

Ecrit de 2^{ème} session : lundi 29 mai 2017

Durée : 2h00 – Sans document ni téléphone - Calculatrice autorisée

Exercice 1 : alimentation électrique du RER

Dans sa partie sud, le RER B est alimenté par un réseau électrique continu en 1500 V. L'énergie est puisée sur le réseau public HT 63 kV par le biais de sous-stations, qui adaptent le niveau de tension à l'alimentation ferroviaire. Les charges du réseau sont les trains, qui se déplacent, et les éléments de connexion sont les caténaires et les rails, qui ferment le circuit électrique au niveau du contact roue/rail. La Figure 1 montre un schéma de principe de ce type d'installation, avec une seule sous-station d'alimentation et un train dont la position est repérée par sa distance x par rapport à la sous-station.

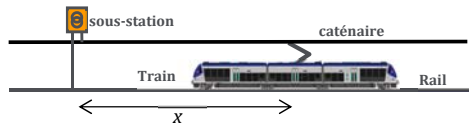


Figure 1 : Schéma de principe de l'alimentation électrique d'un train

Vu du réseau électrique ferroviaire, la sous-station d'alimentation se comporte comme un générateur de tension caractérisé par une certaine tension à vide V_0 et une résistance interne R_{sst} . La caténaire et le rail sont des conducteurs caractérisés chacun par une certaine résistance linéique ρ_{cat} et ρ_{rail} . Le train, situé à la distance x de la sous-station, est une charge passive dont la puissance évolue au cours du temps, en fonction de la demande du conducteur. Le circuit électrique équivalent est représenté sur la Figure 2.

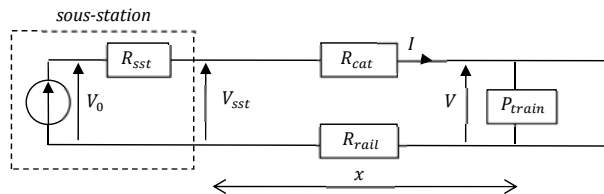


Figure 2 : Schéma électrique équivalent du système

R_{cat} et R_{rail} représentent les résistances d'une portion de caténaire ou de rail de longueur x . On définit également la résistance totale du circuit d'alimentation du train $R_{tot} = R_{sst} + R_{cat} + R_{rail}$. On note V la tension aux bornes du train, et I l'intensité du courant dans le circuit.

- Exprimer P_{train} en fonction de V_0 , V et R_{tot} .
- On étudie la qualité de l'alimentation électrique du train quand celui-ci s'éloigne de la sous-station. Pour une position x donnée, tracer l'allure du graphe de P_{train} en fonction de V et montrer que cette puissance ne peut pas dépasser une certaine valeur P_{max} . Exprimer P_{max} en fonction de V_0 et R_{tot} , puis calculer numériquement cette puissance pour les valeurs de x indiquées dans le tableau I (à compléter).

Valeurs numériques : $V_0 = 1750$ V, $R_{sst} = 0,010 \Omega$, $\rho_{cat} = 0,025 \Omega/km$ et $\rho_{rail} = 0,015 \Omega/km$.

- En pratique, la tension d'alimentation des trains ne doit pas descendre en dessous d'une certaine valeur $V_{min} = 1000$ V. Soit $P_{V_{min}}$, la puissance maximale transmissible au train dans ces conditions. Exprimer $P_{V_{min}}$ en fonction de V_0 , V_{min} et R_{tot} et compléter le tableau I.
- On suppose maintenant que le conducteur demande une certaine puissance P_{train} . Montrer que la tension V correspondant est solution de l'équation $V^2 - V_0 \cdot V + R_{tot} \cdot P_{train} = 0$, et a pour expression : $V = \frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 - 4 \cdot R_{tot} \cdot P_{train}}}{2}$. Calculer les valeurs de V ainsi que l'intensité du courant d'alimentation I pour les différentes positions du train et pour $P_{train} = 5$ MW. Reporter les valeurs obtenues dans le tableau I.
- On note P_{joule} les pertes par effet Joule dans la caténaire et le rail. Calculer ces pertes pour les conditions de la question précédente, et évaluer leur pourcentage par rapport à la puissance fournie au train. Reporter les valeurs obtenues dans le tableau I.
- Commenter l'ensemble des résultats.

Tableau I : récapitulatif des résultats numériques

X (km)	0	1	2
R_{tot} (Ω)			
P_{max} (MW)			
$P_{V_{min}}$ (MW)			
V (volts)			
I (A)			
P_{joule} (MW)			
P_{joule}/P_{train} en %			

Exercice 2 : Principe d'une alimentation à découpage

Une alimentation à découpage permet de fournir une puissance électrique continue à partir du secteur alternatif. En général, ce type d'alimentation comprend un premier étage pour redresser le courant, suivi d'un deuxième étage pour adapter le niveau de tension de sortie, comme schématisé sur la Figure 3.

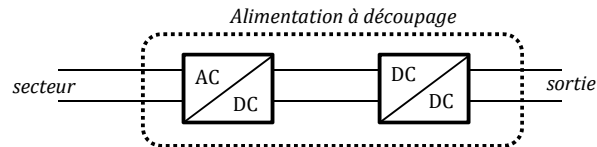


Figure 3 : Alimentation à découpage à deux étages

A. Redressement de la tension d'entrée :

Le premier étage est constitué d'un pont de diodes alimenté par la tension sinusoïdale du secteur v_e , comme représenté sur la Figure 4. Des éléments de filtrage non représentés ici font que la charge se comporte comme une source de courant $i_s(t) = I_s$.

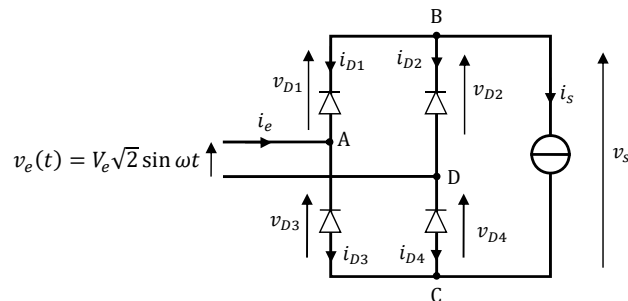


Figure 4 : Schéma de principe du redresseur

- Expliquer le fonctionnement de ce redresseur.
- Sur un même graphe, représenter $v_s(t)$ et $i_s(t)$. Calculer $\langle v_s \rangle$, la valeur moyenne de la tension de sortie.
- Sur un même graphe, représenter $v_e(t)$ et $i_e(t)$.

B. Contrôle de la tension de sortie :

Le deuxième étage est constitué d'un hacheur fly-back, schématisé sur la Figure 5.

Les interrupteurs K1 et K2 forment une cellule de commutation, commandée à la fréquence de hachage $f = \frac{1}{T}$. K1 est fermé sur l'intervalle de temps $]0, \alpha T[$, puis ouvert sur l'intervalle $]\alpha T, T[$.

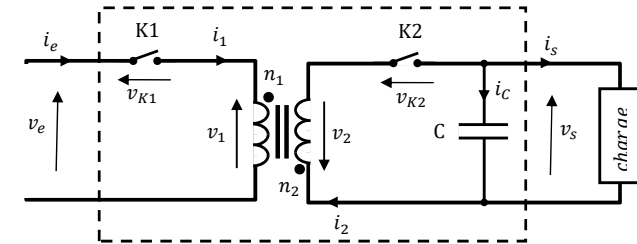


Figure 5 : Schéma d'un hacheur fly-back

Le transformateur comporte n_1 spires au primaire et n_2 au secondaire. On note \mathcal{R} la reluctance du circuit magnétique du transformateur et ϕ le flux magnétique. Avec ces notations et les conventions d'orientation choisies, les équations régissant le fonctionnement du transformateur sont :

- $v_1 = n_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}$ (1)
- $v_2 = n_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}$ (2)
- $n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 = \mathcal{R} \cdot \phi$ (3)

Les hypothèses de travail sont les suivantes :

- Fonctionnement en régime permanent périodique
- Circuit magnétique non saturé
- Tension d'entrée constante : $v_e(t) = V_e$
- Tension de sortie constante : $v_s(t) = V_s$, réglée par le rapport cyclique α .

- Quel est l'intérêt du transformateur ?
- Quel composant du circuit justifie l'hypothèse « tension de sortie constante » ?
- On se place sur l'intervalle $]0, \alpha T[$. Etablir successivement les expressions de : v_{K1} , v_1 , ϕ , v_2 , v_{K2} , i_2 et i_1 . On notera $\phi_{min} = \phi(0)$.
- On se place sur l'intervalle $]\alpha T, T[$. Exprimer la continuité du flux $\phi(t)$ à $t = \alpha T$. On notera $\phi_{max} = \phi(\alpha T)$. Etablir successivement les expressions de : v_{K2} , v_2 , ϕ , v_1 , v_{K1} , i_1 et i_2 .
- Exprimer la périodicité du flux $\phi(t)$ à $t = T$. En déduire le rapport de transformation $k = \frac{V_s}{V_e}$. S'agit-il d'un convertisseur abaisseur ou élévateur de tension ?
- Dans cette question, $n_1 = n_2$. Tracer les chronogrammes de v_1 , v_2 , ϕ , i_1 et i_2 pour $\alpha = \frac{2}{3}$.
- Quel type de composants faut-il choisir pour les interrupteurs K1 et K2 ? Justifier.
- A partir de la conservation de la puissance entre l'entrée et la sortie, établir la relation qui existe entre les valeurs moyennes $\langle i_e \rangle$ et $\langle i_s \rangle$. Utiliser alors la relation (3) pour exprimer le flux moyen $\langle \phi \rangle$ en fonction de $\langle i_s \rangle$, α , \mathcal{R} et n_2 .