



蒋迅 王淑红

说起数学圈里的父子兄弟，伯努利家族无疑是最为人们津津乐道的。这个家族中的雅各布·伯努利、约翰·伯努利、丹尼尔·伯努利以及大尼古拉·伯努利和小尼古拉·伯努利等都是优秀的数学家。这个家族前两代出了五位大数学家，前三代出了八位大数学家，是迄今为止最壮观的一个数学家族。人们对数学的爱好和追求是能够相互影响的。数学界里不乏夫妻数学家、兄弟数学家、父子数学家和父女数学家。这种现象如果放在科学家族的范畴内更为明显。在这里，我们主要以 10 个数学家族为例，来一瞥他们的成长故事。

1. 嘉当父子



埃利·嘉当和亨利·嘉当

老嘉当是 19 世纪的法国数学家埃利·约瑟夫·嘉当 (Élie Joseph Cartan, 1869-1951)。

老嘉当 1869 年 4 月 9 日出生在一个法国铁匠的家里。他自幼天资出众, 获得了国家助学金, 得以完成早年的学业。1888 年, 老嘉当进入法国高等师范专科学校, 毕业后相继在法国多所大学任教。1894 年取得博士学位, 之后在蒙彼利埃大学和里昂大学任教。1903 年老嘉当在里昂大学的最后一年结婚, 同年他转入南锡大学任教授。一年后他和妻子有了第一个孩子亨利·嘉当 (Henri Cartan, 1904-2008)。他就是我们后面将要介绍的小嘉当。老嘉当 1912 年任巴黎大学教授, 直至退休。

老嘉当在李群和微分几何等方面作出了重要成就。以他名字命名的数学术语有: 嘉当联络、嘉当—马尔采夫—岩定理、马尤厄—嘉当微分形式及微分方程、嘉当子群、嘉当定理 (即可解性判定条件) 和嘉当定理 (即半单性的判定条件) 等。他一生获得很多荣誉。1931 年当选为法国科学院院士。说到老嘉当, 中国人能想到的是陈省身。虽然老嘉当不是陈省身的博士导师, 但他显然非常看重陈省身的潜力。他每两个星期就约陈省身去他家里谈一次, 每次一小时。

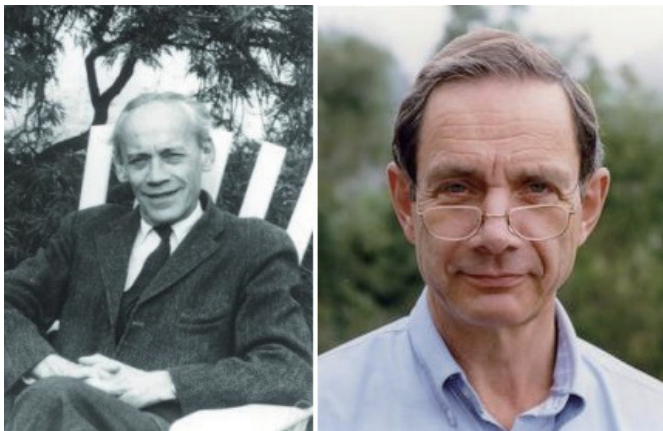
嘉当的家庭看中音乐, 所有的孩子都演奏音乐。尽管老嘉当自己是一位数学家, 但是他从来没有想到过要去影响他的孩子们去从事数学研究。虽然在小嘉当的成长过程中, 他一直准备着回答小嘉当的数学问题, 但是他从来没有比其他人更加强调数学的重要性。尽管如此, 亨利从小就知道他将来会成为一名数学家。

值得一提的是, 亨利在巴黎高等师范专科学校学习时遇到了高一年级的安德烈·韦伊 (André Weil, 1906-1998), 并成为好友。亨利的老师包括加斯頓·朱莉亚 (Gaston Julia, 1893-1978) 和他的父亲老嘉当。当时, 巴黎高等师范专科学校的学生也要同时学习索邦大学的普通课程。亨利于 1928 年从巴黎高等师范专科学校获得博士学位。他的博士导师为保罗·蒙特尔 (Paul Antoine Aristide Montel, 1876-1975), 研究方向为单复变量的函数理论。此后韦伊建议他研究多个复变量的解析函数。而且他和韦伊之间的友谊还促使他们与让·迪厄多内 (Jean Alexandre Eugène Dieudonné, 1906-1992) 等其他几位数学家共同创建了布尔巴基学派。

1931 年, 老嘉当与儿子亨利合作了一篇论文, 名为 *Les transformations des domaines cerclés bornés*。不过, 大多数时候父子俩的工作是相互独立的。但是在这篇文章中, 他们能够运用老嘉当李群方面的专长解决亨利感兴趣的问题。

亨利的研究领域涉及代数几何、层论和同调代数, 特别是在上同调运算、基灵同调群和群上同调上作出重要成就。1980 年, 他获得沃尔夫奖。他是包括法国巴黎科学院在内的众多科学院的院士。中国数学家吴文俊曾跟随他学习。

2. 阿廷父子



埃米尔·阿廷和迈克尔·阿廷

与嘉当父子近乎是同时代的还有阿廷父子。老阿廷就是埃米尔·阿廷(Emil Artin, 1898-1962)。

老阿廷出生于维也纳。在他 8 岁的时候父亲去世，母亲带他改嫁到现在捷克境内的一个德语城市。童年时对数学并没有太大的兴趣，他更喜欢天文和化学，而数学成绩仅仅是一个“及格”(satisfactory)。由于跟继父关系不好，他很高兴能够到维也纳上大学。在维也纳大学，他跟随德国数论学家弗里德里希·富特温格勒(Friederich Furtwängler, 1869-1940)学习数学。经过一段兵役后，老阿廷又到莱比锡大学继续学习数学，师从古斯塔夫·赫格洛茨(Gustav Herglotz, 1881-1953)。1921 年获得了数学博士学位。他的博士论文是关于有限域上的二次函数域，篇幅近 100 页。随后他进入哥廷根大学，与柯朗、希尔伯特、埃米·诺特、西格尔(Carl Ludwig Siegel, 1896-1981)和哈塞(Helmut Hasse, 1898-1979)等数学家成为挚友，在相互切磋中获得很大成长。1922 年秋，他入职汉堡大学。在阿廷等数学家的加入和共同建设下，汉堡大学随即成为德国数学中心之一。

1923 至 1933 年，是阿廷数学生涯最辉煌的时期，他在类域论和抽象代数上作出了突出成就，使他在 20 世纪数学中具有重要地位。

具体来说，在群论方面，他引入辫子群，形成辫子理论，这也是组合群论的重要方向。在环论方面，他证明了极小条件环的结构定理。在域论方面，推进了实域理论，并定性地解决了希尔伯特第 17 问题。他的很多工作对 20 世纪上半叶的数学产生了深刻影响，还对法国布尔巴基学派有着直接影响，被誉为布尔巴基学派的先驱。他曾荣获美国数学会柯尔数论奖。

1929 年 8 月 15 日，在汉堡，老阿廷与其学生娜塔莉·诺莫夫娜·贾斯尼(Natalie Naumovna Jasny)结婚。他们的第二个孩子为迈克尔·阿廷(Michael Artin, 1934-)，迈克尔后来跟他的父亲一样成为了数学家。

由于妻子的父亲是犹太人，老阿廷遇到困难，1937 年失去了在汉堡大学

的职位，于是带全家移民美国。老阿廷家里有着浓郁的音乐氛围。他热爱音乐和教学，在美国把主要精力放在了教学上，先后任教于圣母大学（1937-1938）、印第安纳大学（1938-1946）和普林斯顿大学（1946-1958）。他的学生有塞尔日·兰（Serge Lang, 1927-2005）、约翰·泰特（John Tate, 1925-2019）和王湘浩（1915-1993）等，其中泰特后来娶了老阿廷的长女。

关于老阿廷对教学的喜爱，迈克尔曾写道：“我父亲和我一样热爱教学，他教了我很多东西。有时是数学，但也教野花的名字。我们演奏音乐，检查池水。如果说他给我指明了一个方向，那就是化学。他从未建议我追随他的脚步，我也从未有意识地决定要成为一名数学家。”

阿廷的家是英语和德语双语家庭。1946年老阿廷成为普林斯顿大学的教授。迈克尔在普林斯顿大学完成本科学位，因为其父亲是学校职工的原因，受到的是免费的本科教育。1955年他大学毕业，同年入哈佛大学读研究生。在哈佛大学的第一年虽然获得了硕士学位，但感觉在数学上并不算成功。第二年才真正对数学产生热情，并师从代数几何学家奥斯卡·扎里斯基（Oscar Zariski, 1899-1986），并于1960年取得博士学位，论文是关于 Enriques 曲面的。但他自己觉得不够好，没有发表，这是因为受父母的影响，他对自己有一个很高的标准。博士毕业后，先后在哈佛大学、麻省理工学院工作，访问过几次法国的高等科学研究所，参加了格罗滕迪克的研讨会，这对他当时的代数几何研究产生了主要影响。他取得了许多重要成就，是现代代数几何框架的构建者之一，其代数空间概念推广了格罗滕迪克的概形概念等。2002年，他获得美国数学会斯蒂尔终身成就奖。2005年获得哈佛百年奖章。2013年获得沃尔夫奖。2015年获得美国国家科学奖章。他是美国国家科学院、美国艺术与科学院院士。实际上，迈克尔长大后并没有和自己的父亲共同生活太久，但提起自己的父亲，他总是充满敬意，非常珍视父亲早年对他的教导和影响。可以说，迈克尔的成功离不开父亲的教导，由此看来，老阿廷不仅作为数学家和数学老师非常成功，而且作为一名父亲，他也是十分出色的。

3. 马尔可夫兄弟和父子¹



安德雷·马尔可夫，弗拉基米尔·马尔可夫和小安德雷·马尔可夫

¹ Gely P. Basharin, etc. The life and work of A.A. Markov, Linear Algebra and its Applications 386 (2004) 3-26.

再说一个与嘉当父子和阿廷父子同时代的数学家族，这次是一对兄弟和一对父子马尔可夫。

老马尔可夫是俄国数学家安德雷·马尔可夫 (Andrey Markov, 1856-1922)。他的父亲把他送到一个不符合他口味的古典教育机构，结果他的各科成绩除了数学都不好。1874 年毕业后，他进入圣彼得堡大学，遇到了许多卓有成绩的数学家，其中最重要的一位应该算是切比雪夫。他的毕业论文获得了学校的金奖。他在随机过程领域做出了重要工作，最主要的一项研究后来被称作马尔可夫链和马尔可夫过程。马尔可夫过程是在给定现在状态时，它与过去状态（即该过程的历史路径）是条件独立的随机过程。最有名的马尔可夫过程为马尔可夫链，马尔可夫链作为实际过程的统计模型具有许多应用。但不少其他的过程，包括布朗运动也是马尔可夫过程。除了这两个概念之外，还有一个马尔可夫不等式也很著名。它给出了随机变量的函数大于等于某正数的概率的上界。以老马尔可夫命名的还有数理统计里的高斯 - 马尔可夫定理，扩展了马尔可夫过程的高斯 - 马尔可夫过程，概率论中的马尔可夫性质，还有隐马尔可夫模型、马尔可夫毯、马尔可夫决策过程、马尔可夫网络、马尔可夫方程、马尔可夫矩阵（转移矩阵）等。

如此多的贡献竟然没有为他赢得任何重要的数学大奖。我们能看到的就是以他和另一位马尔可夫（前苏联天文学家亚历山大·弗拉基米罗维奇·马尔可夫）命名的一个月球上的陨石坑和圣彼得堡数学学会荣誉会员。不知数学界是不是把他忘记了？

不要把马尔可夫不等式与马尔可夫兄弟不等式相混淆，后者是老马尔可夫和他的弟弟弗拉基米尔·马尔可夫 (Vladimir Markov, 1871-1897) 于 1890 年代共同证明的（弟弟在 1892 年推广了哥哥的结果）。马尔可夫兄弟都是数学天才，都师从于俄国著名数学家切比雪夫。可惜的是，弟弟弗拉基米尔因患肺结核在 25 岁的时候就去世了，没有机会展示他的天赋。弟弟去世后，哥哥把弟弟写好的硕士论文草稿加以整理并发表。

老马尔可夫有一个儿子，也叫安德雷·马尔可夫 (Andrey Markov Jr., 1903-1979)。为区别起见，我们称老马尔可夫为老马，他的儿子就叫小马。小马沿着父亲的脚步也走上了数学研究的道路。有一次，小马的数学老师突然退休，老马干脆自己去上课。后来他连周末和假期都搭了进去。小马是俄国构造数学和逻辑学的关键奠基人之一，在数学的多个领域里做出了杰出贡献，包括微分方程、拓扑、数理逻辑和数学基础。在数理逻辑方面，在他的名下有马尔可夫原理 (Markov's principle)、马尔可夫定律 (Markov's rule)、纽结理论方面的马尔可夫定理 (Markov theorem)、计算机理论里的马尔可夫算法 (Markov algorithm)。1947 年，他证明了文字问题的半图厄系统是无可判定的。1960 年，他获得了四维流形的分类的基本结果：不存在用于区分具有四个或更多个维度的两个任意流形的通用算法。这一结果对于数学分析的局限性具有深远的意义。

同父亲一样，小马获得的奖励也不多。除了苏联政府授予的非科学类国家奖项外，他只获得了苏联科学院的切比雪夫奖。会不会是政治原因呢？我们不得而知。

4. 帕斯卡父子



布莱兹·帕斯卡

现在让我们逆行时间到十七世纪，说说布莱兹·帕斯卡（Blaise Pascal, 1623-1662）和他的父亲艾蒂安·帕斯卡（Etienne Pascal, 1588-1651）。

老帕斯卡不是一位职业数学家。他是法国克莱蒙费朗市的一位税赋官。这是一个需要数学计算能力方能胜任的差事。庆幸的是老帕斯卡还是一位业余数学家。有一条曲线以他命名：帕斯卡蜗线（Limaçon）。他还在一个科学委员会里，判断一个利用月球运动来确定经线的算法是否实际。

老帕斯卡有三个女儿和一个儿子。儿子布莱兹·帕斯卡七岁的时候，老帕斯卡把家搬到了巴黎。由于看出了儿女的天分，他决定在家中教育他们，并亲自设计非正统的课程。不过，他看到小帕斯卡着迷于几何而忽略了其他古典学科，他偏偏不让他学习几何。小帕斯卡就自己学。竟然无师自通地证明了三角形内角和是 180° 。此举终于打动了老帕斯卡。他放手让儿子去追寻自己的爱好。小帕斯卡在 16 岁发表了一篇一页的短文“圆锥曲线专论”（*Essai pour les coniques*）。其中有一个后来被称为“帕斯卡定理”（Pascal's theorem）的结果，这是后来投影几何学的萌芽。可惜他没有在这个方向上继续下去。

由于父亲的会计和税务评估工作需要大量计算，小帕斯卡希望这种苦难可用机械设备取代，终于在 1645 年设计出“Pascaline”（一台可以辅助加减运算的机械）。20 世纪 70 年代面世的电脑语言 Pascal 即因此而以他为名。

小帕斯卡因为身体不好，只活到了 39 岁。但他留给后人大量的数学财富。他在 1653 年的《论算术三角》中描述了一个二项式系数的表格表示，表中的每个数都等于其肩上的两个数的和，现在被称作帕斯卡三角。在 1654 年，在一个热衷于赌博问题的朋友的影响下，他和费马通信讨论，并因此诞生了概率论。费马和帕斯卡完成的分析和概率的工作给莱布尼茨提出无穷小微积分奠定了基础。他还证实大气压力以及真空的存在，阐述了帕斯卡定律，即对于一个

密闭流体而言，容器的各处有相同的压力（压强）。国际单位制（SI）的压强单位帕斯卡就是以他命名的。人们对他的纪念还有：以帕斯卡的名字命名的布莱兹·帕斯卡大学，滑铁卢大学一年一度的帕斯卡数学竞赛，意大利拍摄了一部传记式的电影《布莱兹·帕斯卡》。

5. 达尔文父子²



乔治·达尔文和查尔斯·高尔顿·达尔文

你没有看错，今天我们要介绍的是数学家达尔文父子。当然不是那位写出了《物种起源》的查尔斯·罗伯特·达尔文（Charles Robert Darwin, 1809-1882），而是这位最著名英国博物学家、地质学家和生物学家的第五个子女、第二个儿子乔治·霍华德·达尔文（George Howard Darwin, 1845-1912）及乔治的儿子查尔斯·高尔顿·达尔文（Charles Galton Darwin, 1887-1962）。

乔治和他的父亲查尔斯·罗伯特·达尔文有一个共同的研究兴趣：地质学。不同的是，他们中的一位关心的是物种的起源，另一位关心的是月球的起源。那么，月球是怎么被从地球分离出去的呢？乔治认为是转动量和潮汐的力量。他所使用的方法来自法国著名的天文学家和数学家皮埃尔-西蒙·拉普拉斯（Pierre-Simon marquis de Laplace, 1749-1827）和英国数学物理学家、工程师威廉·汤姆森（William Thomson, 1824-1907）。乔治考虑的是太阳-地球-月球体系中的潮汐作用，发展出了这样一个理论：月球是在地球早期处于熔融状态并高速旋转时被从地球抛射出去，然后由于潮汐的作用慢慢地漂离地球。这个理论被称为月球形成的“裂变理论”（fission theory）。不过，现在人们普遍不认为月球是由于潮汐作用从地球分离出去的。尽管如此，乔治是第一位将数学作为工具用于研究太阳-地球-月球系统进化的人。

乔治·达尔文获得过英国皇家天文学会金质奖章，出任过英国皇家天文学会会长。他还是英国皇家天文学会的会士，获得过其金奖。他是1908年国际

² 蒋迅，数学家达尔文，<https://mp.weixin.qq.com/s/Lwu6TW3rwOm0Y4rtxiyqSA>。

数学家大会的特邀报告人，担任过剑桥哲学学会的主席，还被奥斯陆大学授予荣誉博士学位。火星上有以他命名的陨石坑。

乔治·达尔文养育了五个子女。他的第二个孩子查尔斯·加尔顿·达尔文 (Charles Galton Darwin, 1887-1962) 后来成为了一名数学物理学家。他比较幸运的是能在丹麦物理学家尼尔斯·玻尔 (Niels Bohr, 1885-1962) 和新西兰物理学家欧内斯特·卢瑟福 (Ernest Rutherford, 1871-1937) 领导下工作，所以做了比较前沿的工作。他感兴趣的是如何利用数学工具分析 X 射线的衍射。在此基础上，他提出了镶嵌晶体 (mosaic crystal) 的概念，并用人们所称的达尔文 - 哈密尔顿方程 (Darwin-Hamilton equation) 来描述其衍射。相比他的父亲乔治，查尔斯的这个模型为人们所接受。1942 年，查尔斯·加尔顿·达尔文获得了大英帝国勋章。他在 1952 年成为美国哲学学会的会员。

6. 丘德诺夫斯基兄弟



大卫·丘德诺夫斯基和格雷戈里·丘德诺夫斯基³

下面是一个哥哥带着弟弟找工作的故事。大卫·丘德诺夫斯基 (David Volfovich Chudnovsky, 1947-) 是哥哥，格雷戈里·丘德诺夫斯基 (Gregory Volfovich Chudnovsky, 1952-) 是弟弟。哥俩出生于乌克兰的首都基辅。似乎弟弟更为优秀一些。在他们很小的时候，父亲给了他们一本由柯朗 (Richard Courant, 1888-1972) 和罗宾斯 (Herbert Robbins, 1915-2001) 合著的数学科普书籍《什么是数学》。被深深吸引的弟弟立志要成为一名数学家。他 16 岁就发表了第一篇数学论文。17 岁的时候，他与尤里·马季亚谢维奇 (Yuri Matiyasevich, 1947-) 几乎同时解决了希尔伯特第十问题。他在 1974 年毕业于基辅大学并在一年后获得了乌克兰科学院的博士学位。但弟弟患有重症肌无力。这大概注定了哥哥终生需要照顾弟弟的结局。为了给弟弟治病，他们全家于 1977 年到达纽约。弟弟没有工作能力，而哥哥坚持要求同时得到两个人的

³ 图片来自 El Confidencial

职位。最后哥伦比亚大学给了他们一个特殊的高级研究员的职位。这个职位没有任课职责。他们就做自己想做的事情。他们在公寓里建了一台超级计算机，他们把它称为“m-0”，他们自己设计了一套计算 π 值的算法。用这个算法，他们多次打破计算 π 值精度的记录。现在这个算法被称为“丘德诺夫斯基算法”（Chudnovsky algorithm）。Mathematica 用的就是这个算法，而且后人也在用这个算法继续打破 π 值的计算记录。

他们的故事本来可能就在纽约的公寓里继续下去，但《纽约客》的一篇文章改变了他们的人生轨迹。一位富裕地产商的妻子在飞机上读到了他们的故事。他们决定联合一帮人来帮助这哥俩。终于在1997年，哥俩一起入职纽约理工大学。学校为他们建立了一个超级计算机中心，并让他们开设了计算机成像的数学课程。他们发表了超过150篇论文，多数都是两人在数论上的合作成果。兄弟二人还曾帮助大都会艺术博物馆拼接用数码相机拍摄的多幅“狩猎独角兽”缙织壁毯。美国公共广播电视公司有专门的纪录片，介绍其中的数学知识。

7. 小野父子



小野孝⁴和小野 Ken⁵

父亲小野孝(Takashi Ono, 1928-)是一位美籍日裔数学家。他的三子 Ken(Ken Ono, 1968-)也是一位数学家。Ken 似乎没有一个日本名字。我们就叫他小野吧。

小野孝1958年毕业于名古屋大学，师从得到过埃米尔·阿廷和亨利·嘉当真传的弥永昌吉(Shokichi Iyanaga, 1906-2006)。受到罗伯特·奥本海默(Julius Robert Oppenheimer, 1904-1967)的邀请，他到普林斯顿高等研究院访问两年。从1961年到1964年，他在加拿大不列颠哥伦比亚大学担任教授。此后他回到美国担任宾夕法尼亚大学和约翰·霍普金斯大学教授直到退休。小野就是在他回到美国后出生的。

小野小时候有点叛逆，他连高中学历都没有得到，后来进入芝加哥大学，在

⁴ 图片来自约翰霍普金斯大学网站

⁵ 图片来自维吉尼亚大学网站

大学期间还迷上了自行车运动。不过，他逐渐步入正轨。1989 年获得学士学位后进入加州大学洛杉矶分校读博。本来他计划学医，但终于感受到父亲的影响而选择了数学。实际上更让小野感到激励的是印度天才数学家拉马努金。他两次从大学退学的经历与自己有些相似，但人家一直在逆境中自强不息。这一点对小野是一个极大的激励。他终于在 1993 年获得了加州大学洛杉矶分校的博士学位。

小野出版了多部专著并在数论、组合学和代数领域发表论文 160 多篇。他极大地扩展了拉马努金的整数分拆理论 (theory of partition congruences)，在马斯形式理论 (theory of Maass forms) 方面做了突出贡献。2014 年，他宣布已经和另外两位数学家一起找到了罗杰斯 - 拉马努金恒等式 (Rogers–Ramanujan identities) 的理论框架。这些发现产生了一个代数数和公式的宝库，他们的工作当年成为世界新闻，在《发现》杂志的 2014 年科学百大事件中排名第 15 位。2015 年，他与别人共同证明了伴影月光猜想 (Umbral moonshine)。他们的全新分析为物理学家们提供了一些线索，提示他们应该从弦理论的何处去寻找将对称群和仿模形式统一化的钥匙。2019 年，他在黎曼猜想上也取得了进展。

小野获得过克林顿总统授予的美国青年科学家与工程师总统奖 (2000 年)、美国国家科学基金会的杰出教学学者奖 (2005 年)、斯隆研究奖、帕卡德奖、古根海姆奖。2012 年，他成为美国数学会的会士。2014 年，他成为《科学美国人》的专栏人物。父亲小野孝是国际数学家大会的受邀发言人和美国数学会的会士。

8. 伯克霍夫父子



乔治·伯克霍夫和加勒特·伯克霍夫

乔治·戴维·伯克霍夫 (George David Birkhoff, 1884-1944) 是一位美国数学家。他在哈佛大学获得本科和硕士学位，在芝加哥大学获得博士学位，师从埃利亚基姆·摩尔 (Eliakim Hastings Moore, 1862-1932)。从 1912 年起，他一直在哈佛大学任教直到他去世。虽然他的博士论文是微分方程方面的，但对他影响最大的是亨利·庞加莱 (Jules Henri Poincaré, 1854-1912)，所以他的研究领域大大地拓宽。比如他曾试图证明四色定理。为此他引入了后来在代数图论

中起重要作用的“色多项式”(chromatic polynomial)的概念。他在三体问题中的一个特殊情况下证明了庞加莱的最终几何定理(Poincaré's last geometric theorem)。这个结果让他一举成名。随后他出版了《动力系统》和《相对论与现代物理》。他证明了史瓦西度规(Schwarzschild metric)是爱因斯坦场方程的唯一球对称解。一个直接推论就是黑洞不再是一个数学上的异物,而可能是质量足够大的球状星体的结果。伯克霍夫的最大贡献是他发现的遍历理论(ergodic theory)。他将统计物理中的遍历假设与测度论相结合,从理论上解决了统计力学的基本问题。遍历定理对动力学、概率论、群论和泛函分析也有影响。

小伯克霍夫名叫加勒特·伯克霍夫(Garrett Birkhoff, 1911-1996)。他小时候可以说是三天打鱼两天晒网。8岁才上学,念了三年后就休学在家玩了一年。12岁再入学读书,幸好遇到了一个优秀的数学老师,这使得他进步很快。不过在第三年他又跟父母周游欧洲一年。回到美国后虽然进入了一个住校的高中,但是他把时间大多花在了体育运动上。上大学前,老伯克霍夫要求他确定一个主科。他选择了数学,因为他“父亲是个数学家”。父亲建议他学数学物理,他起初遵循了父亲的建议并在哈佛大学毕业。然后他到剑桥大学深造。在欧洲他开始转向于抽象代数。比较遗憾的是,他在欧洲没有取得更高的学位,因为在那个时期,博士学位并不是从事高等教育的必不可少的文凭。回到美国后,他一直在哈佛大学任教。他在学术上的成就并不多,能提到的是序理论上的一些工作。他的意义在于他把欧洲在抽象代数上的工作介绍到美国。

老伯克霍夫曾经获得过美国数学会颁发的博谢纪念奖,被选为美国国家科学院院士、美国艺术与科学研究院院士、法国科学院院士、宗座科学院院士,以及伦敦和爱丁堡数学会会士。美国数学会和美国工业与应用数学会联合以他的名义发行伯克霍夫奖。小伯克霍夫也是美国国家科学院院士、美国艺术与科学院院士。他还是古根海姆奖获得者和1948-1949年美国工业与应用数学会的主席。他还是美国数学会颁发的福特奖的获得者。

9. 皮尔斯父子



本杰明·皮尔斯, 詹姆斯·米尔斯·皮尔斯和查尔斯·桑德斯·皮尔斯

美国通才父子本杰明·皮尔斯 (Benjamin Peirce, 1809-1880) 和詹姆斯·米尔斯·皮尔斯 (James Mills Peirce, 1834-1906)、查尔斯·桑德斯·皮尔斯 (Charles Sanders Santiago Peirce, 1839-1914) 是哈佛大学的师生⁶。

父亲本杰明长期在哈佛大学任教, 时间长达 50 年之久。他在代数、统计、数论、数学哲学等领域都颇有建树, 被誉为美国数学的创始之父和纯粹数学之父。他深受哈密尔顿的影响, 1870 年, 宣布了在线性结合代数方面的成果, 研究了低于 7 维的代数, 也就是超复数系, 现在被称作有限维代数。本杰明的这项工作具有创新性, 其结果远远超越了他所处的时代。本杰明因对美国数学的杰出贡献而获得许多荣誉。他为 1847 年成立美国科学促进协会和 1863 年成立美国国家科学院等作了很多工作。他还当选美国哲学学会的会员、英国皇家学会会员等。

本杰明与妻子共育有五个孩子, 其中四个儿子一个女儿。老大詹姆斯·米尔斯·皮尔斯后来成为数学家, 在哈佛大学工作, 从 1890 年到 1895 年还担任哈佛大学研究生院院长。老二查尔斯·桑德斯·皮尔斯也成为了数学家。他的一些工作与他的父亲有一些关联, 就数学而言, 查尔斯也研究过有限维代数。当时人们知道哈密尔顿的四元数为一个可除代数。那么问题是, 实数域上的其他有限维代数, 也就是 n 元实数组的代数, 是否也为可除代数? 1881 年查尔斯独立于弗罗贝尼乌斯解决了这个问题, 断定只有实数域、复数域和四元数代数可为可除代数。当然, 这只是查尔斯工作中的一小部分, 实际上许多人认为查尔斯是美国最有创造性和多才多艺的知识分子。对于数学而言, 他在逻辑、集合论、抽象代数和数学原理方面都作出过重要贡献。这种成长与本杰明的教育不无关系。

本杰明的家庭可以说是一个美国大家庭, 而查尔斯是一位天才。本杰明经常邀请学者、政治家、诗人、科学家和数学家来家里做客。孩子们在这种浓郁的知识分子氛围中茁壮成长。本杰明发现在他的教学中很难发现足够聪明的学生, 但是他从自己的孩子们身上则看到了希望, 似乎他的孩子们具有其他孩子所不具备的天赋。他用自己的教育思想来教育自己的孩子们, 孩子们很早便开始了各个方面的研究工作。然而, 本杰明意识到最伟大的思想家应具有独立的思想, 所以他不约束查尔斯, 以防破坏了查尔斯自己的创见。但也正因为这种对查尔斯独立性的培养, 使得查尔斯不管是上学还是与人相处都遇到困难。他后来的命运多舛与此应该有很大关系。查尔斯 1855 年进入哈佛大学读本科, 四年后毕业。之后继续在哈佛大学读了一年硕士研究生。1861 年他进入哈佛大学劳伦斯科学学院。在哈佛期间继续受到了他父亲的重要影响。1867 年当选美国艺术与科学学院院士。1877 年当选美国国家科学院院士。

⁶ Steve Nadis, 丘成桐, 哈佛数学 150 年, 高等教育出版社, 2021.

10. 皮尔逊父子^{7,8}

卡尔·皮尔逊和埃贡·皮尔逊

卡尔·皮尔逊 (Karl Pearson, 1857-1936) 和埃贡·皮尔逊 (Egon Pearson, 1895-1980) 是一对现代统计学领域中的父子。

让我们先来说老皮尔逊。老皮尔逊的父亲是内殿律师学院的王室法律顾问。他 1875 年参加剑桥大学入学考试，以第二名的成绩获得奖学金入读国王学院。四年之后以数学一等荣誉中第三名的优异成绩毕业。然后他跑到德国海德堡大学去学物理和形而上学，又到了柏林大学学习达尔文主义。他还学习了罗马法律、中世纪德国文学和社会主义思想。他因为崇拜马克思而把自己的名字从 Carl 改成了 Karl。正是他的博学为他将来在现代统计上的创建工作打下了基础。回到英国后，他经过一番周折回到了数学。1884 年，他被任命为伦敦大学学院应用数学系的讲座教授和系主任。他遇到一位动物学家拉斐尔·韦尔顿 (Raphael Weldon, 1860-1906)，一起学习生物统计学和进化论。通过韦尔顿，老皮尔逊又见到了查尔斯·达尔文的表弟，英格兰维多利亚时代的博学家、人类学家、优生学家、热带探险家、地理学家、发明家、气象学家、统计学家、心理学家和遗传学家法兰西斯·高尔顿爵士 (Sir Francis Galton, 1822-1911) 并到了崇拜的地步。他推动伦敦大学学院成立了应用统计系并担任系主任。统计开始成为了数学的一个独立分支。

老皮尔逊的主要贡献有：继法兰西斯·高尔顿之后，他发展了回归与相关的理论，得到总体的概念，并认为统计研究不是样本本身，而是根据样本对总体的推断。由此导出了拟合优度检验：即作为样本取出的若干个体是否拟合从

⁷ 勤学派，漫谈现代统计“四大天王”：卡尔·皮尔逊，<https://posts.careerengine.us/p/5f12c0ca40c467071b99dc57>。

⁸ 勤学派，漫谈现代统计“四大天王”：埃贡·皮尔逊，<https://posts.careerengine.us/p/5f15a27fb600c40b4b0f71ad>。

理论上所确定的总体分布问题。1894年，他提出了矩估计法，并在此后发展了这一方法。1900年，他创立和发展了卡方检定的理论，在理论分布完全给定的情况下，给出了拟合优度检验的卡方统计量的极限定理。他考察一些生物学方面数据后，发现不少分布与正态分布呈明显偏倚，创立了机率密度函数族。他是从数学角度进行生物统计研究的第一人，1901年他与高尔顿、韦尔登一起，创办了《生物统计学》杂志，使生物统计学有了自己的一席之地。1896年被选为英国皇家学会会员，1898年的达尔文奖章获得者，圣安德鲁斯大学和伦敦大学授予他名誉博士学位，他还是爱丁堡皇家学会会员、苏联人类学会会员等。

再来说小皮尔逊。他和他父亲一样，也是一位优秀的英国统计学家。不过他的早期可以说不是一个合格的学二代，这可能是因为他体弱多病的缘故。虽然上了大学，却没有认真完成学业。后来因为参加一战而得到军方的一次特别考试而终于被授予了学士学位。然后他就在父亲的应用统计系里当上了讲师。虽然是个讲师，父亲并不急于让他去讲课，而是让他旁听自己的课，直到五年后老皮尔逊因自己年老无力继续上讲台了才叫儿子挑起大梁。就这样小皮尔逊学通了父亲的理论并到达了统计研究的前沿。

在老皮尔逊和小皮尔逊之间有两个重要人物。

一个是现代统计学的另一位重量人物罗纳德·费希尔爵士（Sir Ronald Aylmer Fisher, 1890-1962）。老皮尔逊和费希尔在学术观点上严重对立，而埃贡痛苦地发现，虽然他自己无限崇拜自己的父亲，但是至少在一些事情上，费希尔是对的。他知道他必须独立做出成绩来。1933年在老皮尔逊退休之际，伦敦大学学院在老皮尔逊与费希尔之间和稀泥，将应用统计系一分为二，把优生学系“高尔顿”讲座教授给了费希尔，埃贡接管分开后的应用统计系，并出任《生物统计》的主编，直到退休。尽管这个结果不为老皮尔逊和费希尔满意，但是对埃贡却是一个好的开始。

另一个重要人物是后来的现代统计重要人物：耶日·内曼（Jerzy Sława-Neyman, 1894-1981）。他们相遇于老皮尔逊的一次家庭聚会。本来内曼是冲着老皮尔逊去的。但他发现老皮尔逊的数学知识已经过时。而埃贡同时发现这是一位可以合作的同龄人。他们的合作持续了十年（1928-1938），建立了内曼-皮尔逊统计假设检验理论。中国著名统计学家许宝騄（1910-1970）是埃贡和内曼的学生。

埃贡是1955年到1956年的皇家统计学会的会长。1955年被授予盖伊奖章金奖。1966年3月被选为英国皇家学会院士。他还获得了牛津大学的韦尔顿纪念奖（1935）和英国皇家统计学会颁发的统计学的盖伊奖章（1955）。

结束语

这样的例子还有许多。比如：古希腊数学家阿基米德的父亲（Phidias）也是数学家。大数学家欧拉的父亲保罗·欧拉（Paul Euler）是雅各布·伯努利的学生，长子约翰·欧拉（Johann Euler, 1734-1800）是天文学家和数学家。非欧几何的创始人之一亚诺什·鲍耶（János Bolyai, 1802-1860）就是在数学家父亲法尔科斯·鲍耶（Farkas Bolyai, 1775-1856）的教育下走上数学之路的。牛人

小德尔曼 (Erik Demaine, 1981-) 在父亲的教育下一起成才, 最后竟让麻省理工学院主动给他父子双职位⁹。还有父女方面的例子: 古希腊数学家希帕提娅 (Hypatia, 约 350 与 370 之间 -415) 的父亲 (Theon) 是亚历山大图书馆最后一位研究员, 也是她的导师。数学家马克斯·诺特 (Max Noether, 1844-1921) 和他的女儿抽象代数学之母埃米·诺特 (Emmy Noether, 1882-1935)、儿子应用数学家弗里茨·诺特 (Fritz Noether, 1884-1941) 是一个美好的故事。英国数理逻辑先驱乔治·布尔 (George Boole, 1815-1864) 生有五个女儿。他的大女儿嫁给了数学家, 二女儿培养了一位数学家, 三女儿本人就是数学家。他和她们们的故事也是一个美谈。

在中国也有许多数学家族, 比如: 南北朝的祖冲之祖暅父子, 清朝的梅文鼎爷孙数学家, 现代的姜立夫和姜伯驹父子, 三胡兄弟 (胡敦复、胡明复和胡刚复) 等。在中国古代, 专门执掌天文历算之学的人, 往往是父子世代相传为业。祖冲之父子就是一个最好的例子¹⁰。互联网上有洪振杰的一篇“数学家家族”文章, 专门介绍了更多这样的中国数学家家族¹¹。还有不少夫妻数学家的例子, 比如谷超豪和胡和生夫妻, 葛立恒和金芳蓉夫妻, 杨建平和张圣容夫妻。我们在这里不再赘述。

可能也有人会说数学家不具有遗传性。可能多数数学家在经历了研究上的瓶颈和艰难后, 他们会设法阻止子女继续走上这条道路。但是对数学的喜爱是具有感染力的, 因此就为我们留下了这样和那样的父子数学家、兄弟数学家甚至爷孙数学家的美谈。可以确信的是, 随着数学职业化的发展, 数学家家族会越来越多, 但是能否有很多的数学家家族出现多位顶级数学家还有待观察。

⁹ 蒋迅, 王淑红, 《数学都知道 3》, 现代折纸与数学及应用, 北京师范大学出版社, 2016 年

¹⁰ 蔡天新, 数学的故事, 中信出版社, 2018.

¹¹ 洪振杰, 数学家家族, <https://shuxue.7139.com/4807/23/4976.html>.

声明: 本文的主要参考文献是维基百科和 MacTutor 数学史档案的相关条目。图片除署名者外均来自维基百科。



蒋迅, 北京师范大学数学学士、硕士, 美国马里兰大学博士。现在美国从事科学计算工作。



王淑红, 河北师范大学数学科学学院教授, 西北大学科学技术史博士, 中国科学院大学人文学院科学技术史专业博士后。