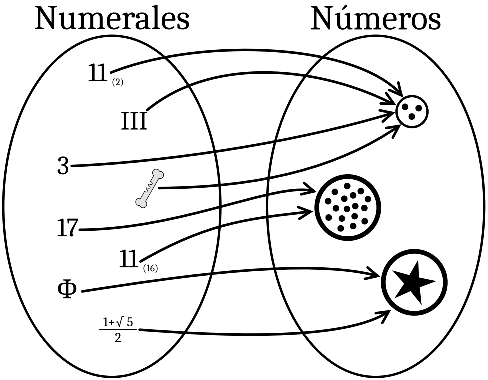
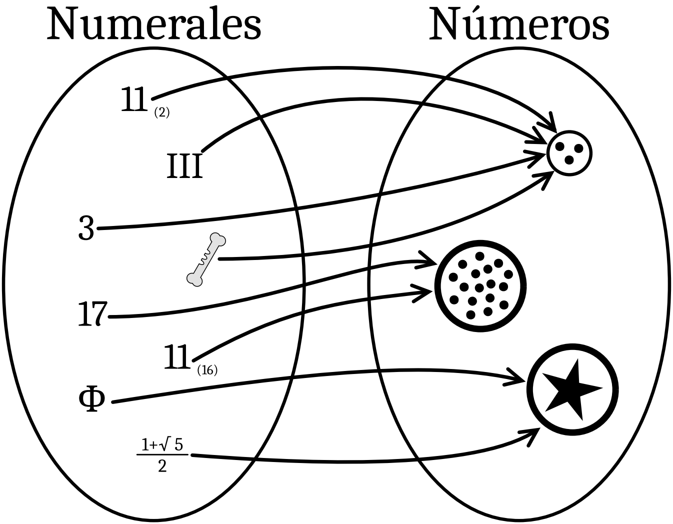
Sistemas de numeración



Temario

- Números y numerales.
- Sistemas no posicionales.
- Sistemas posicionales:
    - Conversión entre bases.

Números y numerales



Números y numerales

- Un numeral es la forma en la que representamos a un número.
- Los números son los conceptos abstractos que se pueden representar de múltiples formas y tienen propiedades intrínsecas independientes de esta.

Números y numerales

- Un numeral es la forma en la que representamos a un número.
- Los números son los conceptos abstractos que se pueden representar de múltiples formas y tienen propiedades intrínsecas independientes de esta.

¿Es 42 número o numeral?

Números y numerales

- Un numeral es la forma en la que representamos a un número.
- Los números son los conceptos abstractos que se pueden representar de múltiples formas y tienen propiedades intrínsecas independientes de esta.

¿Es 42 número o numeral?

- La cadena de texto 4 seguida de 2 es el numeral.
- El objeto abstracto que tiene la propiedad de ser par, es positivo, y que indica la siguiente cantidad de *I*s:
  IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
  es el número.

Sistemas no posicionales

- Un conjunto de símbolos, cada uno indicando una cantidad. La suma de elementos multiplicados por su peso nos indican el número representado.

Sistemas no posicionales

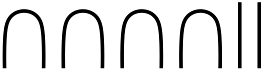
- Un conjunto de símbolos, cada uno indicando una cantidad. La suma de elementos multiplicados por su peso nos indican el número representado.

Hueso de Ishango
(18,000~20,000 a.e.c.)[1]
Un único símbolo representando la unidad.

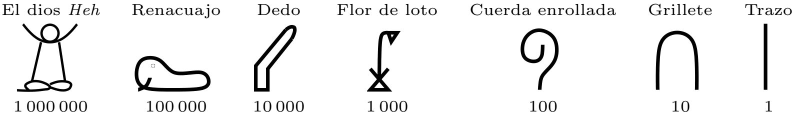
Sistemas no posicionales

- Un conjunto de símbolos, cada uno indicando una cantidad. La suma de elementos multiplicados por su peso nos indican el número representado.

Hueso de Ishango
(18,000~20,000 a.e.c.)🅭🅯🄎[1]
Un único símbolo representando la unidad.



El número 42 representado utilizando el sistema de numeración egipcio.



- ¿Cómo se representa el 2 023?
- ¿Cómo se representaría su número de *DNI*?

1961

Sistema posicional

¿Cómo entendemos un numeral?

Mismo digito, distinto valor

1961

Sistema posicional

¿Cómo entendemos un numeral?

Mismo digito, distinto valor

1961

1×1000+9×100+6×10+1

Sistema posicional
¿Cómo entendemos un numeral?

Mismo digito, distinto valor

1961

$$1 \times 1000 + 9 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$
$$=$$
$$1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

Sistema posicional

¿Cómo entendemos un numeral?

Mismo digito, distinto valor

1961

$$1\times1000+9\times100+6\times10+1$$
$$=$$
$$1\times10^{3}+9\times10^{2}+6\times10^{1}+1\times10^{0}$$
$$=$$
$$3\times8^{3}+6\times8^{2}+5\times8^{1}+1\times8^{0}$$

Sistema posicional

¿Cómo entendemos un numeral?

Mismo digito, distinto valor

$$1961$$

$$1\times1000+9\times100+6\times10+1$$

$$=$$

$$1\times10^{3}+9\times10^{2}+6\times10^{1}+1\times10^{0}$$

$$=$$

$$3\times8^{3}+6\times8^{2}+5\times8^{1}+1\times8^{0}$$

$$=$$

$$3651_{(8)}$$

Sistema posicional

- Un número limitado de símbolos.
- El peso de cada ocurrencia del símbolo depende de su **posición**.
- La ***base*** nos indica la cantidad de símbolos y que tanto más grande es cada posición con respecto a la anterior.
- Usualmente utilizamos los símbolos $(0..9)$ representando su valor usual, y si la base es mayor a 10 utilizamos letras: $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15$.

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i$$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0$$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

Sistema posicional
Expresión general: conversión decimal

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} =$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 =$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} =$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} = 2 \times (16)^1 + (10) \times (16)^0 =$

Sistema posicional

Expresión general: conversión decimal

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} = 2 \times (16)^1 + (10) \times (16)^0 = 42_{(10)}$

Sistema posicional

Expresión general: conversión decimal

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} = 2 \times (16)^1 + (10) \times (16)^0 = 42_{(10)}$
- $1120_{(3)} =$

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} = 2 \times (16)^1 + (10) \times (16)^0 = 42_{(10)}$
- $1120_{(3)} = 1 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 0 \times 3^0 =$

Sistema posicional

Expresión general: conversión decimal

Sea un número $N_{(b)} = X_k X_{k-1} ... X_2 X_1 X_0$, donde cada X_i son sus dígitos en base b. Su representación en decimal $Q_{(10)}$:

$$N_{(b)} = \sum_{i=0}^{k} X_i \times b^i = X_k \times b^k + X_{k-1} \times b^{k-1} ... X_1 \times b^1 + X_0 \times b^0 = Q_{(10)}$$

Ejemplos:

- $60_{(7)} = 6 \times 7^1 + 0 \times 7^0 = 42_{(10)}$
- $2A_{(16)} = 2 \times (16)^1 + (10) \times (16)^0 = 42_{(10)}$
- $1120_{(3)} = 1 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 0 \times 3^0 = 42_{(10)}$

¿Consultas?

Para convertir N_b expresado en base b a su representación decimal $Q_{(10)}$

1. Dividir el número original por la base destino, anotando cociente y resto
2. Mientras el cociente sea mayor a cero:
   - Volver al paso **1** reemplazando el número original por el nuevo cociente.
3. Finalmente escribimos los dígitos de nuestro número convertido usando **el último cociente y todos los restos en orden inverso a como aparecieron**.

Ejemplo:

Ejemplo:

	C	R
$1961 \div 16$	122	9

Ejemplo:

	C	R
$1961 \div 16$	122	9
$122 \div 16$	7	10

Ejemplo:

	C	R
$1961 \div 16$	122	9
$122 \div 16$	7	10
$7 \div 16$	0	7

Ejemplo:

	C	R
$1961 \div 16$	122	9
$122 \div 16$	7	10
$7 \div 16$	0	7

Entonces: $1961_{(10)} = 7A9_{(16)}$

Sistema posicional

Equivalencias entre binario, octal y hexadecimal

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	000/0000	0	0
1	001/0001	1	1
2	010/0010	2	2
3	011/0011	3	3
4	100/0100	4	4
5	101/0101	5	5
6	110/0110	6	6
7	111/0111	7	7
8	-/1000	-	8
9	-/1001	-	9
10	-/1010	-	A
11	-/1011	-	B
12	-/1100	-	C
13	-/1101	-	D
14	-/1110	-	E
15	-/1111	-	F

Sistema posicional

Equivalencias entre binario, octal y hexadecimal

Ejemplo:

$$\overbrace{1101}^{D}\,\overbrace{0110}^{6}$$

$$\underbrace{11}_{3}\,\underbrace{010}_{2}\,\underbrace{110}_{6}$$

Temario

- Números y numerales.
- Sistemas no posicionales.
- Sistemas posicionales:
  - Conversión entre bases.

¿Consultas?

Atribuciones

[1] Matematicamente.it.
Osso di ishango.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Osso_di_Ishango.jpg (CC BY-SA 3.0).