

5. Clefs de compréhension de l'électromagnétisme : génération d'une induction dans un espace de travail

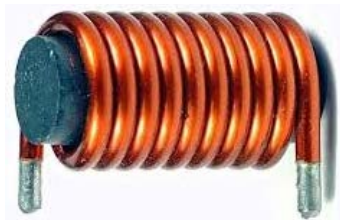
« Les lois inutiles affaiblissent les lois nécessaires. »
Charles de Montesquieu (1689 - 1755), in L'esprit des lois.

Cette séance entame la séquence qui va nous voir ouvrir le capot d'un moteur électrique pour en comprendre les fondements. Dès que les puissances en jeu sont significatives, ces convertisseurs électromécaniques utilisent une énergie intermédiaire : l'énergie électromagnétique.

Aussi, le principe de fonctionnement des machines électriques se fonde-t-il sur l'électromagnétisme. Discipline que nous allons arpenter avec comme unique objectif l'étude des interactions entre courants électriques et champs magnétiques sous l'angle exclusif de la machine électrique. Cette première étape débute par la compréhension du lien entre le champ d'induction (nécessaire à la création de forces magnétiques), les sources (qui permettent de le créer) et les matériaux (qui permettent d'obtenir une valeur significative).

0. Avant la séance : préparer sa boîte à outils...

- 0.1. Rappeler les 4 lois de Maxwell orchestrant l'électromagnétisme.
- 0.2. Nommer les 4 champs et les deux sources.
- 0.3. Donner les unités des champs.
- 0.4. Rappeler les deux théorèmes mathématiques permettant de passer de formes locales à des formes globales.
- 0.5. Rappeler la loi de comportement d'un matériau magnétique linéaire.
- 0.6. Donner la valeur de la perméabilité du vide et son unité.

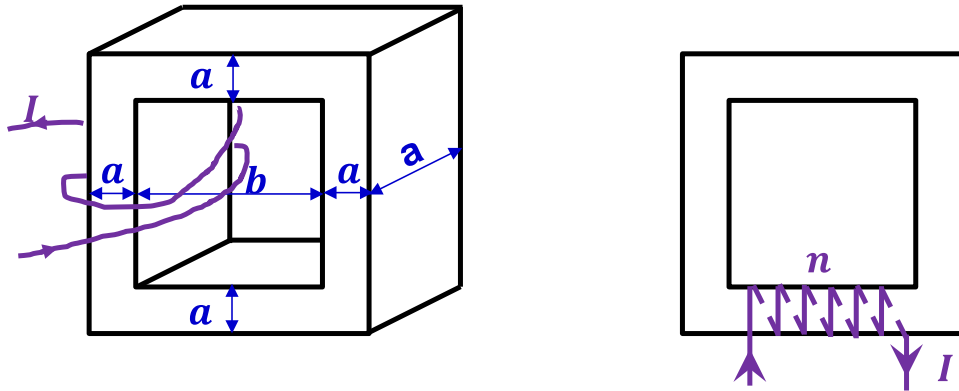


On s'intéresse à la pièce magnétique dont on donne

- la géométrie (cf figure ci-après)
- et les points (B, H) relevés lors de son aimantation. Les valeurs données ci-après sont dans le système international des unités.

| | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| H | 0 | 200 | 400 | 600 | 800 | 1000 | 1200 | 1400 |
| B | 0,000 | 0,500 | 0,750 | 0,910 | 1,050 | 1,125 | 1,180 | 1,235 |

| | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| H | 1600 | 1800 | 2000 | 2200 | 2400 | 2600 | 2800 | 3000 |
| B | 1,280 | 1,300 | 1,340 | 1,380 | 1,410 | 1,425 | 1,440 | 1,455 |



| a | b |
|------|-------|
| 5 cm | 14 cm |

- 0.7.** Tracer le diagramme B-H, appelé aussi courbe d'aimantation du matériau magnétique. On pourra adopter l'échelle de 5 cm pour $1000 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ et 5 cm pour 1 T. Ou mieux utiliser un logiciel idoine !
- 0.8.** En concordance tracer la perméabilité relative du matériau. De la même manière, un logiciel est nettement plus approprié.



Fin de la préparation

On réalise un bobinage de $n = 200$ spires autour du matériau magnétique et on lui impose un courant I .



✍ On demande :

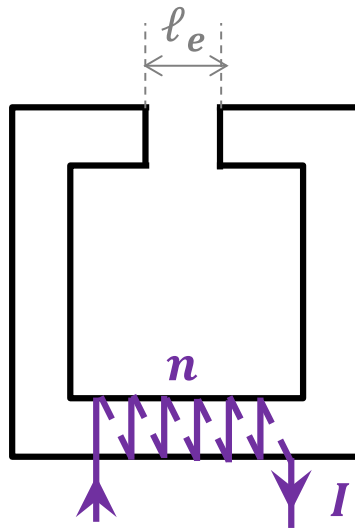
1. Circuit magnétique sans entrefer

- 1.1. Le matériau est-il un bon « conducteur magnétique » ?
- 1.2. Dans quel cas peut-on négliger les lignes de fuite ?
- 1.3. Les lignes de fuite étant négligées, que pensez-vous de la valeur du champ d'excitation magnétique sur les différentes lignes de champ à l'intérieur du matériau. Dans quel cas peut-on considérer que la valeur de ce module est uniforme ?
- 1.4. Calculer la longueur géométrique de la ligne de champ moyenne ?
- 1.5. Déterminer le lien entre le courant I dans la bobine et le champ d'excitation H à l'intérieur du matériau magnétique.
- 1.6. On souhaite reporter cette caractéristique sur la courbe $B - H$ tracée précédemment. Quelle est la courbe représentant cette équation ? Représenter la pour les 3 courants ci-dessous et compléter le tableau.

| I | 2 A | 4 A | 8 A |
|-----|-----|-----|-----|
| H | | | |
| B | | | |

2. Circuit magnétique avec entrefer

On libère au sein du circuit magnétique un petit volume d'air d'une épaisseur ℓ_e de **1 mm**. On appelle cette zone : l'**entrefer** car située au cœur du matériau ferromagnétique. Cette zone de petit volume est en fait essentielle pour de nombreuses raisons. Elle est, par exemple, l'espace indispensable pour permettre à la partie mobile d'un moteur de tourner (moteur rotatif) ou d'avancer (moteur linéaire). La figure ci-dessous en donne une illustration (l'épaisseur d'entrefer n'est pas à l'échelle !):



- 2.1. Ecrire le théorème d'Ampère sur un contour pertinent.
- 2.2. Donner la relation entre l'induction B_f dans le matériau ferromagnétique et l'induction B_e dans l'entrefer.
- 2.3. Rappeler les lois de comportement des champs magnétiques dans chacun des deux matériaux concernés par le contour choisi pour le théorème d'Ampère.
- 2.4. En déduire la relation que doit respecter l'induction B_f et le champ d'excitation magnétique dans le matériau magnétique.
- 2.5. Quelle est la courbe représentant cette équation ? Reporter cette caractéristique sur la courbe $B - H$ tracée précédemment. Représenter la pour les 3 courants (2 A, 4 A et 8 A) et compléter le tableau ci-dessous.

| I | 2 A | 4 A | 8 A |
|--------------|-----|-----|-----|
| H_f | | | |
| B_f | | | |
| $H_f \ell_f$ | | | |
| $H_e \ell_e$ | | | |

- 2.6. On souhaite désormais imposer une induction dans l'entrefer : $B = 1,30 \text{ T}$. Quel courant I faut-il imposer dans le bobinage d'excitation ?



👉 A bientôt pour continuer à exploration des principes de l'électromagnétisme. Nous aborderons l'équivalence bobine – aimant dans le cadre restrictif des circuits magnétiques linéaires ...

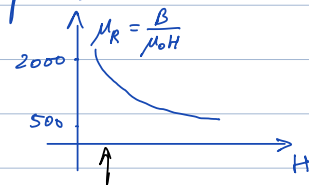
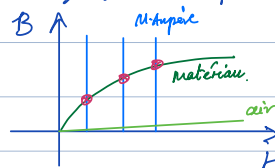
$$\begin{cases} \text{div}(\vec{D}) = \rho \\ \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{B}) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \rho \\ \vec{j} \end{array} \quad \begin{array}{c} \vec{D} \\ \vec{E} \\ \vec{H} \\ \vec{B} \end{array} \text{matériau.}$$

$$B = B(H)$$

Silinéaire: $B = \mu_0 \mu_r H$. pareil pour \vec{D}

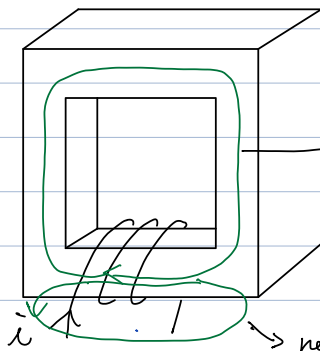
[Stokes: $\oint_e \vec{X} \cdot d\vec{l} = \iint_s \text{rot}(\vec{X}) \cdot d\vec{S}$]

[Green: $\oint_s \vec{X} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\text{vol}_s} \text{div}(\vec{X}) dV$]



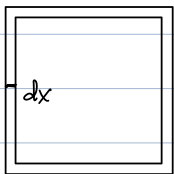
Bon conducteur magnétique.

1.2)

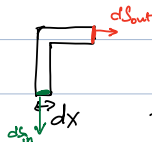


le matériau: grande perméabilité
→ presque tout.

fuites
négligeables car le matériau canalise les champs.
(μ_r suffisamment grande)



tube de champ.



$$\oint_{\text{tube}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, (\text{div} \vec{B} = 0)$$

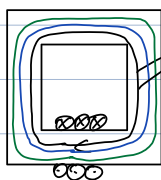
$$(-B_{\text{in}} S) + (B_{\text{out}} \cdot S) + 0 = 0.$$

(rien dans le tube)

B constant sur une ligne de champ.

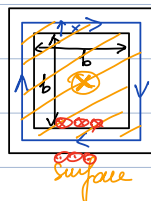
1.3)

mais



égales?

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_s \text{rot}(\vec{H}) \cdot d\vec{S} = \iint_s \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



$$+ H(x) \cdot l(x) = n \cdot i$$

$$H(x) = \frac{n i}{4b(1 + \frac{2x}{b})} \quad x \uparrow H \downarrow$$

1.4)



$$\frac{a}{b} \ll 1 \quad H_{\text{moy}} = \frac{n i}{4b(1 + \frac{2}{b})}$$

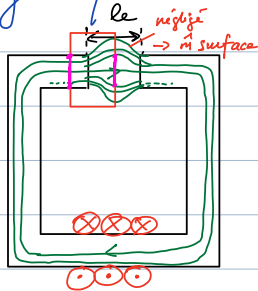
1.6)

| I | 2A | 4A | 8A |
|------------------------------------|---------|----------|----------|
| $H = \frac{nI}{4b(1+\frac{a}{b})}$ | 526 A/m | 1052 A/m | 2104 A/m |
| B | 0,85 T | 1,2 T | 1,36 T |

→ à calculer

→ à trouver sur la courbe de caractéristique

Circuit magnétique avec entrefer → permettre au matériau de bouger



$\frac{le}{\sqrt{S}} \ll 1 \rightarrow$ considérer $\frac{le}{\sqrt{S}}$ comme avant
 Section, ici $\frac{le}{a} \ll 1$ $\frac{1mm}{5cm} \ll 1$.

$$I \rightarrow H \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = nI \rightarrow (H_f \cdot l_{moy}) + (H_{air} \cdot le) = nI$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad B_f \cdot S_f = B_{air} \cdot S_{air} \xrightarrow{\frac{le}{\sqrt{S}} \ll 1} B_f = B_{air}$$

Matériaux. $\rightarrow B_f = B_f(H_f)$ $\rightarrow B_{air} = \mu_0 H_{air}$ $\hat{m} B$ mais pas $\hat{m} \mu \Rightarrow$ pas $\hat{m} H$.
 air: pour $\hat{m} B$, H gigantesque.

$$(1) H_f \cdot l_{moy} + \frac{B_f}{\mu_0} \cdot le = nI \quad \Leftrightarrow B_f = f(H_f) \text{ pour } I \text{ fixé}$$

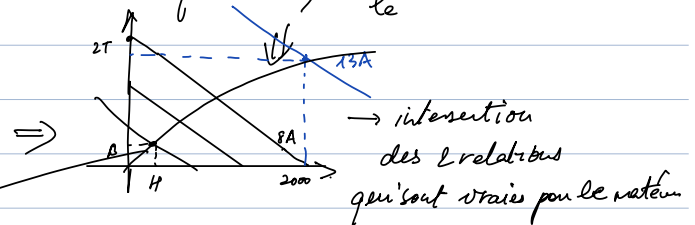
(4) (2) ↑
affine qui passe par

$$B_f \cdot le = nI \mu_0 - H_f \mu_0 l_{moy}$$

$$B_f = \frac{nI \mu_0}{le} - \mu_0 \frac{l_{moy}}{le} H_f$$

| I | 2A | 4A | 8A |
|-----------------------|-----|------|------|
| $\frac{nI}{l_{moy}}$ | 526 | 1052 | 2104 |
| $\frac{\mu_0 nI}{le}$ | 0,5 | 1,0 | 2,0 |

($H_f = 0$; $\frac{\mu_0 nI}{le}$) et ($H_f = -\frac{nI}{l_{moy}}$; $B_f = 0$)
 avec une pente $-\mu_0 \frac{l_{moy}}{le}$



| I | 2A | 4A | 8A |
|--------------------|-----|----|----|
| H_f | 200 | | |
| B_f | 0,3 | | |
| H_f l_f | 152 | | |
| H_e l_e | 248 | | |
| $= nI - (H_f l_f)$ | | | |

mais en mm négligeable

$$l_f \approx 4(b+a) = 4 \times 19 = 76 \text{ mm}$$

$$l_e = 10^{-3} \text{ m}$$

$$H_e = \frac{B}{\mu_0} =$$

↳ malgré le petit, la plupart de Hf dans l'air.

Hele grand. vis à vis de $H_f l_f$.

$I \uparrow$ saturation, $\mu \neq$, mat mais performant.

2.6)

$$\begin{cases} H_f l_{moy} + H_{air} l_e = n i \\ B_f S_f = B_{air} S_{air} \Rightarrow B_f = B_{air} \\ B_f = B_f(H_f) \\ B_{air} = \mu_0 H_{air} \end{cases}$$

$$B_{air} = 1.3 T \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{B} = 0 \\ \frac{l_e}{a} \ll 1 \end{array} \right.]{\text{matériau}} B_f = 1.3 T \xrightarrow{\text{matériau}} H_f = 2000 A/m$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{n} \left[H_f l_{moy} + \frac{B_f}{\mu_0} l_e \right] = 12.8 A$$