

Отчет по лабораторной работе 2

Задача о погоне.

Шалыгин Георгий Эдуардович

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
3.0.1	Постановка задачи	7
3.0.2	Решение	7
3.0.3	Работа с Julia	8
4	Выполнение лабораторной работы	11
5	Выводы	14
	Список литературы	15

Список иллюстраций

4.1	Код для решения задачи	11
4.2	Код для построения графика	12
4.3	Траектория в первом случае	13
4.4	Траектория во втором случае	13

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить построение математической модели для задачи преследования.

2 Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретическое введение

3.0.1 Постановка задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

Подробнее в [1].

3.0.2 Решение

3.0.2.1 Начальные условия

Введем полярную систему координат, ноль - точка нахождения лодки в момент обнаружения. Ось направлена к катеру.

Сначала добьемся того, чтобы катер и лодка находились на одном расстоянии от полюса. x - путь, который пройдет катер до этого момента.

Здесь возможны два случая в зависимости от удаленности катера:

$$1) t = \frac{x}{v} = \frac{11,7 - x}{3,7v}, \text{ где } v - \text{ скорость лодки}$$

$$2) t = \frac{x}{v} = \frac{11,7 + x}{3,7v}, \text{ где } v - \text{ скорость лодки}$$

Получим два варианта начальной точки:

$$x_1 = \frac{11.7}{4,7}, x_2 = \frac{11.7}{2,7}$$

3.0.2.2 Уравнение траектории

Чтобы катер все время находился на том же расстоянии от нуля, что и лодка, его радиальная скорость должна быть равна скорости лодки. Так катер, пройдя полный круг, точно встретится с лодкой, под каким бы углом она не плыла.

Тангенсальную скорость найдем из теоремы Пифагора. Запишем уравнения для скоростей как производных по времени:

$$v_r = v = \frac{dr}{dt}$$

$$v_\tau = \sqrt{(3.7v)^2 - v^2} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{Откуда получаем: } \frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3.7^2 - 1}}$$

3.0.3 Работа с Julia

Скрипт запускается так:

```
julia script.jl
```

Для построения графиков и решения диффузов нужно добавить пакеты:

```
add Plots
```

```
add DifferentialEquations
```

Задание функции и решение диффура:


```

"""Правая часть ОДУ
u --- переменная (скаляр или массив)
p --- параметры (кортеж, tuple)
t --- аргумент (скаляр, время)"""
function F(u, p, t)
    return u / √(3.7^2-1)
end

```

```

"Начальное значение"
const u_0 = 11.7/4.7

```

```

"Интервал (кортеж, tuple)"
const T = (0, 1.8π)

```

```

# Задача
prob = ODEProblem(F, u_0, T)

```

```

# Решение задачи
sol = solve(
    prob,
    dtmax=0.05)

```

Построение графика в полярных координатах:

```

plt = plot(
    proj = :polar,
    aspect_ratio=:equal,
    dpi=300,
    legend=true)

```

```

plot!(

```

```
plt,  
sol.t,  
sol.u,  
xlabel="x",  
ylabel="r(t)",  
label="Траектория катера",  
color=:blue,  
title="Катер с бандитами")
```

Подробнее в [2].

4 Выполнение лабораторной работы

1. Повторим вывод уравнения траектории. Описан выше в теоретическом введении.
2. Запишем решение задачи для уравнения траектории на Julia (fig. 4.1).

```
"""Правая часть ОДУ
u --- переменная (скаляр или массив)
p --- параметры (кортеж, tuple)
t --- аргумент (скаляр, время)
"""

function F(u, p, t)
    return u / √(3.7^2-1)
end

"Начальное значение"
const u_0 = 11.7/4.7
"Интервал (кортеж, tuple)"
const T = (0, 1.8π)
# Задача
prob = ODEProblem(F, u_0, T)
# Решение задачи
sol = solve(
    prob,
    dtmax=0.05)
```

Рис. 4.1: Код для решения задачи

3. Построим график траектории (fig. 4.2)

```

plt = plot(
    proj = :polar,
    aspect_ratio=:equal,
    dpi=300,
    legend=true)
# Воскл. знак в названии обязателен
# в данном случае!
plot!(
    plt,
    sol.t,
    sol.u,
    xlabel="θ",
    ylabel="r(t)",
    label="Траектория катера",
    color=:blue,
    title="Катер с бандитами")
plot!(
    plt,
    [1, 1]*19/25*pi,
    [0, 10],
    label="Траектория лодки",
)
savefig(plt, "lab03.1.png")

```

Рис. 4.2: Код для построения графика

4. По графику найдем точку пересечения.

1. Для первого случая, катер слишком далеко (fig. 4.3). Встреча произойдет на расстоянии в 5 км.

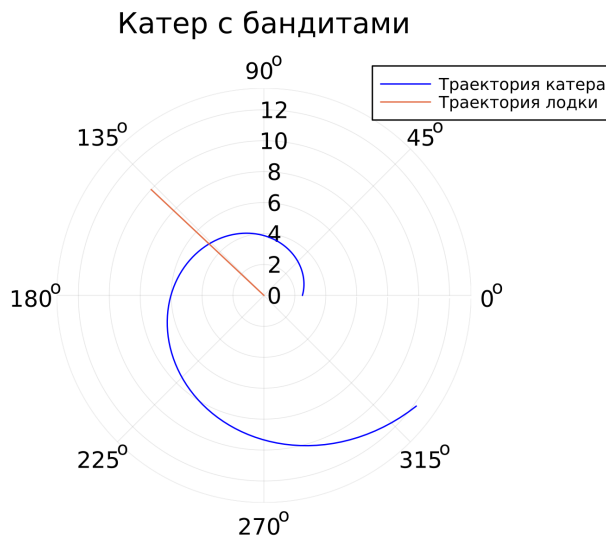


Рис. 4.3: Траектория в первом случае

2. Для первого случая, катер слишком близко (fig. 4.4). Встреча произойдет на расстоянии в 9 км.

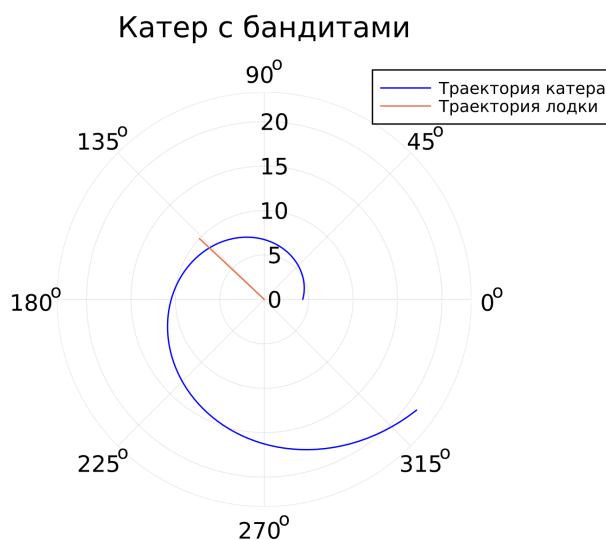


Рис. 4.4: Траектория во втором случае

5. Ограничения пакета Open Modelica не позволили оформить решение этой задачи.

5 Выводы

В итоге была решена задача о погоне с использованием Julia и построены графики траекторий. Open Modelica для решение этой задачи не подошла.

Список литературы

1. Bakhrom S. Задача преследования-убегания при разнотипных ограничениях. 4-е изд. СПб.: Издательство “Наманган, 2020. 1120 с.
2. Bruce Tate J.M. Fred Daoud. Julia // Seven More Languages in Seven Weeks. Languages That Are Shaping the Future. 1-е изд. The Pragmatic Bookshelf, 2015. 320 с.