

Textes de travaux dirigés

0. Circuits monophasés

Les exercices du TD0 sont à faire en travail individuel, impérativement avant le cours du 16 septembre.
 Le corrigé est disponible sous moodle pour vérifier votre travail.
SOIGNEZ LES REPRESENTATIONS GRAPHIQUES !

Exercice 1 :

On considère le circuit de la Figure 1, alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 230\text{ V}$ et de fréquence 50 Hz . Les caractéristiques des composants sont les suivantes : $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ et $L = 20\text{ mH}$. On choisit la tension \underline{V} pour origine des phases.

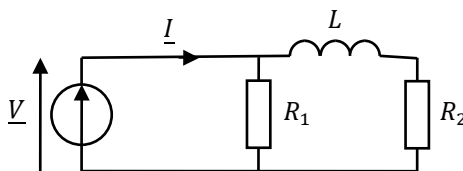


Figure 1

- Calculer la valeur efficace et la phase du courant \underline{I}_1 circulant dans la résistance R_1 .
- Calculer la valeur efficace et la phase du courant \underline{I}_2 du courant circulant dans la résistance R_2 .
- Calculer la valeur efficace et la phase du courant \underline{I} absorbé par l'ensemble du circuit.
- Représenter \underline{V} , \underline{I}_1 , \underline{I}_2 et \underline{I} dans le plan complexe. Faire apparaître les relations géométriques éventuelles entre ces différentes grandeurs (diagramme de Fresnel).
- Calculer la valeur des puissances active P , réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
- En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 2 :

On considère le circuit de la Figure 2, alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 100\text{ V}$ et de fréquence 50 Hz . Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.

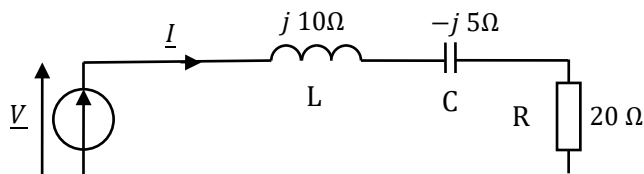


Figure 2

- Calculer la valeur efficace I du courant \underline{I} .
- Calculer la phase du courant \underline{I} si on considère la tension \underline{V} à l'origine des phases. Ecrire alors l'expression temporelle de la tension v et du courant i .

- c. On note \underline{V}_L , \underline{V}_C et \underline{V}_R les tensions aux bornes de l'inductance, du condensateur et de la résistance. Ecrire la loi des mailles qui régit ce circuit.
- d. On choisit l'intensité \underline{I} pour origine des phases. Représenter tous les complexes formant cette loi des mailles sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel). Que devient ce diagramme si on choisit la tension \underline{V} pour origine des phases ?

Exercice 3 :

Du circuit représenté sur la Figure 3, alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé $I = 2,5 \text{ A}$ ainsi que les valeurs en Ohm des impédances notées sur la figure. On choisit l'intensité \underline{I} pour origine des phases.

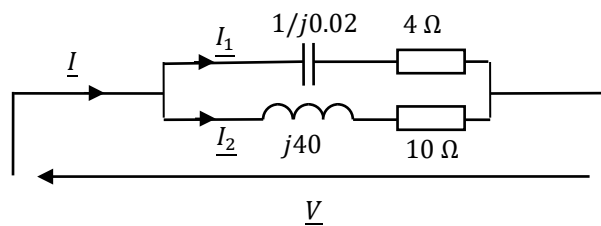


Figure 3

- e. Calculer la valeur de la tension \underline{V} (formes algébrique et polaire).
- f. En déduire \underline{I}_1 et \underline{I}_2 (formes algébrique et polaire).
- g. Représenter \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I} et \underline{V} dans le plan complexe.
- h. Calculer la valeur des puissances active P , réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
- i. En déduire la valeur du facteur de puissance de la charge.

Exercice 4 :

On considère le circuit de la Figure 4, alimentée par une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 20 \text{ V}$. Les composants de ce circuit sont caractérisés par la valeur de leur impédance.

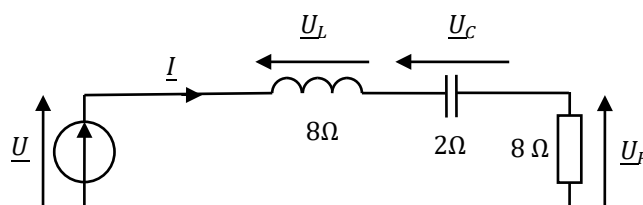


Figure 4

- a. Calculer la valeur efficace I du courant \underline{I} .
- b. Calculer φ , l'angle défini par : $\varphi = (\underline{I}, \underline{U})$.
- c. On choisit l'intensité \underline{I} pour origine des phases. Calculer \underline{U}_R , \underline{U}_L , \underline{U}_C et \underline{U} .
- d. Représenter \underline{I} , \underline{U}_R , \underline{U}_L , \underline{U}_C et \underline{U} dans le plan complexe.

1. Compensation de puissance réactive en monophasé

Exercice 1 :

On considère la charge monophasée RLC parallèle alimentée par une tension sinusoïdale V de fréquence f représentée sur la Figure 5. On choisit la tension \underline{V} comme origine des phases.

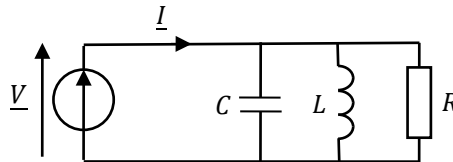


Figure 5

- Calculer l'expression littérale de la puissance apparente complexe $\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$ en fonction de V, R, L et C .
- En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.
- On suppose que R et L sont imposées. Déterminer en fonction de ces grandeurs la valeur de la capacité C qui permet d'annuler la puissance réactive Q .
- Déterminer le courant \underline{I} absorbé par l'ensemble du circuit pour cette valeur particulière de la capacité.
- Tracer le diagramme de Fresnel correspondant.

Exercice 2 :

Un atelier monophasé est constitué de trois ensembles de machines, constituant les charges 1, 2 et 3, mises en parallèle sur la même tension d'alimentation sinusoïdale (50Hz - 230V). Le Tableau 1 indique un certain nombre de mesures faites sur chacune des charges.

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20 \text{ kW}$	$P_2 = \dots$	$P_3 = \dots$
$Q_1 = 15 \text{ kVAR}$	$Q_2 = \dots$	$Q_3 = -5 \text{ kVAR}$
$S_1 = \dots$	$S_2 = 45 \text{ kVA}$	$S_3 = 10 \text{ kVA}$
$\cos \varphi_1 = \dots$	$\cos \varphi_2 = 0.6 \text{ AR}$	$\cos \varphi_3 = \dots$
$\varphi_1 = \dots$	$\varphi_2 = \dots$	$\varphi_3 = \dots$
$I_1 = \dots$	$I_2 = \dots$	$I_3 = \dots$

Tableau 1

- Pour chaque charge, calculer les données manquantes dans le tableau.
- En déduire la valeur de la puissance active totale P et la puissance réactive totale Q consommée par la charge totale. Calculer également la puissance apparente totale S , le facteur de puissance global ainsi que le courant total absorbé I .
- Représenter la construction du triangle des puissances de l'ensemble de ces charges.
- On désire, en plaçant un condensateur C' en parallèle sur l'installation relever le facteur de puissance à la valeur $\cos \varphi' = 0,9 \text{ AR}$. Calculer la valeur de C' . Tracer le triangle des puissances.
- Calculer également la valeur C'' d'un condensateur permettant d'obtenir un facteur de puissance $\cos \varphi'' = 0,9 \text{ AV}$. Tracer le triangle des puissances.
- Le facteur de puissance a la même valeur dans les cas d. et f. Quel condensateur choisit-on en pratique ?

2. Circuits triphasés

Exercice 0 : à faire impérativement avant la séance pour réviser le cours (corrigé disponible)

On s'intéresse au système triphasé représenté sur la Figure 6, où $|\underline{V}_1| = V$ et $\underline{Z} = R + j.L\omega = Z.e^{j\varphi}$. Calculer les expressions littérales des grandeurs suivantes :

- courants de ligne (forme complexe),
- puissances active et réactive fournies par le générateur triphasé,
- puissance apparente et facteur de puissance du générateur triphasé.

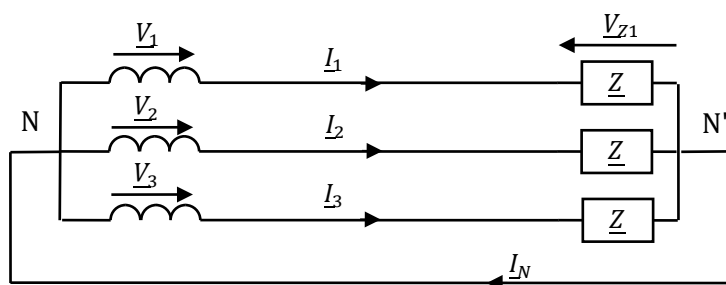


Figure 6

Exercice 1 :

On souhaite comparer deux lignes de distribution d'énergie : une ligne monophasée et une ligne triphasée, toutes deux alimentées par des tensions de valeur efficace V et de fréquence f . Ces deux lignes sont représentées sur la Figure 7 et sont destinées à véhiculer le courant électrique sur la distance d . La résistance des lignes est négligée.

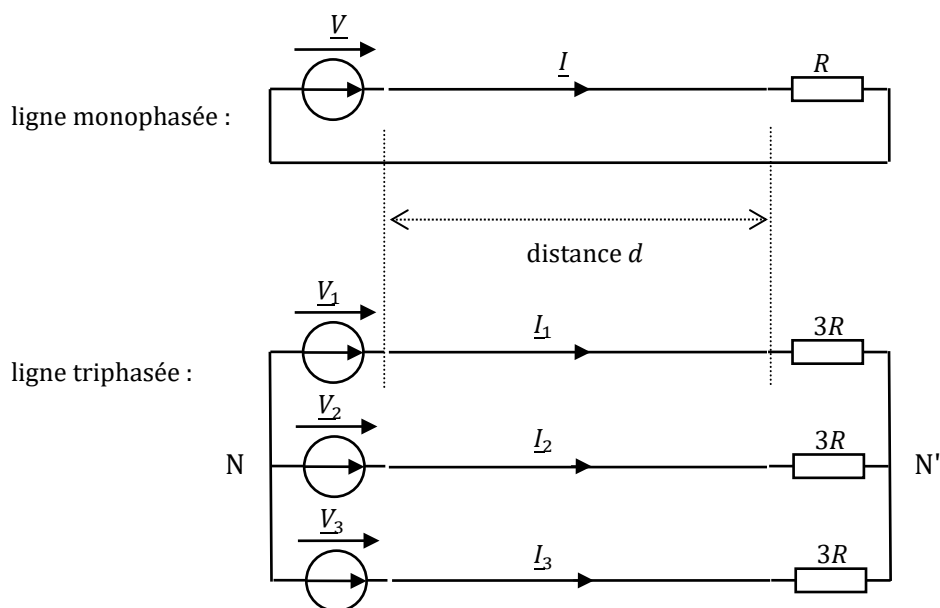


Figure 7

- Déterminer l'expression littérale du courant I de la ligne monophasée. Calculer la puissance totale absorbée par la charge en fonction de V et de R .
- Déterminer l'expression littérale des courants de phase I_1, I_2 et I_3 de la ligne triphasée. Calculer ensuite la puissance totale absorbée par la charge. Conclusion ?
- Pour chaque installation, déterminer l'expression littérale de la section des conducteurs correspondant à une valeur donnée de densité de courant δ [A/m^2] en fonction de V, R et δ . En déduire le volume des conducteurs nécessaires à assurer la distribution d'énergie dans chaque cas. Conclusion ?
- Calculer l'expression de la puissance instantanée consommée par la charge du circuit monophasé, puis par celle du circuit triphasé. Conclusion ?

Exercice 2 :

On branche sur le réseau 230/400V 50Hz trois récepteurs monophasés identiques inductifs (bobines) d'impédance $Z = 50 \Omega$ et de facteur de puissance 0,8.

- Les impédances sont couplées en étoile. Compléter le schéma de câblage de la Figure 8. Calculer les courants de ligne ainsi que les puissances active et réactive consommées par l'ensemble des trois récepteurs.
- Même question si les impédances sont couplées en triangle. Conclusion ?

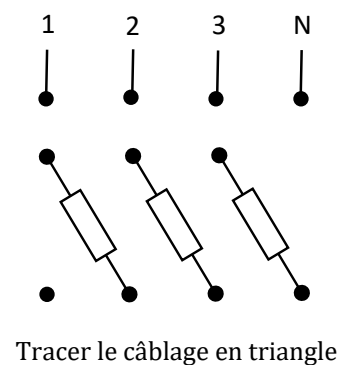
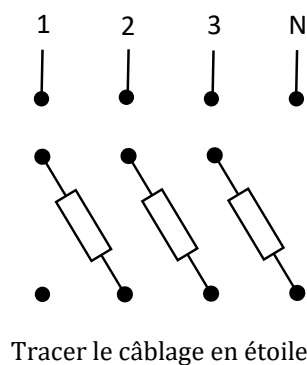


Figure 8

Exercice 3 :

On s'intéresse à l'installation électrique triphasée 230 V/400 V d'un atelier comportant :

- des luminaires et des appareils de bureautique représentant 6 kW répartis uniformément sur les trois phases de de facteur de puissance unitaire,
 - trois machines triphasées consommant chacune 5 kW avec un facteur de puissance de 0,8 arrière
 - un appareillage particulier représentant trois impédances identiques $\underline{Z} = 10 + j.15 \Omega$ câblées en triangle sur les phases.
- Calculer les puissances active et réactive P_Z et Q_Z consommées par les impédances Z .
 - Calculer les puissances active et réactive totales consommées par l'atelier.
 - En déduire la puissance apparente totale, la valeur du courant de ligne I consommé, et la valeur du facteur de puissance de l'installation. Ce facteur de puissance est-il acceptable par le fournisseur d'énergie ?
 - Calculer la valeur des capacités C qu'il faut installer pour obtenir un facteur de puissance de 0,8. Comparer les solutions « couplage en étoile » et « couplage en triangle ».

TRAVAIL PERSONNEL (CORRIGE DISPONIBLE) :

Exercice 4 :

Une charge triphasée consomme, sur un système triphasé 230 V/400 V, une puissance de 25 kW avec un facteur de puissance de 0,7 AR. On relève le facteur de puissance avec une batterie de condensateurs.

- a. Calculer C , la valeur des capacités câblées en étoile nécessaires pour relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AR.
- b. Calculer C' , la valeur des capacités câblées en triangle nécessaires pour relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AR.
- c. Calculer C'' la valeur des capacités câblées en triangle nécessaires pour relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AV.
- d. Le facteur de puissance étant le même dans les trois cas, quelle solution préférer ?

Exercice 5 : (extrait de l'ER1 d'octobre 2016)

On s'intéresse à une installation électrique triphasée 230 V/400 V 50 Hz comportant :

- 6 lampes 230 V / 100 W chacune
 - une machines triphasée consommant 1,2 kW avec un facteur de puissance de 0,6 arrière
 - une machines triphasée consommant 1,2 kW avec un facteur de puissance de 0,8 arrière
 - une batterie de trois condensateurs couplés en étoile, chaque condensateur ayant une capacité C telle que $C\omega = 10^{-3} \Omega^{-1}$.
- a. Représenter le principe de raccordement de tous les récepteurs pour obtenir une installation triphasée équilibrée.
 - b. Calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente de l'installation.
 - c. Quel est le rôle de la batterie de condensateurs ? Remplit-elle pleinement ce rôle ? Que peut-on faire pour améliorer très simplement la situation, si besoin ?

3. Hacheur dévolteur sur charge RL

La Figure 9 représente le schéma de principe d'un hacheur dévolteur (ou abaisseur de tension). Il s'agit d'un convertisseur continu-continu qui permet le transfert d'énergie de la source de tension continue parfaite $U > 0$ vers la charge RL . Pour les applications numériques, on prendra $U = 20\text{ V}$ et $R = 10\ \Omega$. Les autres valeurs numériques seront précisées au fur et à mesure des questions.

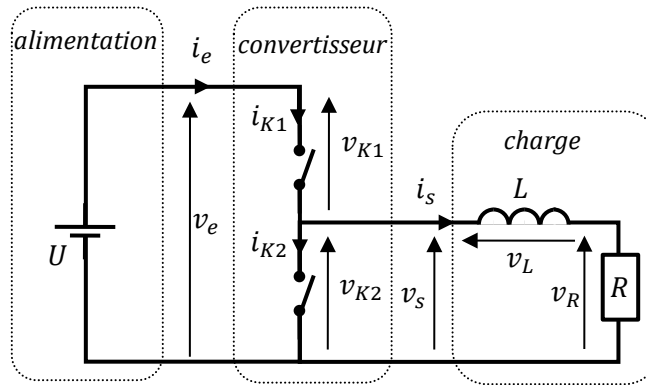
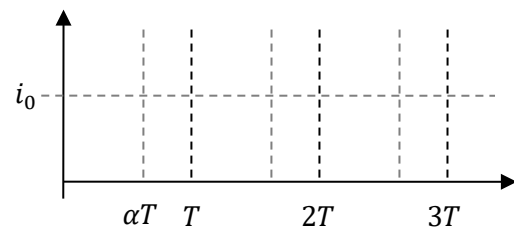
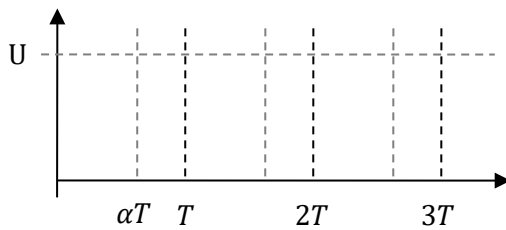
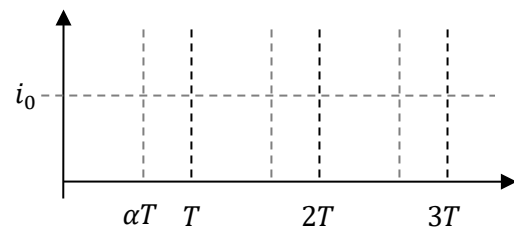
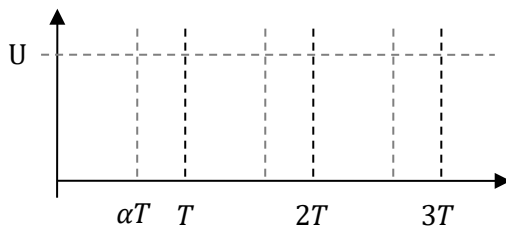
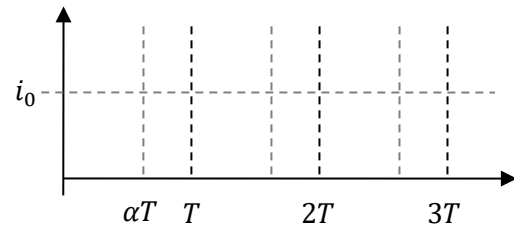
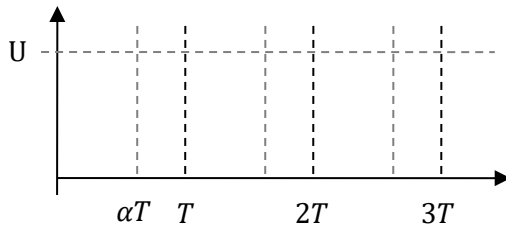
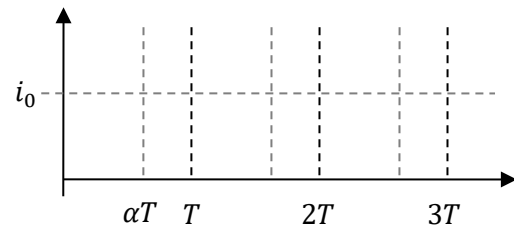
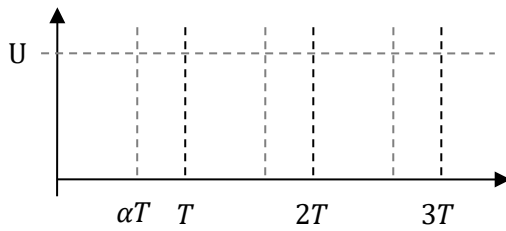


Figure 9: Schéma de principe d'un hacheur dévolteur

Le convertisseur est constitué de deux interrupteurs K1 et K2, supposés parfaits, qui forment une cellule de commutation. L'interrupteur K1 est commandé par un signal périodique de période T . Il est fermé pendant l'intervalle $[0, \alpha T[$ et ouvert pendant l'intervalle $[\alpha T, T[$ ($T = \frac{1}{f}$, $0 \leq \alpha \leq 1$). La grandeur α est appelée rapport cyclique du hacheur.

On étudie le fonctionnement du système en régime périodique et en régime de conduction continue. Pour cela, on suppose qu'à l'instant $t = 0$ le courant de sortie vaut $i_s(0) = i_0 > 0$.

- On se place sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T[$:
 - Dans quel état est l'interrupteur K2 ?
 - Déterminer les tensions v_e , v_{K1} , v_{K2} et v_s .
 - Etablir les relations qui existent entre les courants i_e , i_{K1} , i_{K2} et i_s .
 - Montrer que $i_s(t) = \frac{U}{R} + \left(i_0 - \frac{U}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t}$.
 - Soit i_α le courant i_s à l'instant αT . Exprimer i_α en fonction de i_0 , U , R , L , α et T .
- On se place sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T[$:
 - Dans quel état est l'interrupteur K2 ?
 - Déterminer les tensions v_e , v_{K2} , v_{K1} et v_s .
 - Etablir les relations qui existent entre les courants i_e , i_{K1} , i_{K2} et i_s .
 - Justifier la continuité du courant à l'instant αT , puis montrer que $i_s(t) = \left[\frac{U}{R} e^{+\frac{R}{L}\alpha T} + \left(i_0 - \frac{U}{R}\right)\right] \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$.
- On se place à l'instant T :
 - Justifier que $i_s(T) = i_0$, puis montrer que $i_0 = \frac{U}{R} \frac{e^{+\frac{R}{L}\alpha T} - 1}{e^{+\frac{R}{L}T} - 1}$.
- Application numérique : $T = 1\text{ ms}$, $L = 8\text{ mH}$
 - Calculer i_0 et i_α pour les valeurs suivantes de α : $0 / 0.25 / 0.5 / 0.75 / 1$
- Tracer les chronogrammes des tensions et courants v_s , i_s , v_{K1} , i_{K1} , v_{K2} , i_{K2} , v_e , i_e .



- f. Calculer la valeur moyenne de la tension de sortie v_s et en déduire celle du courant i_s . Justifier l'appellation hacheur abaisseur. Qu'en est-il de la valeur moyenne du courant d'entrée i_e par rapport à celle du courant de sortie i_s ?
- g. Identifier la nature des interrupteurs K1 et K2 à partir de leurs chronogrammes de courant et de tension.
- h. On souhaite un courant de sortie le plus constant possible, avec une ondulation $\Delta i_s = i_\alpha - i_0$ très petite. Pour cela, il faut travailler à une fréquence de découpage élevée, telle que la période T est très petite par rapport au temps de réponse de la charge $\tau = \frac{L}{R}$. Mathématiquement, cela se traduit par la relation $\frac{R}{L}T \ll 1$. Utiliser le développement limité $e^x \sim 1 + x$ pour montrer que $i_0 \simeq \frac{U}{R}\alpha$ et $i_\alpha \simeq \frac{U}{R}\alpha + \frac{U}{L}\alpha(1-\alpha)T$.
- i. Exprimer l'ondulation de courant Δi_s en fonction de U , L , α et $f = \frac{1}{T}$. Sur quels paramètres peut-on agir pour diminuer cette ondulation ?
- j. Calculer $\langle i_s \rangle$, i_0 , i_α et Δi_s pour $L = 8 \text{ mH}$, $\alpha = 0.5$, $f = 500 \text{ Hz}$; 1000 Hz ; 2000 Hz . Présenter les résultats dans un tableau. Refaire les calculs avec $L = 30 \text{ mH}$. (conseil : écrire un programme...)

4. Hacheur dévolteur sur charge E

On souhaite charger une batterie 5 V à l'aide d'une alimentation continue 12 V. On utilise pour cela le montage représenté sur la Figure 10. Les deux interrupteurs K1 et K2, supposés parfaits, forment une cellule de commutation.

L'alimentation et la batterie sont modélisées par des sources de tension continue de valeurs respectives U et E , avec $U > E$ (les résistances internes sont négligées).

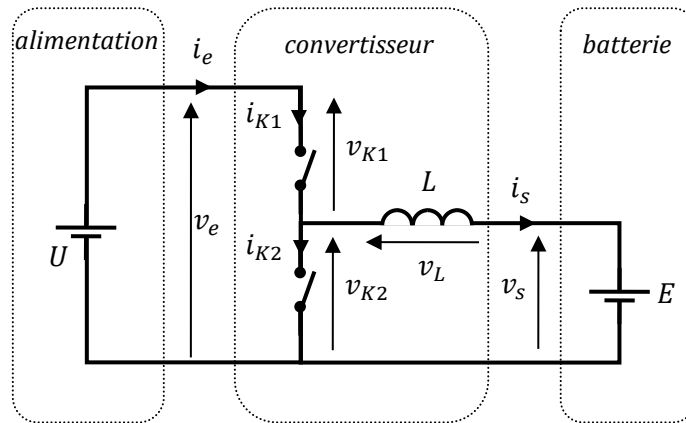


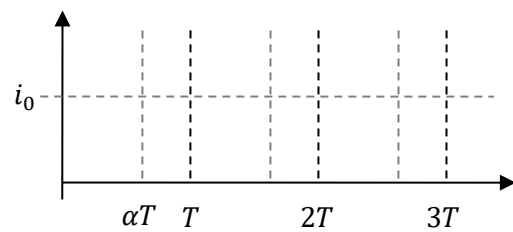
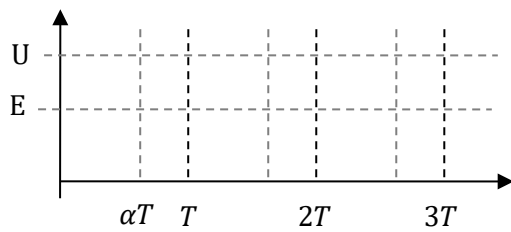
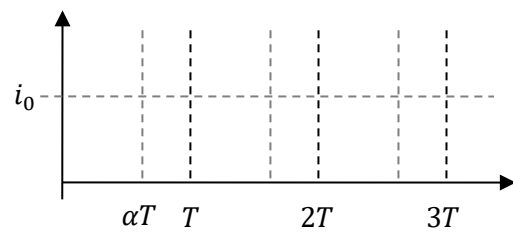
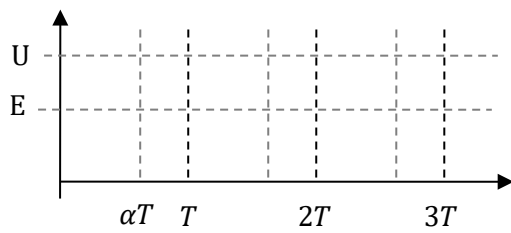
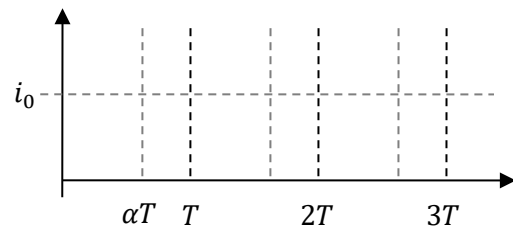
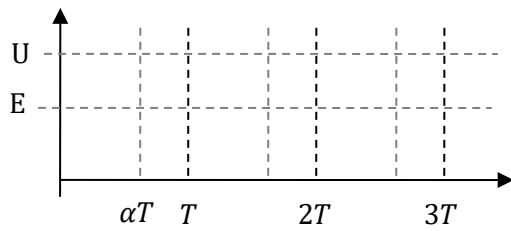
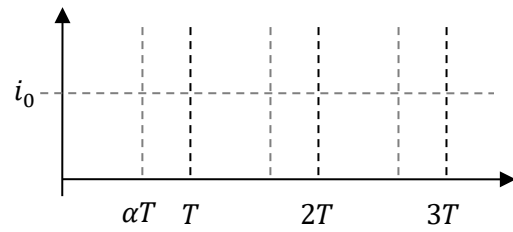
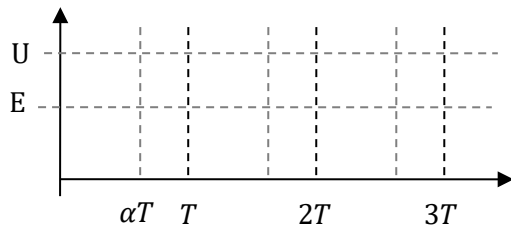
Figure 10 : schéma de principe d'un hacheur dévolteur sur une batterie

L'interrupteur K1 est commandé par un signal périodique de fréquence f . Il est fermé pendant l'intervalle $[0, \alpha T[$ et ouvert pendant l'intervalle $[\alpha T, T[$ ($T = \frac{1}{f}$, $0 \leq \alpha \leq 1$).

On étudie le fonctionnement du système en régime permanent et en régime de conduction continue. Pour cela, on suppose qu'à l'instant $t = 0$ le courant de sortie vaut $i_s(0) = i_0 = 2A$. La valeur du courant à l'instant αT est notée i_α . La fréquence de découpage est de 20 kHz.

- Quel est le rôle de l'inductance L ? Que se passe-t-il si on la supprime ?
- Dans cet exercice, toutes les résistances sont négligées, ce qui simplifie grandement les calculs. Rechercher dans l'exercice précédent la condition qu'il faut respecter pour que cette approximation soit justifiée.
- Etablir les expressions des tensions v_e , v_{K1} , v_{K2} , v_s et v_L :
 - sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T[$
 - sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T[$
- Détermination du rapport cyclique α :
 - Exprimer la valeur moyenne $\langle v_L \rangle$ en fonction de E , U et α .
 - Montrer qu'en régime périodique, la tension moyenne aux bornes d'une inductance est nécessairement nulle.
 - En déduire l'expression du rapport cyclique α en fonction de U et E . Calculer sa valeur numérique.
- Etablir l'expression de $i_s(t)$ en fonction de U , E , L , T et i_0 .
 - sur l'intervalle de temps $[0, \alpha T[$
 - sur l'intervalle de temps $[\alpha T, T[$
 - Vérifier que le courant obtenu est bien périodique
- Exprimer l'ondulation de courant $\Delta i = i_\alpha - i_0$ en fonction de U , α , L et T . Calculer la valeur de L qui permet d'obtenir $\Delta i = 0.1 A$.

- g. Tracer les chronogrammes des tensions et courants $v_s, i_s, v_{K1}, i_{K1}, v_{K2}, i_{K2}, v_e, i_e$.
- h. Identifier la nature des interrupteurs K1 et K2 à partir de leurs chronogrammes de courant et de tension.



Pour s'entraîner : Hacheur boost (corrigé disponible)

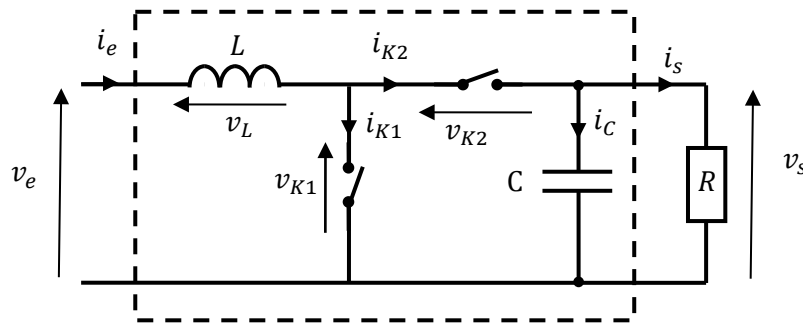


Figure 11 : Schéma d'un hacheur boost

Dans cet exercice, on étudie le fonctionnement du hacheur dont le schéma est donné sur la Figure 11. La tension d'entrée v_e est constante : $v_e(t) = V_e$. La charge est constituée de la résistance R , alimentée sous tension v_s .

Les interrupteurs $K1$ et $K2$ constituent une cellule de commutation dont la période de fonctionnement est notée T . $K1$ est fermé pendant l'intervalle $[0, \alpha T]$ et ouvert pendant l'intervalle $[\alpha T, T]$.

- Quel est le rôle du condensateur placé en sortie de convertisseur ?

Dans la suite de l'exercice, on suppose que le filtrage est suffisant pour considérer en première approximation que la tension de sortie est constante. On notera alors $v_s(t) = V_s$. Le fonctionnement est supposé périodique et à $t = 0$, le courant d'entrée vaut : $i_e(0) = i_0$.

- Suivre la démarche de l'exercice 2 pour étudier le fonctionnement du convertisseur considéré et établir le rapport de transformation $\frac{V_s}{V_e}$ en fonction du rapport cyclique α . A quoi correspond l'appellation hacheur-"boost" ?
- Tracer les chronogrammes des signaux de v_{K1} , v_{K2} , v_L , i_e , i_{K1} et i_{K2} pour $\alpha = 0,5$.
- Calculer l'amplitude de l'ondulation du courant d'entrée en fonction de V_e , α , L et f .
- Tracer le lieu des points de fonctionnement "tension-courant" des interrupteurs $K1$ et $K2$. En déduire le type de composant qu'il faut choisir pour chaque interrupteur.
- La valeur du rapport cyclique α fixe le rapport de conversion de la tension. Par ailleurs, la charge impose la valeur du courant appelé. Exprimer i_s , supposé constant, en fonction de V_e , R et α . Calculer la puissance fournie à la charge en fonction des mêmes grandeurs. En déduire la valeur moyenne de i_e en fonction de V_e , R et α .

5. Redressement monophasé

Exercice 1 : amorçage/blocage d'une diode – raisonner avec un modèle de diode idéale

Les circuits ci-dessous sont alimentés par la tension $v_e = \sqrt{2} V \cdot \sin(\theta)$. Pour chaque circuit, construire les chronogrammes des tensions et courants v_D , v_s et i_s . Calculer la valeur moyenne de v_s .

- Charge R (Figure 12)
- Charge R et $E = \frac{V}{2}$ (Figure 13)
- Charge RL (Figure 14) . La Figure 15 représente sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ le graphe du courant solution de l'équation différentielle $Ri(t) + L \frac{di}{dt}(t) = \sqrt{2} V \cdot \sin(\omega t)$, avec comme condition initiale $i(0) = 0$. Valeurs numériques : $V = 30 \text{ V}$, $R = 25 \Omega$, $L = 0,1 \text{ H}$.

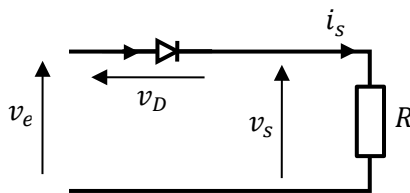


Figure 12 : charge R

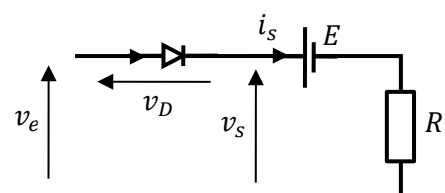


Figure 13 : charge RE

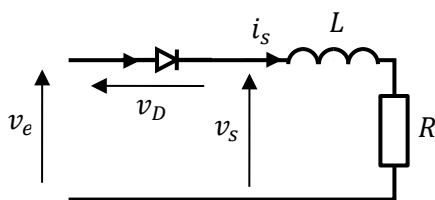


Figure 14 : charge RL

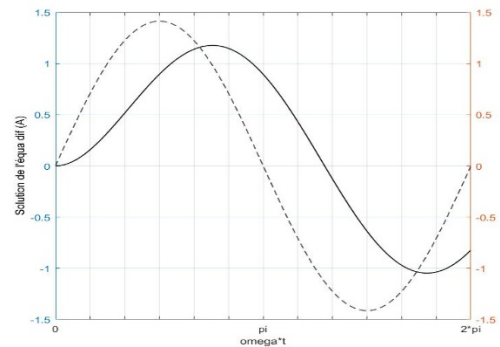
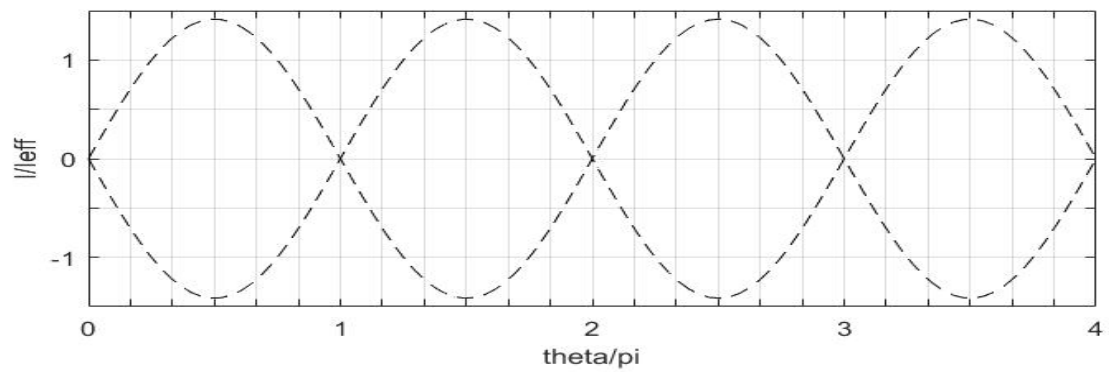
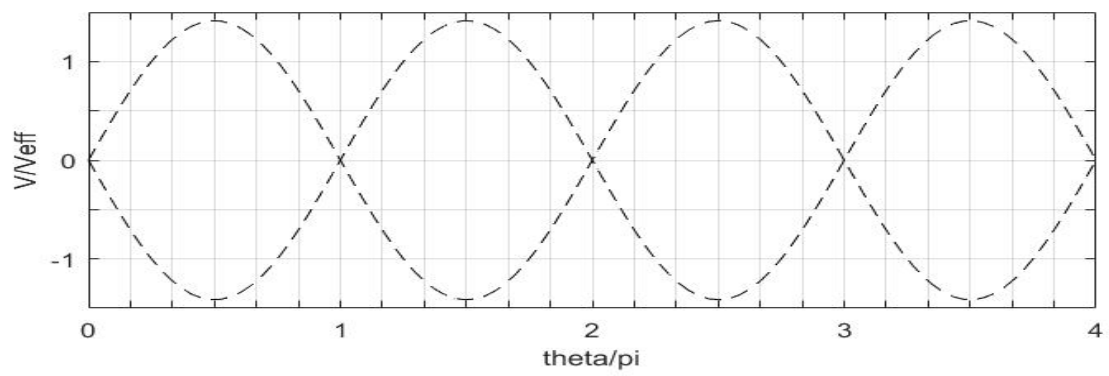
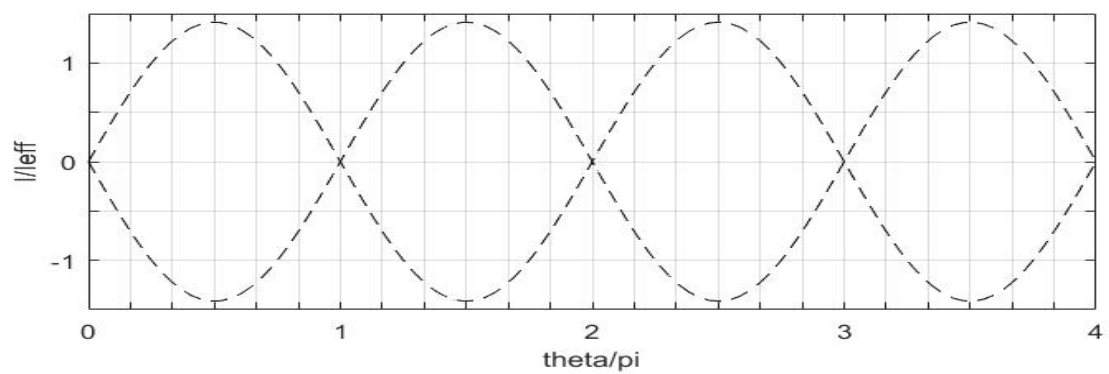
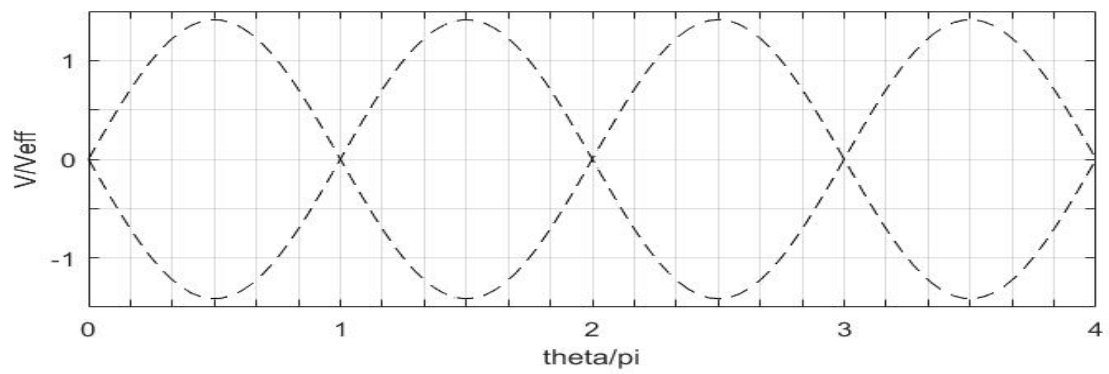


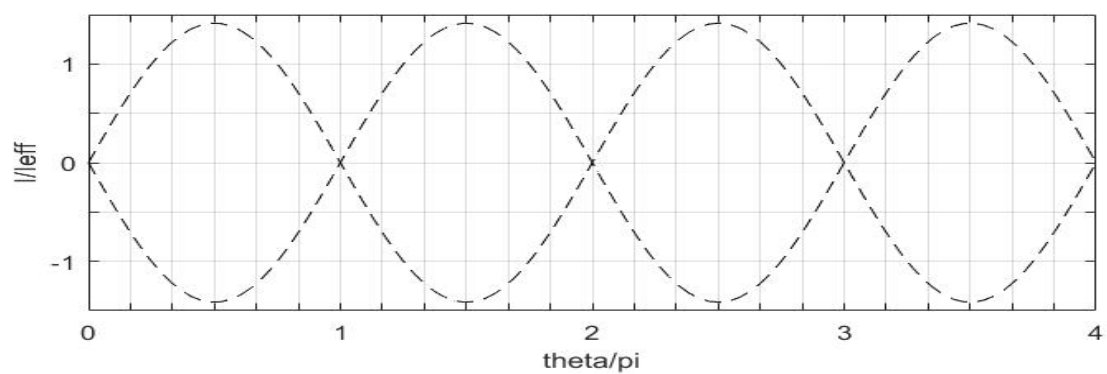
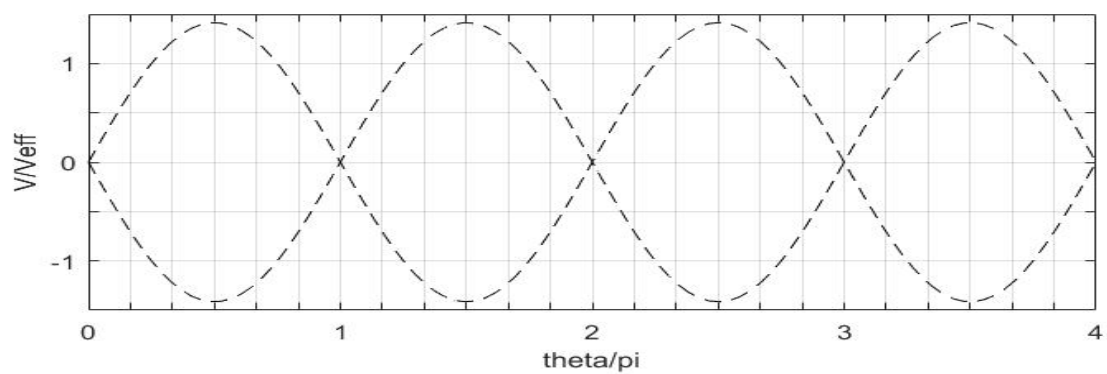
Figure 15 : solution de $Ri(t) + L \frac{di}{dt}(t) = \sqrt{2} V \cdot \sin(\omega t)$, avec $i(0)=0$

Documents-réponses : charge R



Documents-réponses : charge E+R





Exercice 2 : redresseur monophasé commandé

Le TGV Sud-Est est un train électrique bi-courant. Cela signifie qu'il peut fonctionner sur le réseau alternatif 25kV/50Hz (tronçon grande vitesse Paris/Lyon) et sur le réseau 'continu' 1500V (où la vitesse ne dépasse pas 200km/h). L'alimentation des moteurs se fait alors soit par pont redresseur dit 'mixte', soit par hacheur. Dans cet exercice, on s'intéresse au pont redresseur, actif quand le train circule sur le réseau alternatif.

Le schéma de principe de l'alimentation du moteur M est donné sur la Figure 16.

Le pont redresseur est constitué de 2 thyristors et de 2 diodes. Les 4 interrupteurs sont supposés parfaits et à commutation instantanée. On appelle α , l'angle de retard à l'amorçage des thyristors Th_1 et Th_2 .

L'inductance L est une inductance de lissage permettant de négliger les ondulations sur le courant de sortie i_s . Le pont fonctionne en conduction continue.

La tension d'alimentation du pont est telle que $v_e(\theta) = \sqrt{2}V_e \sin(\theta)$ avec $\theta = \omega t$.

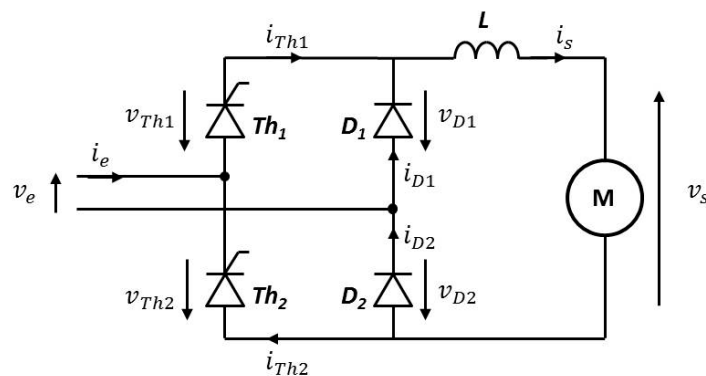


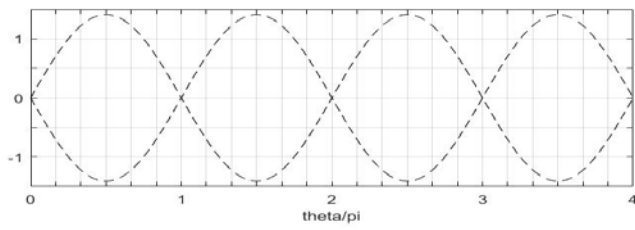
Figure 16 : Schéma du redresseur et de la charge

- Indiquer pour quelle(s) raison(s) on peut considérer que le courant i_s est continu, constant et non nul.

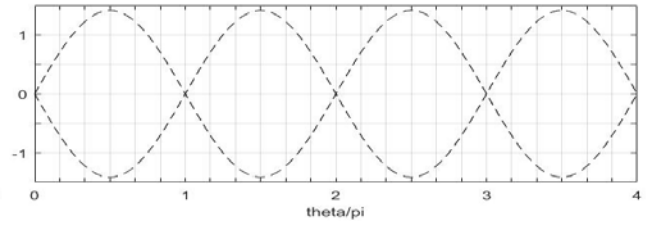
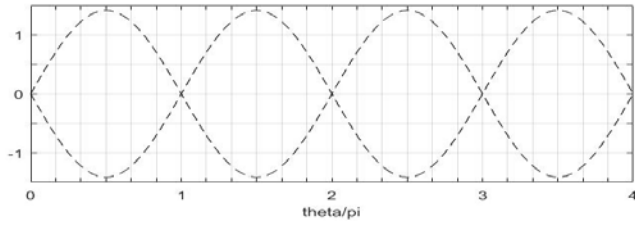
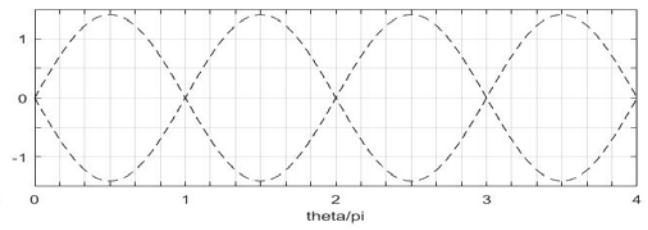
Dans la suite de l'exercice, on posera $i_s(\theta) = I_0$ où I_0 est une constante positive.

- Sur quel intervalle d'angle θ peut-on amorcer le thyristor Th_1 ? Justifier. Une fois que Th_1 est amorcé, quel est l'état des autres interrupteurs ? Tracer le chemin du courant dans le circuit. A quelle condition le thyristor Th_1 se bloque-t-il ?
- Sur quel intervalle d'angle θ peut-on amorcer le thyristor Th_2 ? Justifier. Une fois que Th_2 est amorcé, quel est l'état des autres interrupteurs ? Tracer le chemin du courant dans le circuit. A quelle condition le thyristor Th_2 se bloque-t-il ?
- Pour une certaine valeur de α de votre choix, représenter le graphe des tensions v_e , v_{Th1} , v_{D1} , v_{Th2} , v_{D2} et v_s sur deux périodes de fonctionnement du convertisseur.
- Pour la même valeur de α que précédemment, représenter le graphe des courants i_e , i_{Th1} , i_{D1} , i_{Th2} , i_{D2} et i_s sur deux périodes de fonctionnement du convertisseur.
- Déterminer l'expression de $\langle v_s \rangle$ la valeur moyenne de la tension de sortie. En déduire P , la puissance active consommée par la charge.
- Déterminer I_e , la valeur efficace du courant i_e débité par la source de tension.
- Déterminer le facteur de puissance de l'ensemble « redresseur + charge ».

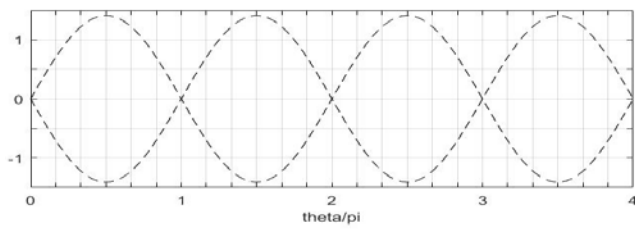
Courant et tension – Entrée



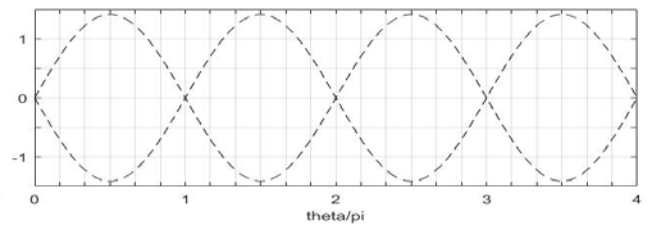
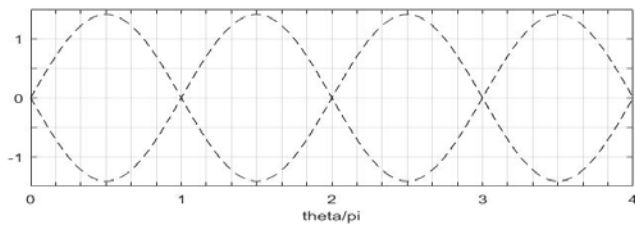
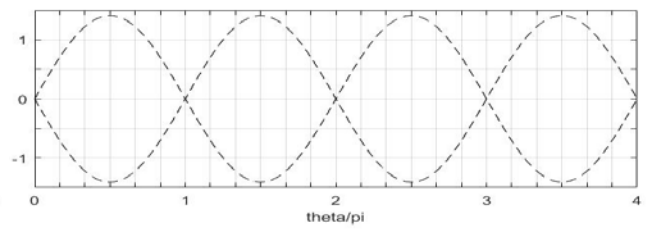
Courant et tension – Sortie



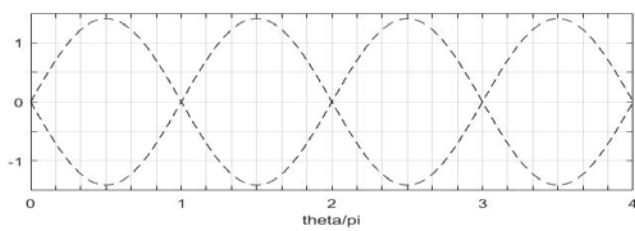
Courant et tension – Th1



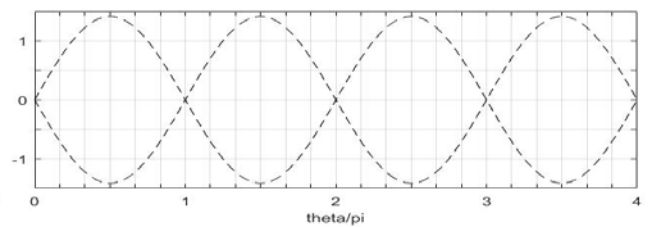
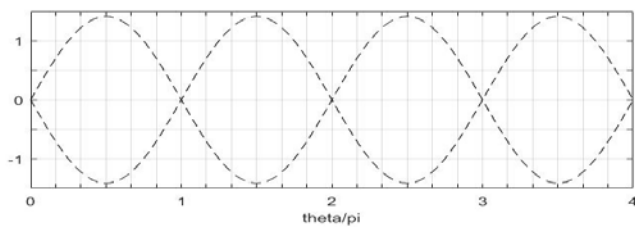
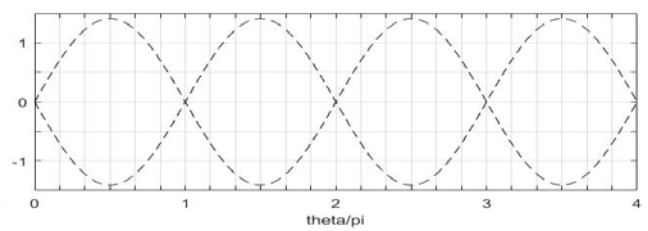
Courant et tension – D1



Courant et tension – Th2



Courant et tension – D2



6. Redressement triphasé

Partie A : La Figure 17 représente le schéma de principe d'un redresseur triphasé simple non commandé, alimenté par le système de tensions triphasées de pulsation ω :

$$\begin{cases} v_1(\theta) = V_{max} \sin(\theta) \\ v_2(\theta) = V_{max} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(\theta) = V_{max} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad \text{avec } \theta = \omega t$$

Ce convertisseur alimente une charge fortement inductive qui se comporte comme une source de courant I_s .

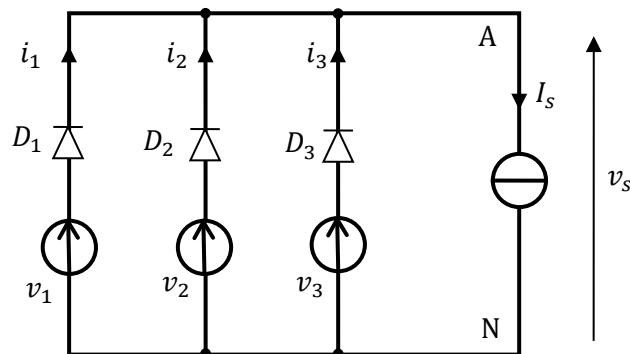
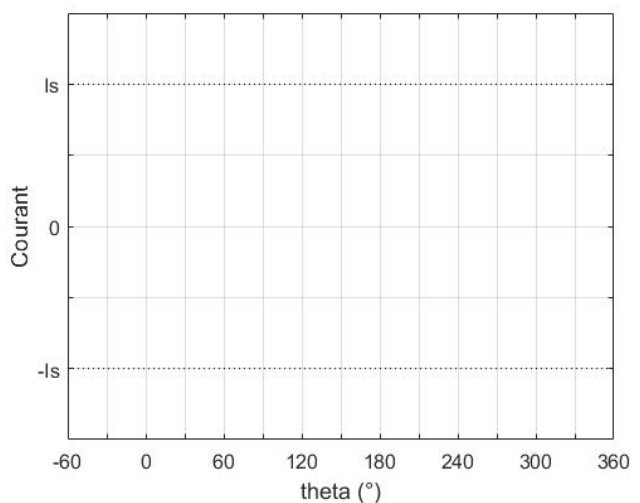
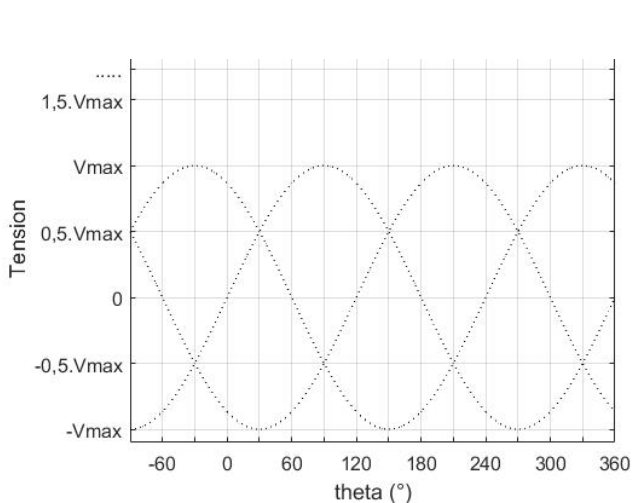


Figure 17 : Redresseur triphasé non commandé

- A quelle(s) condition(s) sur v_1 , v_2 et v_3 chacune des diodes D_1 , D_2 et D_3 est-elle passante ?
- Tracer le chronogramme de v_s (réponse sur l'annexe 1).
- Quels sont les intervalles de conduction des différentes diodes ?
- Quelle est la période de $v_s(\theta)$? Calculer $\langle v_s \rangle$, la valeur moyenne de v_s , puis calculer τ_{v_s} , le taux d'ondulation défini par $\tau_{v_s} = \frac{v_{s\max} - v_{s\min}}{\langle v_s \rangle}$, où $v_{s\min}$ et $v_{s\max}$ sont respectivement la valeur minimale et la valeur maximale de v_s .
- Tracer le chronogramme des courants de chacune des trois phases.



Partie B : On considère maintenant le montage de la Figure 18, dans lequel les diodes ont été remplacées par des thyristors. Rien d'autre n'est modifié.

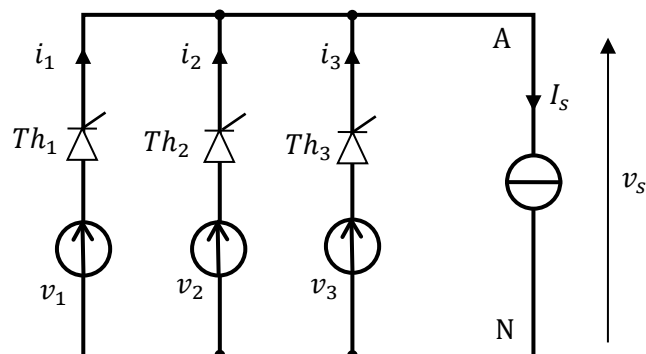
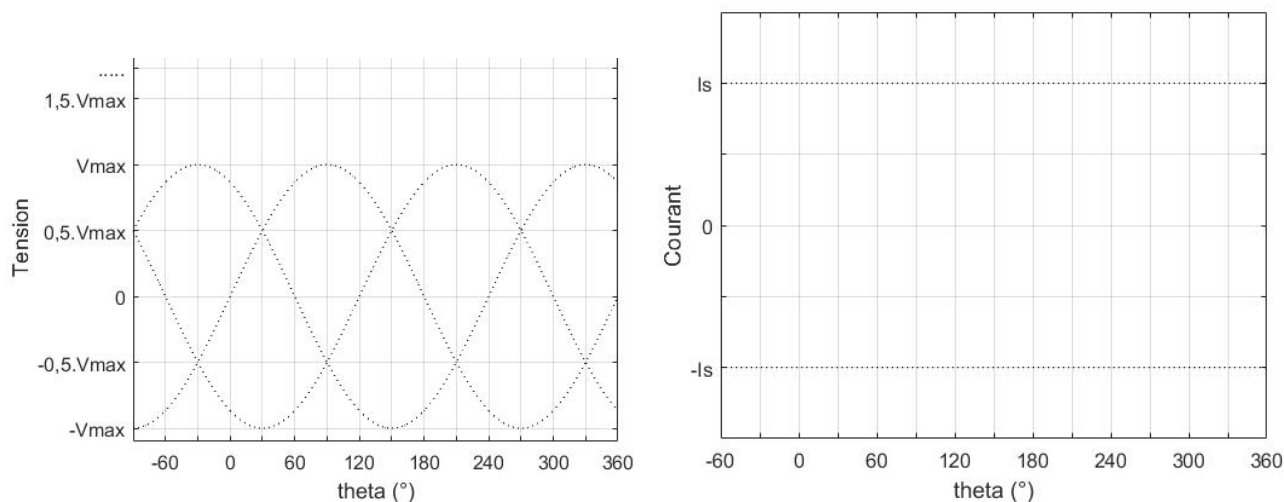


Figure 18 : Redresseur triphasé commandé

Les thyristors sont commandés avec un angle de retard à l'amorçage α . Cet angle est défini comme étant l'intervalle angulaire entre l'amorçage naturel correspondant au circuit à diodes et l'amorçage commandé du circuit à thyristors. En d'autres termes, pour $\alpha = 0$, les deux circuits se comportent de la même façon. Vous admettrez que l'angle α peut varier entre 0 et π .

- Dans cette question, on suppose que $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Tracer le chronogramme de v_s et du courant dans chacune des phases. Préciser quel est le thyristor passant à chaque instant.
- Dans cette question, on suppose que $\alpha \in [0, \pi]$ rad. Montrer que $\langle v_s \rangle$, la valeur moyenne de v_s vaut :

$$\langle v_s \rangle = \frac{3\sqrt{3}V_{max}}{2\pi} \cos \alpha. \text{ Tracer l'allure de } \langle v_s \rangle \text{ et expliquer le rôle de la commande des thyristors.}$$



7. Etude d'un four à induction alimenté par un onduleur à modulation de largeur d'impulsion (MLI)

On se propose, dans ce problème, d'étudier l'alimentation d'un four à induction. Le four à induction est équivalent à un circuit, composé d'une inductance $L = 300 \text{ mH}$ en série avec une résistance $R = 2,8 \Omega$, alimenté par une tension alternative $u(t)$ de fréquence $f = 200 \text{ Hz}$.

- Calculer la valeur de la capacité C du condensateur à mettre en série avec le four pour assurer un fonctionnement de l'ensemble à la résonance.

Dans la suite du problème, on considérera que la charge à alimenter est constituée du four en série avec le condensateur C . La Figure 19 montre le schéma du convertisseur assurant l'alimentation du dispositif. Celui-ci permet l'échange d'énergie électrique entre une source de tension continue parfaite $E=200\text{V}$ et le dispositif constitué du four en série avec le condensateur C calculé précédemment. Il comporte 4 interrupteurs parfaits K_1 , K_2 , K_3 et K_4 à commutations instantanées.

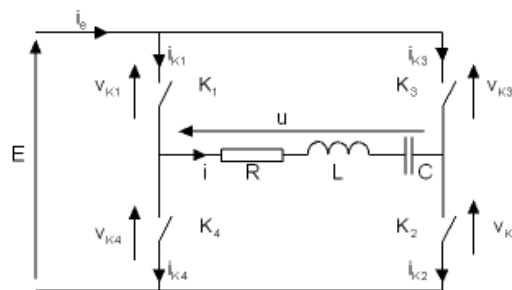


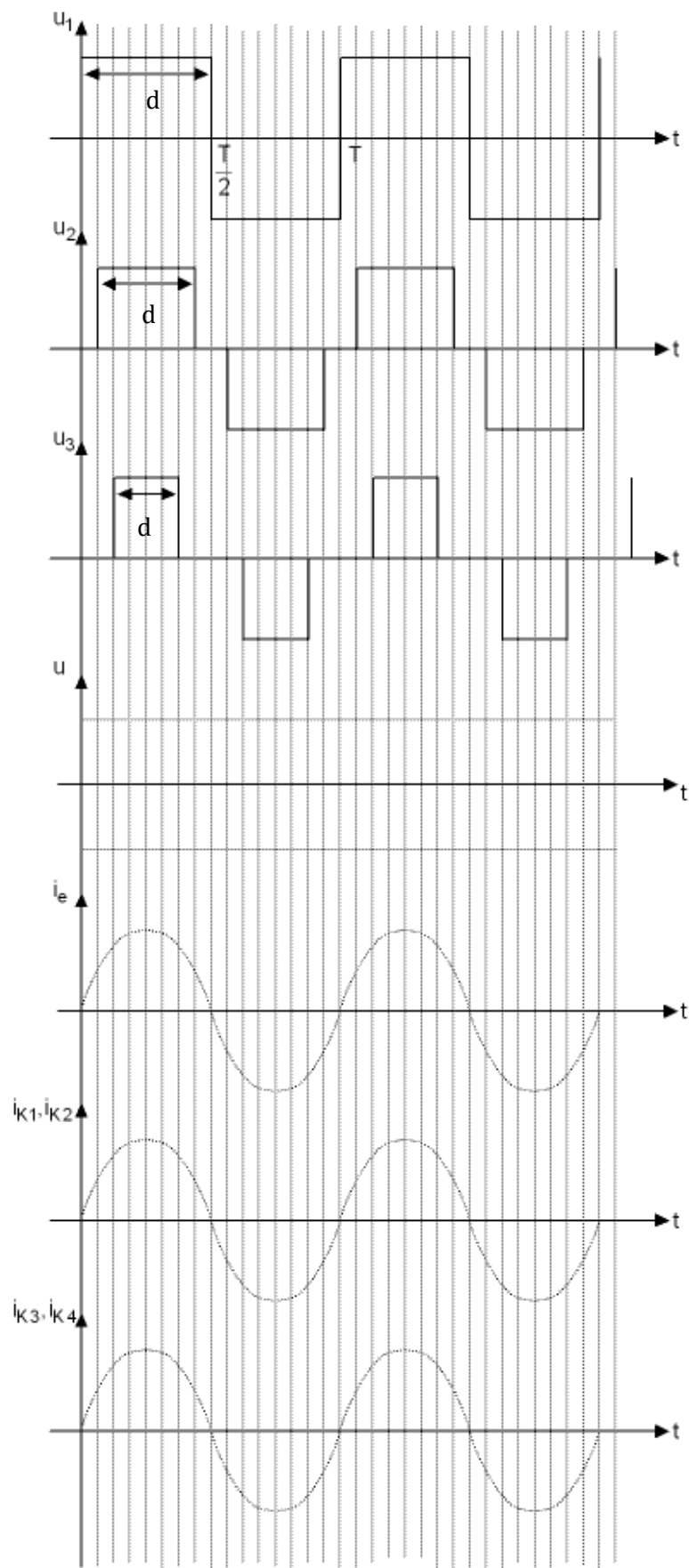
Figure 19 : convertisseur statique alimentant le dispositif

- La tension d'alimentation du four $u(t)$ est obtenue à partir de trois signaux $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$ dont les graphes sont représentés page suivante. Ces signaux sont combinés suivant la formule : $u(t) = u_1(t) - u_2(t) + u_3(t)$. Construire la tension $u(t)$ à la suite des signaux $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$.
- Les signaux $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$ peuvent être paramétrés par la largeur d des créneaux, comme cela est représenté sur le graphe, page suivante. La décomposition en série de Fourier de ces signaux a alors pour expression générale $u(t) = \sum_{n \text{ impair}} U_n \sin(n\omega t)$, avec $U_n = \frac{4E}{\pi n} \cdot \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(n\frac{d}{T}\pi\right)$.

On note respectivement $(U_1)_n$, $(U_2)_n$ et $(U_3)_n$ les coefficients de Fourier de rang n des signaux u_1 , u_2 et u_3 . Calculer ces coefficients pour $n = 1$ et $n = 3$. Indication : pour chaque signal, exprimer d en fonction de T .

En déduire U_1 et U_3 , les coefficients de Fourier de rang 1 et 3 de la tension u .

- Calculer I_1 et I_3 , les coefficients de Fourier de rang 1 et 3 du courant $i(t)$. Que peut-on en déduire sur la forme de ce courant ?
- Déduire du chronogramme de $u(t)$ la séquence de conduction des interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .
- Tracer, sur le graphe page suivante, le chronogramme de $i_e(t)$, le courant débité par l'alimentation. Calculer sa valeur moyenne. Calculer la puissance fournie par la source de tension E à la charge.
- Tracer les chronogrammes des courants $i_{K1}(t)$, $i_{K2}(t)$, $i_{K3}(t)$ et $i_{K4}(t)$,
- Identifier les interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .



8. Onduleur à commande décalée sur charge RL

On se propose d'étudier un onduleur à commande décalée alimentant une charge RL série à partir d'une source de tension continue. La Figure 20 représente le schéma de principe du convertisseur. Celui-ci est constitué de quatre interrupteurs qui forment deux cellules de commutation : K1/K4 et K2/K3. On travaille dans l'hypothèse d'interrupteurs parfaits à commutation instantanée.

Valeurs numériques : $E = 25 \text{ V}$ et $R = 25 \Omega$. La fréquence de découpage est 100 Hz .

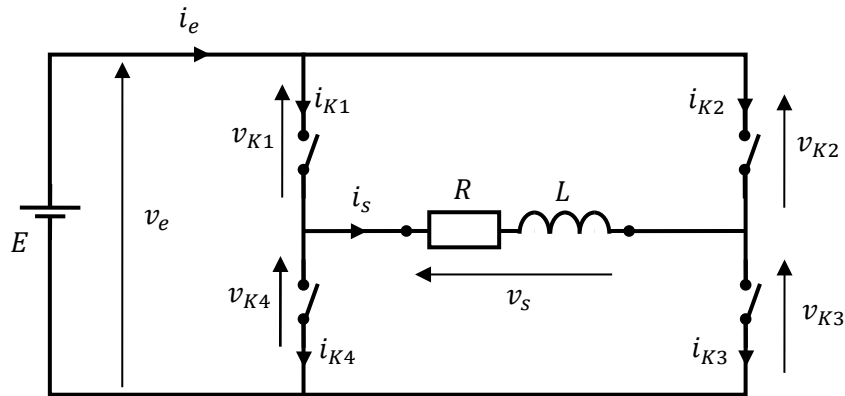


Figure 20 : Schéma de principe de l'onduleur sur charge RL

Etude de la commande décalée :

La Figure 21 représente les chronogrammes des bits d'états b_1 et b_3 en fonction de l'angle $\theta = \omega t$. Quand le bit b_i est dans l'état haut, l'interrupteur K_i est fermé ; quand le bit b_i est dans l'état bas, l'interrupteur K_i est ouvert. L'angle d est appelé angle de décalage et permet de contrôler la forme de la tension de sortie.

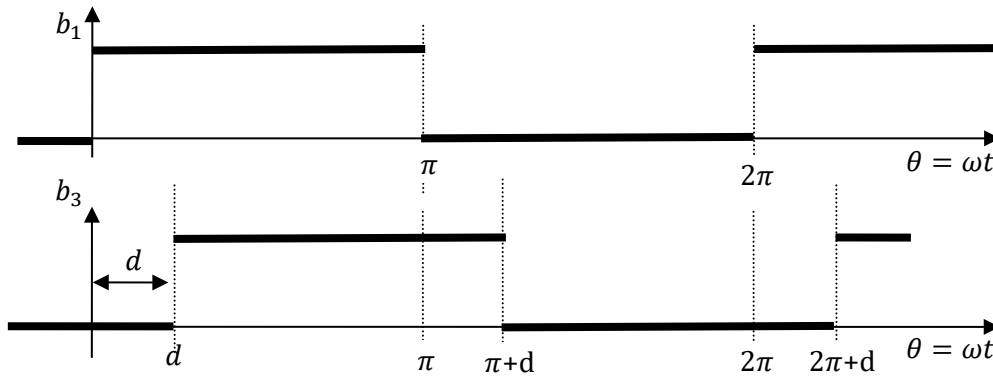


Figure 21 : Chronogrammes des bits d'état b_1 et b_3

- A partir des informations de la Figure 21, établir l'état de conduction des quatre interrupteurs sur les intervalles jugés pertinents, et construire graphiquement la tension de sortie $v_s(\theta)$ sur l'intervalle $[-2\pi, +2\pi]$, pour $d = \frac{\pi}{4}$.

- Montrer que la décomposition en série de Fourier du signal $v_s(\theta)$ s'écrit :

$$v_s(\theta) = \sum_{n \text{ impair}} c_n e^{jn\theta} \quad \text{avec} \quad c_n = -\frac{E}{n\pi} j \cdot (1 + e^{-jnd}) = -\frac{2E}{n\pi} j \cdot e^{-jn\frac{d}{2}} \cdot \cos\left(n\frac{d}{2}\right)$$

- Quelle valeur de l'angle de décalage d permet d'annuler l'harmonique de rang 3 de la tension v_s ? Quel serait l'intérêt de cette opération ?

- d. La valeur efficace de l'harmonique n de la tension est donné par la relation $U_n = \sqrt{2}|c_n|$. Ecrire un programme informatique qui permet de calculer les dix premiers harmoniques ($n \leq 10$), puis le taux de distorsion harmonique, défini par : $THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} U_k^2}}{U_1}$, en limitant le calcul de la somme aux harmoniques de rang inférieur ou égal à 10. Utiliser ce programme pour compléter le tableau suivant et analyser l'influence du décalage sur le spectre de la tension. Qu'observez-vous ?

$d(^{\circ})$	0	15	30	45	60	75	90
U_1							
U_3							
U_5							
U_7							
U_9							
THD							

Courant dans la charge :

- e. Donner l'expression de l'admittance complexe de la charge \underline{Y} et calculer la valeur d'inductance L qui permet d'obtenir une fréquence de brisure $f_b = 200 \text{ Hz}$.
- f. Compléter votre programme de façon à calculer la valeur efficace des dix premiers harmoniques du courant dans la charge I_n , puis le taux de distorsion harmonique pour $d = 45^{\circ}$ et $d = 60^{\circ}$. Compléter le tableau suivant et conclure.

N	$ Y(n\omega) $	I_n pour $d=45^{\circ}$	I_n pour $d=60^{\circ}$
1			
3			
5			
7			
9			
		THD =	THD =

9. Réseau électrique ferroviaire

Un réseau électrique ferroviaire est constitué de différents éléments qui permettent d'alimenter les trains en énergie. La Figure 22 schématise le schéma d'alimentation. L'énergie est prélevée sur le réseau public HT 63 kV par le biais de sous-stations qui adaptent le niveau de tension à l'alimentation ferroviaire. Les charges du réseau sont les trains, qui se déplacent. Ces charges sont reliées aux sous-stations par l'intermédiaire des caténaires et des rails, qui ferment le circuit électrique au niveau du contact roue/rail.

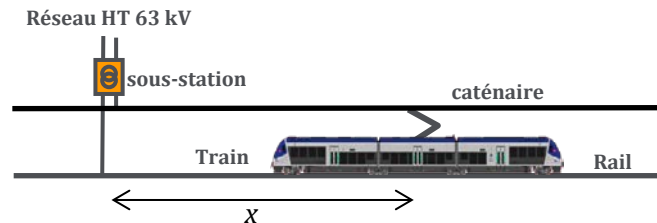


Figure 22 : Schéma de principe de l'alimentation électrique d'un train

Différents systèmes d'alimentation co-existent sur les réseaux ferroviaires, selon qu'on est en milieu urbain, sur une ligne régionale ou sur une ligne à grande vitesse. C'est ainsi qu'au cours de son trajet, un TGV est successivement alimenté en 1500 V DC (milieu urbain) puis en 25 kV AC, avec des puissances transmises plus ou moins importantes.

Exercice 1 : Système d'alimentation DC 1500 V

L'alimentation en 1500 V continu se fait à partir du réseau public HT 63 kV par l'intermédiaire d'un transformateur associé à un redresseur. Vu du réseau électrique ferroviaire, la sous-station d'alimentation se comporte comme un générateur de tension caractérisé par une source de tension V_0 en série avec une résistance interne R_{sst} . La caténaire et le rail sont des conducteurs caractérisés chacun par une certaine résistance linéique ρ_{cat} et ρ_{rail} . Le train, situé à la distance x de la sous-station, est une charge passive, correspondant à chaque instant à une certaine puissance appelée par le train (accélération ou maintien de la vitesse du train, selon les consignes du conducteur). Le circuit électrique équivalent est représenté sur la Figure 23. On note $R_{cat}(x)$ et $R_{rail}(x)$ les résistances d'une portion de caténaire ou de rail de longueur x .

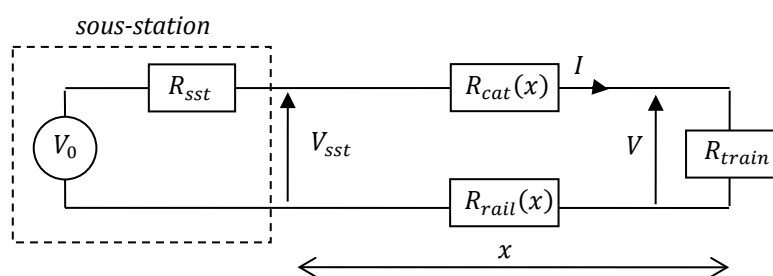


Figure 23 : Schéma électrique équivalent du système

- Exprimer R_{cat} en fonction de ρ_{cat} et R_{rail} en fonction de ρ_{rail} .

On note V la tension aux bornes du train, et I l'intensité du courant dans le circuit. Ces grandeurs dépendent de la position du train. On définit également $R_{tot}(x) = R_{sst} + R_{cat}(x) + R_{rail}(x)$.

- Exprimer I en fonction de V_0 , V et R_{tot} .
- En déduire P , la puissance consommée par le train en fonction de V_0 , V et R_{tot} .

- d. Pour une position x donnée, tracer l'allure du graphe de P_{train} en fonction de V . Pour cela, identifier le type de courbe dont il s'agit, et montrer que la puissance ne peut pas dépasser une certaine valeur P_{max} . On note $V_{P_{max}}$, la tension à la caténaire quand la puissance vaut P_{max} . Exprimer P_{max} et $V_{P_{max}}$ en fonction de V_0 et R_{tot} .

On s'intéresse à la qualité de l'alimentation électrique du train, quand celui-ci s'éloigne de la sous-station. La qualité d'alimentation correspond à la capacité du réseau à fournir la puissance demandée sans baisse de tension excessive.

- e. Calculer R_{tot} , P_{max} et V_{max} pour les positions suivantes du train : $x = 0 \text{ km}$, $x = 5 \text{ km}$, $x = 10 \text{ km}$ et $x = 15 \text{ km}$.

Valeurs numériques : $V_0 = 1750 \text{ V}$, $R_{sst} = 0,015 \Omega$, $\rho_{cat} = 0,025 \Omega/\text{km}$ et $\rho_{rail} = 0,015 \Omega/\text{km}$.

- f. En pratique, la tension d'alimentation du train varie selon la position de train et la puissance demandée par le conducteur. Les normes imposent que la tension d'alimentation du train ne doit pas être inférieure à une certaine valeur $V_{min} = 1000 \text{ V}$. Soit $P_{V_{min}}$, la puissance maximale transmissible au train dans ces conditions. Exprimer $P_{V_{min}}$ en fonction de V_0 , V_{min} et R_{tot} et calculer sa valeur pour les quatre positions définies à la question précédente.
- g. On suppose maintenant que le conducteur demande une certaine puissance P_{train} . Montrer que la tension V correspondant est solution de l'équation $V^2 - V_0 \cdot V + R_{tot} \cdot P_{train} = 0$, et a pour expression : $V = \frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 - 4 \cdot R_{tot} \cdot P_{train}}}{2}$. Calculer les valeurs de V ainsi que l'intensité du courant d'alimentation I pour les différentes positions du train et pour $P_{train} = 1,5 \text{ MW}$.
- h. Tracer le graphe des courbes « tension-puissance » pour les positions considérées. Indication : mettre la puissance en abscisse et la tension en ordonnée, et faire le tracé pour une puissance allant jusqu'à 4 MW.

Quand la qualité de l'alimentation est mauvaise, le réseau ne peut pas fournir beaucoup de puissance sans que la tension à la caténaire s'effondre. La puissance appelée par le train est alors régulée selon le principe suivant : si la puissance demandée par le conducteur du train conduit à une tension V inférieure à la tension minimale de 1000 V, alors la puissance effectivement appelée sur le réseau est ajustée de façon que la tension à la caténaire soit égale à 1000 V.

- i. Le conducteur du train fait un appel de puissance de $P = 1,5 \text{ MW}$. Déterminer la puissance effectivement fournie au train pour chacune des positions étudiées.
- j. On note P_{Joule} les pertes par effet Joule dans circuit d'alimentation. Calculer ces pertes pour les conditions de la question précédente, et évaluer leur pourcentage par rapport à la puissance fournie au train.
- k. Dresser un tableau récapitulatif et commenter l'ensemble des résultats.

Exercice 2 : Système d'alimentation AC 25 kV

Pour augmenter la puissance en limitant les pertes Joule dans les caténaires et les rails, il faut utiliser des tensions plus élevées, difficiles à obtenir en continu. On passe alors en 25 kV AC. L'alternatif facilite la conversion des niveaux de tension, mais il faut alors prendre en compte les aspects inductifs et capacitifs du circuit, avec les puissances réactives associées.

Le schéma de principe du système reste le même (Figure 24), à ceci près que les grandeurs électriques sont représentées par des nombres complexes et que les résistances deviennent des impédances.

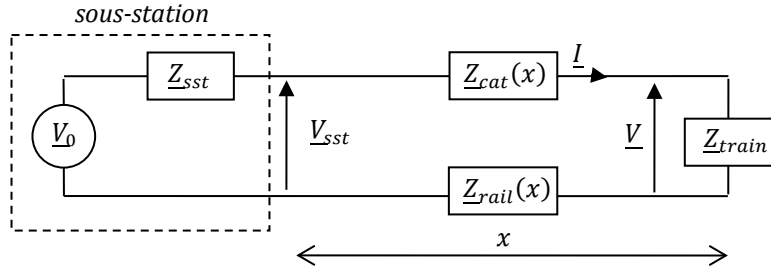


Figure 24 : Schéma électrique équivalent du système en AC

- Exprimer \underline{V} en fonction de \underline{V}_0 , \underline{Z}_{train} et \underline{Z}_{tot} , avec $\underline{Z}_{tot}(x) = \underline{Z}_{sst} + \underline{Z}_{cat}(x) + \underline{Z}_{rail}(x)$.
- Exprimer \underline{I} en fonction de \underline{V}_0 , \underline{Z}_{train} et \underline{Z}_{tot} .
- En déduire \underline{S} , la puissance apparente complexe consommée par le train, en fonction de \underline{V}_0 , \underline{Z}_{tot} et \underline{Z}_{train} .

Les caractéristiques physiques des différents éléments sont les suivantes : $V_0 = 27,5 \text{ kV}$, $\underline{Z}_{sst} = 0,6 + 6j \Omega$, $\underline{\rho}_{cat} = 0,2 + 0,6j \Omega/\text{km}$ et $\underline{\rho}_{rail} = 0,01 \Omega/\text{km}$ (peut donc être négligé). Le train est caractérisé par une impédance complexe qui varie selon la puissance demandée mais correspond toujours un facteur de puissance égal à 0,8. On se place à la distance $x = 10 \text{ km}$ et on suppose que $\underline{Z}_{train} = 20 + 15j \Omega$.

- Calculer la tension \underline{V} , le courant \underline{I} et la puissance apparente complexe \underline{S} . Que valent la puissance active P et la puissance réactive Q ?
- La Figure 25 représente le graphe du module de la tension aux bornes du train en fonction de la puissance active transmise au train, et ce pour trois positions du train. Commenter ces courbes. Placer sur ce graphe le point calculé à la question d.

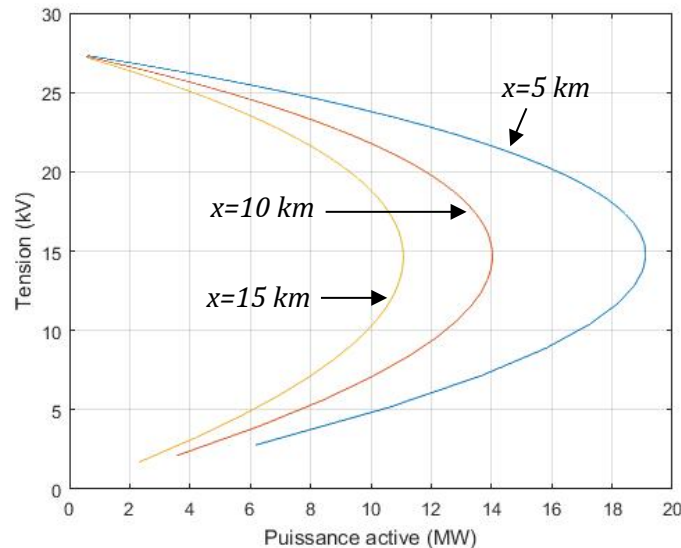


Figure 25 : Module de la tension d'alimentation du train V en fonction de la puissance active transmise au train

- Afin de relever le niveau de tension, on met un condensateur en parallèle avec l'impédance qui représente le train. Calculer l'impédance du condensateur qui permet d'obtenir un facteur de puissance unitaire.
- Recalculer alors la tension \underline{V} , le courant \underline{I} , la puissance active et la puissance réactive consommées par le train. Conclusion ?

10. Réglage de tension

Une ligne de transport monophasée est caractérisée par son impédance jX_l . Elle est alimentée par une source \underline{V}_r et dessert une charge d'impédance complexe $\underline{Z} = R + jX$, sous la tension \underline{V}_c (Figure 26). Le courant débité par la ligne est alors \underline{I} . On note V_c et V_r les modules respectifs de \underline{V}_r et \underline{V}_c .

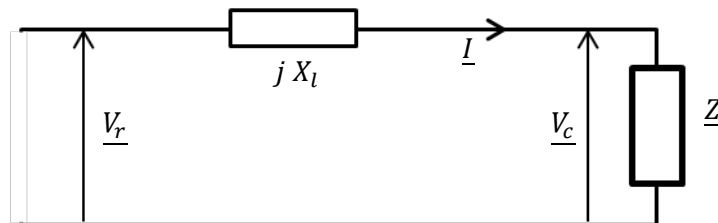


Figure 26 : Schéma de principe d'une ligne de distribution

- Exprimer \underline{V}_c et \underline{I} en fonction des données du problème.
- En déduire la puissance apparente complexe $\underline{S} = \underline{V}_c \cdot \underline{I}^*$, puis la puissance active P et la puissance réactive Q consommées par la charge, ainsi que le facteur de puissance $\cos \varphi$.
- On suppose maintenant que la charge est connue uniquement à travers la puissance active appelée et le facteur de puissance. Le facteur de puissance est supposé constant ; l'impédance de charge est donc de la forme $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$, où φ est donné et le module Z peut être quelconque. Ecrire un programme informatique pour construire la caractéristique tension V_c -puissance P à V_r , X_l , et $\cos \varphi$ donnés (P en abscisse et V_c et ordonnée).

Valeurs numériques à utiliser : $V_r = 400$ [V], $X_l = 5$ [Ω] -

Tracer les courbes pour $\cos \varphi = 1$, $\cos \varphi = 0,9$ et $\cos \varphi = 0,8$.

- Construire le diagramme de Fresnel des tensions en prenant \underline{V}_c en référence de phase.
- Exprimer V_r en fonction de V_c , X_l , I et φ .
- Sachant que $X_l \cdot I \ll V_c$, montrer que $V_r \cong V_c + X_l \cdot I \sin \varphi$.
- On note $\Delta V = V_r - V_c$, la chute de tension entre les extrémités de la ligne. Etablir que $\Delta V \cong \frac{X_l}{V_r} Q$.
- Le distributeur d'énergie doit maintenir une tension V_c constante aux bornes de la charge, malgré les fluctuations de P . Autrement dit, il doit contrôler la chute de tension ΔV . Quel moyen technique simple peut-il mettre en œuvre pour cela ?