0. Circuits monophasés

Ce TD est à faire impérativement en travail individuel lors de la semaine 1 (corrigé disponible).

Exercice 1 :

On considère le circuit de la Figure 1, alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 230\,V$ et de fréquence 50 Hz. Les caractéristiques des composants sont les suivantes : $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ et $L = 20$ mH. On choisit la tension $\underline{V}$ pour origine des phases.

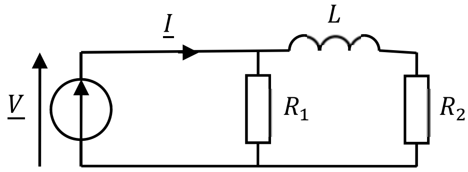


Figure 1

a. Calculer la valeur efficace et la phase du courant $\underline{I_1}$ circulant dans la résistance R_1.
b. Calculer la valeur efficace et la phase du courant $\underline{I_2}$ du courant circulant dans la résistance R_2.
c. Calculer la valeur efficace et la phase du courant $\underline{I}$ absorbé par l'ensemble du circuit.
d. Représenter $\underline{V}$, $\underline{I_1}$, $\underline{I_2}$ et $\underline{I}$ dans le plan complexe. Faire apparaître les relations géométriques éventuelles entre ces différentes grandeurs (diagramme de Fresnel).
e. Calculer la valeur des puissances active P, réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
f. En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 2 :

On considère le circuit de la Figure 2, alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 100\,V$ et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.

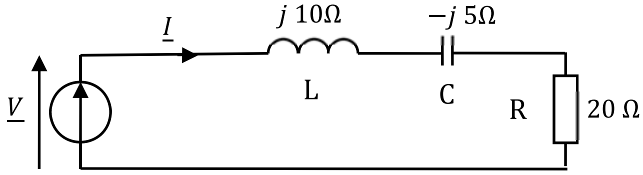


Figure 2

a. Calculer la valeur efficace I du courant $\underline{I}$.
b. Calculer la phase du courant $\underline{I}$ si on considère la tension $\underline{V}$ à l'origine des phases. Ecrire alors l'expression temporelle de la tension v et du courant i.
c. On note $\underline{V_L}$, $\underline{V_C}$ et $\underline{V_R}$ les tensions aux bornes de l'inductance, du condensateur et de la résistance. Ecrire la loi des mailles qui régit ce circuit.

d. On choisit l'intensité $\underline{I}$ pour origine des phases. Représenter tous les complexes formant cette loi des mailles sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel). Que devient ce diagramme si on choisit la tension $\underline{V}$ pour origine des phases ?

Exercice 3 :

Du circuit représenté sur la Figure 3, alimenté par u<ne tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé $I = 2{,}5\ A$ ainsi que les valeurs en Ohm des impédances notées sur la figure. On choisit l'intensité $\underline{I}$ pour origine des phases.

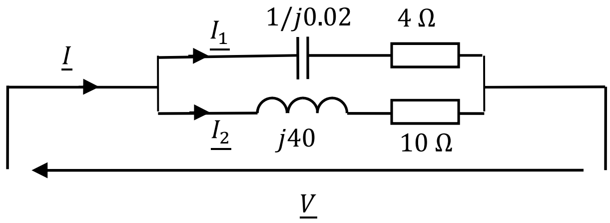


Figure 3

a. Calculer la valeur de la tension $\underline{V}$ (formes algébrique et polaire).
b. En déduire $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$ (formes algébrique et polaire).
c. Représenter $\underline{I_1}$, $\underline{I_2}$, $\underline{I}$ et $\underline{V}$ dans le plan complexe.
d. Calculer la valeur des puissances active P, réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
e. En déduire la valeur du facteur de puissance de la charge.

Exercice 4 :

On considère le circuit de laFigure 4, alimentée par une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 20\ V$. Les composants de ce circuit sont caractérisés par la valeur de leur impédance.

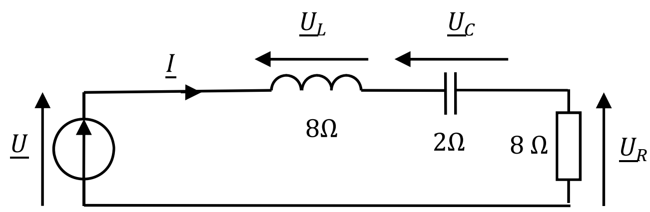


Figure 4

a. Calculer la valeur efficace I du courant $\underline{I}$.

b. Calculer φ, l'angle défini par : $\varphi = (\widehat{\underline{I},\underline{U}})$.

c. On choisit l'intensité $\underline{I}$ pour origine des phases. Calculer $\underline{U_R}$, $\underline{U_L}$, $\underline{U_C}$ et $\underline{U}$.

d. Représenter $\underline{I}$, $\underline{U_R}$, $\underline{U_L}$, $\underline{U_C}$ et $\underline{U}$ dans le plan complexe.

0. Circuits monophasés - Corrigé

Exercice 1 :

a. La tension est choisie comme origine des phase, donc : $\underline{V} = |\underline{V}|.e^{j.0} = 230\ [V]$.

$\underline{I_1} = \frac{\underline{V}}{R_1} \implies \underline{I_1} = \frac{230}{20} = 11{,}5\ [A]$

Valeur efficace = module de l'intensité complexe $|\underline{I_1}| = 11{,}5\ [A]$

Phase de $\underline{I_1} = \arg\ \underline{I_1} = 0$

b. $\underline{I_2} = \frac{\underline{V}}{R_2 + jL\omega}$ avec $\omega = 2\pi f \implies \underline{I_2} = \frac{230}{10+j2\pi} = 16{,}5 - j.10{,}4$

Valeur efficace = module de l'intensité complexe $|\underline{I_2}| = \frac{230}{\sqrt{10^2+4\pi^2}} = 19{,}5\ [A]$

Phase de $\underline{I_2} = \arg\ \underline{I_2} = -\operatorname{atan}\left(\frac{2\pi}{10}\right) = -32{,}1°$

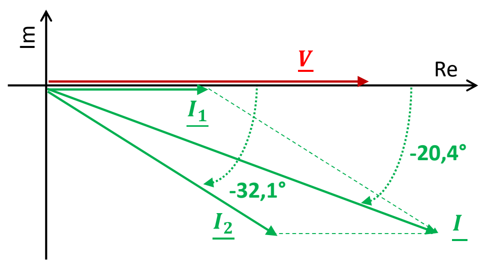
c. $\underline{I} = \underline{I_1} + \underline{I_2}$

$\underline{I} = 11{,}5 \times [\cos(0°) + j.\sin(0°)] + 19{,}5 \times [\cos(-32{,}1°) + j.\sin(-32{,}1°)] = 28 - j.10{,}4$

Valeur efficace : $|\underline{I}| = 29{,}8\ [A]$

Phase de $\underline{I} = \arg\ \underline{I} = -\operatorname{atan}\left(\frac{10{,}4}{28}\right) = -20{,}4°$

d.



e. Il y a plusieurs manières de calculer les puissances. Ici, on propose d'utiliser la définition de la puissance apparente complexe, définie par : $\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^* = P + j.Q$.

$\underline{S} = 230 \times (28 + j.10{,}4) = 6440 + j.2392$, d'où $P = 6440\ [W]$ et $Q = 2392\ [VAR]$

$S = |\underline{S}| = 6870\ [VA]$

Par ailleurs, on doit vérifier que $S = |\underline{V}|.|\underline{I}|$ (produit des valeurs efficaces). Avec cette relation, on obtient : $S = 6854\ [VA]$. La différence entre cette valeur et la précédente est liée aux erreurs d'arrondis (calculs faits avec 1 chiffre après la virgule).

f. Par définition : $FP = \frac{P}{S} = \frac{6440}{6870} = 0{,}94$

C'est aussi le cosinus de l'angle entre $\underline{I}$ et $\underline{V}$: $FP = \cos(\widehat{\underline{I},\underline{V}}) = \cos(20{,}4°) = 0{,}94$

Exercice 2 :

a. La tension est choisie comme origine des phase, donc : $\underline{V} = |\underline{V}|.e^{j.0} = 100\ [V]$.

$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}}$, où $\underline{Z}$ est l'impédance des trois dipôles en série : $\underline{Z} = +10j - 5j + 20 = 20 + 5j$

$|\underline{I}| = \frac{|\underline{V}|}{|\underline{Z}|} = \frac{100}{\sqrt{20^2+5^2}} = 4{,}85\ [A]$

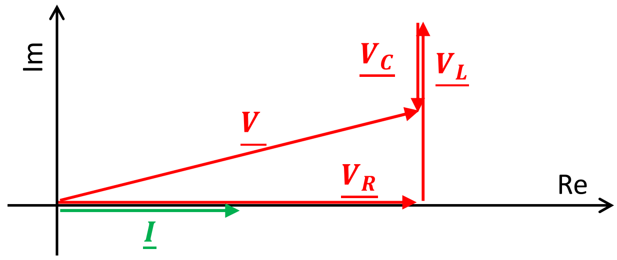
b. Phase : $\arg(\underline{I}) = \arg(\underline{V}) - \arg(\underline{Z}) = 0 - \operatorname{atan}\left(\frac{5}{20}\right) = -14° = 0{,}24\ rad$

$v(t) = \sqrt{2} \times 100 \times \sin(314 \times t)$
$i(t) = \sqrt{2} \times 4{,}85 \times \sin(314 \times t - 0{,}24)$

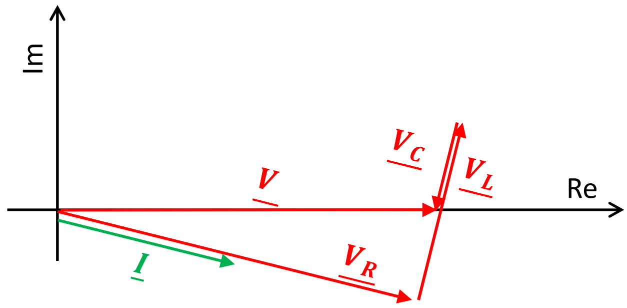
c. $\underline{V} = \underline{V_L} + \underline{V_C} + \underline{V_R}$

d. $\underline{V} = \underline{Z_L}.\underline{I} + \underline{Z_C}.\underline{I} + \underline{Z_R}.\underline{I} = 10j.\underline{I} - 5j.\underline{I} + 20.\underline{I}$

Le diagramme de Fresnel est plus simple à tracer avec $\underline{I}$ en référence de phase :



Pour obtenir le diagramme avec $\underline{V}$ en référence de phase, il suffit de faire une rotation de la figure de -14° pour amener $\underline{V}$ à l'horizontale :



Exercice 3 :

a. $\underline{V} = \underline{Z}.\underline{I}$, où $\underline{Z}$ est l'impédance équivalente des deux branches en parallèle et $\underline{I} = 2{,}5$ [A]

$\underline{Z} = \frac{\underline{Z_1}.\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}+\underline{Z_2}}$ avec $\underline{Z_1} = 4 + \frac{1}{0{,}02j} = 4 - 50j$ (impédance de la branche parcourue par $\underline{I_1}$) et $\underline{Z_2} = 10 + 40j$ (impédance de la branche parcourue par $\underline{I_2}$)

Calcul [1] : $\underline{Z} = \frac{(4-50j).(10+40j)}{(4-50j)+(10+40j)} = \frac{2040-340j}{14-10j} = \frac{(1020-170j).(7+5j)}{(7-5j)(7+5j)} = \frac{7990+3910j}{7^2+5^2} = \frac{7990+3910j}{74}$

On obtient ainsi : $\underline{Z} = 108 + 53.j$,

d'où : $\underline{V} = 2{,}5 \times (108 + 53.j)$ (forme algébrique)

Sous forme polaire : $|\underline{V}| = 300\ [V]$ et $\arg(\underline{V}) = 26°$

b. $\underline{I_1} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z_1}} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z_1}}.\underline{I} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}+\underline{Z_2}}.\underline{I} = 2{,}5.\frac{10+40j}{14-10j} = -2{,}2 + 5{,}6j$ (forme algébrique)

Sous forme polaire : $|\underline{I_1}| = 6\ [A]$ et $\arg(\underline{I_1}) = 111°$

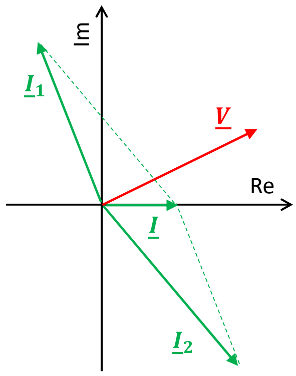
De la même manière : $\underline{I_2} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z_2}} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z_2}}.\underline{I} = \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_1}+\underline{Z_2}}.\underline{I} = 2{,}5.\frac{4-50j}{14-10j} = 4{,}7 - 5{,}6j$ (forme algébrique)

Sous forme polaire : $|\underline{I_2}| = 7{,}3\ [A]$ et $\arg(\underline{I_1}) = -50°$

---

[1] NB : dès que les calculs deviennent fastidieux à la main, il est conseillé d'utiliser une calculatrice qui manipule les nombres complexes (mais il faut savoir faire les calculs à la main sur des nombres simples…)

c. Dans le plan complexe :



d. Calculer la valeur des puissances active P, réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.

$\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^* = P + j.Q.$

$|\underline{S}| = |\underline{V}|.|\underline{I}| = 300 \times 2{,}5 = 750\ [VA]$

$\arg(\underline{S}) = \arg(\underline{V}) - \arg(\underline{I}) = 26°$

$P = Re(\underline{S}) = |\underline{S}|.\cos(\arg(\underline{S})) = 750.\cos(26°) = 674\ [W]$

$Q = Im(\underline{S}) = |\underline{S}|.\sin(\arg(\underline{S})) = 750.\sin(26°) = 330\ [VAR]$

e. Par définition : $FP = \frac{P}{S} = \cos(\arg(\underline{S})) = \cos(26°) = 0{,}90$

Exercice 4 :

a. $|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|}$ avec $\underline{Z} = \underline{Z}_L + \underline{Z}_C + \underline{Z}_R = 8j - 2j + 8 = 8 + 6j\ [\Omega]$

$|\underline{I}| = \frac{20}{\sqrt{8^2+6^2}} = 2\ [A]$

b. $\varphi = (\widehat{\underline{I},\underline{U}}) = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{I}) = \arg(\underline{U}) - [\arg(\underline{U}) - \arg(\underline{Z})] = \arg(\underline{Z})$

$\varphi = \text{atan}\left(\frac{6}{8}\right) = 37°$

c. $\underline{U}_R = \underline{Z}_R.\underline{I} = 8 \times 2 = 16\ [V]$

$\underline{U}_L = \underline{Z}_L.\underline{I} = 8j \times 2 = 16j\ [V]$

$\underline{U}_C = \underline{Z}_C.\underline{I} = -2j \times 2 = -4j\ [V]$

$\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_C + \underline{U}_R = 16 + 12j$ NB : on vérifie que $|\underline{U}| = 20\ [V]$ comme stipulé par l'énoncé…

d.