错了，动能项若显含一个速度平移  $v_i$  则一般不能转化成谐振子之和。）

## 例子6

如图，无重力的空间中，质量为 $m_1$ 和 $m_2$ 的两个质点固定在弹性系数为 $k$ ，长度为 $L$ 的弹簧两端。如果在 $t = 0$ 时刻把弹簧压缩到 $L/2$ 后释放，求两个质点之后的位置随时间的变化。



## 例子7

如图，无重力的空间中，质量为 $m_1$ 和 $m_2$ 的两个质点固定在弹性系数为 $k$ 的弹簧两端。求该系统的量子零点能。

思考：该结果和弹簧长度或者参考系有关吗？

