Лабораторная 4

Шалыгин Г. Э.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Шалыгин Георгий Эдуардович
- студент НФИ-02-20
- Российский университет дружбы народов

Вводная часть

Цели и задачи

- Основной целью работы является изучение возможностей специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

Материалы и методы

- Процессор `pandoc` для входного формата Markdown
- Результирующие форматы
    - `pdf`
    - `html`
- Автоматизация процесса создания: `Makefile`
- Компилятор Julia
- OpenModelica

Результаты

Матричные операции

```
v = [1, 2, 3]
@show dot_v = dot(v, v)
@show outer_v = cross(v, v)
```

```
dot_v = dot(v, v) = 14
outer_v = cross(v, v) = [0, 0, 0]
```

Решение СЛАУ

```julia
function slau(A, b)
    return pinv(A) *  b
end
```

```
slau (generic function with 1 method)
```

```julia
@show slau([1 1; 1 -1], [2 3]')
@show slau([1 1; 2 2], [2 4]')
@show slau([1 1; 2 2], [2 5]')
@show slau([1 1; 2 2; 3 3], [1 2 3]')
@show slau([1 1; 2 1; 1 -1], [2 1 3]')
@show slau([1 1; 2 1; 3 2], [2 1 3]')
```

```
slau([1 1; 1 -1], ([2 3])') = [2.499999999999999; -0.5;;]
slau([1 1; 2 2], ([2 4])') = [0.9999999999999996; 0.9999999999999996;;]
slau([1 1; 2 2], ([2 5])') = [1.1999999999999995; 1.1999999999999995;;]
slau([1 1; 2 2; 3 3], ([1 2 3])') = [0.4999999999999999; 0.5;;]
slau([1 1; 2 1; 1 -1], ([2 1 3])') = [1.5000000000000004; -0.9999999999999998;;]
slau([1 1; 2 1; 3 2], ([2 1 3])') = [-0.9999999999999987; 2.9999999999999982;;]
```

Figure 1: СЛАУ

Диагонализация, собственные значения

```
@show diag([1 -2; -2 1])
@show diag([1 -2; -2 3])
@show diag([1 -2 0; -2 1 2; 0 2 0])
```

```
diag([1 -2; -2 1]) = [1, 1]
diag([1 -2; -2 3]) = [1, 3]
diag([1 -2 0; -2 1 2; 0 2 0]) = [1, 1, 0]
```

```
eigen([140 97 74 168 131;
        97 106 89 131 36;
        74 89 152 144 71;
        168 131 144 54 142;
        131 36 71 142 36])
```

```
Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}
values:
5-element Vector{Float64}:
 -128.49322764802145
  -55.887784553057
   42.752167279318854
   87.16111477514494
  542.4677301466137
vectors:
5×5 Matrix{Float64}:
 -0.147575  -0.647178  -0.010882    0.548903   -0.507907
 -0.256795   0.173068  -0.834628   -0.239864   -0.387253
 -0.185537  -0.239762   0.422161   -0.731925   -0.440631
  0.819704   0.247506   0.0273194   0.0366447  -0.514526
 -0.453805   0.657619   0.352577    0.322668   -0.364928
```

Линейные модели экономики

Линейная модель экономики может быть записана как СЛАУ

$$x - Ax = y$$

```julia
using SymPy
@syms y1 y2
y = [y1; y2]
A1 = [1 2; 3 4]
@show (Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1) \ y
A2 = [1 2; 3 4]/2
@show (Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2) \ y
A3 = [1 2; 3 4]/10
@show (Matrix{Int}(I, 2, 2) - A3) \ y
```

```
(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1) \ y = Sym{PyCall.PyObject}[0.5*y1 - 0.333333333333333*y2, -0.5*y1]
(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2) \ y = Sym{PyCall.PyObject}[0.5*y1 - 0.5*y2, -0.75*y1 - 0.25*y2]
(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A3) \ y = Sym{PyCall.PyObject}[1.25*y1 + 0.416666666666667*y2, 0.625*y1 + 1.875*y2]

2-element Vector{Sym{PyCall.PyObject}}:
 1.25*y1 + 0.416666666666667*y2
           0.625*y1 + 1.875*y2
```

```julia
y = [1 1]'
@show (Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1) \ y
@show (Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2) \ y
```

```
(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1) \ y = [0.16666666666666666; -0.5;;]
(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2) \ y = [-0.0; -1.0;;]
```

Figure 2: Проверка продуктивности

Критерий продуктивности

Критерий продуктивности: матрица ⊠ является продуктивной тогда и только тогда, когда все элементы матрица $(E - A)^{-1}$ являются неотрицательными числами. Используя этот критерий, проверьте, являются ли матрицы продуктивными.

```
@show inv((Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1))
@show inv((Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2))
@show inv((Matrix{Int}(I, 2, 2) - A3))
```

```
inv(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A1) = [0.5 -0.3333333333333333; -0.5 0.0]
inv(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A2) = [0.5 -0.5; -0.75 -0.25]
inv(Matrix{Int}(I, 2, 2) - A3) = [1.25 0.4166666666666667; 0.625 1.875]
```

Figure 3: Проверка с помощью критерия

Спектральный критерий

Спектральный критерий продуктивности: матрица A является продуктивной тогда и только тогда, когда все её собственные значения по модулю меньше 1. Используя этот критерий, проверьте, являются ли матрицы продуктивными.

```
@show eigen(A1)
@show eigen(A2)
@show eigen(A3)
@show eigen([0.1 0.2 0.3; 0 0.1 0.2; 0 0.1 0.3])
```

```
eigen(A1) = Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}([-0.3722813232690143, 5.372281323269014], [-0.82456484013
23938 -0.4159735579192842; 0.5657674649689923 -0.9093767091321241])
eigen(A2) = Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}([-0.18614066163450715, 2.686140661634507], [-0.8245648401
323938 -0.4159735579192842; 0.5657674649689923 -0.9093767091321241])
eigen(A3) = Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}([-0.03722813232690142, 0.5372281323269015], [-0.824564840
1323938 -0.4159735579192843; 0.5657674649689923 -0.9093767091321241])
eigen([0.1 0.2 0.3; 0 0.1 0.2; 0 0.1 0.3]) = Eigen{Float64, Float64, Matrix{Float64}, Vector{Float64}}([0.02679491924311228, 0.
1, 0.37320508075688774], [0.756568226232575 1.0 -0.796750730318148; -0.6140722619430444 0.0 -0.35695904753438806; 0.22476604763
052643 0.0 -0.48761512704267107])
```

Figure 4: Спектральный критерий

Вывод

Вывод

В ходе работы были изучены возможности специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры