

6. Clefs de compréhension de l'électromagnétisme : génération d'une induction dans un espace de travail – l'aimant

« La pauvreté ne consiste pas à manquer d'argent, mais de repères. »
Yasmina Khadra (1955 -), in A quoi rêvent les loups.

Nous poursuivons la séance précédente en continuant à arpenter les lois de l'électromagnétisme et en insistant sur l'application du théorème d'Ampère. Cette répétition semble nécessaire pour stabiliser vos repères et asseoir les fondements de la compréhension des machines électriques.

Nous prenons comme prétexte l'équivalence aimant – bobine alimentée par un courant. Cette équivalence présente des retombées technologiques très concrètes pour produire des machines compactes, critère clef des applications embarquées tant en production (éoliennes, ...) qu'en utilisation (véhicules électriques, hybrides ou à batteries, photocopieurs, actionneurs de vol des avions, etc).

0. Avant la séance : préparer sa boîte à outils...

- 0.1. Rappeler la caractéristique B-H d'un matériau ferromagnétique.
- 0.2. A quoi est proportionnelle l'aire d'un cycle d'hystérésis ?
- 0.3. Donner les caractéristiques B-H des deux matériaux ferromagnétiques technologiquement intéressant : le ferromagnétisme doux et le ferromagnétisme dur
- 0.4. Dans le cadre du ferromagnétisme doux, quelle est la relation B-H pour un matériau idéalisé par un comportement linéaire.
- 0.5. Dans le cadre du ferromagnétisme dur, qu'appelle-t-on : induction rémanente et champ coercitif ?



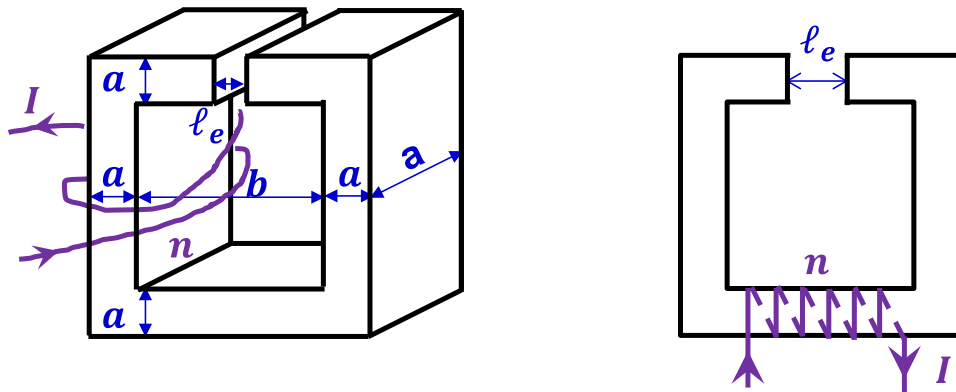
Fin de la préparation



On s'intéresse à la pièce magnétique dont on donne

- la géométrie (cf figure ci-après)
- la perméabilité relative : $\mu_{R,f} = 1500$. (matériau magnétique doux linéaire)

Le matériau magnétique présente un petit volume d'air d'épaisseur infime ℓ_e .



a	b	ℓ_e	
5 cm	14 cm	1 mm	

- Dans un premier temps, on réalise un bobinage de $n = 200$ spires autour du matériau magnétique et on lui impose un courant I .
- Dans un second temps, on supprime ce bobinage et on remplace une partie du matériau magnétique doux par un électroaimant rigide.

On demande :

1. Circuit magnétique linéaire avec entrefer

On souhaite reprendre la démarche permettant d'établir le lien entre l'induction désirée dans l'entrefer B et le courant nécessaire I dans le bobinage pour le produire.

1.1. Ecrire le système de 4 équations régissant les champs magnétiques.

1.2. En déduire la relation entre B et I .

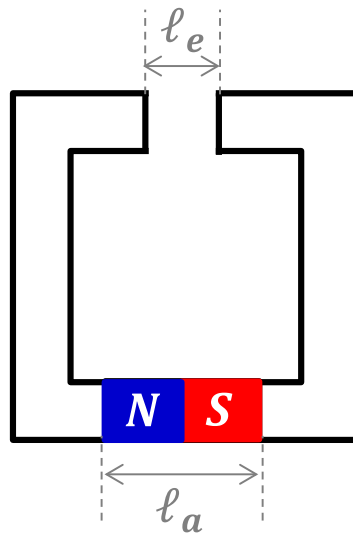
1.3. Réaliser l'application numérique

- lorsqu'on impose un courant $I = 5$ A.
- pour obtenir l'induction désirée $B = 1,30$ T.

1.4. Quel effet parasite subit le système étudié ?

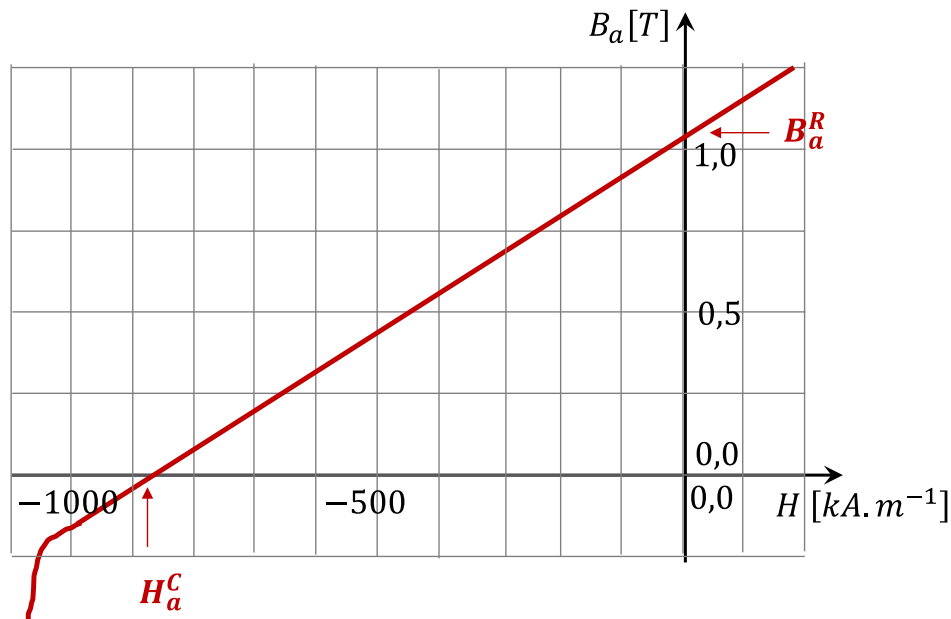
2. Création de l'induction dans l'entrefer au moyen d'un aimant

On supprime le bobinage de n spires et on insère un aimant dans le circuit magnétique comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On souhaite toujours imposer une induction magnétique donnée dans l'entrefer. Pour cela on choisit une technologie d'aimant rigide réalisée à partir d'un alliage de Néodyme, de Fer et de Bore (Nd-Fe-B). La partie utile de sa courbe de désaimantation est donnée à la figure suivante. Ses principales caractéristiques sont :

- une induction rémanente importante : $B_a^R = 1,10 \text{ T}$
- un champ coercitif élevé : $H_a^C = -875 \text{ kA.m}^{-1}$



2.1. Calculer la perméabilité dynamique de l'aimant dans la partie utile de sa zone de désaimantation.

👉 La perméabilité dynamique est définie par :

$$\mu_d = \frac{dB}{dH}$$

2.2. Ecrire le système de 5 équations régissant les champs magnétiques.

2.2. En déduire la relation entre B et B_a^R .

2.3. Equivalence bobine – aimant :

- Réaliser l'application numérique permettant d'imposer la même induction d'entrefer que celle obtenue par la bobine parcouru par un courant $I = 5 \text{ A}$.
- Déterminer le point de fonctionnement (B_a, H_a) de l'aimant et placer le sur sa courbe de désaimantation.
- L'effet parasite évoqué à la question 3.4 est-il toujours présent ?
- Est-il possible de produire une induction de $1,30 \text{ T}$ dans l'entrefer ?

2.4. Pour aller plus loin, proposer une solution permettant de lever la contrainte précédente.

- En adoptant des dimensions intuitives arbitraires, montrer, en reprenant les équations de la question 4.2 qu'il est possible de générer une induction de $1,30 \text{ T}$ dans l'entrefer.
- Est-il possible de générer un tel champ avec des aimants en ferrite dont les caractéristiques typiques sont :

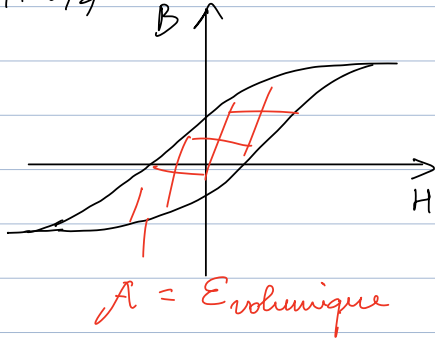
- Induction rémanente : $B_a^R = 0,30 \text{ T}$
- Champ coercitif : $H_a^C = -270 \text{ kA.m}^{-1}$

2.5. **En travaux :** montrer que la solution n'est pas unique et comment l'optimiser sur un critère de coût.

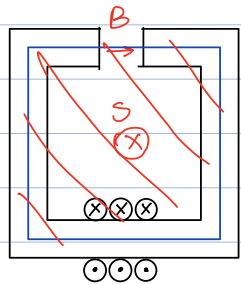
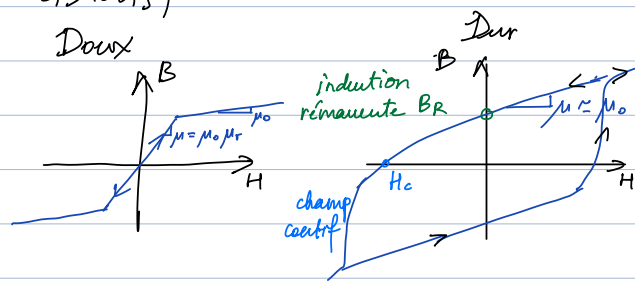


👉 A bientôt pour continuer l'exploration des principes de l'électromagnétisme dans le cadre restrictif des circuits magnétiques linéaires ...

0,1 ~ 0,2)



0,3 ~ 0,5)
Doux



1.1)
(1)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_f l_f + H_{air} l_e = n I = \mathcal{E}$$

ligne de champ moyenne

(2) le flux de l'induction conservatif.

$$\Phi_B = B_f \cdot S = B_{air} \cdot S$$

$\hookrightarrow B_f = B_{air}$

(3) $B = \mu_0 H_{air}$

(4) $B = \mu_0 \mu_r H_f$

1.2)

$$\left(\frac{B}{\mu_0 \mu_r} l_f \right) + \left(\frac{B}{\mu_0} l_e \right) = \mathcal{E}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 n I}{(l_e) + \left(\frac{l_f}{\mu_r} \right)}$$

linéaire entre cause et effet

$$l_e = 1 \text{ mm}$$

$$\frac{l_f}{\mu_r} = \frac{760}{1500} \approx 0,51 \text{ mm}$$

1.3)

a) $I = 5 \text{ A}$

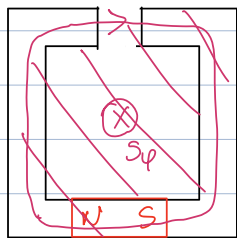
$B = 0,83 \text{ T}$

b) $B = 1,3 \text{ T}$

$$I = B \frac{(l_e) + \left(\frac{l_f}{\mu_r} \right)}{\mu_0 n}$$

aimant

2)



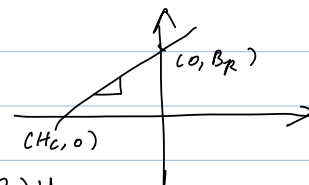
(1). $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_f l_f + H_{air} l_e + H_a l_a = \iint_{S_f} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

(2) $\Phi_B = B_f \cdot S = B_{air} S = B_a S$

(3) $B = \mu_0 H_{air}$

(4) $B = \mu_0 \mu_r H_f$

(5) $B = \mu_0 \mu_r H_f + B^R + \left(\frac{B^R - 0}{0 - H_c} \right) H_a$



$$\frac{B}{\mu_0} \left(\frac{l_f}{\mu_r} \right) + \frac{B}{\mu_0} (l_e) + \frac{B^R - B}{B^R} H^c l_a = 0$$

$$\mu_a = \frac{B^R}{(-H^c)} = \frac{1,10}{875 \cdot 10^3} = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ T.m. A}^{-1}$$

$$\frac{\mu_a}{\mu_0} \simeq 1 \rightarrow B = B^R + \mu_a H_a$$

$$\rightarrow H_a = \frac{B - B^R}{\mu_a}$$

$$\text{Ici avec } \mu_a \simeq \mu_0 \quad H_a = \frac{B}{\mu_0} - \frac{B^R}{\mu_0}$$

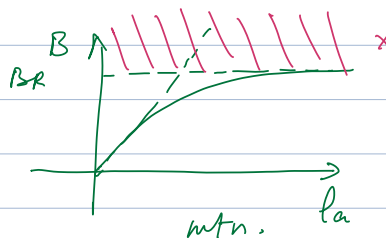
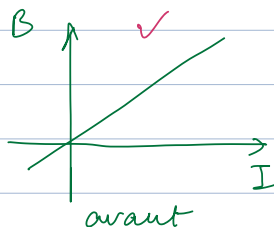
$$\frac{B}{\mu_0} \left\{ \frac{l_f}{\mu_r} + l_e + l_a \right\} = \frac{B^R}{\mu_0} \cdot l_a \leftrightarrow \mathcal{E}$$

$$\Rightarrow B = \frac{B^R \cdot l_a}{l_e + \frac{l_f}{\mu_r} + l_a} \xrightarrow{l_a \rightarrow \infty} B^R$$

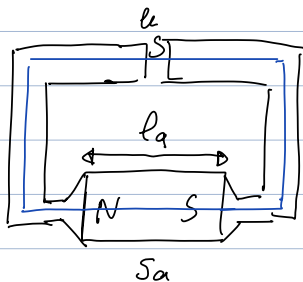
$$\Rightarrow l_a = \frac{B \left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right)}{B^R - B}$$

$$\text{on voulait } B = 0,83 \text{ T} \Rightarrow l_a = 4,7 \text{ mm}$$

$$B = 1,3 \text{ T} \Rightarrow l_a < 0. \quad \times$$



→ changer de section. (pour conserver le lien $B_a = B_{air}$)



pas de courant.

$$H_f l_f + H_{air} l_e + H_a l_a = 0$$

$$B = B_f = B_{air}$$

$$B = \mu_0 H_f$$

$$B = \mu_0 \mu_r H_f$$

$$B_a = B^R + \mu_a H_a$$

$$B \cdot S = B_a S_a$$

$$\frac{S_a}{S} = \frac{B}{B_a}$$

$$B_a < B^R = 1,1 \text{ T}$$

$$B = 1,3 \text{ T}$$

$$\Rightarrow \frac{S_a}{S} > \frac{1,3}{1,1} = 1,18$$

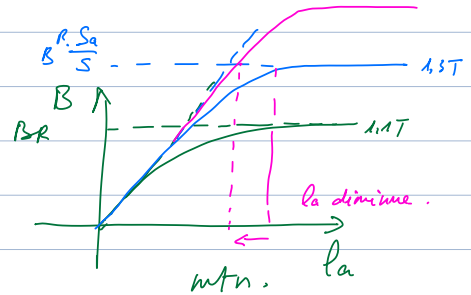
$$\frac{B}{\mu_0} \left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right) + l_a \left(\frac{B(S_a) - B^R}{\mu_a} \right) = 0$$

infinité de possibilité à partir de $\frac{S_a}{S} > 1,18$

Ici $\mu_a \approx \mu_0$

$$\Rightarrow B = B^R \cdot \frac{l_a}{\left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right) + l_a \left(\frac{S}{S_a} \right)}$$

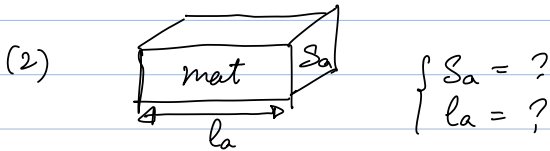
$$B : 0 \xrightarrow{l_a \uparrow} B^R \times \left(\frac{S_a}{S} \right)$$



cdc: $B_e = 1.3T$
dans l'acier $\left\{ \begin{array}{l} S = 25 \text{ cm}^2 \\ l_e = 1 \text{ mm} \end{array} \right.$

(1) Une bobine ($n = 200 \text{ sp}$) $\rightarrow I = 7.8A$

effet Joule \rightarrow effet parasite (1.4)

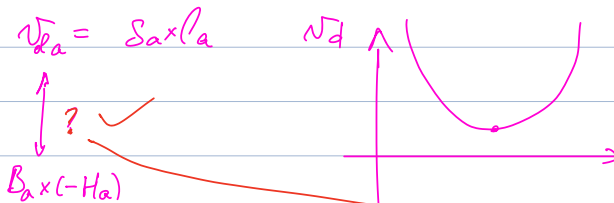


$$\alpha = \frac{S_a}{S} = 1.5$$

$$\Rightarrow l_a = \frac{B \cdot \left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right)}{B^R - B}$$

α	1.5	2.0	3.0	4.0
S_a (cm ²)	37.5	50.0	75.0	100.0
l_a (mm)	8.41	4.36	2.94	2.53
B_a (T)	0.87	0.65	0.43	0.325
H_a	-186	-358	-530	-616.6

Volume: \rightarrow à optimiser



$$(1) (-H_a) = \frac{H_f l_f + H_{air} l_e}{l_a} = \frac{\frac{B}{\mu_0} \left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right)}{l_a}$$

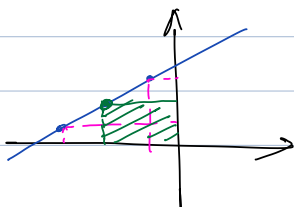
$$\rightarrow B_a (-H_a) = \frac{B^2 S}{\mu_0} \left(l_e + \frac{l_f}{\mu_r} \right)$$

$$(2) B_a = B \cdot \frac{S}{S_a}$$

J/m^3

\rightarrow maximiser l'énergie volumique utilisée

$\rightarrow l_a +$ grande surface possible



$BS = B_a S_a$

fixé, α fixé

