

# **Отчет по лабораторной работе 8**

**Модель конкуренции двух фирм**

Шалыгин Георгий Эдуардович

# Содержание

## **Список иллюстраций**

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Изучить построение математической модели конкуренции двух фирм .

## 2 Задание

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## 3 Теоретическое введение

### 3.1 Модель одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:  $N$  – число потребителей производимого продукта.  $S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.  $M$  – оборотные средства предприятия  $\boxtimes$  – длительность производственного цикла  $p$  – рыночная цена товара  $\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.  $\delta$  – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.  $\kappa$  – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{q}{S}$$

, где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина

$p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{m\delta}{\tau} + NQp - k$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left( -\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) \right)$$

Подробнее в [1].

## 3.2 Конкуренция двух фирм

### 3.2.1 Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде  
Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у



потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Исследуем систему в случае, когда постоянные издержки ( $k_1, k_2$ ) пренебрежимо малы. И введем нормировку  $t = c_q \theta$ . Получим следующую систему:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Чтобы решить систему необходимо знать начальные условия.

### 3.2.2 Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться.

Рассмотрим следующую модель:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.002\right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

**Замечание:** Стоит отметить, что рассматривается упрощенная модель, которая дает модельное решение. В реальности факторов, влияющих на динамику изменения оборотных средств предприятий, больше.

Подробнее в [2].

## 4 Выполнение лабораторной работы

1. Зададим систему и начальные условия на Julia (fig. ??).

```
4 function F!(du, u, p, t)
  *   du[1] = p[4]*u[1] - p[3]*u[1]*u[2] - p[1]*u[1]*u[1]
  *   du[2] = p[5]*u[2] - p[3]*u[1]*u[2] - p[2]*u[2]*u[2]
  * end

ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Int64. In-place: true
timespan: (0, 100)
u0: 2-element Vector{Int64}:
 7700
 8800

  * begin
  *   u0 = [7700, 8800]
  *   T = (0, 100)
  *   pcr = 39
  *   N = 91
  *   q = 1
  *   t1 = 31
  *   t2 = 28
  *   p1 = 11.2
  *   p2 = 15.5
  *   p = [pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q), pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q), pcr /
  *       (t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q), (pcr - p1) / t1 / p1, (pcr - p2) / t2 / p2]
  *   prob = ODEProblem(F!, u0, T, p)
  * end
```

Рис. 4.1: Код для первой модели

2. Построим график изменения численности (fig. ??)

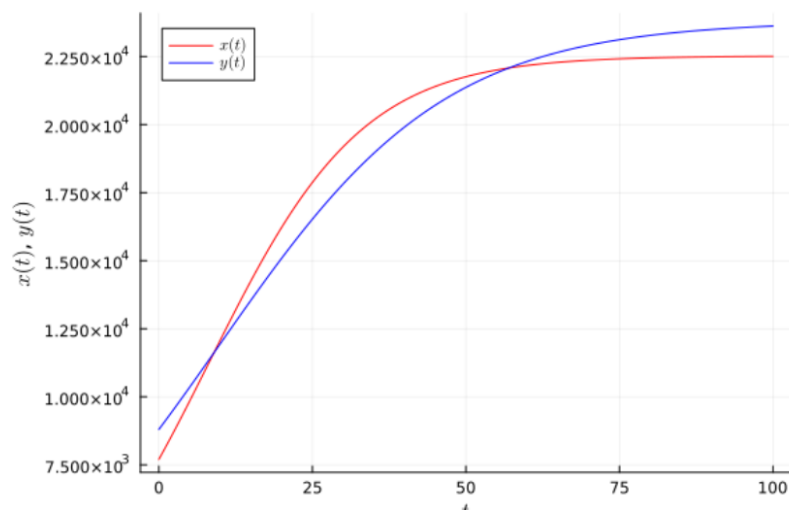


Рис. 4.2: График для первой модели

3. Теперь зададим модель в Openmodelica (fig. ??).

```

3 Real M1;
4 Real M2;
5 Real pcr = 39;
6 Real N = 91;
7 Real q = 1;
8 Real t1 = 31;
9 Real t2 = 28;
10 Real p1 = 11.2;
11 Real p2 = 15.5;
12 Real t = time;
13 Real a1 = pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q);
14 Real a2 = pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q);
15 Real b = pcr / (t1*t1*t2*t2*p2*p2*p1*p1*N*q);
16 Real c1 = (pcr - p1) / t1 / p1;
17 Real c2 = (pcr - p2) / t2 / p2;
18
19 initial equation
20 M1 = 7700;
21 M2 = 8800;
22 equation
23 der(M1) = c1*M1 - b*M1*M2 - a1*M1*M1;
24 der(M2) = c2*M2 - b*M1*M2 - a2*M2*M2;
25
26 end d;
```

Рис. 4.3: Модель в openmodelica

4. Построим график (fig. ??).

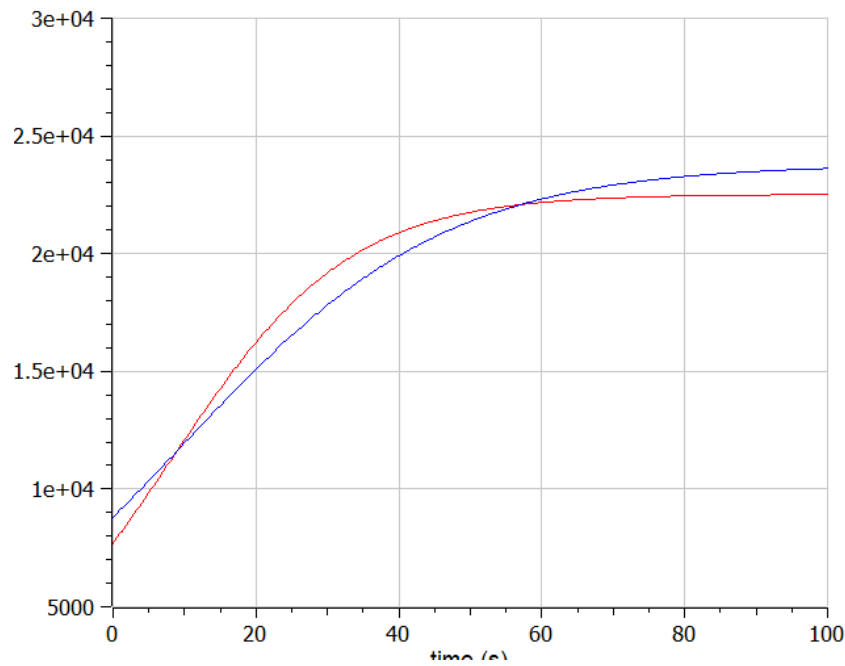


Рис. 4.4: Результаты моделирования в openmodelica

5. Рассмотрим второй случай.

6. Система уравнений в Julia (fig. ??).

```

• function F!(du, u, p, t)
•     du[1] = p[4]*u[1] - (p[3] + 0.00017*p[4])*u[1]*u[2] - p[1]*u[1]*u[1]
•     du[2] = p[5]*u[2] - p[3]*u[1]*u[2] - p[2]*u[2]*u[2]
• end

• Enter cell code...

ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Int64. In-place: true
timespan: (0, 100)
u0: 2-element Vector{Int64}:
 7700
 8800

• begin
•     u0 = [7700, 8800]
•     T = (0, 100)
•     pcr = 39
•     N = 91
•     q = 1
•     t1 = 31
•     t2 = 28
•     p1 = 11.2
•     p2 = 15.5
•     p = [pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q), pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q), pcr /
•         (t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q), (pcr - p1) / t1 / p1, (pcr - p2) / t2 / p2]
•     prob = ODEProblem(F!, u0, T, p)
• end

```

Рис. 4.5: Код для второй модели

7. Построим графики (fig. ??)

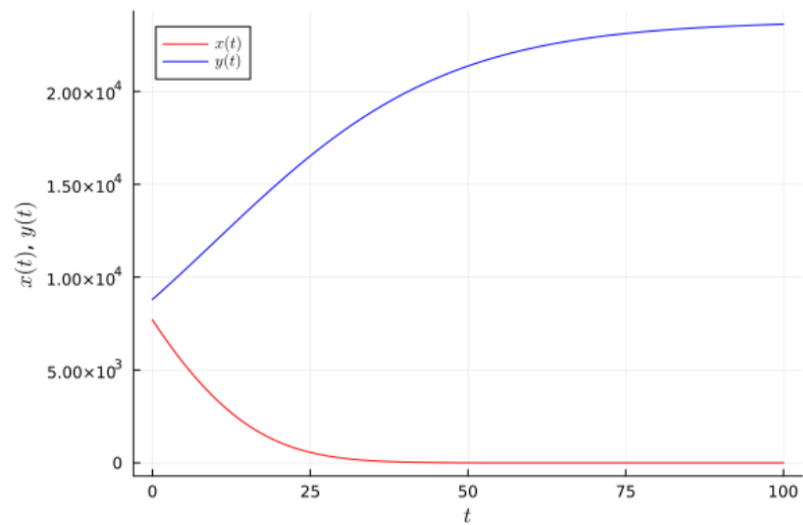


Рис. 4.6: Результат моделирования в julia

8. Та же модель в openmodelica (fig. ??)

```

3 Real M1;
4 Real M2;
5 Real pcr = 39;
6 Real N = 91;
7 Real q = 1;
8 Real t1 = 31;
9 Real t2 = 28;
10 Real p1 = 11.2;
11 Real p2 = 15.5;
12 Real t = time;
13 Real a1 = pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q);
14 Real a2 = pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q);
15 Real b = pcr / (t1*t1*t2*t2*p2*p2*p1*p1*N*q);
16 Real c1 = (pcr - p1) / t1 / p1;
17 Real c2 = (pcr - p2) / t2 / p2;
18
19 initial equation
20 M1 = 7700;
21 M2 = 8800;
22 equation
23 der(M1) = c1*M1 - (b+0.00017*c1)*M1*M2 - a1*M1*M1;
24 der(M2) = c2*M2 - b*M1*M2 - a2*M2*M2;
25
26 end d;

```

Рис. 4.7: Код для второй модели

9. И результаты моделирования (fig. ??)

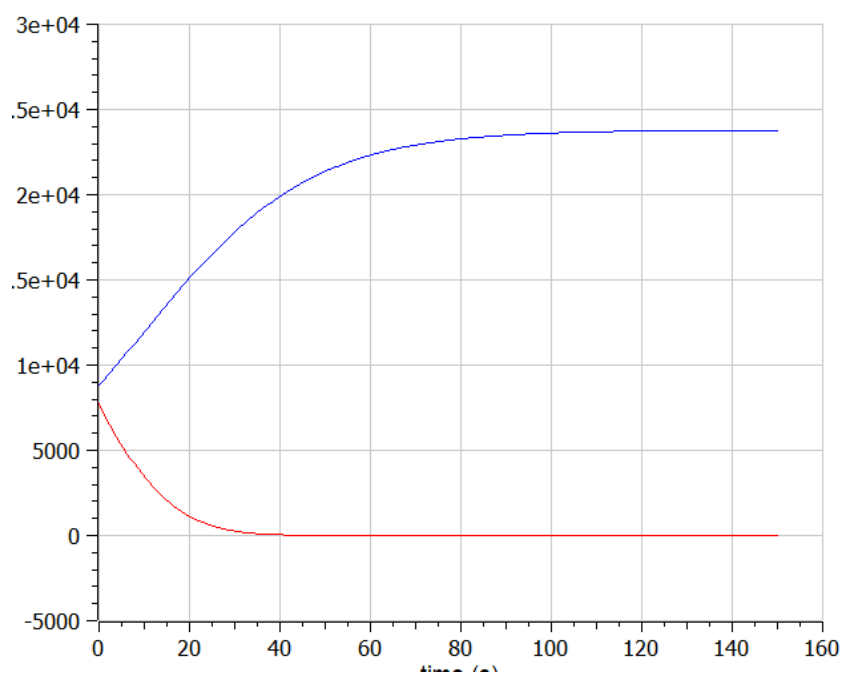


Рис. 4.8: График модели

## 5 Выводы

В итоге была рассмотрена простейшая модель конкуренции двух фирм . С использованием Julia и OpenModelica построены графики изменения численности, найдена точка максимума скорости.



## Список литературы

1. Б. И. ГЕРАСИМОВ Д.Н.П. Н. П. ПУЧКОВ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ . Издательство ГОУ ВПО ТГТУ, 2010.
2. В. В.О. Основы численного анализа динамических систем. Новосибирск, ФИЦ ИВТ, 2022. 124 с.