解析几何

在计算几何中，经常会使用以向量运算为基础的算法。但是有的时候可能没有必要使用向量。

本文搜集了一些问题的不使用向量，而是使用类似中学阶段的解析几何的解决方法。这类方法的优点是计算的思路比较简单，缺点是计算量很大。不过通过使用一些符号计算软件，往往就能弥补计算量过大的缺陷。

（目前就一个例子，如果后来遇到了会补充）

两圆交点

这个知乎回答给了一个形式非常整齐的公式。

虽然不知道这个公式是用什么神奇的软件算出来的，但是我自己拿 Mathematica 算了一下，算出来一个可能一样的结果。

```
In[19]:= FullSimplify[Solve[(x - a)^2 + (y - b)^2 == r^2 && (x - c)^2 + (y - d)^2 == r^2, {x, y}],
         完全简化       解方程
  Assumptions → {(a - c)^2 + (b - d)^2 ≥ 4 r^2}]
  假设
```

Out[19]=

$$\left\{\left\{x\to\frac{1}{2}\left(a+c-\sqrt{-1+\frac{4r^2}{(a-c)^2+(b-d)^2}}\,\mathrm{Abs}[b-d]\right),\ y\to\frac{1}{2}\left(b+d+\frac{(a-c)\sqrt{-1+\frac{4r^2}{(a-c)^2+(b-d)^2}}}{\mathrm{Sign}[b-d]}\right)\right\},\right.$$

$$\left.\left\{x\to\frac{1}{2}\left(a+c+\sqrt{-1+\frac{4r^2}{(a-c)^2+(b-d)^2}}\,\mathrm{Abs}[b-d]\right),\ y\to\frac{1}{2}\left(b+d+\frac{(-a+c)\sqrt{-1+\frac{4r^2}{(a-c)^2+(b-d)^2}}}{\mathrm{Sign}[b-d]}\right)\right\}\right\}$$

显然 MMA 的这个结果看起来有点不太对劲（带有 sgn 函数），所以还是按照上面知乎回答写的计算。

```
void find_intersection(double a, double b, double c, double d, double r){
    double sub1 = a - c, sub2 = b - d;
    double subq1 = sub1 * sub1, subq2 = sub2 * sub2;
    double rr = 4 * r * r;
    if (rr < subq1 + subq2) return ;

    double fm = 2.0 * sqrt(subq1 + subq2);
    double fz = sqrt(rr - subq1 - subq2);
    double midx = 0.5 * (a + c), midy = 0.5 * (b + d);

    double rx1 = midx + (1.0 * sub2 * fz / fm), ry1 = midy - (1.0 * sub1 * fz / fm);
    double rx2 = midx - (1.0 * sub2 * fz / fm), ry2 = midy + (1.0 * sub1 * fz / fm);

    // do something...
}
```