5) b) Como visto no quesito (a), temos que achar um estado quântico ortogonal e unitário, de modo a formar uma base ortonormal. Esse $|v\rangle$ pode ser dado como:

$$\boxed{|v\rangle = \alpha |+\rangle + \beta |-\rangle}$$

Podemos representar o estado $\frac{1}{2}|+\rangle - \frac{i\sqrt{3}}{2}|-\rangle$ como o seguinte vetor: $\begin{pmatrix} 1/2 \\ +\frac{i\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$. Como temos que achar um estado ortogonal a esse estado, pegando seu complexo conjugado, temos: $(1/2, +i\sqrt{3}/2)$.

Logo, descobrindo α e β: $(1/2, +i\sqrt{3}/2)\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ $\therefore$ $\boxed{\alpha = -i\sqrt{3}\beta}$

Seguindo a propriedade para esse vetor ser unitário, temos:

$$\boxed{|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1}$$

$$|-i\sqrt{3}\beta|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$3\beta^2 + \beta^2 = 1$$

$$\beta^2 = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\beta = \frac{1}{2}} \quad \therefore \quad \boxed{\alpha = -\frac{i\sqrt{3}}{2}}$$

Logo, podemos escrever o estado $|v\rangle$ como:

$$\boxed{|v\rangle = -\frac{i\sqrt{3}}{2}|+\rangle + \frac{1}{2}|-\rangle}$$

Que é ortogonal a $\frac{1}{2}|+\rangle - \frac{i\sqrt{3}}{2}|-\rangle$.

Logo a base ortonormal é formada pelos estados:

$$\left\{\frac{1}{2}|+\rangle - \frac{i\sqrt{3}}{2}|-\rangle, -\frac{i\sqrt{3}}{2}|+\rangle + \frac{1}{2}|-\rangle\right\}$$

Digitalizado com CamScanner