Fonte: Adaptado do original: [ROBOEDU | UFRGS - MEC - UNESCO]

Lançamento de Projéteis

Movimento Uniformemente Variado (MUV) / Lançamento de projéteis

1. Fundamentação Teórica

O ambiente de aprendizagem KickRobot é caracterizado pela simulação de uma competição de basquetebol, e portanto o movimento a ser estudado é a trajetória descrita pela bola com o objetivo de acertar a cesta, ou seja, o lançamento de um projétil.

O movimento descrito pela bola é bidimensional, e pode ser analisado separadamente como dois movimentos simples (unidimensionais), um na direção horizontal (eixo X) e outro na direção vertical (eixo Y).

Do movimento uniformemente acelerado, temos as fórmulas para a velocidade:

$v = v_0 + at$

e posição:

$r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

em que:

Esquação	Significado
$v = v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j}$	velocidade
$v_0 = v_{0x} \cdot \hat{i} + v_{0y} \cdot \hat{j}$	velocidade inicial
$r = x \cdot \hat{i} + y \cdot \hat{j}$	posição
$r_0 = x_{0x} \cdot \hat{i} + y_{0y} \cdot \hat{j}$	posição inicial
$a = a_x \cdot \hat{i} + a_y \cdot \hat{j}$	aceleração

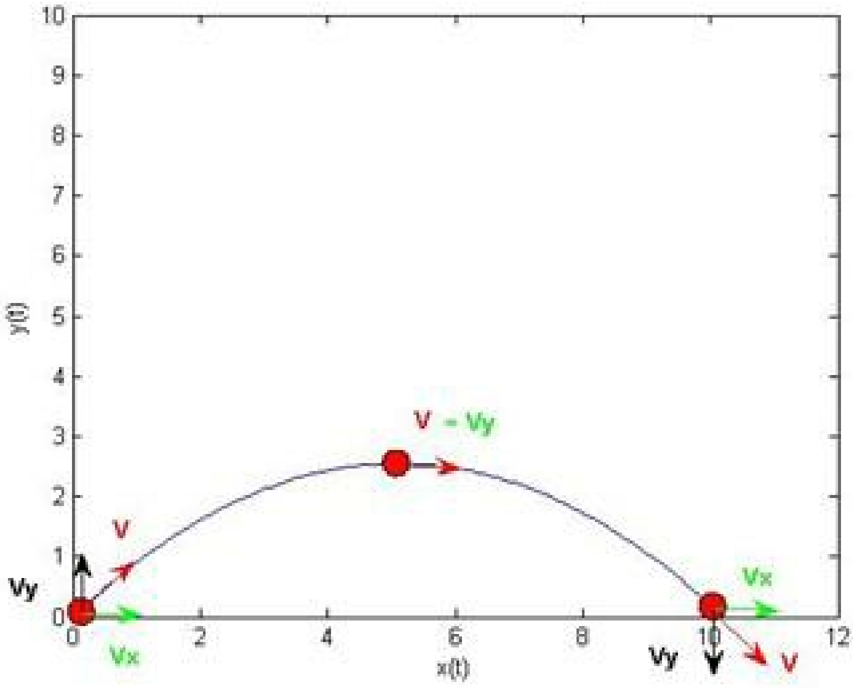

Figura 1 – Movimento de projétil com a decomposição vetorial da velocidade.

Escrevendo o movimento bidimensional como dois movimentos unidimensionais, vamos obter para a direção horizontal (eixo X) as seguintes equações para a velocidade e posição:

$$v_x = v_0x + a_xt$$

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_x t^2$

Como no eixo X o movimento do projétil é descrito por um movimento uniforme, não temos aceleração na componente X, ou seja $a_x = 0$.

Reescrevendo as equações acima, obtemos:

$v_x = v_0 x$
$x = x_0 + v_0 t$

De forma análoga para o movimento vertical (eixo Y), obtemos:

$v_y = v_{0y} + a_y t$
$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

Para o eixo Y, temos um movimento uniformemente acelerado, pois temos a ação da aceleração da gravidade, portanto $a_y = -g$. **O sinal de menos indica que a direção da aceleração da gravidade esta na direção contrária ao nosso referencial**. Assim podemos escrever as equações da velocidade e posição:

$v_y = v_{0y} - gt$
$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

Ficamos assim com as equações que descrevem a trajetória da bola (projétil):

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

2. Experimentos indicados

A - Mantendo um ângulo de lançamento fixo (por exemplo 45o), observar as trajetória descritas pela bola para diferentes velocidades iniciais.

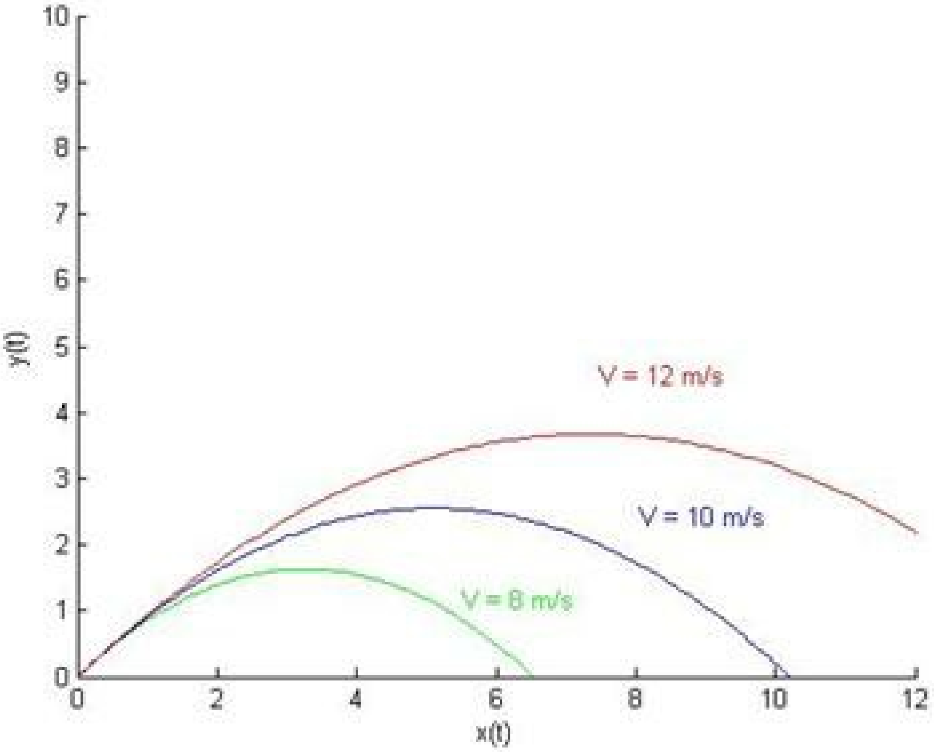

Figura 2 – Gráfico das trajetórias para diferentes velocidades iniciais.

O aluno deve notar que há uma correspondência direta entre a velocidade inicial e a distância máxima que a bola pode alcançar.

Exercício proposto.

O aluno deverá fazer um gráfico da velocidade inicial pela distância máxima alcançada pela bola.

Resposta:

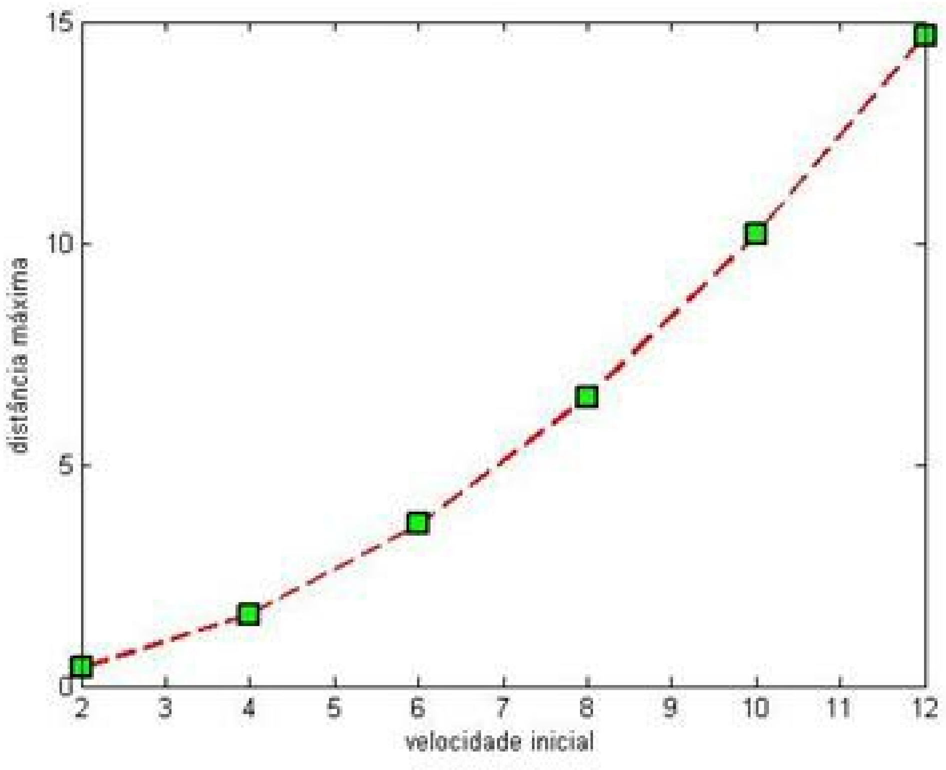

Figura 3 – Gráfico das velocidades inicias pela distância máxima.

B - Mantendo uma velocidade de lançamento fixa (por exemplo 10 m/s), observar o comportamento das trajetórias para diferentes ângulos de lançamento.

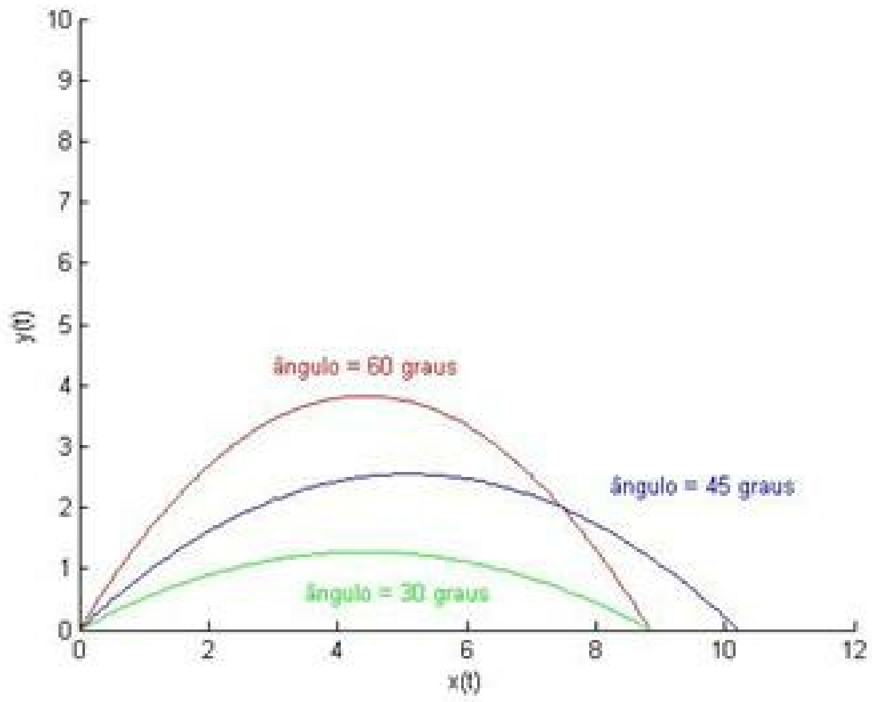

Figura 4 – Gráficos das trajetórias para diferentes valores de ângulo de lançamento.

O aluno deve observar que o a maior distância alcançada é obtida quando o ângulo é de 45o. Podemos explicar esse comportamento ao analisar a *fórmula do alcance* máximo do projétil:

$$x_{max} = \frac{v_0^2 sen(2\theta)}{g}$$

Como em nosso exemplo a velocidade inicial é mantida fixa, e a gravidade é considerada como sendo constante (para simplificar os cálculos) o valor máximo da distância será obtido quando o valor do seno for máximo, ou seja, 1 (um). Para isso acontecer, o ângulo deve ser $\theta = 45^o$.

Exercício proposto.

O aluno deverá fazer um gráfico do ângulo de lançamento em função da distância, mantendo a velocidade inicial fixa.

Resposta:

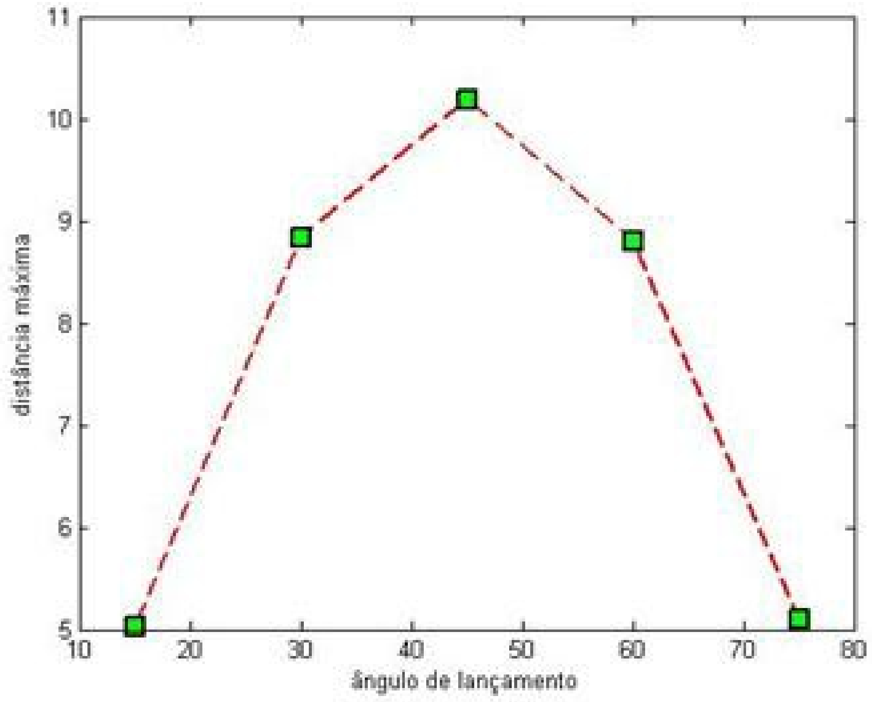

Figura 5 – Gráfico do ângulo de lançamento pela distância máxima.

IDPFPT: