Отчет по лабораторной работе 7

Эффективность рекламы

Шалыгин Георгий Эдуардович

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить построение математической эффективности рекламы.

2 Задание

1. Постройте график распространения рекламы, математическая модель в 3х случаях которой описывается тремя уравнениями.
2. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

3 Теоретическое введение

3.1 Постановка задачи

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$\alpha_1(t)(N - n(t))$, где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t)$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1 >> \alpha_2$ получается модель типа модели Мальтуса. Подробнее в [1].

В обратном случае, при $\alpha_1 << \alpha_2$ получаем уравнение логистической кривой. Подробнее в [2].

4 Выполнение лабораторной работы

1. Вариант 27. Объем аудитории $N = 756$, в начальный момент о товаре знает 17 человек. Рассмотрим первую модель $\frac{dn}{dt} = (0.73 + 0.000013n(t))(N - n(t))$.

2. Зададим систему и начальные условия на Julia (fig. 4.1).

```julia
"""Правая часть нашей системы, p, t не используются
u[1] -- x, u[2] -- y
"""
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.73 + 0.000013*u[1])*(756 - u[1])
end
```

```
ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Float64. In-p
timespan: (0.0, 20.0)
u0: 1-element Vector{Int64}:
 17
```

```julia
begin
    u₀ = [17]
    T = (0.0, 20)
    prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
end
```

Рис. 4.1: Код для первой модели

3. Построим график изменения численности (fig. 4.2)

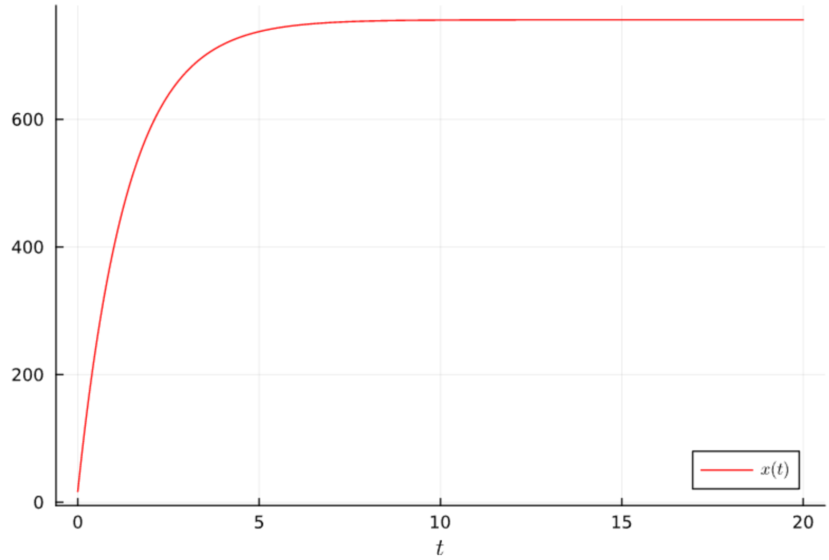


Рис. 4.2: График для первой модели

4. Теперь зададим модель в Opemmodelica (fig. 4.3).

```
model d

Real N = 756;
Real n;
Real t = time;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.73 + 0.000013*n)*(N-n);

end d;

```

Рис. 4.3: Модель в openmodelica

5. Построим график (fig. 4.4).

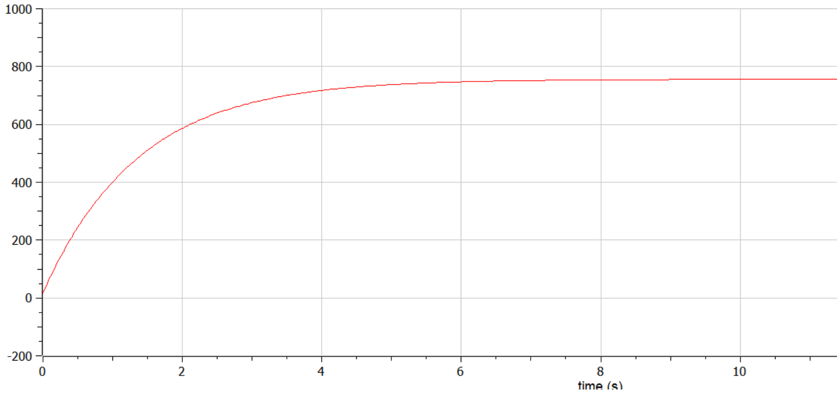
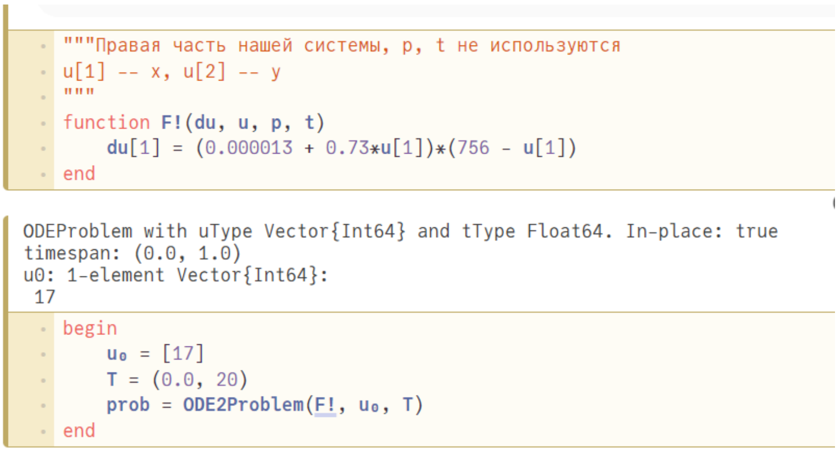


Рис. 4.4: Результаты моделирования в openmodelica

6. Как видно, модель стремится к модели Мальтуса.

7. Рассмотрим второй случай, если $\alpha_1 << \alpha_2$. Уравнение модели $\frac{dn}{dt} = (0.000013 + 0.73n(t))(N - n(t))$.

8. Система уравнений в Julia (fig. 4.5).



```
"""Правая часть нашей системы, p, t не используются
u[1] -- x, u[2] -- y
"""
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.000013 + 0.73*u[1])*(756 - u[1])
end
```

```
ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Float64. In-place: true
timespan: (0.0, 1.0)
u0: 1-element Vector{Int64}:
 17
```

```
begin
    u₀ = [17]
    T = (0.0, 20)
    prob = ODE2Problem(F!, u₀, T)
end
```

Рис. 4.5: Код для второй модели

9. Построим графики (fig. 4.6)

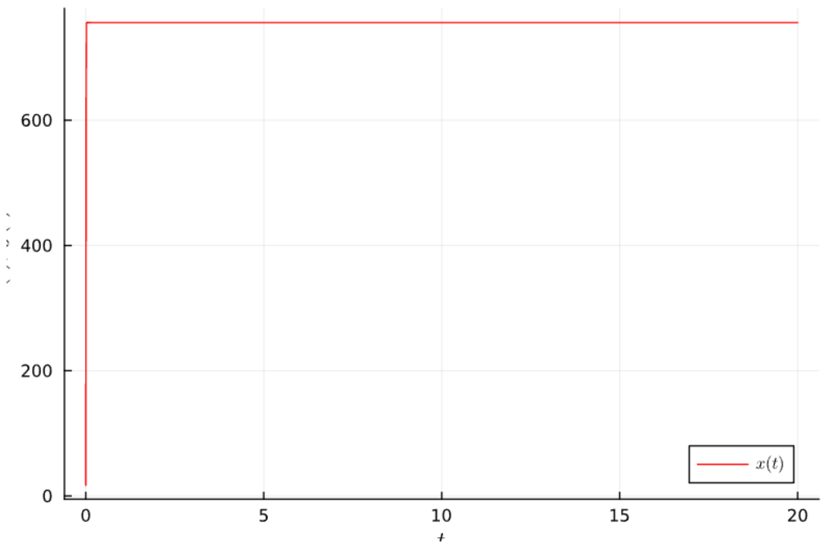


Рис. 4.6: Результат моделирования в julia

10. Та же модель в openmodelica (fig. 4.7)

```
model d

Real N = 756;
Real n;
Real t = time;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.000013 + 0.73*n)*(N-n);

end d;
```

Рис. 4.7: Код для второй модели

11. И результаты моделирования (fig. 4.8)

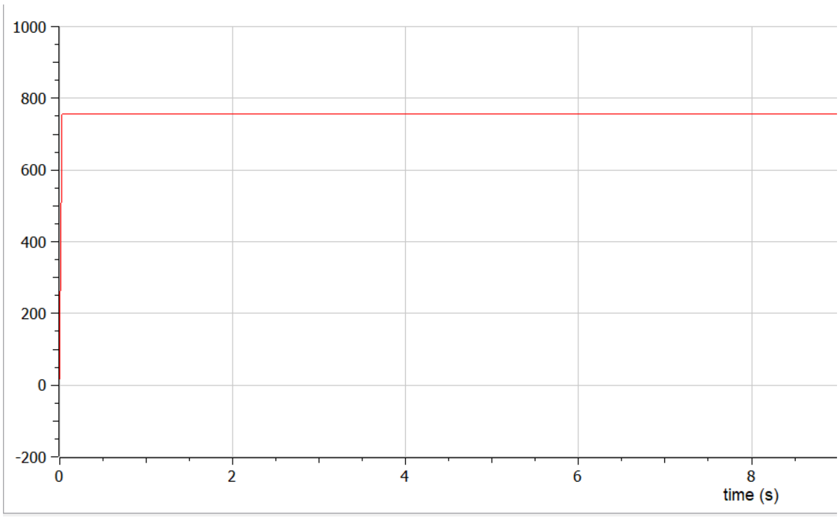


Рис. 4.8: График модели

12. Рассмотрим третий случай $\frac{dn}{dt} = (0.55sin(t)+0.33sin(5t)n(t))(N-n(t))$
13. Система уравнений в Julia (fig. 4.9).

```
"""Правая часть нашей системы, p, t не используются
u[1] -- x, u[2] -- y
"""
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = (0.55sin(t) + 0.33sin(5t)*u[1])*max((756 - u[1]), 0)
end
```

```
ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Float64. In-place: true
timespan: (0.0, 1.0)
u0: 1-element Vector{Int64}:
 17
```

```
begin
    u₀ = [17]
    T = (0.0, 1)
    prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
end
```

Рис. 4.9: Код для третей модели

14. Построим графики (fig. 4.10)

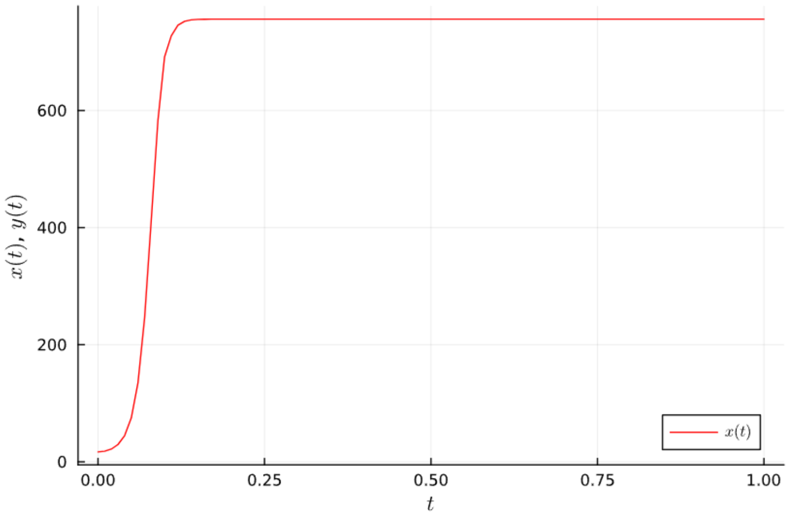


Рис. 4.10: Результат моделирования в julia

15. Та же модель в openmodelica (fig. 4.11)

```
model d

Real N = 756;
Real n;
Real t = time;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.55*sin(t) + 0.33*sin(5*t)*n)*(N-n);

end d;
```

Рис. 4.11: Код для третей модели

16. И результаты моделирования (fig. 4.12)

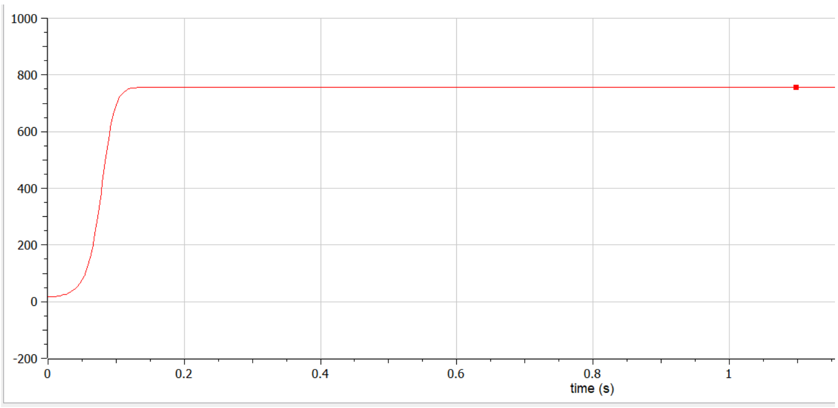


Рис. 4.12: График модели

17. Здесь очевидно, когда скорость рекламы имеет максимальное значение: в точке перегиба логистической кривой примерно в $t = 0.1$.

5 Выводы

В итоге была рассмотрена простейшая модель эффективности рекламы . С использованием Julia и OpenModelica построены графики изменения численности, найдена точка максимума скорости.

Список литературы

1. Н. К.С. Экономико-математические методы и модели в логистике. НИУ ВШЭ, Факультет Санкт-Петербургская школа экономики и менеджмента, 2010. 124 с.
2. Попов В. Д. Д.Н.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕКЛАМЫ. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники г. Минск, Республика Беларусь, 2022.