

LU3EE200

Techniques et dispositifs pour l'électronique analogique et numérique

Travaux Dirigés – Solutions partielles sur la partie Matériaux

Année 2021-2022

Pr. Annick DÉGARDIN

TD n°8

Concepts élémentaires sur les matériaux (voir séance de TD)

1. Choisir l'orientation d'un wafer de silicium

- 1.1. La performance d'un MOSFET dépend fortement de l'orientation cristallographique de la surface du canal ainsi que de la direction du courant (Figure 8.1). Ainsi pour un MOSFET à canal N, dans lequel le courant est dû aux électrons, une surface de canal à basse densité atomique est préférable pour obtenir de meilleures performances du transistor.
- ✓ Le numéro atomique du silicium est $Z = 14$. Préciser sa configuration électronique.
 - ✓ Calculer le nombre d'atomes dans une maille de silicium (Figure 8.2).
 - ✓ Calculer le nombre d'atomes de silicium par cm^3 . En déduire le nombre d'électrons de valence par cm^3 .
 - ✓ Calculer la masse volumique du silicium.
 - ✓ Représenter les plans (100), (110) et (111) sur les schémas 3D de la Figure 8.3 (à gauche, indiquer le repère choisi).
 - ✓ Représenter les plans projetés (100), (110) et (111) sur les schémas 2D de la Figure 8.3 (à droite) et positionner les atomes sur ces schémas.
 - ✓ Calculer les concentrations planaires de ces plans. La surface sera exprimée en nm^2 . Conclure.
- 1.2. Lors de la fabrication d'un circuit intégré, l'orientation cristalline de la surface du canal est contrôlée avec précision en découpant les *wafers* de silicium le long des plans (001) et en indiquant par un méplat la direction [110] (Figure 8.1). Quelle est la direction du courant ?

Données pour le silicium (Si) :

- Paramètre de maille : $a = 5,43 \text{ \AA}$
- Masse molaire : $M_a = 28,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $N_{Av} = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

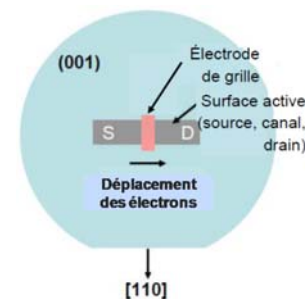


Figure 8.1.

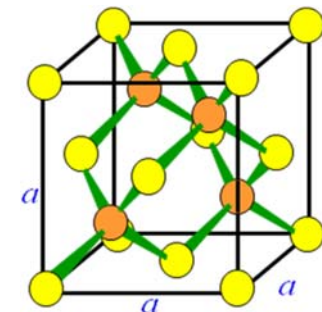


Figure 8.2.

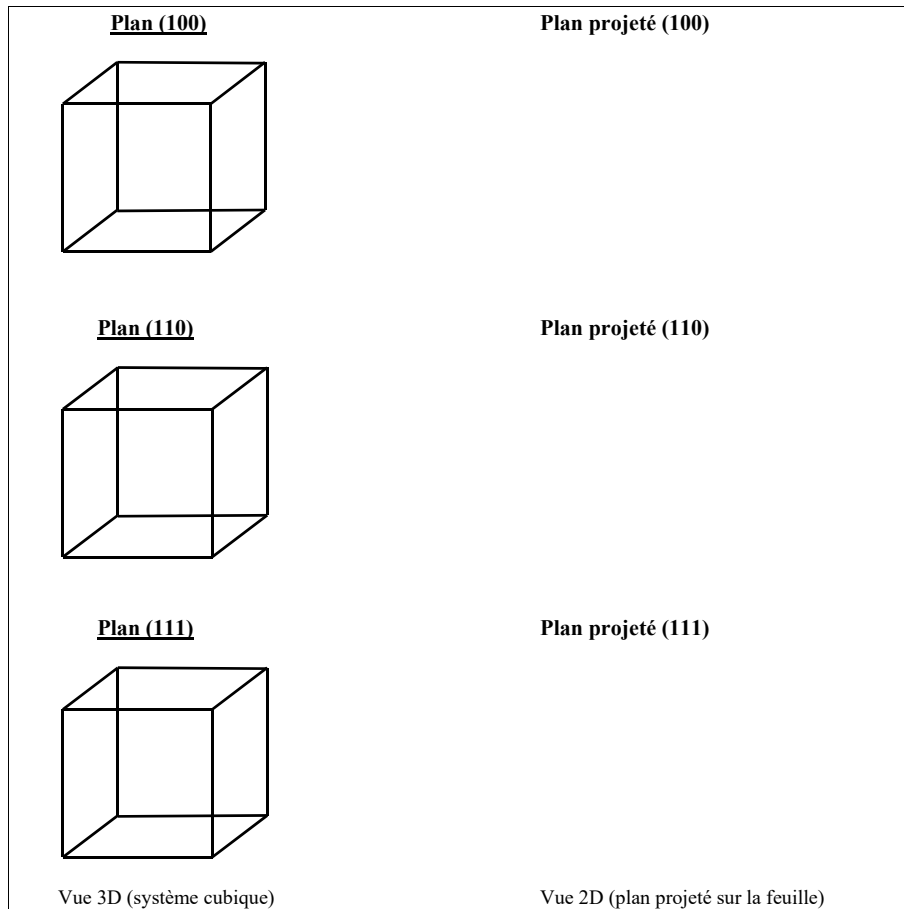


Figure 8.3.

2. Technique de cristallographie – Application à l'aluminium

L'aluminium, utilisé pour réaliser des contacts métalliques, cristallise dans le système cubique à faces centrées avec un paramètre de maille égal à $a = 4,05 \text{ \AA}$.

2.1. Représenter le plan (220) sur le schéma 3D de la Figure 8.4.

2.2. La distance entre plans réticulaires dans un cristal s'exprime dans le cas général selon :

$$d_{(hkl)} = \left[\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} \right]^{-1/2}, \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont les paramètres de maille du cristal considéré. La Figure 8.5}$$

représente le spectre de diffraction des rayons X d'un film d'aluminium. Le diffractomètre utilisé est un montage θ - 2θ de Bragg-Brentano. La longueur d'onde du rayonnement incident est $\lambda = 0,1542 \text{ nm}$. Déterminer le pic correspondant au plan (220).

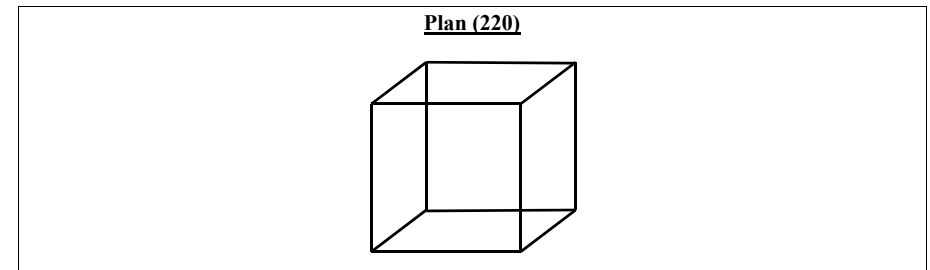


Figure 8.4. Vue 3D (système cubique).

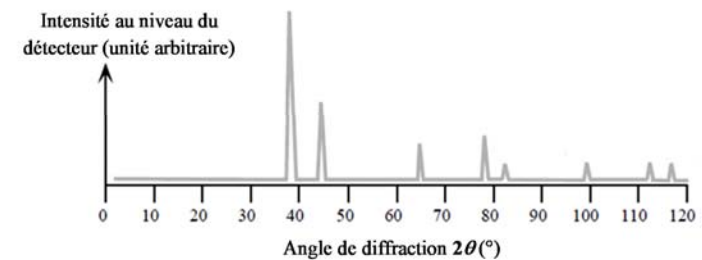


Figure 8.5. Spectre de diffraction des rayons X d'un film d'aluminium.

TD n°9

Fondements sur les semi-conducteurs

1. Estimation du gap de matériaux (voir séance de TD)

On considère deux matériaux semi-conducteurs intrinsèques germanium et silicium, dont les valeurs de *gap* sont représentées en fonction de certaines propriétés (température de fusion, rayon atomique, énergie de liaison, énergie d'ionisation, Figure 9.1). Le Tableau 9.1 qui récapitule ces valeurs inclut des données similaires pour le diamant et l'étain.

- 1.1. Quelle serait la valeur de *gap* attendue pour le diamant ? Comparer avec la valeur expérimentale $E_g = 5,5$ eV. Que peut-on en conclure sur les propriétés électriques du diamant ?
- 1.2. Quelle serait la valeur de *gap* attendue pour l'étain ? Conclure.

2. Semi-conducteur III-V (voir cours)

- 2.1. Quelle est la valence d'un atome d'arsenic ? D'un atome de gallium ?
- 2.2. GaAs est un semi-conducteur composé, chaque atome se liant à quatre voisins, comme dans le silicium. Expliquer comment cela est possible et pourquoi GaAs est un semi-conducteur et non un alliage métallique.

3. Dopage du silicium (solutions)

Les données nécessaires pour ce problème sont fournies ci-dessous ainsi que dans le Tableau 9.2 et sur les Figures 9.2 et 9.3.

- 3.1. Soit un cube de cristal de silicium pur à la température $T = 27$ °C et de volume $V = 1$ cm³. Calculer la résistance entre deux faces opposées du cube.

$$R = \ell / \sigma S = \ell / [en_i(\mu_e + \mu_h)S] \approx 240 \text{ k}\Omega$$

- 3.2. On dope ce cristal de Si pur uniformément avec des atomes d'arsenic selon 1 atome d'As pour 10⁷ atomes de Si.

- ✓ Quel type de dopage obtient-on ? Quels sont les porteurs majoritaires et minoritaires ?
Arsenic = atome donneur. Concentration atomique en Si : 5×10^{22} cm⁻³
Concentration en donneurs : $N_D = 5 \times 10^{22} / 10^7 = 5 \times 10^{15}$ cm⁻³ $\gg n_i \approx 10^{10}$ cm⁻³ \rightarrow Régime extrinsèque, dopage N. Majoritaires : électrons. Minoritaires : trous

- ✓ Calculer l'énergie d'ionisation d'un atome d'As dans le cristal de Si. Que peut-on dire de ces atomes d'As à 300 K ?

$$W_i(\text{eV}) = 13,6 m_e^* / m_e e_r^{1/2} = 26 \text{ meV}$$

À 300 K, $W_{th} = 3 k_B T \approx 78 \text{ meV} > W_i \rightarrow$ Tous les atomes donneurs sont ionisés.

- ✓ Calculer les concentrations n et p des porteurs libres à 300 K.

$$n \approx N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad p = n_i^2 / n = 4,2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

- ✓ Calculer la conductivité σ du cristal de Si dopé. En déduire la résistance du cube de silicium dopé.

$$R_N = \ell / \sigma_N S = \ell / [e(n\mu_e + p\mu_h)S] \approx \ell / [en\mu_e S] \approx 1 \Omega$$

- ✓ Calculer la position du niveau de Fermi extrinsèque W_{FN} par rapport au niveau de Fermi intrinsèque W_{Fi} .

$$W_{FN} - W_{Fi} = k_B T \ln(N_D / n_i) = 0,33 \text{ eV}$$

- ✓ Le cube de silicium dopé à l'arsenic est désormais porté à $T = 727$ °C. En déduire le régime de conduction électrique à 727 °C. Calculer les concentrations en porteurs libres.

$$T = 1000 \text{ K, d'où } n_i = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} > N_D \rightarrow \text{Régime intrinsèque : } n = p = n_i = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

- 3.3. Le cube de silicium dopé à l'arsenic de nouveau porté à la température $T = 300$ K est dopé en plus avec 2×10^{17} cm⁻³ atomes de bore.

- ✓ Calculer la conductivité électrique du matériau. En déduire la résistance du cube de silicium dopé.

Bore = atome accepteur

$$N_A - N_D = 1,95 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} \gg n_i \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3} \rightarrow \text{Régime extrinsèque, dopage P (compensé).}$$

$$p = 1,95 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}, n = 1078 \text{ cm}^{-3}.$$

$$R_P = \ell / \sigma_P S = \ell / [e(n\mu_e + p\mu_h)S] \approx \ell / [ep\mu_h S] \approx 128 \text{ m}\Omega$$

- ✓ Calculer la nouvelle position du niveau de Fermi extrinsèque par rapport à W_{Fi} .

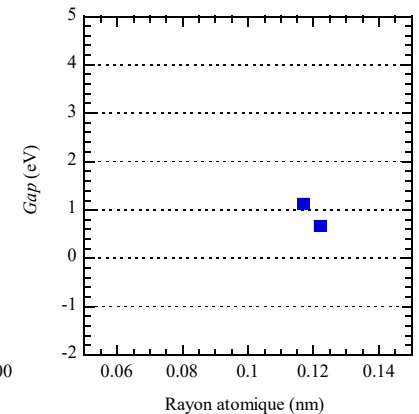
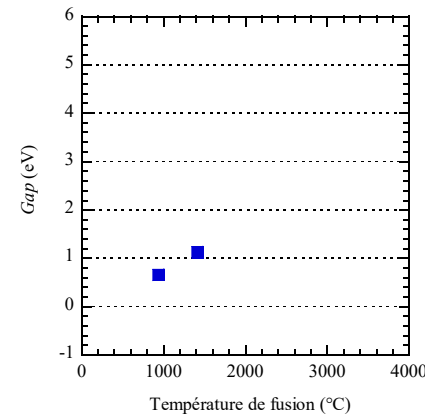
$$W_{Fi} - W_{FP} = k_B T \ln[(N_A - N_D) / n_i] = 0,425 \text{ eV}$$

Donnée : Énergie d'ionisation d'un atome dopant dans le cristal de silicium : $W_i(\text{eV}) = \frac{1}{\epsilon_{r(\text{Si})}^2} \frac{m_e^*(\text{Si})}{m_e} W_{i(\text{H})}$, où

$W_{i(\text{H})}$ est l'énergie d'ionisation en eV d'un atome isolé d'hydrogène.

Tableau 9.1. Propriétés du diamant, du silicium, du germanium et de l'étain.

Propriétés	C	Si	Ge	Sn
Température de fusion (°C)	3800	1417	937	232
Rayon atomique (nm)	0,077	0,117	0,122	0,146
Énergie de liaison (eV)	3,60	1,84	1,70	1,20
Énergie d'ionisation (eV)	11,26	8,15	7,88	7,33
Gap (eV)	?	1,12	0,66	?



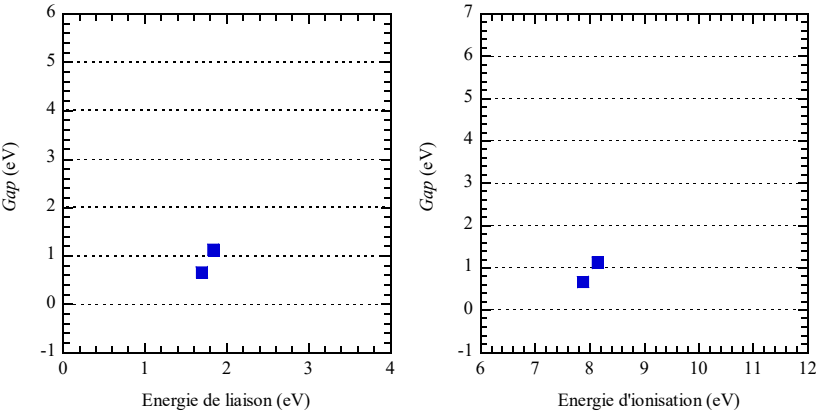


Figure 9.1.

- Charge élémentaire : $e \approx 1,602 \times 10^{-19}$ C. Constante de Boltzmann : $k_B \approx 1,381 \times 10^{-23}$ J·K⁻¹.

Tableau 9.2. Propriétés du silicium à 300 K.

M_a (g·mol ⁻¹)	ρ_V (g·cm ⁻³)	ϵ_r'	n_i (cm ⁻³)	E_g (eV)	m_c^* / m_e
28,09	2,33	11,7	$1,45 \times 10^{10}$	1,12	0,26

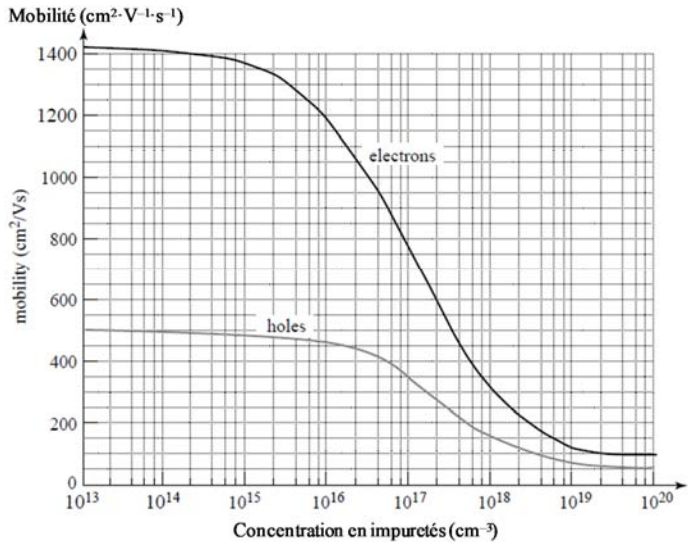


Figure 9.2. Évolution de la mobilité à 300 K des porteurs de charges libres dans le silicium en fonction du dopage ($N_A + N_D$). Source : S.M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, 2^{ème} édition, John Wiley & Sons, 2002).

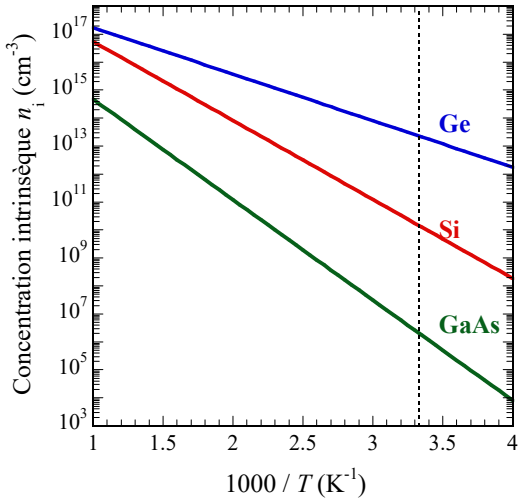


Figure 9.3. Dépendance en température de la concentration intrinsèque de cristaux semi-conducteurs. La ligne en traits pointillés repère la température $T = 300$ K.

TD n°10

Technologie et caractérisations de matériaux semi-conducteurs

1. Résistance intégrée (voir séance de TD)

Pour fabriquer une résistance intégrée en silicium dopé P (Fig. 10.1), on diffuse des dopants accepteurs (en concentration $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) dans un substrat de silicium dopé N (concentration des dopants donneurs : $N_D = 4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). La résistance ainsi réalisée présente un rayon $r = 1 \mu\text{m}$ et une longueur $L = 100 \mu\text{m}$. Calculer sa valeur R à 300 K.

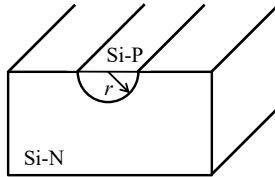


Figure 10.1. Résistance en silicium dopé P diffusée dans un substrat de silicium dopé N.

2. Détermination de la concentration en dopants par effet Hall

Un substrat de silicium a été dopé avec une concentration inconnue N_A en atomes de bore. Le substrat est de longueur $\ell = 10 \text{ mm}$, de largeur $w = 2 \text{ mm}$ et d'épaisseur $t = 400 \mu\text{m}$. On travaille à la température $T = 300 \text{ K}$.

Le principe de la mesure par effet Hall s'effectue en deux étapes (Fig. 10.2) : un courant d'intensité constante $I_x = 40 \mu\text{A}$ parcourt longitudinalement l'échantillon (entre les points 1 et 4). On règle le potentiomètre pour que la tension mesurée entre les points 5 et 6 soit nulle. Puis on applique une induction magnétique d'intensité $B_z = 0,16 \text{ T}$ normale à la section $w\ell$ de l'échantillon. On relève alors sur le voltmètre une tension $V_H = 50 \mu\text{V}$ dite tension de Hall. Le coefficient de Hall R_H est donné par les expressions suivantes :

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} \quad (10.1)$$

$$\text{et } R_H = \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2} \quad (10.2)$$

Dans l'équation (10.1) :

- J_x est la densité de courant selon l'axe des x ,
- E_y est le champ électrique de Hall E_H selon l'axe des y , et
- B_z est l'induction magnétique appliquée selon l'axe des z .

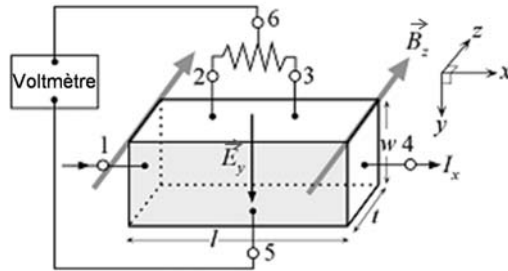


Figure 10.2. Effet Hall.

- 2.1 À partir de l'équation (10.2), déterminer une expression simplifiée (10.3) de R_H en fonction de N_A .
- 2.2 À partir des expressions (10.1) et (10.3), exprimer N_A en fonction des paramètres de l'énoncé. Calculer sa valeur.
- 2.3 Calculer la résistivité électrique ρ de l'échantillon.
- 2.4 **Vitesse de dérive des porteurs libres.** On soumet désormais ce substrat de silicium dopé à un champ électrique extérieur uniforme appliqué le long de sa longueur. On mesure un courant d'intensité $I_m = 1,60 \text{ mA}$. Calculer les vitesses de dérive des porteurs libres dans le matériau.

Solution :

- Semi-conducteur de type P : d'où $p \gg n$.
- De plus à 300 K, tous les atomes dopants sont ionisés
- D'où $R_H \approx \frac{p\mu_h^2}{e(p\mu_h)^2} = \frac{1}{ep} = \frac{1}{eN_A}$.
- Par ailleurs, $R_H = \frac{E_H}{J_x B_z} = \frac{V_H}{I_x} \frac{1}{B_z} \Rightarrow R_H = \frac{V_H t}{I_x B_z} = \frac{1}{eN_A}$

$$\Rightarrow N_A = \frac{J_x B_z}{e V_H t} \Rightarrow N_A = \frac{40 \times 10^{-6} \times 0,16}{1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^{-6} \times 400 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} = \boxed{2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}}$$
- D'après la figure du TD n°9, on trouve : $\mu_h \approx 480 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$,
- $\rho = 1/\sigma \approx 1/ep\mu_h = 1/eN_A\mu_h = \frac{1}{1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{15} \times 480} = \boxed{6,5 \Omega \cdot \text{cm}}$
- Les vitesses de dérive des porteurs libres sont données par : $\begin{cases} \vec{v}_{de} = -\mu_e \vec{E} \\ \vec{v}_{dh} = +\mu_h \vec{E} \end{cases}$
- Or $\vec{J}_d = \vec{J}_{de} + \vec{J}_{dh} = \sigma \vec{E}$.
avec \vec{J}_d : courant de dérive, d'intensité $J_d = I_m/tw = \frac{0,0016}{400 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-3}} = 2 \text{ kA/m}^2 = 0,20 \text{ A/cm}^2$.
D'où $E = J_d/\sigma = J_d\rho = 0,20 \times 6,5 = 1,3 \text{ V/cm}$.
- $\begin{cases} v_{de} = 1340 \times 1,3 = 1742 \text{ cm/s} = \boxed{17,42 \text{ m/s}} \\ v_{dh} = 480 \times 1,3 = 624 \text{ cm/s} = \boxed{6,24 \text{ m/s}} \end{cases}$
- À comparer à la vitesse d'agitation thermique : $\frac{1}{2} m_0 v_{th}^2 = \frac{3}{2} k_B T \Rightarrow v_{th} \approx 10^5 \text{ m/s}$.

3. Détermination du gap par des mesures électriques

On souhaite déterminer le *gap* de matériaux semi-conducteurs utilisés dans des LEDs commerciales. Afin de simplifier les calculs, on considère en première approximation que ces composants se comportent comme des diodes PN (jonction PN + contacts). L'intensité I du courant à travers une jonction PN est donnée par l'expression :

$$I = I_{\text{sat}} [\exp(eV/k_B T) - 1] \quad (10.4)$$

où V est la tension appliquée à la jonction, e la charge élémentaire, k_B la constante de Boltzmann et T la température. I_{sat} , qui est le courant inverse de saturation, dépend de la température et du *gap* E_g , selon :

$$I_{\text{sat}} = T^{(3+\frac{\gamma}{2})} \exp(-E_g/k_B T), \quad (10.5)$$

où γ est une constante dépendant du matériau semi-conducteur et prenant une valeur entre 1 et 2.

Pour déterminer le *gap*, on réalise des mesures électriques de la tension aux bornes de la LED en fonction de la température. Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 10.3 (à gauche). La LED est placée dans un four. On choisit ici de maintenir constante l'intensité I du courant dans la LED via un potentiomètre. On

relève l'évolution de la tension V aux bornes de la LED en fonction de la température T du four variant entre 20°C et 100°C. La rampe de température est telle qu'elle permet *a priori* une thermalisation du composant entre deux points de mesure.

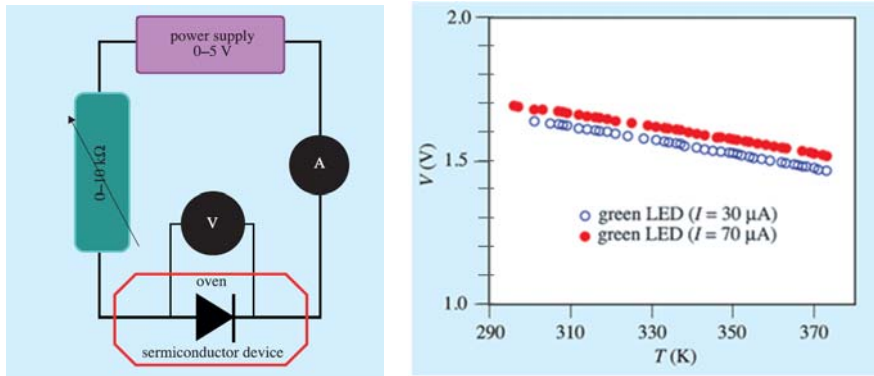


Figure 10.3. À gauche : Dispositif expérimental pour la détermination du gap. À droite : Évolution de la tension V d'une LED verte en fonction de la température T pour deux courants d'intensité I fixés (30 et 70 μA).

Source : M. Petit *et al.* 2016 Phys. Educ. 51 025003.

3.1 Modélisation

On simplifie l'expression (10.4) en prenant en compte les valeurs possibles des paramètres expérimentaux.

Montrer alors que V dépend linéairement de T , selon :

$$V = (CT/e) + (E_g/e), \quad (10.6)$$

où C est une constante dépendant de l'intensité I choisie.

Solution :

- $I = T^{(3+\frac{\gamma}{2})} \exp(-E_g/k_B T) [\exp(eV/k_B T) - 1]$
- En prenant le logarithme népérien de l'expression précédente, on obtient :

$$\ln I = \left(3 + \frac{\gamma}{2}\right) \ln T - \frac{E_g}{k_B T} + \ln[\exp(eV/k_B T) - 1]$$
- En prenant en compte les valeurs des paramètres expérimentaux, on peut estimer :
 - $\ln I \approx \text{constante } K_1$ (principe de la mesure).
 - $\left(3 + \frac{\gamma}{2}\right) \ln T \approx \text{constante } K_2$ (varie dans la gamme des températures exprimées en K entre 19,9 et 20,7 pour $\gamma = 1$, soit une variation de 4% ; varie entre 22,7 et 23,7 pour $\gamma = 2$, soit une variation de 4,4%).
 - $\exp(eV/k_B T) - 1 \approx \exp(eV/k_B T)$.

- Ainsi, en insérant ces simplifications dans l'expression de $\ln I$:

$$K_1 \approx K_2 - \frac{E_g}{k_B T} + \frac{eV}{k_B T} \Rightarrow V = \frac{CT}{e} + \frac{E_g}{e}.$$

3.2 Expérience

À partir des valeurs expérimentales (Fig. 10.3, à droite), extraire les paramètres d'ajustement pertinents. En déduire la valeur du *gap*.

Solution :

- Tracer les droites se superposant aux points expérimentaux sur le graphe 10.3 (droite) ; relever deux points sur chaque droite pour calculer les pentes puis calculer les ordonnées à l'origine.
- $I = 30 \mu\text{A} : \frac{C}{e} \approx -2,3 \times 10^{-3} \pm 0,1 \times 10^{-3} \text{ (V/K)} ; \frac{E_g}{e} \approx 2,33 \pm 0,05 \text{ (V)}$
- $I = 70 \mu\text{A} : \frac{C}{e} \approx -2,2 \times 10^{-3} \pm 0,1 \times 10^{-3} \text{ (V/K)} ; \frac{E_g}{e} \approx 2,35 \pm 0,05 \text{ (V)}$
- $\frac{E_g}{e}$ permet de remonter directement à la valeur du *gap* en eV. Ainsi $E_g \approx 2,34 \text{ eV}$.

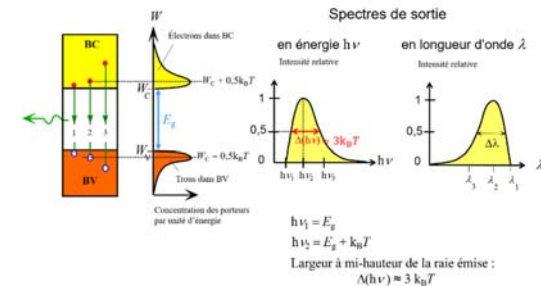
3.3 Discussion

Un extrait de la documentation technique de la LED ici mesurée (*Kingbright*, modèle L-1503GD) est fourni en annexe.

- ✓ À partir de cette documentation, préciser le matériau semi-conducteur utilisé et déterminer son *gap*.
- ✓ Comparer avec la valeur expérimentale. Discuter les sources d'erreur.

Solution :

- LED verte en GaP
- Maximum de rayonnement à $\lambda = 565 \text{ nm}$: si un rayonnement est émis, c'est parce qu'il y a une recombinaison paire électron-trou (de la bande de conduction à la bande de valence), qui libère son énergie sous forme d'un photon d'énergie égale à $E_{\text{max}} = E_g + k_B T$ (voir figure ci-dessous).
- Ici $E_{\text{max}}(\text{eV}) = \frac{1,24}{\lambda(\mu\text{m})} = \frac{1,24}{0,565} = 2,195 \text{ eV} \Rightarrow E_g(25^\circ\text{C}) \approx 2,195 - 0,0257 \approx 2,17 \text{ eV}$.



- Erreur entre valeur expérimentale et valeur de la documentation : $\frac{2,34-2,17}{2,17} \approx 7,8\%$.
- Du point de vue expérimental, les erreurs portent sur la mesure de la température qui est celle du four et non celle directement de la LED (la température du four est surestimée par rapport à celle de la LED ; inertie thermique du montage).
- Du point de vue théorique, les erreurs proviennent de la modélisation électrique : on néglige la variation de $\ln T$ (4%) sur la plage de température considérée. De plus, le *gap* dépend également de la température.

D'un point de vue théorique, le *gap* dépend également de la température, ce dont il n'a pas été tenu compte dans le modèle électrique simple de la jonction PN. D'après le théorème de Bloch, E_g dépend des paramètres du réseau cristallin qui dépendent eux-mêmes de la température. Varshni a ainsi proposé la relation suivante entre E_g et T :

$$E_g(T) = E_0 - [AT^2/(T + B)] \quad (10.7)$$

où E_0 est l'énergie de *gap* à 0 K, A et B sont des constantes pour le matériau semi-conducteur ici considéré : $E_0 = 2,34$ eV, $A = 6 \times 10^{-4}$ eV/K et $B = 460$ K. La figure 10.4 montre l'évolution en température de E_g calculé selon l'équation (10.7).

- ✓ En déduire la variation (en %) de E_g entre 20°C et 100°C.
- ✓ Conclure.

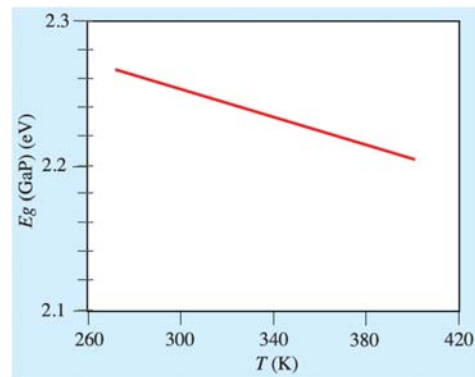


Figure 10.4. *Gap* en fonction de la température (équation de Varshni) pour le matériau semi-conducteur de la LED Kingbright L-1503GD.
Source : M. Petit *et al.* 2016 Phys. Educ. **51** 025003.

Solution :

- Relever les valeurs de tension sur le graphe pour la plage de température [20°C – 100°C].
- On obtient une variation de 2,3% environ sur le *gap* dans la gamme de température.
- Les erreurs sur les variations thermiques du *gap* et sur $\ln T$ sont donc à prendre en compte pour expliquer l'écart entre la valeur de E_g déterminée à partir des mesures et celle calculée à partir de l'émission de la LED.

TD n°11 Jonctions

1. Contact Schottky (voir séance de TD)

1.1 Compléter le schéma de la figure 11.1 en indiquant les paramètres pertinents.

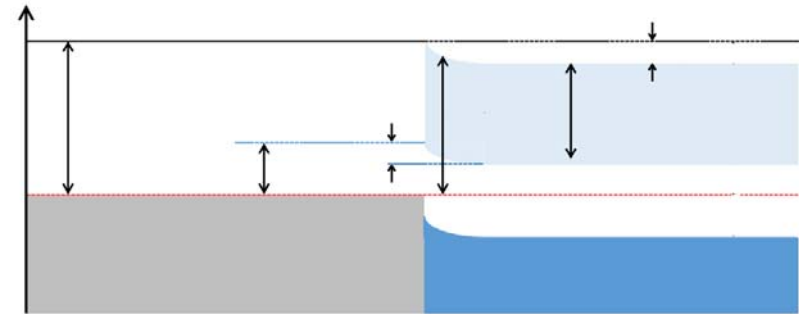


Figure 11.1.

1.2. Soit un échantillon en silicium dopé (concentration en atomes dopants de 10^{16} cm^{-3}), avec un contact de type Schottky en tungstène sur une section $S = 0,3 \text{ mm}^2$. On se place à l'équilibre, à $T = 300 \text{ K}$. La figure 11.2 représente l'évolution de la composante E_x du champ électrique dans la jonction en fonction de la position x ($x = 0$ correspond à la position de la jonction métallurgique).

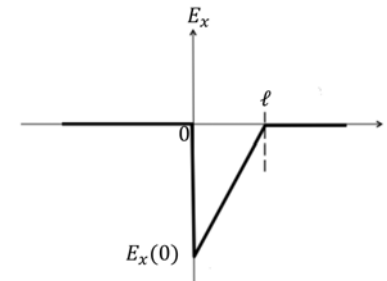


Figure 11.2.

Données :

$$E_x(0) = -3,6 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

$$l = 0,23 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

Données :

- Densité d'états effective dans la bande de conduction pour le silicium : $N_C = 2,86 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.
- Affinité électronique du silicium : $\chi = 4,01 \text{ eV}$.
- Constante effective de Richardson-Dushman : $B_e = 1,2 \times 10^6 \text{ A} \cdot \text{K}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}$.

- a) Quelle est la nature du semi-conducteur Si ? Expliquer.
- b) Calculer le potentiel électrique interne V_0 .
- c) Calculer la hauteur de barrière de Schottky Φ_B .
- d) Calculer le travail de sortie du métal Φ_m .
- e) On applique désormais une polarisation directe sur le contact : $V_D = 0,2 \text{ V}$. Calculer l'intensité I_D du courant.

2. Jonction PN au silicium

Soit une jonction PN au silicium, à l'équilibre à 300 K.

La concentration en atomes donneurs est $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ et celle en atomes accepteurs est $N_A = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.

La permittivité relative du silicium est $\epsilon_r' = 11,8$.

Autres données :

- Charge élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$.
- Permittivité du vide : $\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$.

Déterminer :

- les positions des niveaux de Fermi W_{FP} et W_{FN} par rapport au niveau de Fermi intrinsèque W_{Fi} ;
- le potentiel interne de jonction V_0 ;
- Sachant que la longueur de la zone de déplétion côté N vaut $\ell_{N0} = 0,74 \text{ }\mu\text{m}$, calculer la valeur de la longueur ℓ_{P0} de la zone de déplétion côté P ;
- l'évolution du champ électrique $E(x)$ dans la jonction (poser les hypothèses nécessaires) ;
- l'évolution du potentiel électrique $V(x)$ dans la jonction. En déduire le potentiel interne de jonction V_0 . Conclure.

Solution :

- Côté P : $W_{FP} = W_{Fi} - k_B T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \Rightarrow W_{FP} - W_{Fi} = -0,317 \text{ eV}$ (cf. Trans. 36, Chap. 7)
Côté N : $W_{FN} = W_{Fi} + k_B T \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) \Rightarrow W_{FN} - W_{Fi} = +0,299 \text{ eV}$ (cf. Trans. 32, Chap. 7)
- $eV_0 = W_{FN} - W_{FP} = 0,616 \text{ eV}$ (Eq. 8.9, Chap. 8) $\Rightarrow V_0 = 0,616 \text{ V}$
- $\ell_{P0} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r}{e} \frac{V_0 N_D}{N_A(N_A + N_D)}} = 0,37 \text{ }\mu\text{m}$ et $\ell_{N0} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r}{e} \frac{V_0 N_A}{N_D(N_A + N_D)}} = 0,74 \text{ }\mu\text{m}$ (Eq. 8.14, Chap. 8)
 $\ell_T = \ell_{P0} + \ell_{N0} = 1,11 \text{ }\mu\text{m}$ (Eq. 8.15, Chap. 8)
- Se reporter aux notes du cours (Chap. 8) : partant de l'équation de Poisson (8.11) $\text{div} \vec{E} = +\frac{\rho}{\epsilon}$, on intègre une première fois pour déterminer les expressions du champ électrique $E(x)$ dans les zones : résultats identiques à ceux du cours.
- Se reporter aux notes du cours (Chap. 8) : partant des expressions du champ électrique déterminées précédemment dans chacune des régions, on intègre une deuxième fois $\vec{E} = -\text{grad}V(x)$ pour déterminer les expressions du potentiel électrique $V(x)$ dans les zones : résultats identiques à ceux du cours. On en déduit le potentiel interne de jonction $V_0 = \frac{e}{2\epsilon_0\epsilon_r} (N_A \ell_{P0}^2 + N_D \ell_{N0}^2) = 0,615 \text{ V}$ (Eq. 8.13). On retrouve la valeur calculée à la question b.

3. Bilan des courants dans une jonction P⁺N à l'équilibre

Soit une jonction P⁺N au silicium ($n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) à l'équilibre thermique à 300 K (Figure 11.3).

- ✓ Déterminer les sens des vecteurs densités de courant de diffusion des porteurs **majoritaires** de chacune des deux zones.
- ✓ Déterminer les sens des vecteurs densités de courant de dérive des porteurs **minoritaires** de chacune des deux zones.
- ✓ Calculer les concentrations en porteurs **minoritaires** dans chacune des zones.

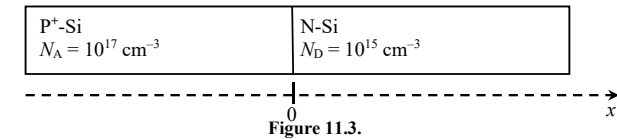


Figure 11.3.

Solution :

Pour cet exercice, on utilise les résultats du cours Chap. 7, Transp. 17 à 19 pour le courant de dérive et Transp. 21 à 24 pour le courant de diffusion.

✓ Vecteurs densités de courant de diffusion des porteurs majoritaires :

- soit les trous côté P⁺ qui se déplacent de la zone de forte concentration (P⁺) vers la zone de faible concentration (N) : le flux associé \vec{J}_h est orienté vers les $x > 0$, d'où le courant de diffusion des trous : $\vec{J}_{\text{diff},h} = (+e)\vec{J}_h$ orienté vers les $x > 0$;
- soit les électrons côté N qui se déplacent de la zone de forte concentration (N) vers la zone de faible concentration (P⁺) : le flux associé \vec{J}_e est orienté vers les $x < 0$, d'où le courant de diffusion des électrons : $\vec{J}_{\text{diff},e} = (-e)\vec{J}_e$ orienté vers les $x > 0$.

✓ Vecteurs densités de courant de dérive des porteurs minoritaires : la formation de la jonction crée un champ électrique interne \vec{E}_0 à l'interface orienté de la région N vers la région P⁺. Le courant de dérive est toujours orienté dans le sens du champ électrique appliqué, soit ici \vec{E}_0 . Ainsi :

- le courant de dérive \vec{J}_{de} des électrons côté P⁺ est orienté vers les $x < 0$;
- le courant de dérive \vec{J}_{dh} des trous côté N est orienté vers les $x < 0$.

✓ $n_{P0} = \frac{n_i^2}{p_{P0}} = 2,1 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$ et $p_{N0} = \frac{n_i^2}{n_{P0}} = 2,1 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$.

TD n°12

Composants photoniques

Exercice n°1 – Dispositifs d'émission et de réception

On considère un dispositif d'émission réception réalisé avec une LED de type SFH415 et une photodiode de type BPV10NF (Voir Docs en **Annexe**). La doc précise que la tension directe de la SFH415 est de 1,3V avec un courant direct de 100mA.

1.1 Pourquoi les deux composants sont-ils compatibles ?

On étudie d'abord l'émission (**Figure n°1**). Le signal V_{in} est un signal carré 0-10V de période T, qui provient d'un GBF d'impédance interne 50Ω, en série avec une résistance $R = 50\Omega$ et la LED SFH415.

1.2 Tracer l'évolution du courant traversant la diode au cours du temps.

On se propose d'étudier le comportement en fréquences de deux montages de réception. La photodiode en réception est une BPV10NF. On utilise une résistance $R = 500k\Omega$ et un amplificateur opérationnel de gain-différentiel statique $A_0 = 10^5$ dont la bande passante est $f_0 = 10Hz$. Pour simplifier l'analyse, on pourra considérer l'AOP alimenté en +10V/-10V.

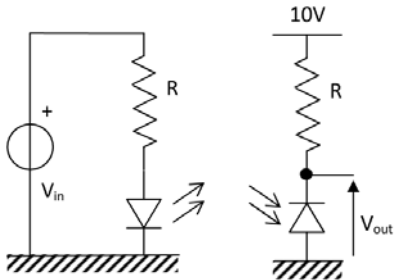


Figure n°1

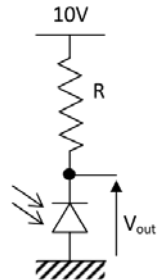


Figure n°2

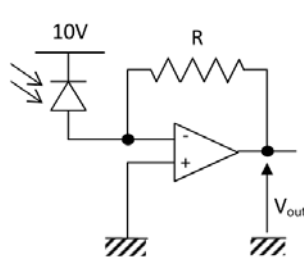


Figure n°3

On mesure dans la diode un courant inverse de $10\mu A$.

1.3 On étudie le montage de la **Figure n°2**. Représenter le schéma équivalent en courant alternatif, en considérant que le courant est proportionnel au flux lumineux Φ .

En déduire graphiquement l'évolution de l'impédance vue par le générateur de courant en fonction de la fréquence. En déduire la bande passante.

1.4 On étudie le montage de la **Figure n°3**. Représenter le schéma équivalent en courant alternatif, en considérant que le courant est proportionnel au flux lumineux Φ .

En déduire graphiquement l'évolution de l'impédance vue par le générateur de courant en fonction de la fréquence. En déduire la bande passante.

Exercice n°2 - Photoconductivité

Soit un échantillon en silicium dopé P ($N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) à 300 K, éclairé de telle façon que l'excès de porteurs libres ainsi créés soit égal à $\Delta n = \Delta p = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. On suppose que les durées de vie des porteurs libres sont égales à $\tau_c = \tau_h = 1 \mu s$.

2.1. Calculer la conductivité de l'échantillon de silicium avant illumination, puis sous illumination.

2.2. On supprime l'éclairement de l'échantillon à l'instant $t' = 0$. Exprimer la concentration en porteurs minoritaires en fonction du temps. Évaluer cette concentration à $t' = 1 \mu s$, puis à $t' \rightarrow \infty$.

Solution :

Silicium dopé P ($N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) à 300 K :

À l'équilibre : $p_{P0} = N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ et $n_{P0} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$

Hors équilibre : $p_P = p_{P0} + \Delta p \approx p_{P0}$ et $n_P = n_{P0} + \Delta n \approx \Delta n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

2.1. Avant illumination : $\sigma = e p_{P0} \mu_h = 76,8 \text{ mS} \cdot \text{cm}^{-1}$

Sous illumination : $\sigma = e (n_P \mu_e + p_P \mu_h) = 98,4 \text{ mS} \cdot \text{cm}^{-1}$

2.2. On supprime l'illumination à $t = t_0$, soit à $t' = t - t_0$:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_e} \Rightarrow \Delta n(t') = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{t'}{\tau_e}\right), \text{ avec } \Delta n(0) = 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

$$\text{En } t' = 1 \mu s, \Delta n(1 \mu s) = 3,7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow n_P(1 \mu s) = 3,7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{En } t' \rightarrow \infty, \Delta n(t' \rightarrow \infty) = 0 \Rightarrow n_P(t' \rightarrow \infty) = n_{P0}$$

Exercice n°3 - Sélection d'un alliage pour une LED

3.1. Soit la Figure 12.1.

Les compositions des alliages quaternaires $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_{1-y}\text{P}_y$ dont les réseaux cristallins s'accordent avec celui du cristal InP s'alignent selon la droite joignant les points nommés X et InP.

Le cristal $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$ présente au point X la composition $\text{In}_{0,535}\text{Ga}_{0,465}\text{As}$.

Déterminer la relation entre x et y.

3.2. L'énergie du gap en eV pour les alliages quaternaires est donnée par la relation empirique suivante :

$$E_g (\text{eV}) = 1,35 - 0,72y + 0,12y^2.$$

Déterminer la composition de l'alliage quaternaire pour réaliser une LED émettant à $1,55 \mu m$.

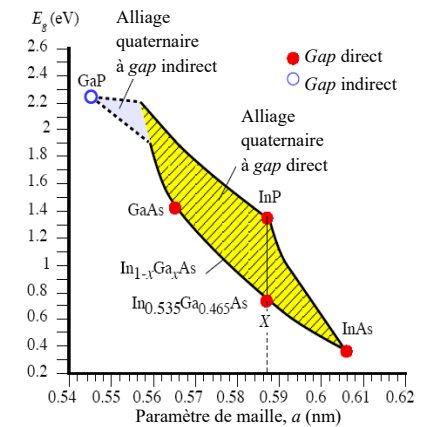


Figure 12.1.

Solution :

3.1. L'alliage quaternaire $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ est fabriqué à partir de l'alliage de $\text{In}_{0,535}\text{Ga}_{0,465}\text{As}$ (point X) avec InP.

Supposons qu'une fraction z de $\text{In}_{0,535}\text{Ga}_{0,465}\text{As}$ soit mélangée avec une fraction $(1 - z)$ d'InP.

Ainsi : $z = 0$ pour InP et $z = 1$ pour $\text{In}_{0,535}\text{Ga}_{0,465}\text{As}$.

D'où : $z (\text{In}_{0,535}\text{Ga}_{0,465}\text{As}) + (1 - z) \text{InP} = \text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$

On écrit l'équilibre pour chaque élément :

- Pour P : $1 - z = 1 - y$, d'où $z = y$
- Pour Ga : $0,465 z = x$, d'où $z = 2,15 x$, soit $y = 2,15 x$
- Pour In : $0,535 z + (1 - z) = 1 - x$, d'où $x = 0,465 z$, soit $y = 2,15 x$
- Pour As : $z = y$

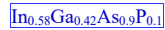
Conclusion : $y = 2,15 x$

3.2.

$$E_g \approx 1,24 / 1,55 = 0,80 \text{ eV}$$

Ainsi : $E_g \text{ (eV)} = 1.35 - 0.72 y + 0.12 y^2 = 0.80 \text{ eV}$

$$y = 0.90, x = 0.42$$



Exercice n°4 - LEDs

4.1. Quelle est la largeur de raie à mi-hauteur du spectre de sortie d'une LED en termes de longueur d'onde ? La calculer pour une LED en GaAs ($\lambda = 870 \text{ nm}$) et une LED en InP ($\lambda = 1,3 \text{ }\mu\text{m}$).

4.2. Soit une LED en GaAs ($E_g = 1,42 \text{ eV}$). La largeur du *gap* E_g du matériau diminue lorsque la température augmente selon : $dE/dT = -4,5 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$. Quelle est la variation de la longueur d'onde émise pour une variation de température de 10°C ?

4.3. Soit le rayonnement émis à partir d'un point source situé dans un milieu d'indice de réfraction n_1 . La part F de rayonnement total émis de ce milieu vers un milieu extérieur d'indice n_2 , tel que $n_2 < n_1$, est donnée par :

$$F = \frac{1}{4} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \right].$$

On considère l'interface GaAs/air où $n_{\text{GaAs}} = 3,6$ et $n_{\text{air}} = 1$ (milieu extérieur). Calculer F . Commenter. Comment peut-on augmenter F pour une LED ?

4.4. La puissance de sortie d'une LED AlGaAs est $2,5 \text{ mW}$ quand elle est parcourue par un courant de 50 mA et que la tension est de $1,6 \text{ V}$. Calculer le rendement global.

Solution :

$$4.1. \Delta(h\nu) = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda = 3k_B T$$

À 300 K , pour une LED en GaAs : $|\Delta\lambda| = 47 \text{ nm}$; et pour une LED en InP : $|\Delta\lambda| = 105,6 \text{ nm}$

$$4.2. \lambda_g(\mu\text{m}) = \frac{1,24}{E_g(\text{eV})} \Rightarrow \frac{d\lambda_g}{dT} = -\frac{1,24}{E_g^2} \frac{dE_g}{dT}. \text{ Pour } \Delta T = 10^\circ\text{C}, \Delta\lambda = 2,77 \text{ nm}$$

$$4.3. F = 1,3\%$$

$$4.4. \eta = 3,1\%$$