

# Неравновесная агрегация, фракталы

## Этап 1

---

Шалыгин Г. Э. Низамова А. А. Голощапова И. Б. Серегин Д. А. Пиняева А. А.

25 февраля 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Информация

---

- Шалыгин Георгий Эдуардович
- НФИ-02-20
- Российский университет дружбы народов

## Вводная часть

---

- Неравновесная агрегация происходит во многих процессах:
  - образование кристаллов;
  - рост колоний бактерий;
  - рост раковых опухолей.
- Для изучения строятся математические модели.

- Неравновесная агрегация.
- Математические модели агрегации.

Цель:

- Изучить математические модели неравновесной агрегации.

Задачи:

- Рассмотреть формальную постановку задачи неравновесной агрегации.
- Изучить используемые модели.
- Познакомиться с фрактальной размерностью, вычисляемой с помощью моделей.

# Задача

---



- Хаотично перемещающиеся частицы вещества.
- Необратимое прилипание частиц к растущему кластеру.
- Рост разветвленных агрегатов.

## Используемые концепции

---

- Путь, состоящий из последовательности случайных шагов в каком-нибудь математическом пространстве. Например:
  - На прямой ( $x_{k+1} = x_k + \delta$ ).
  - На плоскости.
- Время дискретно, длина шага 1 (координаты – целые числа).
- При уменьшении шага стремится к броуновскому движению.

- *Метод сфер или ящиков* вычисления размерности фигуры:
  1. Построить сферы разных радиусов с центром в центре фигуры.
  2. Для каждой сферы вычислить массу (площадь) части фигуры внутри сферы.
  3. Если масса пропорциональна радиусу сферы в степени  $D$  ( $m \sim R^D$ ), то  $D$  – размерность.
- У линий  $D = 1$ , плоских фигур  $D = 2$ , объёмных тел  $D = 3$ . Фигуры с дробной размерностью – фракталы.

# Математические модели

---

## Сеточная модель.

1. Регулярная сетка на плоскости
2. Частица выпускается с круга радиусом немного большим, чем текущий радиус агрегата.
3. Частица совершает случайное блуждание, вероятности шагов в четырех направлениях равны.
4. Если частица оказалась пососедству с другой частицей, она останавливается, переход к п. 2.

## Бессеточная модель.

- Отказ от сетки.
- Частицы слипаются, оказавшись на расстоянии взаимодействия.

### **Химически-ограниченная агрегация**

Вероятность прилипания частицы к кластеру отлична от 1.

### **Баллистическая агрегация**

Частица движется прямолинейно.

### **Кластер–кластерная агрегация**

Несколько частиц случайно движутся, слипаясь. Получившиеся кластеры тоже движутся, но медленнее. В итоге получаются один фрактальный кластер.

## Итоги

---



- Неравновесная агрегация наблюдается в физических, химических, биологических явлениях.
- Рассмотренные математические модели позволяют изучить эти явления.
- Выбор из нескольких моделей позволяет учесть особенности явлений.