1. Semi-conducteurs intrinsèques

Soit un cristal de Si ($E_g = 1{,}12\,eV$) à 300 K, avec le niveau de Fermi situé au milieu du gap.

ⓐ : Quelle est la probabilité qu'un état situé dans le bas de la bande de conduction soit occupé ?

Ⓡ : Fonction de Fermi-Dirac : $f_{FD}(W) = \dfrac{1}{1+e^{(W-W_F)/k_BT}}$

Ici, $W = W_c$, d'où $f_{FD}(W_c) = \dfrac{1}{1+e^{(W_c-W_F)/k_BT}} \simeq e^{-(W_c-W_F)/k_BT}$ (car $W_c \gg W_F$: SC non dégénéré)

avec $W_F = \dfrac{W_c+W_v}{2}$ (au milieu du gap)

ainsi $W_c - W_F = \dfrac{W_c-W_v}{2} = \dfrac{E_g}{2}$ donc $\boxed{f_{FD}(W_c) \simeq e^{-E_g/2k_BT}}$

AN : $E_g = 1{,}12\,eV$, $k_BT = 0{,}026\,eV$; $\boxed{f_{FD}(W_c) = 4{,}43 \cdot 10^{-10}}$

Rem : le calcul sans l'approximation fournit $f_{FD}(W_c) = \dfrac{1}{1+e^{E_g/2k_BT}} = 4{,}43\ 10^{-10}$.

ⓑ Quelle est la probabilité qu'un état situé dans le haut de la bande de valence soit vide ?

Ⓡ : La fonction de Fermi-Dirac donne la probabilité qu'un état soit occupé. Ici, on cherche celle d'un état vide ($W = W_v$).

$$1 - f_{FD}(W_v) = 1 - \frac{1}{1+e^{(W_v-W_F)/k_BT}} = \frac{e^{(W_v-W_F)/k_BT}}{1+e^{(W_v-W_F)/k_BT}} = \frac{1}{1+e^{(W_F-W_v)/k_BT}} \simeq e^{-(W_F-W_v)/k_BT}$$

avec $W_F = \dfrac{W_c+W_v}{2}$, d'où $W_F - W_v = \dfrac{E_g}{2}$; ainsi $\boxed{1 - f_{FD}(W_v) \simeq e^{-E_g/2k_BT} = 4{,}43\ 10^{-10}}$

ⓒ Calculer la densité d'états dans la bande de conduction à 26 meV au-dessus de W_c.

Ⓡ $g_{BC}(W) = \dfrac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\dfrac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{W-W_c}$ avec $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ où $h \simeq 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J.s$

$m_e^* = 1{,}18\ m_0$ où $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$.

AN : $g_{BC}(W) = \dfrac{\sqrt{2}}{\pi^2} \times 9{,}53\ 10^{56}\sqrt{W-W_c} = 1{,}365\ 10^{56}\sqrt{W-W_c}$ $(J.m^3)^{-1}$

Ici $W = W_c + (0{,}026 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19})$ en J.

d'où $g_{BC}(W_c + 0{,}026\ eV) = 1{,}365 \cdot 10^{56} \cdot \sqrt{0{,}026 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = \underline{8{,}8\ 10^{45}\ J^{-1}.m^{-3}}$

Exprimons g_{BC} en $eV^{-1}.cm^{-3}$: $g_{BC}(W_c+0{,}026\,eV) = 8{,}8 \cdot 10^{45}\ \dfrac{1}{J} \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J}{1\,eV} \cdot \dfrac{1}{m^3} \cdot \dfrac{10^{-6}\,m^3}{1\,cm^3}$

$= \underline{1{,}41 \cdot 10^{21}\ eV^{-1}.cm^{-3}}$

ⓓ Exprimer la concentration en électrons libres dans la bande de conduction.

Ⓡ : $n = \displaystyle\int_{W_c}^{+\infty} f_{FD}(W) \cdot g_{BC}(W)\,dW = \int_{W_c}^{+\infty} \frac{1}{1+e^{(W-W_F)/k_BT}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{W-W_c}\,dW$

$$\Rightarrow n \simeq \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_{W_c}^{+\infty} e^{-(W-W_F)/k_BT}\sqrt{W-W_c}\,dW$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_{W_c}^{+\infty} e^{-(W-W_c+W_c-W_F)/k_BT}\sqrt{W-W_c}\,dW$$

$$= (k_BT)^{1/2}\frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(W_c-W_F)/k_BT}\int_{W_c}^{+\infty} e^{-(W-W_c)/k_BT}\sqrt{\frac{W-W_c}{k_BT}}\,dW$$

on pose $x = \frac{W-W_c}{k_BT}$, $dx = \frac{dW}{k_BT}$

d'où $n = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}(k_BT)^{3/2} e^{-(W_c-W_F)/k_BT}\int_0^{+\infty} e^{-x} x^{1/2}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^* k_BT}{\hbar^2}\right)^{3/2}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}\, e^{-(W_c-W_F)/k_BT}$$

$$= N_c = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{m_e^* k_BT\, 4\pi^2}{\pi\, h^2}\right)^{3/2} = 2\left(\frac{2\pi m_e^* k_BT}{h^2}\right)^{3/2}$$

(e) On considère que seuls les niveaux du bas de la bande de conduction sont occupés par des e^-.
On suppose que tous les niveaux d'énergie sur une largeur de 0,1eV à partir de W_c sont donc occupés par des électrons.
Combien y-a-t-il d'états occupés dans la bande de conduction ?

(R) Le nombre d'états remplis est fourni par $\int_{W_c}^{W+0,1eV} g_{BC}(W)\,dW$.

soit $\frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_{W_c}^{W_c+0,1eV}(W-W_c)^{1/2}\,dW$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}\cdot\frac{2}{3}\left[(W-W_c)^{3/2}\right]_{W_c}^{W_c+0,1eV} = 0,143\times\frac{(1,18\times 9,11.10^{-31})^{3/2}}{(1.05.10^{-34})^3}\times\frac{2}{3}(0,1\times 1,6.10^{-19})^{3/2}$$

$$= \underbrace{0,143}_{}\times\underbrace{\frac{1,11.10^{-45}}{1,11.10^{-69}}}_{}\times 0,667\times 2,02.10^{-30} = 1,83.10^{26}\,m^{-3} = 1,83.10^{20}\,cm^{-3}$$

2 Semi-conducteurs extrinsèques

. Pour chaque cas, calculer les concentrations en porteurs de charge libres dans le silicium. On se place à $T = 300\,K$ (tous les dopants sont ionisés) pour les deux premiers cas.

① $N_D = 10^{13}\,cm^{-3}$, $N_A = 0$

. Il faut comparer la concentration en atomes dopants à la concentration intrinsèque ici, $n_i \simeq 10^{10}\,cm^{-3}$ (300 K) $< N_D \Rightarrow$ régime extrinsèque.

• $n \simeq N_D = 10^{13}\,cm^{-3}$ et $p = \frac{n_i^2}{n} = 10^7\,cm^{-3}$.

• dopage de type N (porteurs majoritaires : électrons, porteurs minoritaires : trous).

. En toute rigueur ; il faudrait utiliser l'éq. de neutralité électrique :

$$p + N_D = n + N_A \Rightarrow p + N_D = n \Rightarrow \frac{n_i^2}{n} + N_D = n \Rightarrow n_i^2 + nN_D = n^2$$

$$\Rightarrow n^2 - nN_D - n_i^2 = 0 \Rightarrow n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2} = \frac{10^{13} + \sqrt{10^{26} + 4.10^{20}}}{2} \simeq 10^{13}\,cm^{-3}$$

on retrouve bien le résultat obtenu précédemment sans utiliser l'éq. de neutralité ce qui était possible car $N_D \gg n_i$.

② $N_D = 10^{17}\,cm^{-3}$; $N_A = 3.10^{17}\,cm^{-3}$

• Dopage : $N_A - N_D = 2.10^{17}\,cm^{-3} \gg n_i \simeq 10^{10}\,cm^{-3} \Rightarrow$ régime extrinsèque.

• $N_A > N_D \Rightarrow$ dopage de type P.

• $p \simeq N_A - N_D = 2.10^{17}\,cm^{-3}$ et $n = \frac{n_i^2}{p} = 0{,}5.10^3\,cm^{-3}$

. L'utilisation de l'éq de neutralité électrique conduit au même résultat.

③ $N_D = 5\,10^{16}\,cm^{-3}$; $N_A = 0$; $T = 700\,K$.

• à $T = 700\,K$, $n_i \simeq 3.10^{16}\,cm^{-3}$ (cf. courbe $n_i = f\left(\frac{1000}{T}\right)$)

• $N_D > n_i \Rightarrow$ régime extrinsèque ; dopage de type N

• On note ici que N_D est proche de n_i. Il faut alors utiliser l'équation de neutralité électrique :

$$p + N_D = n + N_A \Rightarrow n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2} = \frac{5.10^{16} + \sqrt{25\,10^{32} + 36.10^{32}}}{2} = 6{,}4.10^{16}\,cm^{-3}$$

et $p = \frac{n_i^2}{n} = 1{,}56.10^{3}\,cm^{-3}$.

3. Semiconducteur compensé à $T = 27°C$.

① $\cdot\ n_i = \sqrt{N_C N_V}\ e^{-E_g/2k_BT} = \sqrt{10^{19} \times 6.10^{18}}\ e^{-0,7/2\times 0,026} \simeq 10^{13}\ cm^{-3}$

$\cdot\ N_D - N_A = 0,4.10^{15}\ cm^{-3} = 4.10^{14}\ cm^{-3} > n_i \Rightarrow$ régime extrinsèque
ici $N_D > N_A$ donc dopage de type N.

$\cdot\ n \simeq N_D - N_A = 4.10^{14}\ cm^{-3}$

$\cdot\ p = \dfrac{n_i^2}{n} = \dfrac{(10^{13})^2}{4.10^{14}} = 2,5.10^{11}\ cm^{-3}$

② dans un sc intrinsèque : $n_i = n = p \Rightarrow n_i \doteq N_C \exp\left(-\dfrac{(W_C - W_{F_i})}{k_BT}\right)$ (1)

dans un sc extrinsèque : $n = N_C \exp\left(-\dfrac{(W_C - W_F)}{k_BT}\right)$ (2)

$\dfrac{(2)}{(1)} \Rightarrow \dfrac{n}{n_i} = \exp\left(\dfrac{-W_C + W_F + W_C - W_{F_i}}{k_BT}\right) = \exp\left(\dfrac{W_F - W_{F_i}}{k_BT}\right) \Rightarrow W_F - W_{F_i} = k_BT \ln\left(\dfrac{n}{n_i}\right)$

$W_F - W_{F_i} = \underbrace{0,026}_{eV} \cdot \ln\left(\dfrac{4.10^{14}}{10^{13}}\right) = 0,096\ eV = 96\ meV$

③ $n = N_C \exp\left(-\dfrac{W_C - W_F}{k_BT}\right) \Rightarrow -W_C + W_F = k_BT \ln\left(\dfrac{n}{N_C}\right) = 0,026 \cdot \ln\left(\dfrac{4.10^{14}}{10^{19}}\right) = -0,263\ eV$

$\Rightarrow W_C - W_F = +263\ meV$.