LU3EE104 :
Réseaux électriques et Electronique de puissance

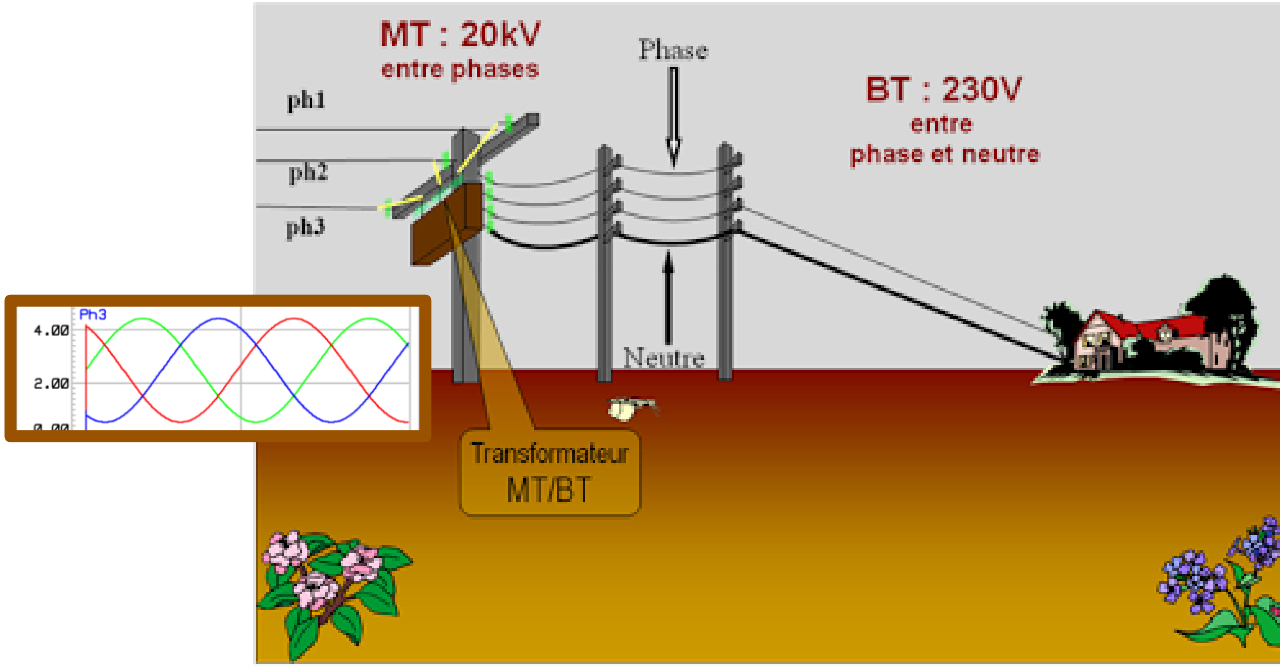
II. CIRCUITS ÉLECTRIQUES TRIPHASÉS

II - Circuits électriques triphasés

1. Systèmes triphasés équilibrés
2. Couplage étoile / couplage triangle
3. Puissances et facteur de puissance

Ouvrage de référence (parmi d'autres) :
Electrotechnique et énergie électrique (ch. 1 à 4)
Luc Lasne, éditions Dunod

1. Circuits triphasés : pourquoi ?



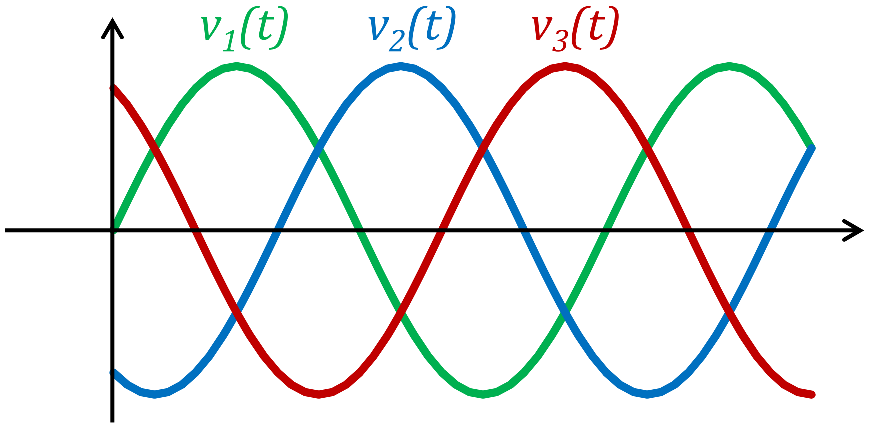
<u>Les avantages :</u>
- Volume de fil plus petit qu'en monophasé
- Puissance fluctuante nulle
- Adapté aux moteurs électriques (champ magnétique tournant)

2. Système de tensions triphasées

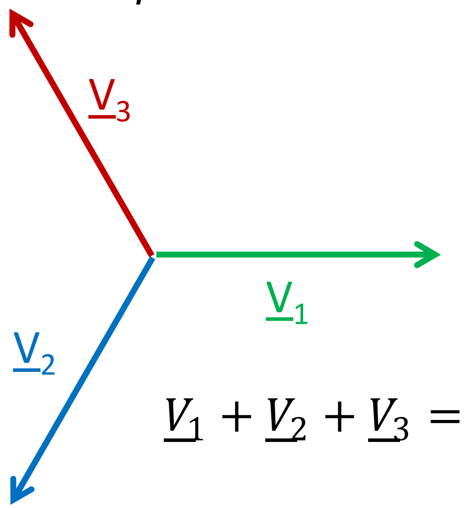
Système triphasé équilibré *direct (TED)*

$$\begin{cases} v_1(t) = \sqrt{2}.V.\sin(\omega t) \\ v_2(t) = \sqrt{2}.V.\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = \sqrt{2}.V.\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Représentation temporelle



Représentation complexe

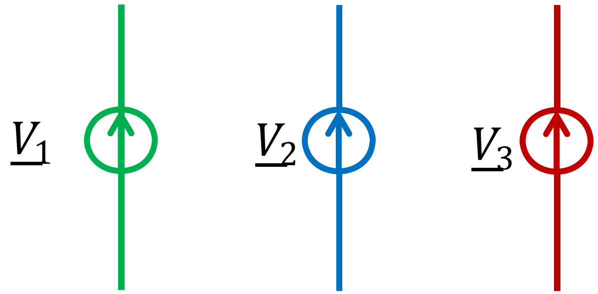


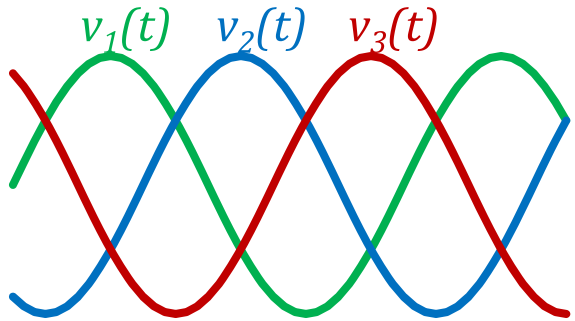
$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$$

3. Générateur triphasé

Situation :

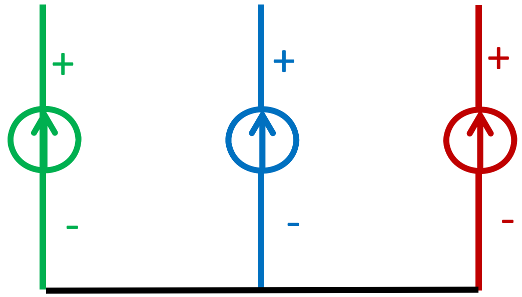
- Générateur = ensemble de 3 sources TED



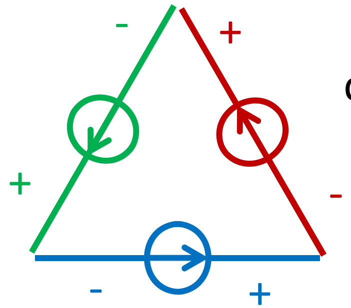


- Comment les assemble-t-on ?

couplage étoile



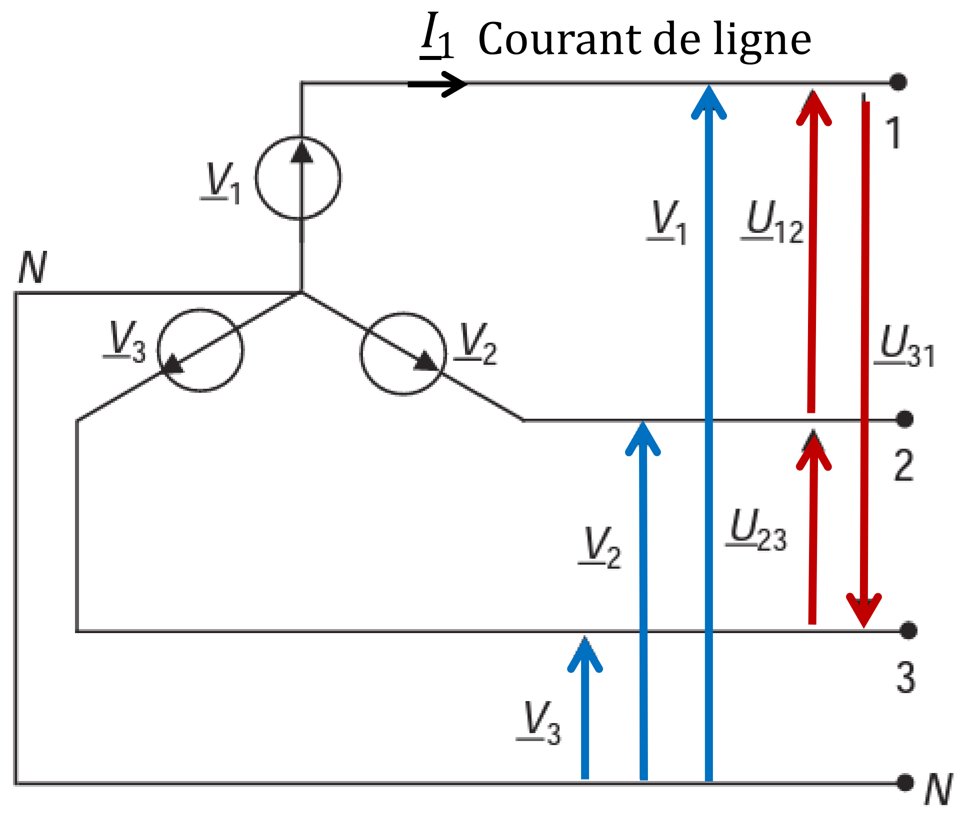
OU



couplage triangle

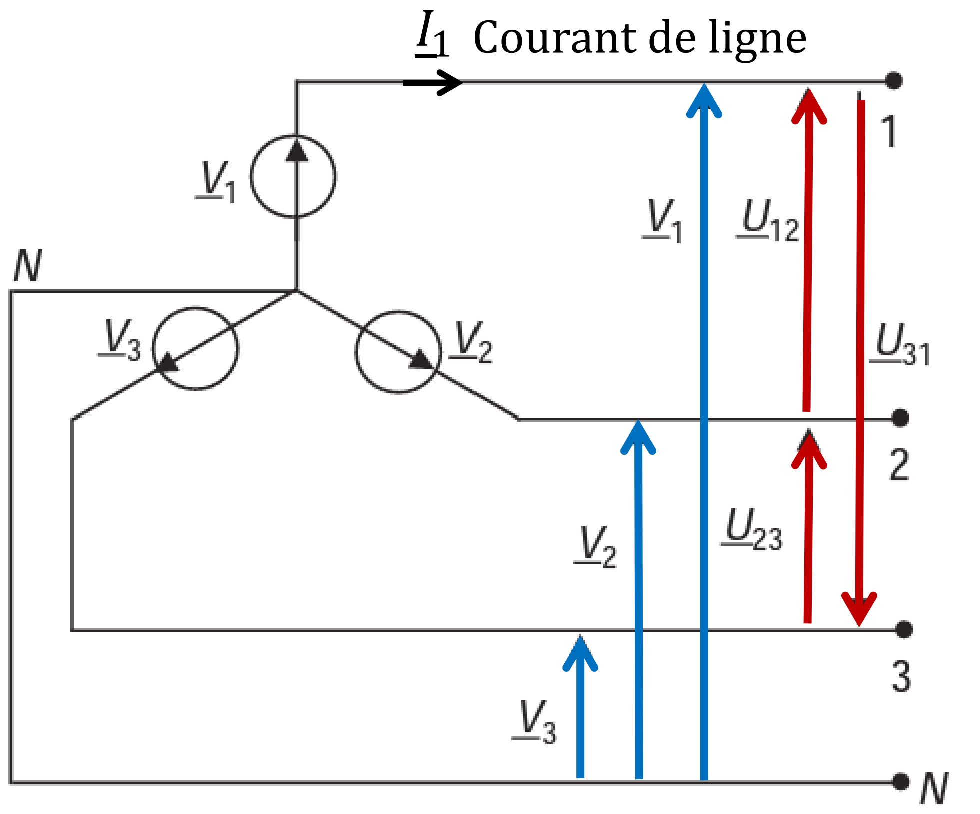
3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



Deux niveaux de tension

- Tensions simples : V

- Tensions composées : U

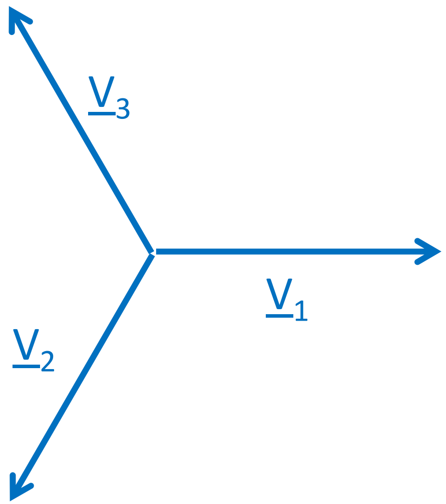
$$U = \sqrt{3}\,V$$

Ex : 230 V / 400 V

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

3. Générateur triphasé

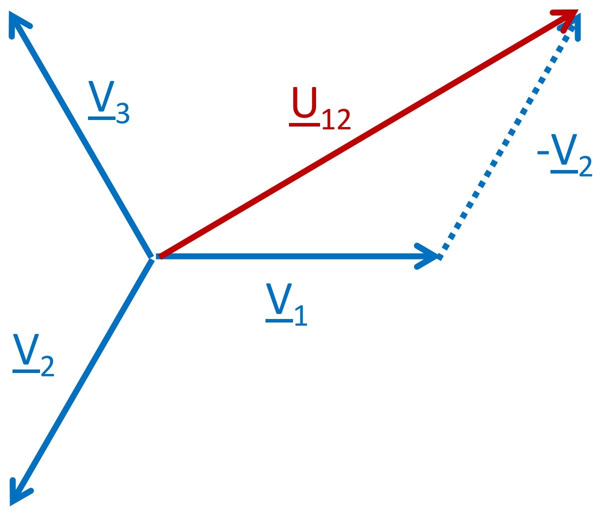
3.1 Couplage en étoile Y :



-Tensions simples : $\underline{V}_i$

3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



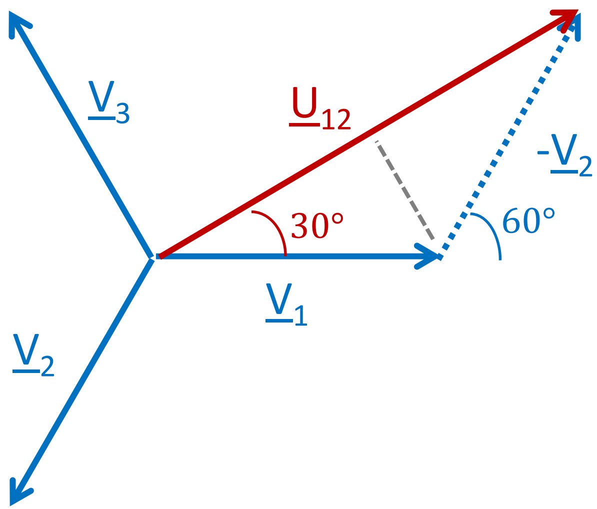
- Tensions simples : $\underline{V}_i$

-Tensions composées :

$\rightsquigarrow \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2$

3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



- Tensions simples : $\underline{V}_i$

-Tensions composées :

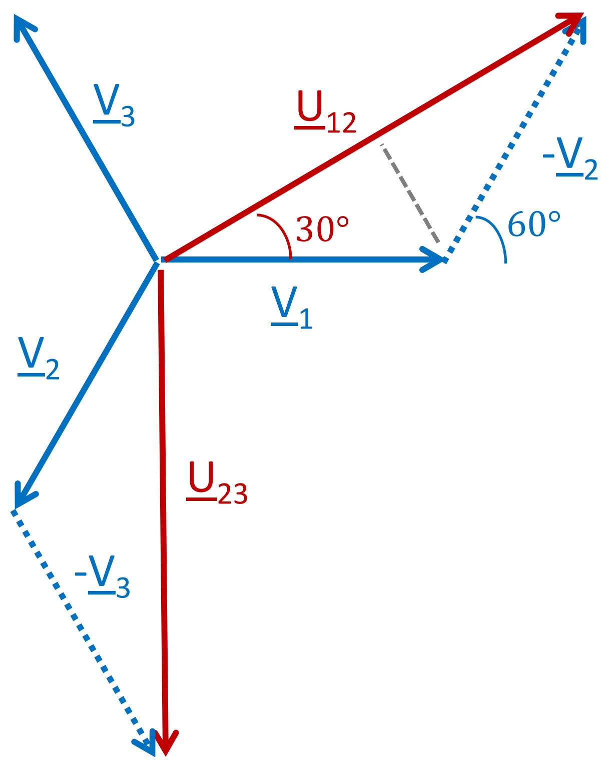
$\rightsquigarrow \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2$

$$U = \sqrt{3}V$$

Ex : 230 V / 400 V

3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



- Tensions simples : $\underline{V}_i$

-Tensions composées :

$\rightsquigarrow \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2$

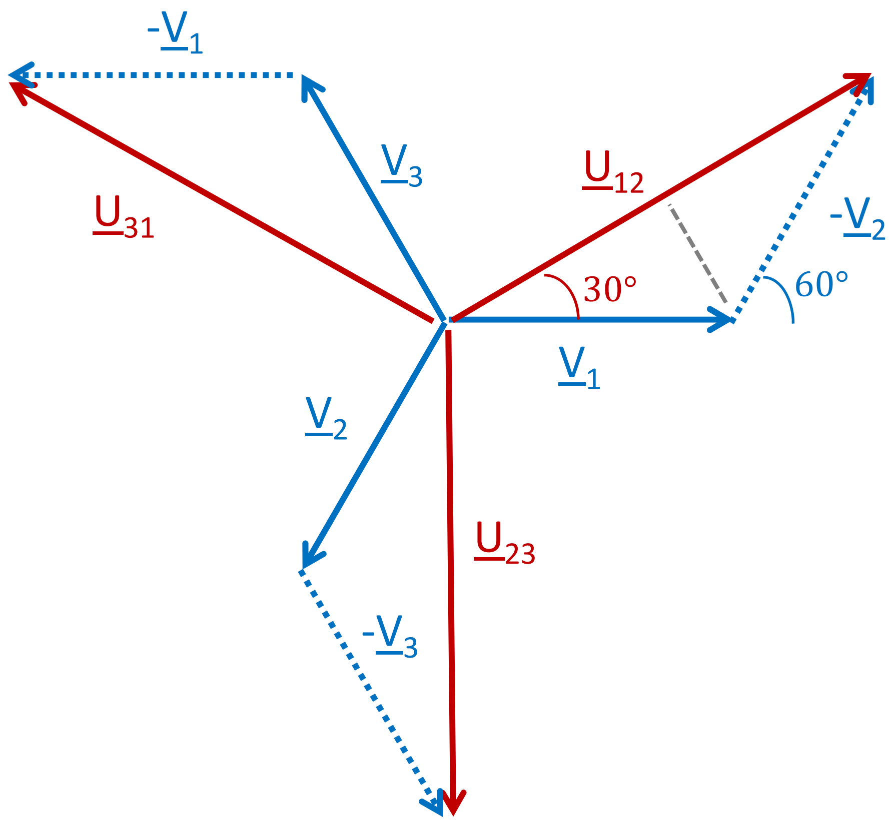
$\rightsquigarrow \underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3$

$$U = \sqrt{3}V$$

Ex : 230 V / 400 V

3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



- Tensions simples : $\underline{V}_i$

-Tensions composées :

$\rightsquigarrow \underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2$

$\rightsquigarrow \underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3$

$\rightsquigarrow \underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1$

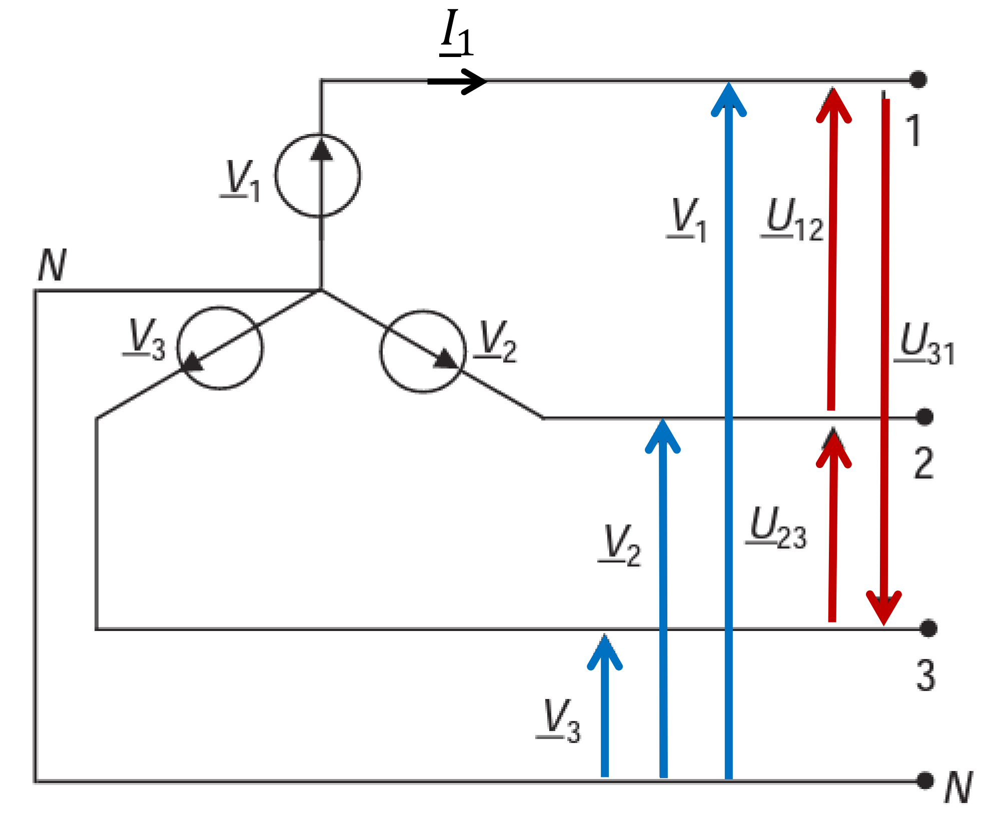
$$U = \sqrt{3} V$$

Ex : 230 V / 400 V

$\underline{U}_i$ système TED

3. Générateur triphasé

3.1 Couplage en étoile Y :



<u>Deux</u> niveaux de tension

- Tensions simples : V

- Tensions composées : U

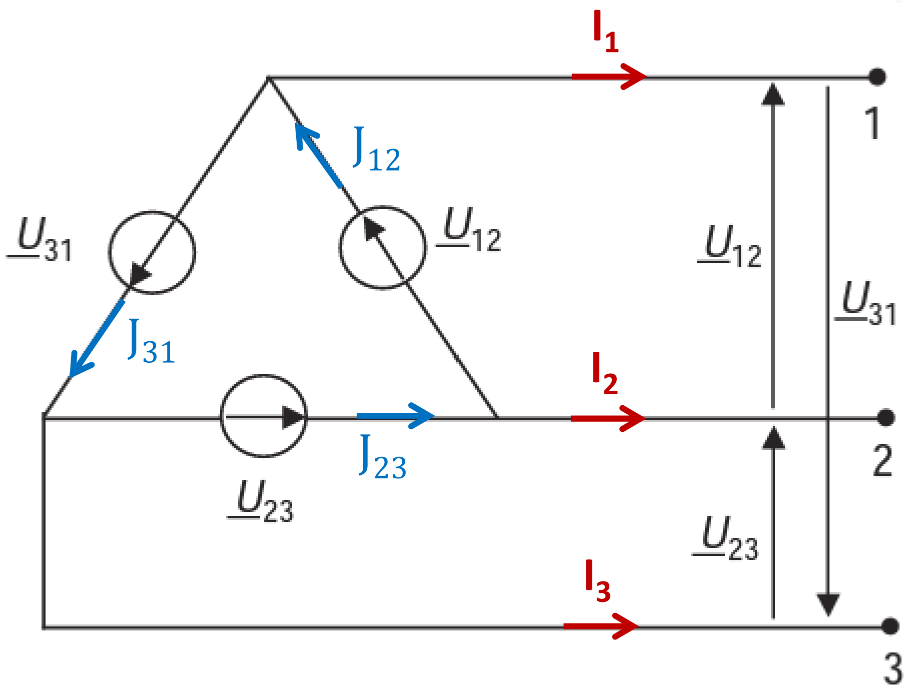
$$U = \sqrt{3}V$$

Ex : 230 V / 400 V

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

3. Générateur triphasé

3.2 Couplage triangle Δ:



Un seul niveau de tension U

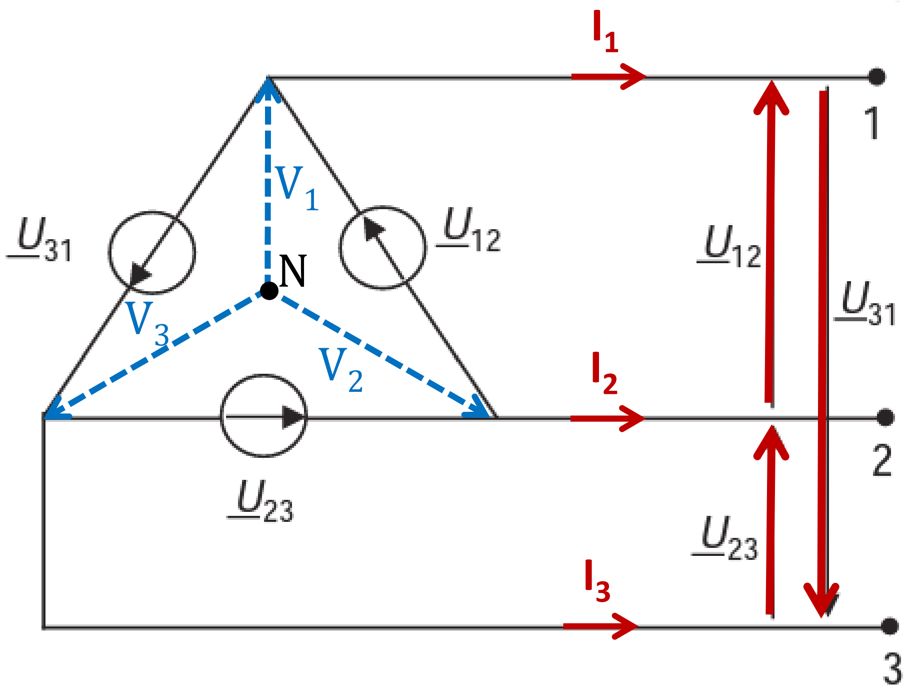
Pas de neutre

Courants de ligne : I_1, I_2, I_3

Courants de phase : J_{12}, J_{23}, J_{31}

3. Générateur triphasé

3.2 Couplage triangle Δ :



Un seul niveau de tension U

Tensions simples V fictives

Neutre fictif,

$V = U/\sqrt{3}$

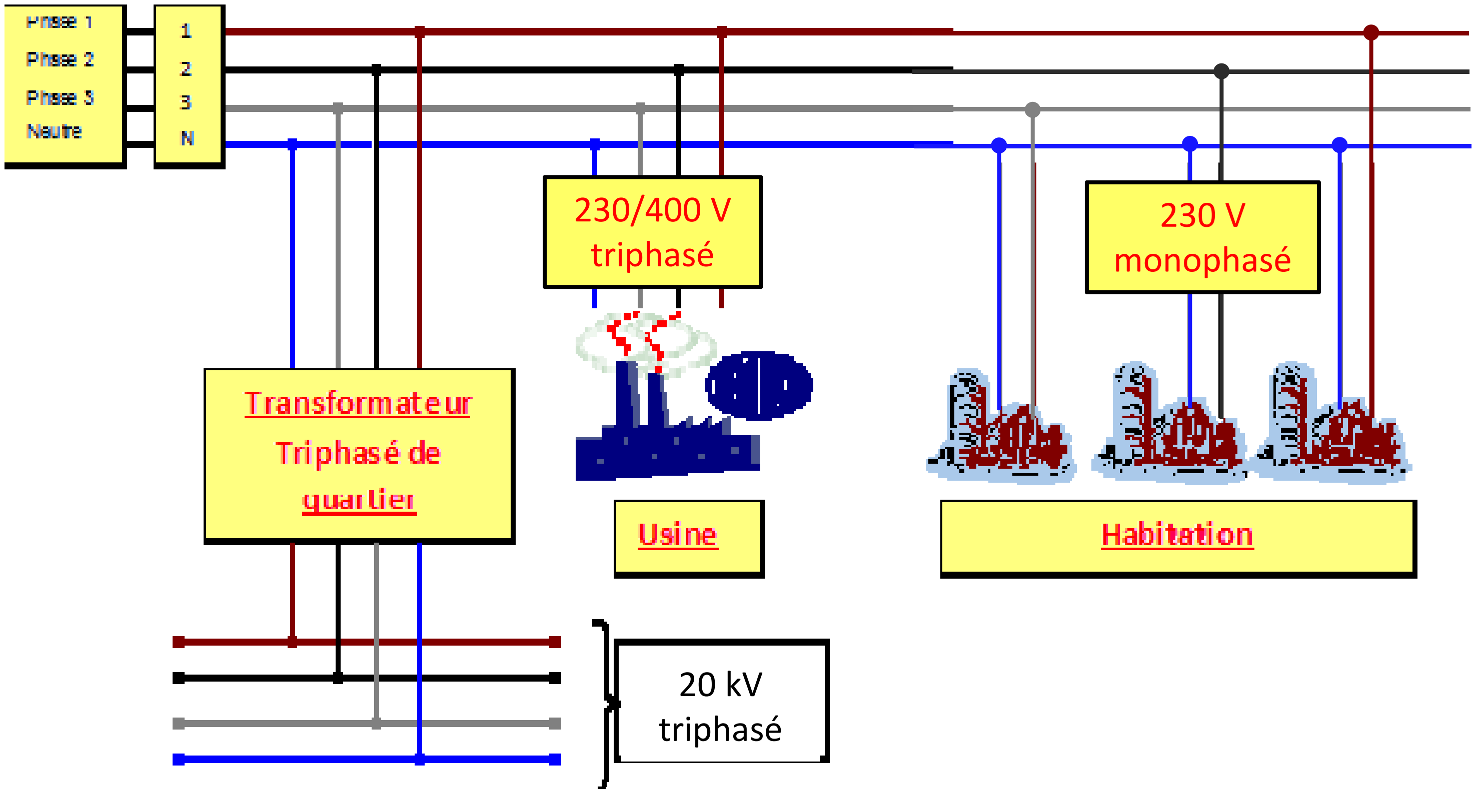
Courants de ligne : I_1, I_2, I_3

Courants de phase : J_{12}, J_{23}, J_{31}

3. Générateur triphasée

3.3 Distribution triphasée : en général, générateur couplé Y

=> système V/U avec neutre accessible



4. Charges triphasées

Situation :

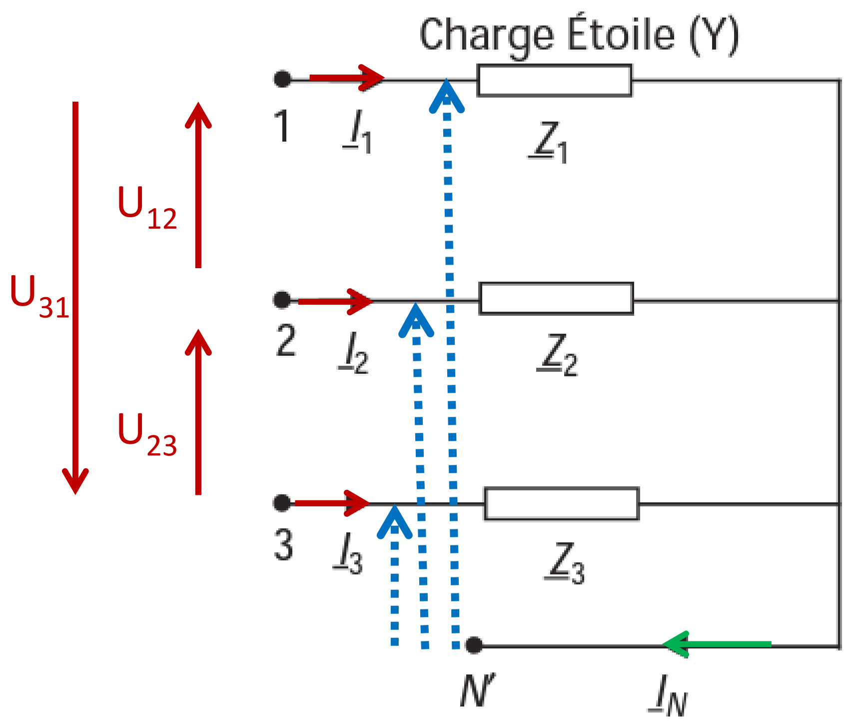
- Système de tension triphasé V/U donné
- 3 charges à alimenter – comment les relier entre elles ?

4.1 Couplage étoile Y

I_1, I_2, I_3 : courants de ligne

N' : neutre « côté charge »

$$\boxed{\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3}$$



4. Charges triphasées

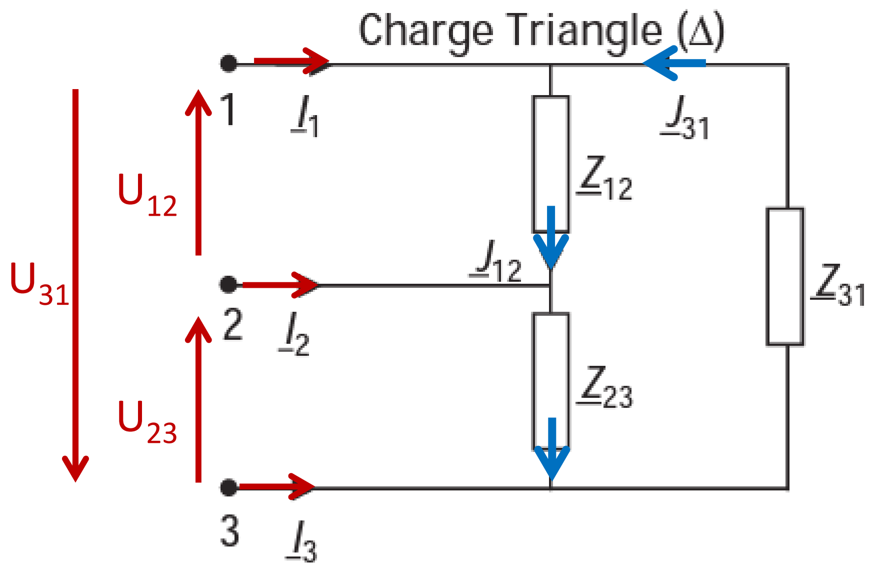
Situation :
- Système de tension triphasé triphasé V/U donné
- 3 charges à alimenter – comment les relier entre elles ?

4.2 Couplage triangle Δ

I_1, I_2, I_3 : courants de ligne

J_{12}, J_{23}, J_{31} : courants de phase

Pas de neutre



5. Couplage générateur / charge

4 combinaisons possibles :

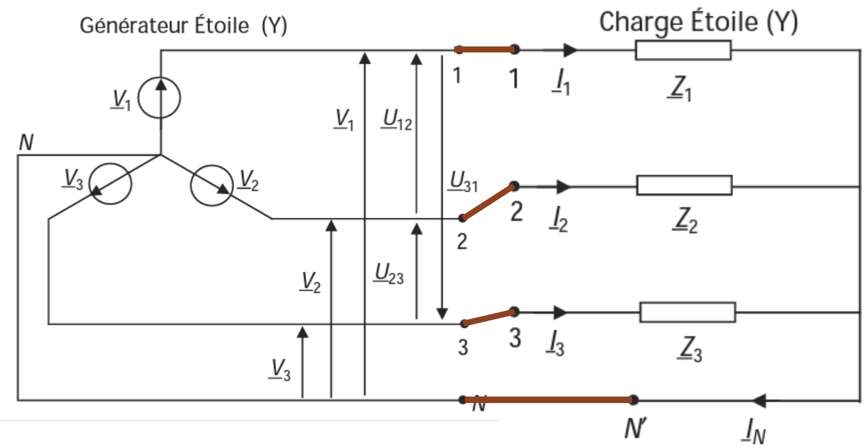
- Générateur Y / charge Y
- Générateur Δ / charge Y
- Générateur Y / charge Δ
- Générateur Δ / charge Δ

Charge équilibrée :

- $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \underline{Z_3}$
- Condition nécessaire au fonctionnement optimal du système

5.1 Couplage générateur Y / charge Y

Charge quelconque, neutres reliés :



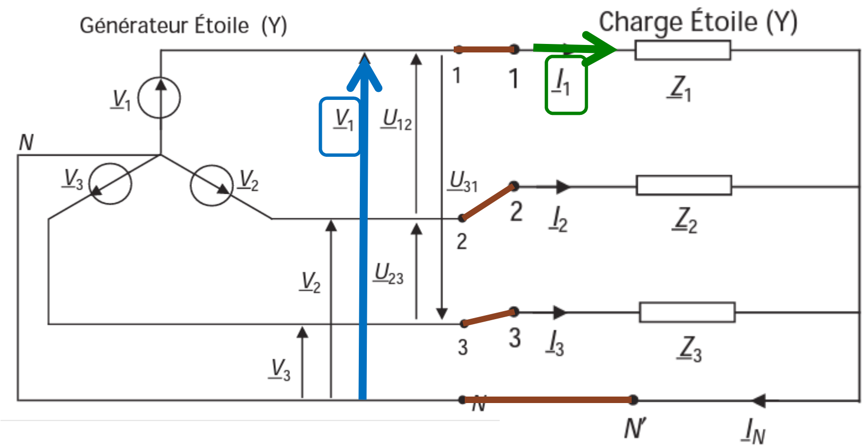
Calcul des courants :

$$\underline{I_1} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{Z_1}} \qquad \underline{I_2} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{Z_2}} \qquad \underline{I_3} = \frac{\underline{V_3}}{\underline{Z_3}}$$

$$\underline{I_N} = \underline{I_1} + \underline{I_2} + \underline{I_3}$$

5.1 Couplage générateur Y / charge Y

Charge quelconque, neutres reliés :



Calcul des courants :

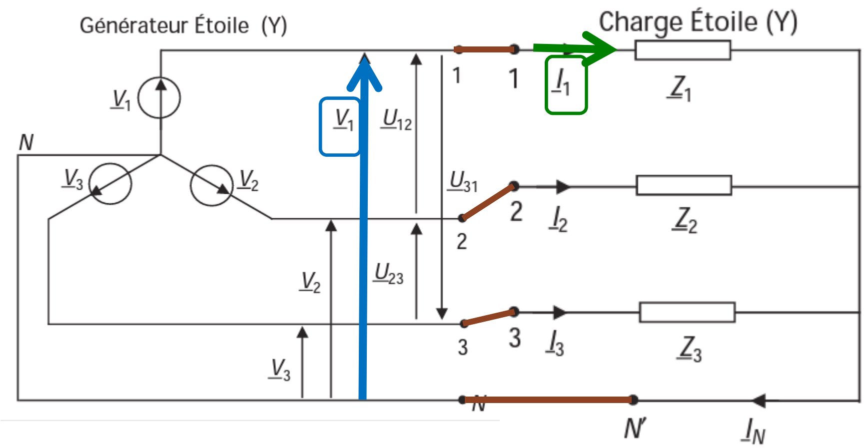
$$\boxed{\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1}} \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

Chaque charge est alimentée sous tension simple V

5.1 Couplage générateur Y / charge Y

Charge quelconque, neutres reliés :



Calcul des courants :

$$\boxed{\underline{I_1} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{Z_1}}} \quad \underline{I_2} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{Z_2}} \quad \underline{I_3} = \frac{\underline{V_3}}{\underline{Z_3}}$$

$$\underline{I_N} = \underline{I_1} + \underline{I_2} + \underline{I_3}$$

Chaque charge est alimentée sous tension simple V

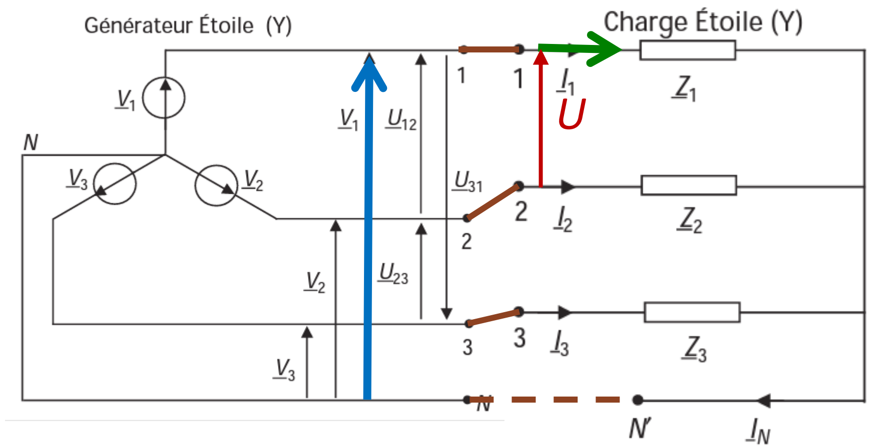
Cas d'une charge équilibrée : $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \underline{Z_3} = \underline{Z}$

alors $\underline{I_1} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{Z}}, \underline{I_2} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{Z}}, \underline{I_3} = \frac{\underline{V_3}}{\underline{Z}}$ donc $(\underline{I_1}, \underline{I_2}, \underline{I_3})$ triphasé équilibré direct

$\underline{I_N} = \underline{I_1} + \underline{I_2} + \underline{I_3} = 0$ la connexion des neutres peut être supprimée

5.1 Couplage générateur Y / charge Y

Si charge *équilibrée*, neutre inutile :



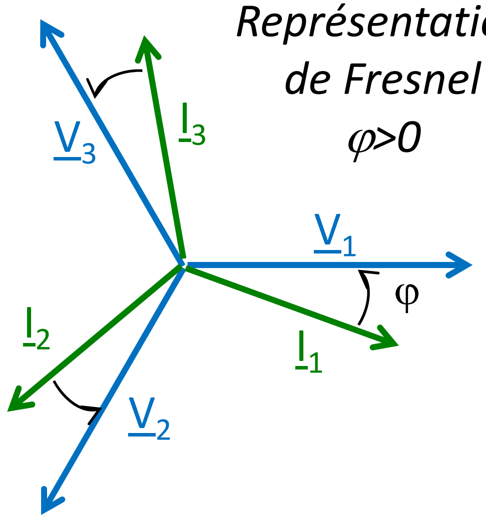
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}} \ ; \ \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}} \ ; \ \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}}$$

$$\underline{Z} = Z.e^{j\varphi}$$

- $(\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3)$ forment un système ETD
- Valeur efficace

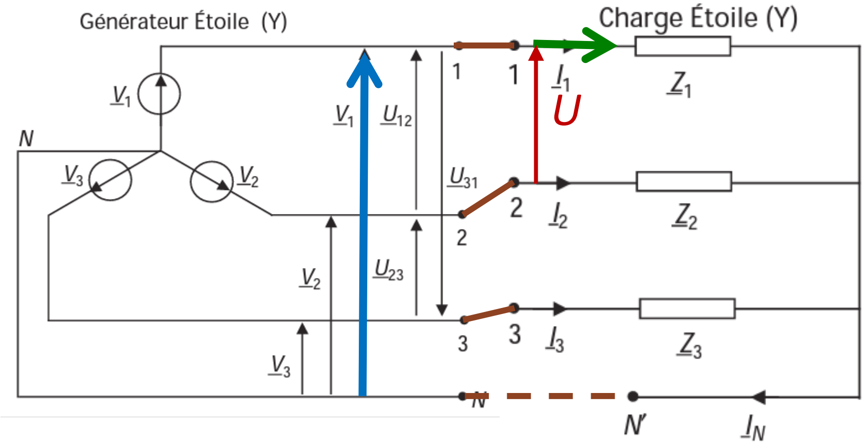
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{U}{\sqrt{3}Z}$$

Représentation de Fresnel
φ>0



5.1 Couplage générateur Y / charge Y

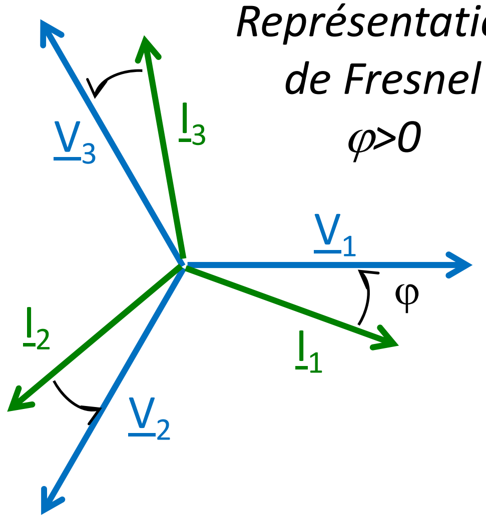
Si charge *équilibrée*, neutre inutile :



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}} \;;\; \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}} \;;\; \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}}$$

$$\underline{Z} = Z.e^{j\varphi}$$

Représentation de Fresnel
$\varphi>0$

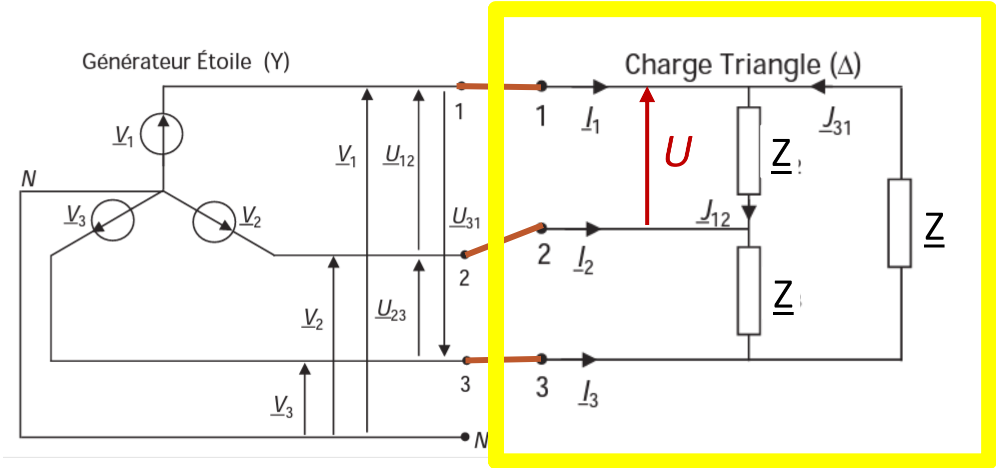


Puissances :

- Active : $P_Y = 3 \times VI\cos\varphi = 3 \times \frac{V^2}{Z}\cos\varphi$
- Réactive : $Q_Y = 3 \times VI\sin\varphi = 3 \times \frac{V^2}{Z}\sin\varphi$
- Apparente : $S_Y = 3 \times VI = 3 \times \frac{V^2}{Z}$

5.2 Couplage générateur Y / charge Δ

Hypothèse : charge équilibrée :



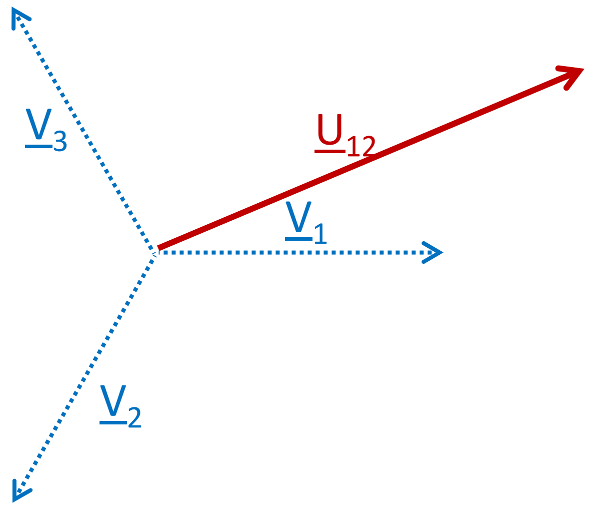
Chaque charge est alimentée sous tension composée U

$$\underline{J_{12}} = \frac{\underline{U_{12}}}{\underline{Z}}, \underline{J_{23}} = \frac{\underline{U_{23}}}{\underline{Z}}, \underline{J_{31}} = \frac{\underline{U_{31}}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I_1} = \underline{J_{12}} - \underline{J_{31}} = \frac{(\underline{V_1} - \underline{V_2}) - (\underline{V_3} - \underline{V_1})}{\underline{Z}} = 3\frac{\underline{V_1}}{\underline{Z}}$$

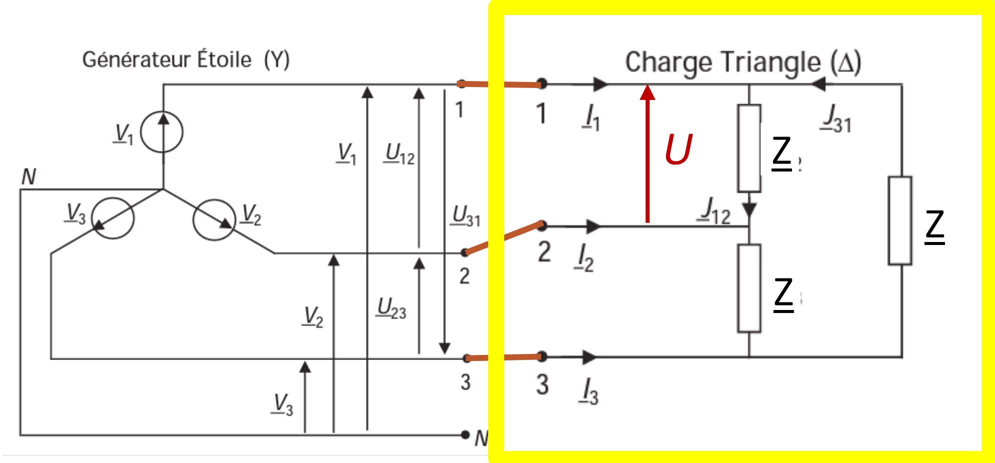
car $\underline{V_1} + \underline{V_2} + \underline{V_3} = 0$

De même : $\underline{I_2} = 3\frac{\underline{V_2}}{\underline{Z}}$ et $\underline{I_3} = 3\frac{\underline{V_3}}{\underline{Z}}$



5.2 Couplage générateur Y / charge Δ

Hypothèse : charge équilibrée :

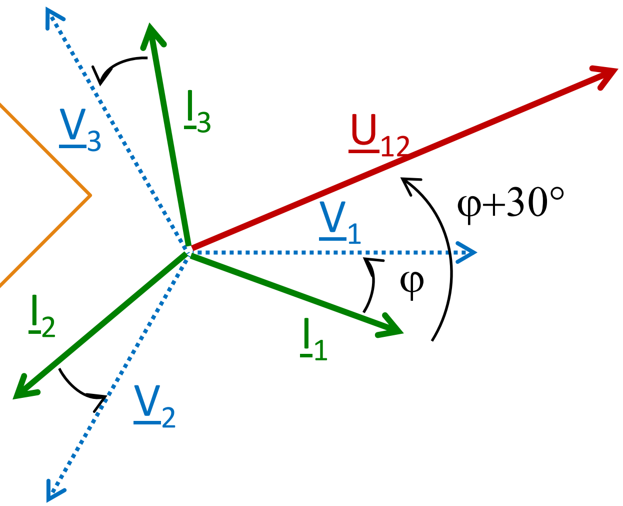


Chaque charge est alimentée sous tension composée U

$$\underline{J}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} \ ; \ \underline{J}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} \ ; \ \underline{J}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_1 = 3\frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}}, \underline{I}_2 = 3\frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}} \text{ et } \underline{I}_3 = 3\frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}}$$

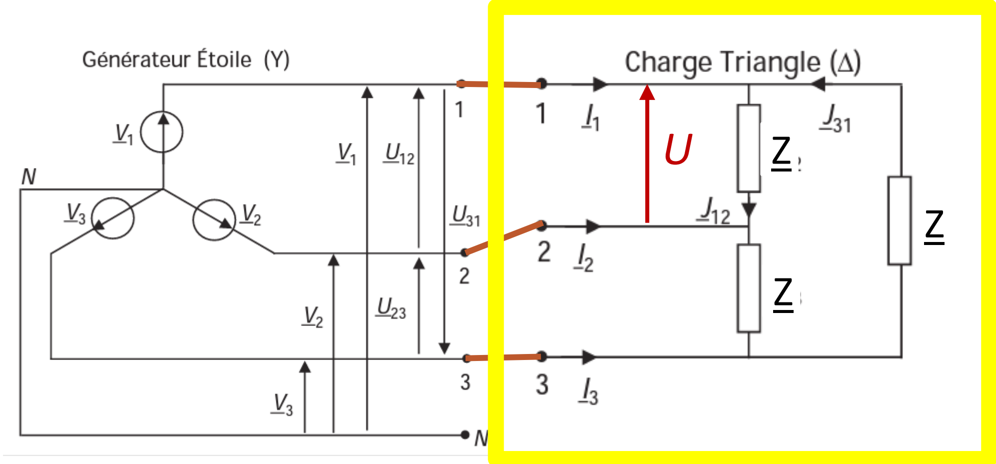
Représentation de Fresnel pour φ>0



D'où : $I = 3\frac{V}{Z} = \sqrt{3}\frac{U}{Z} = \sqrt{3}\,J$

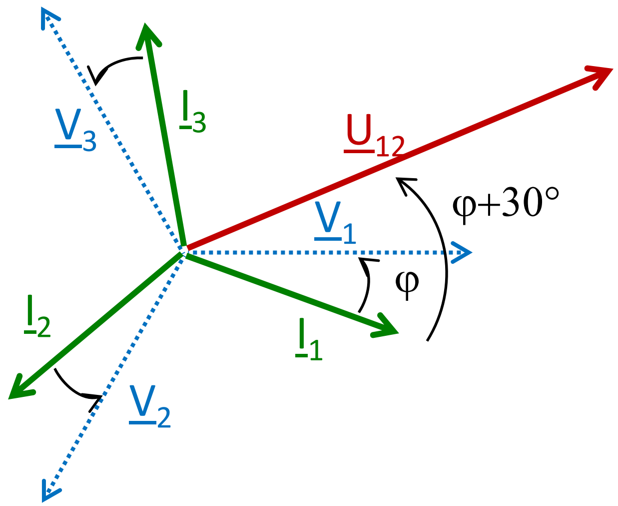
5.2 Couplage générateur Y / charge Δ

Hypothèse : charge équilibrée



Chaque charge est alimentée sous tension composée U

$$\underline{J}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} \;;\; \underline{J}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} \;;\; \underline{J}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}$$

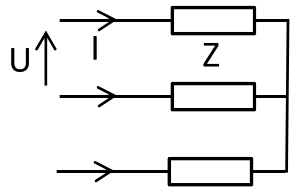
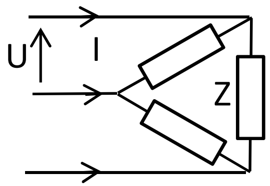
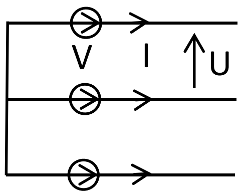


Puissances :

- Active : $P_\Delta = 3 \times VI\cos\varphi = 3 \times \frac{3V^2}{Z}\cos\varphi$
- Réactive : $Q_\Delta = 3 \times VI\sin\varphi = 3 \times \frac{3V^2}{Z}\sin\varphi$
- Apparente : $S_\Delta = 3 \times VI = 3 \times \frac{3V^2}{Z}$

$P_\Delta = 3P_Y \;\; ; Q_\Delta = 3Q_Y \;\; ; S_\Delta = 3S_Y$

5.3 Equivalence Δ-Y

Charge / Générateur	 $I = \frac{U}{\sqrt{3}\,Z} = \frac{V}{Z}$	 $I = \frac{\sqrt{3}\,U}{Z} = \frac{3V}{Z}$
 $S = 3\,VI$ $U = \sqrt{3}\,V$	Soit $Z = Z_Y$ Puissance apparente : $S_Y = 3\frac{V^2}{Z_Y}$	Soit $Z = Z_\Delta$ Puissance apparente : $S_\Delta = 9\frac{V^2}{Z_\Delta}$

Les charges sont équivalentes si

$$S_Y = S_\Delta$$

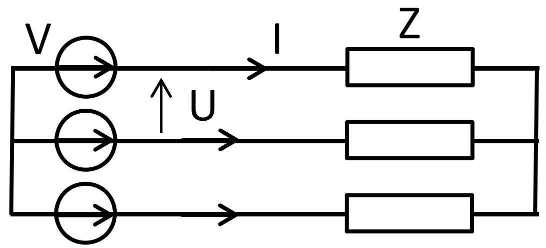
$$3\frac{V^2}{Z_Y} = 9\frac{V^2}{Z_\Delta}$$

$$\Longrightarrow Z_Y = \frac{1}{3}Z_\Delta$$

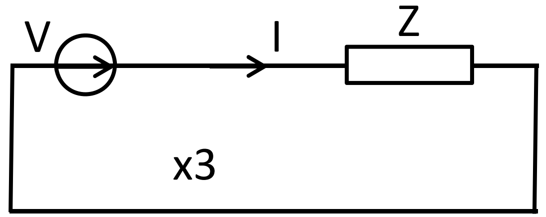
6. Circuit monophasé équivalent

Simplification dans le cas équilibré :

Quelle que soit la charge, on peut déterminer une charge étoile équivalente.



Ce circuit se comporte comme 3 circuits monophasés en parallèle



Exemple

Un atelier est alimenté en 230 V / 400 V 50 Hz. On y trouve :

- 2 moteurs triphasés de puissance mécanique nominale P=3kW, facteur de puissance cos φ = 0,59 et rendement de 75 %
- 1 enceinte thermique comprenant 3 résistances de 400 W chacune montées en étoile
- 6 lampes résistives de 230 V et 100 W chacune

Représenter le principe de raccordement de tous les récepteurs pour obtenir une installation triphasée équilibrée.

Calculer :

- P, Q et S de l'installation
- L'intensité efficace du courant de ligne
- Le facteur de puissance global de l'installation

On veut relever le facteur de puissance à une valeur de 0,95 avec une batterie de condensateurs couplés en triangle. Calculer la valeur des capacités et les différents courants.

Résultats de l'exemple

Puissance active de l'installation = somme des puissances actives de chaque appareil (2 moteurs, chauffage, lampes) => $P = 2 \times 3000/0.75 + 3 \times 400 + 6 \times 100 = 9800$ W

Puissance réactive de l'installation = somme des puissances réactives de chaque appareil (2 moteurs, chauffage, lampes) => $Q = 2 \times 4000 \times \tan(\text{acos}(0,59)) + 0 + 0 = 10\,948$ VAR

Puissance apparente de l'installation : $S^2 = P^2 + S^2$, d'où : $S = 14693$ VA

Intensité du courant de ligne : $S = 3 \times VI$, d'où $I = S/3/V = 21,3$ A

Facteur de puissance : $FP = P/S = 0,67$

Compensation : ajout d'une batterie de 3 condensateurs en triangle (donc sous U)

- Nouveau facteur de puissance = 0,95 sans changer la puissance active, donc nouvelle puissance apparente $S' = 9800 / 0,95 = 10316$ VA et courant de ligne $I' = 14,9$ A
- Nouvelle puissance réactive : $Q' = 9800 \times \tan(\text{acos}(0,95)) = 3221$ VAR
- $Q' = Q + Qc$ donc $Qc = 3221 – 10\,948 = -7\,727$ VAR
- Puissance réactive de la batterie de condensateurs : $Qc = -3\ Cw\ \ U^2$,

donc $C = 7\,727 / 3 / 100\pi / 400^2 = 51$ µF