Mock Final Exam II

(一) $U(1)$规范场的量子化结果是什么?(10分)请用语言描述大致上是怎样得到这个结果的。（10分）

(二) 画出正负电子湮灭转变为两个光子的过程

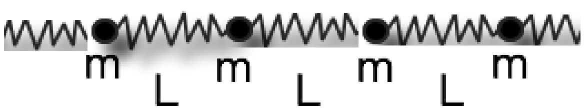
$$e + e^{+} \to 2\gamma$$

的Feynman图。

(三) 如图所示，用无限多个原长度为L，回复系数为k的弹簧把质量为m的质点连接起来，构成了一维无限长链。设各个质点的坐标分别为$\ldots, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \ldots$

(1) 记$\phi_n = x_n - nL$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$，以$\phi_n$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$为变量写出系统的拉氏量。(10分)

(2) 如果要把这个系统量子化，说说你的思路。(10分)



(四) p是电子的四维动量，k是光子的四维动量，m是电子质量。求下列矩阵的迹: (20分）

(1) $\mathrm{Tr}\left(\not{p}\right)$

(2) $\mathrm{Tr}\left(\gamma^{\mu}\not{p}\gamma_{\mu}\not{p}\right)$

(3) $\mathrm{Tr}\left(\not{k}(\not{p}+m)\not{k}(\not{p}-m)\right)$

(4) $\mathrm{Tr}\left((2\not{p}+m)\gamma_{\mu}\frac{1}{\not{p}+\not{k}-m}\gamma^{\mu}\right)$

(五) 我们在课上学习了自由实标量场的量子化:

$$\hat{\phi}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{d^3\mathbf{k}}{2\omega}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-ik_{\mu}x^{\mu}} + \hat{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}} e^{ik_{\mu}x^{\mu}}\right)$$

现已知相互作用的两个实标量场ϕ和χ，拉氏密度为

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi + \frac{1}{2}\partial_{\mu}\chi\partial^{\mu}\chi - \frac{1}{2}M^2(\phi^2+\chi^2) - \frac{gM}{3!}\phi\chi^2 - \frac{\lambda}{4!}\left(\phi^4+\chi^4\right),$$

其中M为常量，$\lambda \ll 1$, $g \ll 1$是耦合常数。
考虑散射问题：四维动量为p_1, p_2的两个χ粒子发生散射，变成四维动量为p_3和p_4的两个χ粒子。
用实线表示ϕ粒子，用波浪线表示χ粒子，画出该散射过程的至少两个拓扑不同的Feynman图，要求在图中标出外线，内线和顶点的Feynman规则（20分）。