Лабораторная 5

Модель хищник-жертва

Шалыгин Г. Э.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Шалыгин Георгий Эдуардович
- студент НФИ-02-20
- Российский университет дружбы народов

Вводная часть

Актуальность

- Математическое моделирование - важная часть компетенции в образовательном треке НФИ

Цели и задачи

- Изучить построение математической модели Лотки-Вольтерры.
- Задачи:
  - Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7,\ y_0 = 16.$
  - Найдите стационарное состояние системы.

Материалы и методы

- Процессор `pandoc` для входного формата Markdown
- Результирующие форматы
  - `pdf`
  - `html`
- Автоматизация процесса создания: `Makefile`
- Компилятор Julia
- OpenModelica

Содержание исследования

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Модель

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = -cx(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв.

Положение равновесия

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}$, $y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет.

Результаты

Модель на Julia

Описывается системой:

```
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = -0.73u[1] + 0.037u[1]u[2]
    du[2] = 0.52u[2] - 0.039u[1]u[2]
end

Problem with uType Vector{Int64} and tType
espan: (0.0, 37.0)
 2-element Vector{Int64}:

begin
    u₀ = [7, 16]#[0.52/0.039, 0.73/0.037]
    T = (0.0, 37)
    prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
end
```

Figure 1: система уравнений

Фазовый портрет

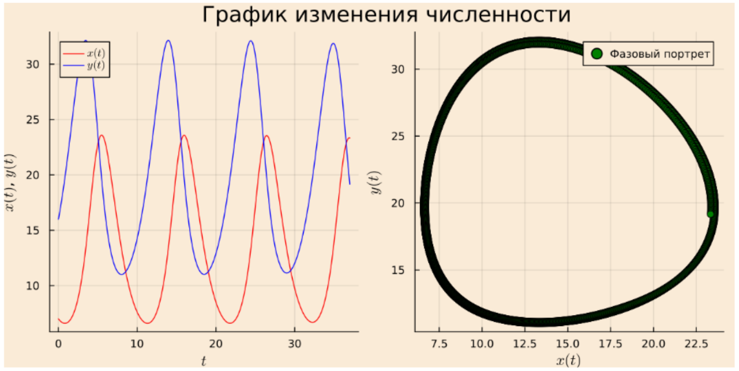

Figure 2: Результаты моделирования

Точка равновесия

Рассмотрим нахождение точки равновесия системы. Здесь $x_0 = \frac{0.52}{0.039}$, $y_0 = \frac{0.73}{0.037}$.

Фазовый портрет

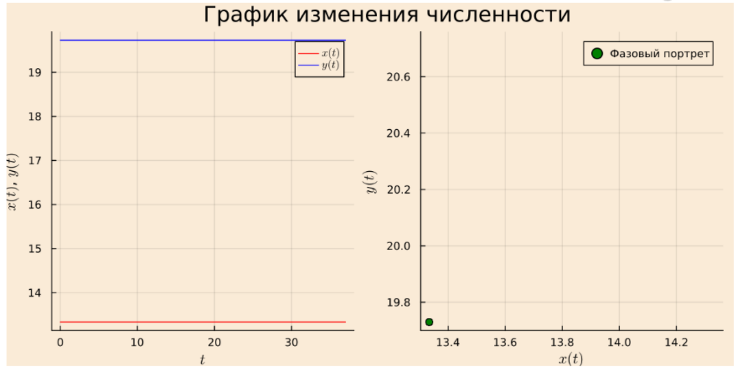

Figure 3: Результаты моделирования

Вывод

Вывод

В итоге были рассмотрена модель хищник-жертва и найдена точка равновесия. С использованием Julia и OpenModelica построены фазовые портреты.