

二叉搜索树

思考

- 在 n 个动态的整数中搜索某个整数？（查看其是否存在）
- 假设使用动态数组存放元素，从第 0 个位置开始遍历搜索，平均时间复杂度： $O(n)$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
31	66	17	15	28	20	59	88	45	56

- 如果维护一个有序的动态数组，使用二分搜索，最坏时间复杂度： $O(\log n)$
- 但是添加、删除的平均时间复杂度是 $O(n)$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	17	20	28	31	45	56	59	66	88

- 针对这个需求，有没有更好的方案？
- 使用二叉搜索树，添加、删除、搜索的最坏时间复杂度均可优化至： $O(\log n)$

二叉搜索树 (Binary Search Tree)

- 二叉搜索树是二叉树的一种，是应用非常广泛的一种二叉树，英文简称为 BST

- 又被称为：二叉查找树、二叉排序树

- 任意一个节点的值都大于其左子树所有节点的值

- 任意一个节点的值都小于其右子树所有节点的值

- 它的左右子树也是一棵二叉搜索树

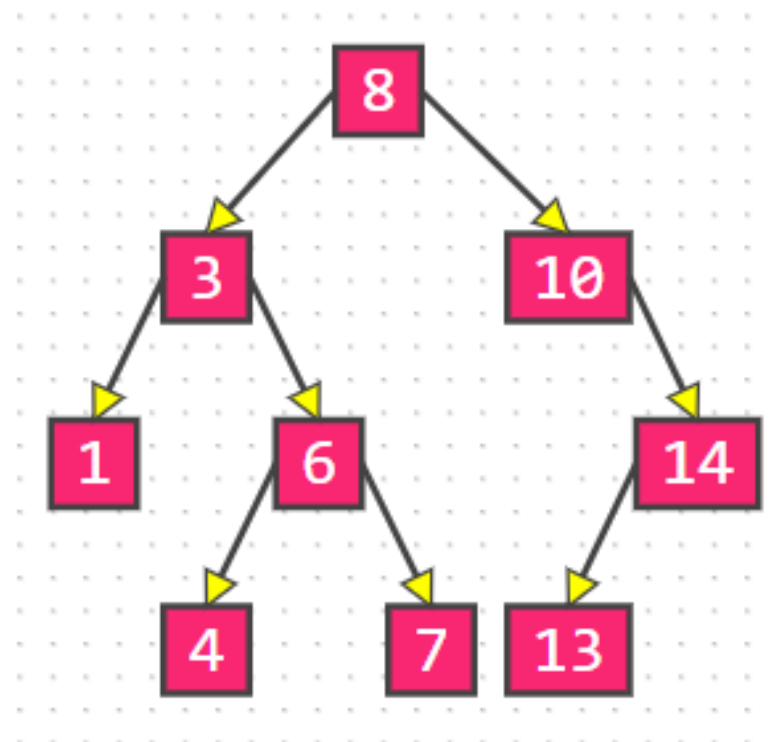
- 二叉搜索树可以大大提高搜索数据的效率

- 二叉搜索树存储的元素必须具备可比较性

- 比如 `int`、`double` 等

- 如果是自定义类型，需要指定比较方式

- 不允许为 `null`

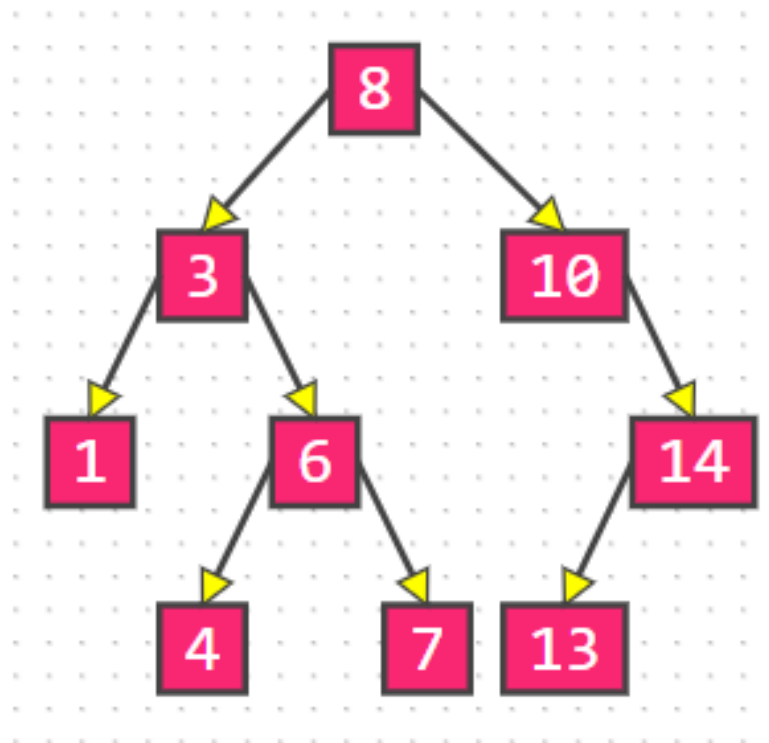


二叉搜索树的接口设计

- `int size()` // 元素的数量
- `boolean isEmpty()` // 是否为空
- `void clear()` // 清空所有元素
- `void add(E element)` // 添加元素
- `void remove(E element)` // 删除元素
- `boolean contains(E element)` // 是否包含某元素

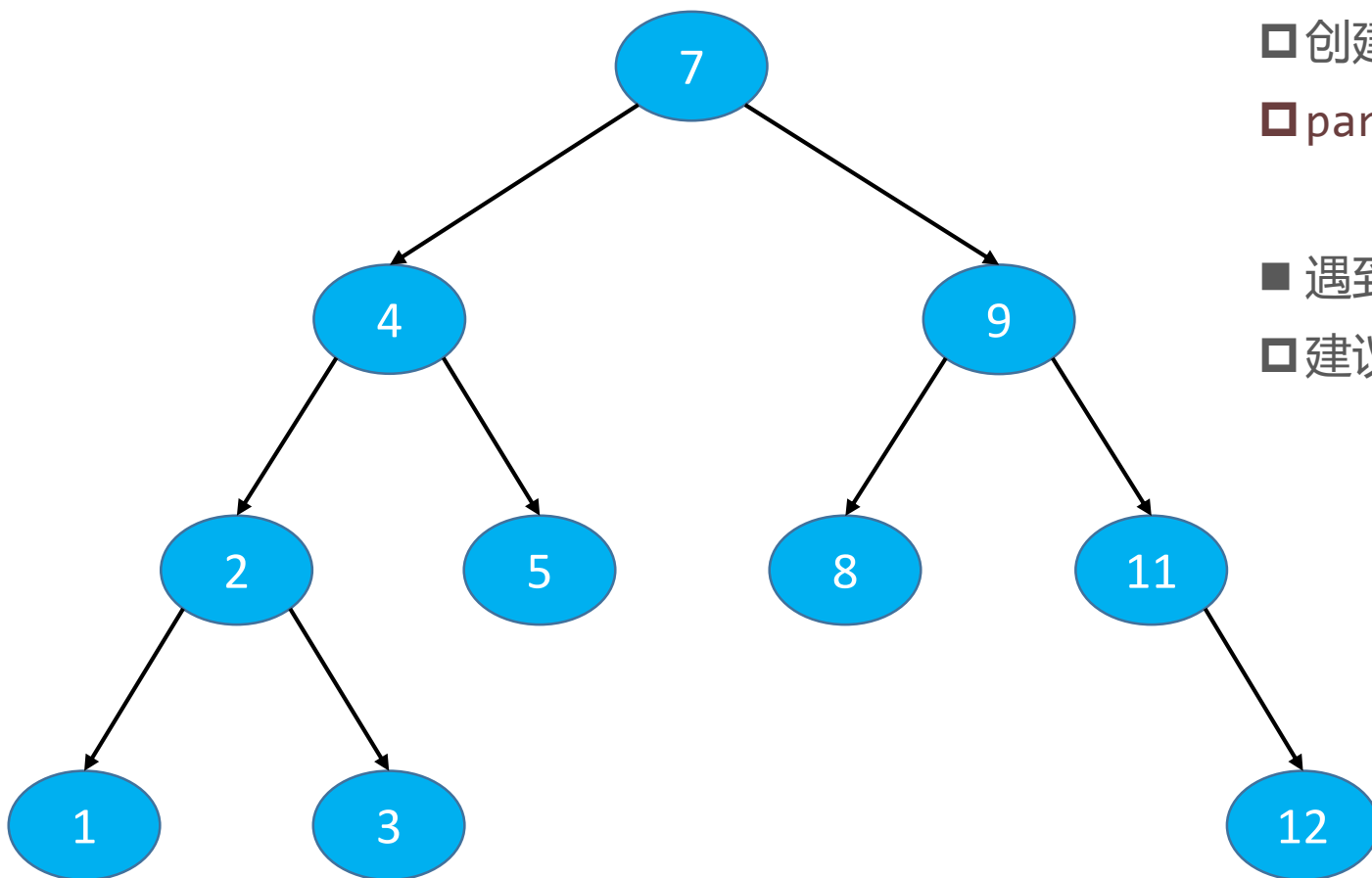
■ 需要注意的是

- 对于我们现在使用的二叉树来说，它的元素没有索引的概念
- 为什么？



添加节点

■ 比如添加12、1



■ 添加步骤

□ 找到父节点 parent

□ 创建新节点 node

▣ parent.left = node 或者 parent.right = node

■ 遇到值相等的元素该如何处理?

□ 建议覆盖旧的值

元素的比较方案设计

1. 允许外界传入一个 Comparator 自定义比较方案
2. 如果没有传入 Comparator, 强制认定元素实现了 Comparable 接口

推荐一些神奇的网站

- <http://itjc8.com>
- <http://520it.com/binarytrees/>
- <http://btv.melezinek.cz/binary-search-tree.html>
- <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>
- <https://yangez.github.io/btree-js>
- <https://www.codelike.in>

打印二叉树

■ 工具: <https://github.com/CoderMJLee/BinaryTrees>

■ 使用步骤

□ 实现 BinaryTreeInfo 接口

□ 调用打印API

✓ `BinaryTrees.println(bst);`

```
/****** BinaryTreeInfo *****/  
@Override  
public Object root() {  
    // 根节点是谁?  
    return root;  
}  
  
@Override  
public Object left(Object node) {  
    // 如何查找左节点?  
    return ((Node<E>)node).left;  
}  
  
@Override  
public Object right(Object node) {  
    // 如何查找右节点?  
    return ((Node<E>)node).right;  
}  
  
@Override  
public Object string(Object node) {  
    // 如何打印单个节点?  
    return ((Node<E>)node).element;  
}  
/****** BinaryTreeInfo *****/
```


根据元素内容获取节点

```
private Node<E> node(E element) {  
    elementNotNullCheck(element);  
    Node<E> node = root;  
    while (node != null) {  
        int cmp = compare(element, node.element);  
        if (cmp == 0) return node;  
        if (cmp > 0) {  
            node = node.right;  
        } else {  
            node = node.left;  
        }  
    }  
    return node;  
}
```

删除节点 - 叶子节点

■ 直接删除

□ `node == node.parent.left`

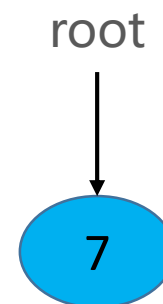
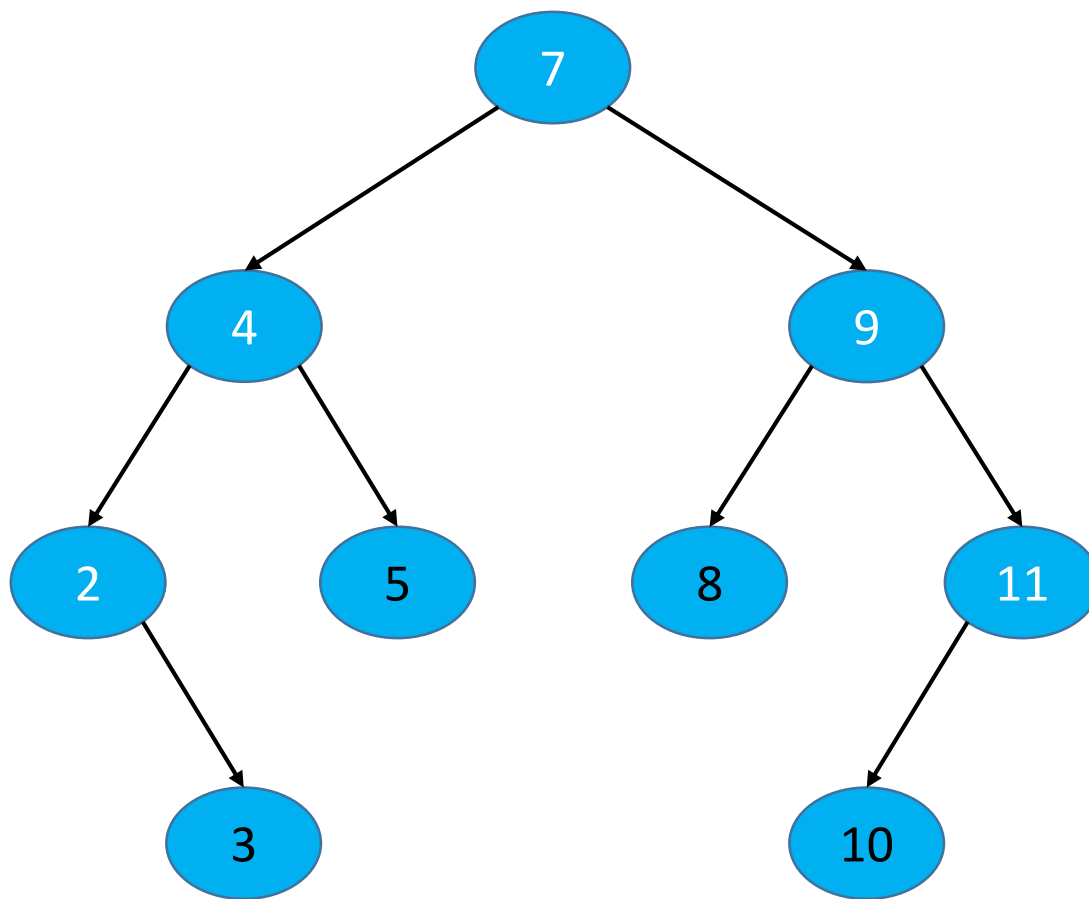
✓ `node.parent.left = null`

□ `node == node.parent.right`

✓ `node.parent.right = null`

□ `node.parent == null`

✓ `root = null`



删除节点 - 度为1的节点

■ 用子节点替代原节点的位置

▣ child 是 node.left 或者 child 是 node.right

▣ 用 child 替代 node 的位置

✓ 如果 node 是左子节点

➤ child.parent = node.parent

➤ node.parent.left = child

✓ 如果 node 是右子节点

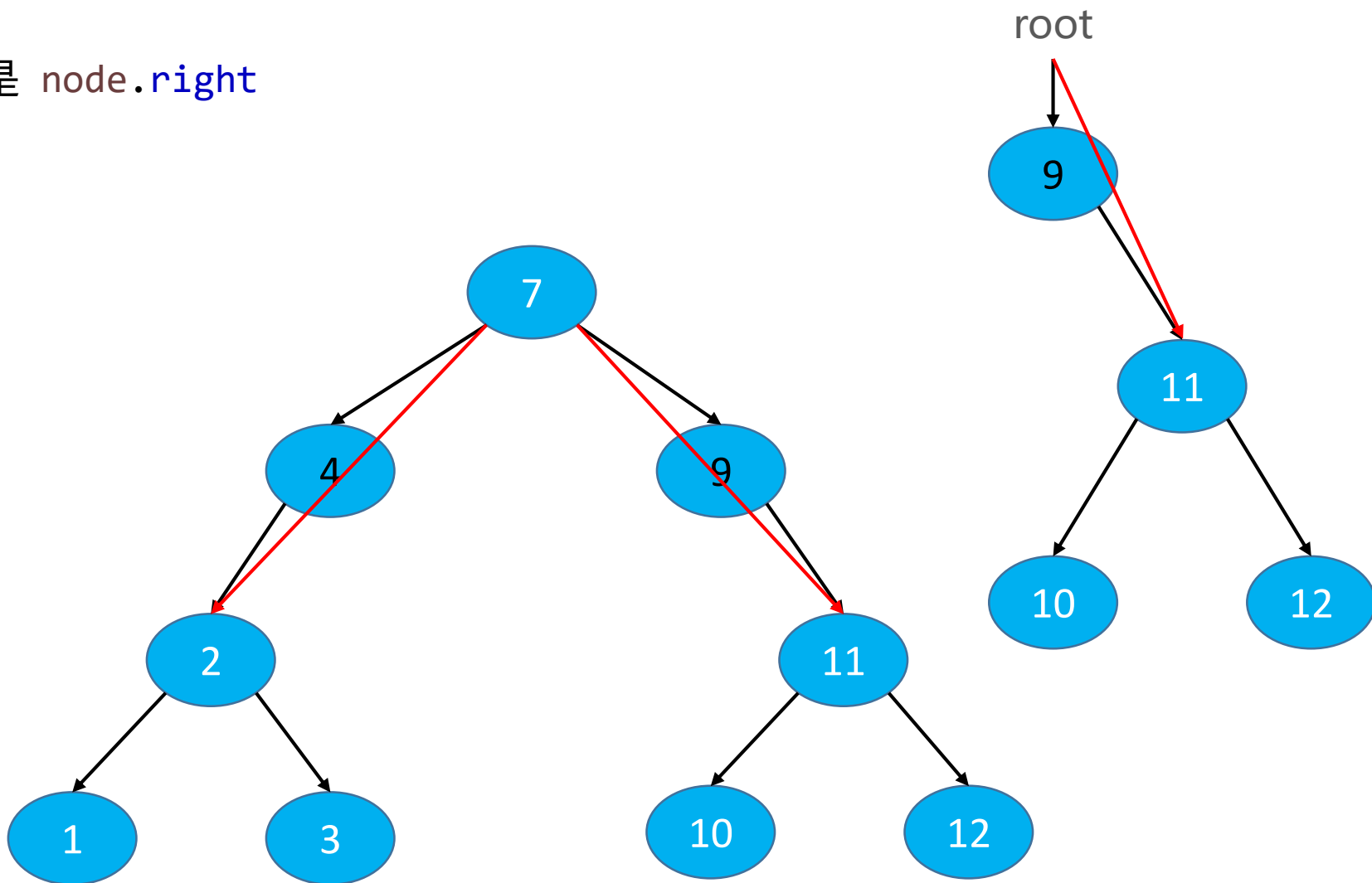
➤ child.parent = node.parent

➤ node.parent.right = child

✓ 如果 node 是根节点

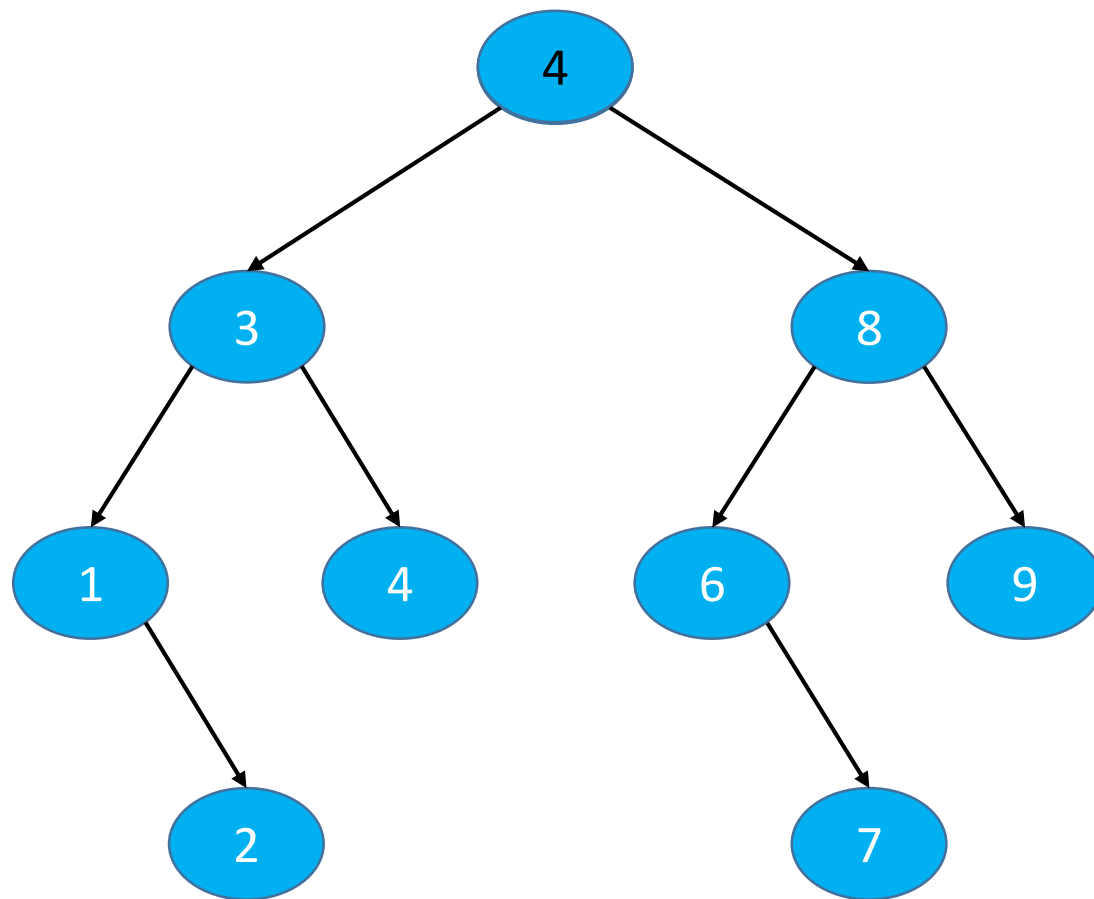
➤ root = child

➤ child.parent = null

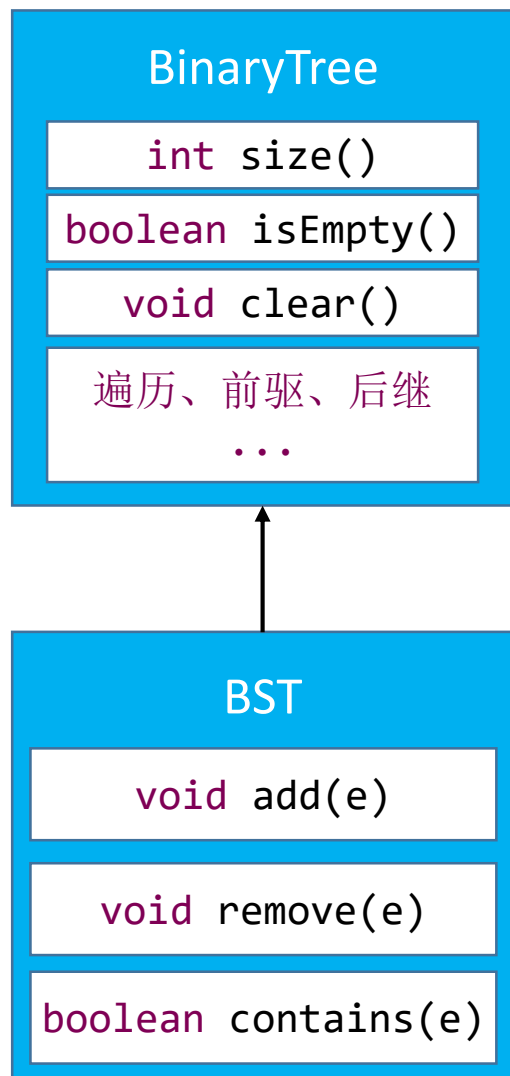


删除节点 – 度为2的节点

- 举例：先删除 5、再删除 4
- 先用前驱或者后继节点的值覆盖原节点的值
- 然后删除相应的前驱或者后继节点
- 如果一个节点的度为 2，那么
 - 它的前驱、后继节点的度只可能是 1 和 0



简单的继承结构



作业

- 删除二叉搜索树中的节点: <https://leetcode-cn.com/problems/delete-node-in-a-bst/>
- 二叉搜索树中的搜索: <https://leetcode-cn.com/problems/search-in-a-binary-search-tree/>
- 二叉搜索树中的插入操作: <https://leetcode-cn.com/problems/insert-into-a-binary-search-tree/>
- 验证二叉搜索树: <https://leetcode-cn.com/problems/validate-binary-search-tree/comments/>
- 二叉搜索树的最小绝对差: <https://leetcode-cn.com/problems/minimum-absolute-difference-in-bst/comments/>
- 二叉搜索树结点最小距离: <https://leetcode-cn.com/problems/minimum-distance-between-bst-nodes/comments/>

作业

- 将有序数组转换为二叉搜索树: <https://leetcode-cn.com/problems/convert-sorted-array-to-binary-search-tree/>
- 二叉搜索树的范围和: <https://leetcode-cn.com/problems/range-sum-of-bst/>
- 二叉搜索树的最近公共祖先: <https://leetcode-cn.com/problems/lowest-common-ancestor-of-a-binary-search-tree/>
- 二叉搜索树中第K小的元素: <https://leetcode-cn.com/problems/kth-smallest-element-in-a-bst/>
- 二叉搜索树迭代器: <https://leetcode-cn.com/problems/binary-search-tree-iterator/>
- 恢复二叉搜索树: <https://leetcode-cn.com/problems/recover-binary-search-tree/>