压缩感知传统算法概述

未分类

匹配追踪算法

匹配追踪算法最早用于时频，目的是将一已知信号拆解成许多原子信号$\{g_n(t)\}_{n=0}^{+\infty}$的加权和，而企图找到与原信号最为接近的解，表示为

$$f(t)=\sum_{n=0}^{N}a_n g_n(t) \tag{55}$$

这种思想，跟傅里叶变换很相似。我们假设原子库$\mathcal{D}=\{g_n(t)\}_{n=0}^{+\infty}$可以张成一个完备的空间，此时，信号$f(t)$可以由该原子库的基$g_n(t)$进行线性表出。

对于线性高斯模型

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{w} \tag{64}$$

MP算法如下

Orthogonal matching

1. Initiation: residual error $\boldsymbol{\epsilon}^0=\boldsymbol{y}$ and estimator $\hat{\boldsymbol{x}}=0$
2. Iteration $(t<T)$

   a. Find the position of best match autom of residual error.

$$p^{[t]}=\max_{i\in[N]}\left|\left\langle \boldsymbol{h}_i,\boldsymbol{\epsilon}^t\right\rangle\right|$$

   b. Update residual error.

$$\boldsymbol{\epsilon}^{t+1}=\boldsymbol{\epsilon}^t-\left\langle \boldsymbol{\epsilon}^t,\boldsymbol{h}_{p^{[t]}}\right\rangle \boldsymbol{h}_{p^{[t]}}$$

   c. Update estimator

$$\hat{x}_{p^{[t]}}=\left\langle \boldsymbol{\epsilon}^t,\boldsymbol{h}_{p^{[t]}}\right\rangle$$

   c. set $t\leftarrow t+1$ and proceed to step (a) until termination conditions are satisfied.
3. Output: $\boldsymbol{y}=\sum_{t=1}^{T}\left\langle \boldsymbol{\epsilon}^t,\boldsymbol{h}_{p^{[t]}}\right\rangle \boldsymbol{h}_{p^{[t]}}+\boldsymbol{\epsilon}^{T+1}$, and $\hat{\boldsymbol{x}}$.

Remarks:
1. MP的思想是找到与残差$\boldsymbol{\epsilon}^t(\boldsymbol{\epsilon}^0=\boldsymbol{y})$内积最小的原子$\boldsymbol{h}_{p^{[t]}}$进行投影，投影系数为对应位置的x估计值。随着每一次迭代的残差逐渐缩小达到收敛。然而，MP算法并不能保证当前残差与已经投影过得原子正交，换言之，当前残差仍有可能选

择之前投影过的原子进行投影。

2. 最终的表达式，观测向量表示为$\boldsymbol{y}=\sum_{t=1}^{T}\left\langle\boldsymbol{\epsilon}^{t},\boldsymbol{h}_{p[t]}\right\rangle\boldsymbol{h}_{p[t]}+\boldsymbol{\epsilon}^{T+1}$，即观测向量被表示成观测矩阵$\boldsymbol{H}$的原子的线性组合。

正交匹配追踪

上面说到，匹配追踪的缺陷在于