

Analízis 1.
Programtervező informatikus szak

Vizsgakérdések

1. Hogyan értelmezi a függvényt?
2. Mit jelent az $f \in A \rightarrow B$ szimbólum?
3. Mit jelent az $f : A \rightarrow B$ szimbólum?
4. Mikor nevez egy függvényt invertálhatónak (vagy injektívnek)?
5. Definiálja az inverz függvényt!
6. Mit mond ki a Dedekind-axióma vagy szétválasztási axióma?
7. Mikor mondjuk azt, hogy egy $H \subset \mathbb{R}$ halmaz induktív? Adjon egy példát induktív halmazra!
8. Mondja ki tétel formájában a teljes indukció elvét!
9. Mikor nevez egy $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ halmazt felülről korláatosnak?
10. Írja le pozitív állítás formájában azt, hogy egy $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ halmaz felülről nem korláatos?
11. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy egy $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ halmaz korláatos!
12. Fogalmazza meg a szuprémum elvet!
13. Mi a szuprémum definíciója?
14. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy $\xi = \sup H \in \mathbb{R}$!
15. Mi az infimum definíciója?
16. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy $\xi = \inf H \in \mathbb{R}$!
17. Mi a kapcsolat egy halmaz maximuma és a szuprémuma között?
18. Mi a kapcsolat egy halmaz minimuma és az infimuma között?
19. Írja le az arkhimédészi tulajdonságot!
20. Mit állít a Cantor-tulajdonság?
21. Definiálja halmaznak függvény által létesített képét!
22. Definiálja halmaznak függvény által létesített ősképet!
23. Mi a definíciója az összetett függvénynek?
24. Mi a definíciója a sorozatnak?
25. Mit ért azon, hogy egy valós sorozat felülről korláatos?
26. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy egy valós sorozat felülről nem korláatos!
27. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy egy valós számsorozat korláatos!
28. Mikor mondja azt, hogy egy valós sorozat monoton növekvő?
29. Mikor mondja azt, hogy egy valós sorozat szigorúan monoton növekvő?
30. Mikor mondja azt, hogy egy valós sorozat monoton csökkenő?

31. Mikor mondja azt, hogy egy valós sorozat szigorúan monoton csökkenő?
32. Adja meg az $a \in \mathbb{R}$ középpontú $r > 0$ sugarú környezet fogalmát!
33. Adja meg a $+\infty$ elem $r > 0$ sugarú környezetének a fogalmát!
34. Adja meg a $-\infty$ elem $r > 0$ sugarú környezetének a fogalmát!
35. Mit ért azon, hogy egy számsorozat konvergens?
36. Mit ért azon, hogy egy számsorozat divergens?
37. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy egy számsorozat divergens!
38. Milyen állítást ismer sorozatok esetén a konvergencia és a korlátosság kapcsolatáról?
39. Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $+\infty$ a határértéke?
40. Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $-\infty$ a határértéke?
41. Környezetekkel fogalmazza meg azt, hogy az (a_n) valós számsorozatnak (tágabb értelemben) van határértéke.
42. Hogyan definiálja egy sorozat részsorozatát?
43. Mit tud mondani konvergens sorozatok részsorozatáról?
44. Milyen tételt tud mondani valós sorozatok és monoton sorozatok viszonyáról?
45. Mit értettünk egy valós sorozat csúcsán?
46. Fogalmazza meg a sorozatokra vonatkozó közrefogási elvet!
47. Mi a kapcsolat sorozatok konvergenciája, ill. határértéke és a kisebb-nagyobb reláció között?
48. Igaz-e az, hogy ha az (a_n) és a (b_n) sorozatoknak van határértéke és $a_n > b_n$ minden n -re, akkor $\lim(a_n) > \lim(b_n)$? A válaszát indokolja!
49. Mit tud mondani nullsorozatok összegéről?
50. Mit tud mondani korlátos sorozat és nullsorozat szorzatáról?
51. Mondjon példát olyan $(a_n), (b_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ sorozatokra, amelyekre $\lim(a_n) = 0$, $\lim(b_n) = 0$ és $\lim(a_n/b_n) = 7$.
52. Mondjon példát olyan $(a_n), (b_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ sorozatokra, amelyekre $\lim(a_n) = 0$, $\lim(b_n) = 0$ és $\lim(a_n/b_n) = +\infty$.
53. Mondjon példát olyan $(a_n), (b_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ sorozatokra, amelyekre $\lim(a_n) = 0$, $\lim(b_n) = 0$ és a $\lim(a_n/b_n)$ határérték nem létezik.
54. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok összegéről?
55. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok szorzatáról?
56. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok hányadosáról?
57. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok összegéről?
58. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok szorzatáról?
59. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok hányadosáról?

60. Milyen tételt ismer monoton csökkenő sorozatok határértékével kapcsolatban?
61. Legyen $q \in \mathbb{R}$. Mit tud mondani a (q^n) sorozatról határérték szempontjából?
62. Adja meg az e számot definiáló sorozatot!
63. Fogalmazza meg egy valós szám m -edik gyökének a létezésére vonatkozó tételt, és adjon olyan eljárást, amivel ezek a számok nagy pontossággal előállíthatók.
64. Hogyan szól a Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tétel?
65. Mikor nevez egy sorozatot Cauchy-sorozatnak?
66. Mi a kapcsolat a konvergens sorozatok és a Cauchy-sorozatok között?
67. Mi a végtelen sor definíciója?
68. Mit jelent az, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens, és hogyan értelmezzük az összegét?
69. Milyen tételt ismer $q \in \mathbb{R}$ esetén a $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ geometriai sor konvergenciájáról?
70. Mi a harmonikus sor, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
71. Milyen állítást ismer a $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ hiperharmonikus sor konvergenciájával kapcsolatban?
72. Hogyan szól a Cauchy-kritérium végtelen sorokra?
73. Mondja ki a tanult szükséges feltételt arra nézve, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens legyen!
74. Igaz-e az, hogy ha $\lim(a_n) = 0$, akkor a $\sum a_n$ sor konvergens? A válaszát indokolja!
75. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumokat!
76. Mikor nevez egy végtelen számsort abszolút konvergensnek?
77. Mikor nevez egy végtelen számsort feltételesen konvergensnek?
78. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle gyökkritériumot!
79. Mit jelent az, hogy a Cauchy-féle gyökkritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Válaszát példákkal is illusztrálja!
80. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó D'Alembert-féle hányadoskritériumot!
81. Mit jelent az, hogy a D'Alembert-féle hányadoskritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
82. Mik a Leibniz-típusú sorok és milyen konvergenciatételt ismer ezekkel kapcsolatban?
83. Milyen hibabecslést tud adni a Leibniz-típusú sorok összegeire?
84. Adjon meg egy olyan végtelen sort, amelyik konvergens, de nem abszolút konvergens!
85. Mit értünk egy $[0, 1]$ -beli szám diadikus tört alakján?
86. Melyik $[0, 1]$ -beli számoknak nincs egyértelmű diadikus tört alakja?
87. Hogyan értelmezi egy végtelen sor zárójelezését?
88. Tegyük fel, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens. Mit tud mondani a szóban forgó sor $\sum \alpha_n$ zárójelezéseinek a konvergenciájáról?
89. Tegyük fel, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor valamely $\sum \alpha_n$ zárójelezett sora konvergens. Milyen feltételek mellett konvergens a $\sum a_n$ végtelen sor?

90. Hogyan értelmezi egy végtelen sor átrendezését?
91. Milyen állítást ismer abszolút konvergens sorok átrendezéseit illetően?
92. Milyen állítást ismer feltételesen konvergens sorok átrendezéseit illetően?
93. Definiálja a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ végtelen sorok téglányszorzatát!
94. Definiálja a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ végtelen sorok Cauchy-szorzatát!
95. Milyen tételt ismer végtelen sorok téglányszorzatának a konvergenciáját illetően?
96. Fogalmazza meg az abszolút konvergens sorok szorzataira vonatkozó tételt!
97. Írja le a *hatványsor* definícióját!
98. Hogyan szól a hatványsor konvergenciahalmazára vonatkozó, a konvergenciasugarát meghatározó tétel?
99. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $(-1, 1)$ intervallum!
100. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $(-1, 1]$ intervallum!
101. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $[-1, 1)$ intervallum!
102. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $[-1, 1]$ intervallum!
103. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyik csak az $a = 2$ pontban konvergens!
104. Definiálja az \exp függvényt!
105. Definiálja a \sin függvényt!
106. Definiálja a \cos függvényt!
107. Mit jelent az, hogy $a \in \overline{\mathbb{R}}$ torlódási pontja a $H \subset \mathbb{R}$ halmaznak?
108. Mit jelent az, hogy $a \in H$ izolált pontja a $H \subset \mathbb{R}$ halmaznak?
109. Hogyan értelmezi egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy $a \in \mathcal{D}'_f$ helyen vett határértékét?
110. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett véges határérték definícióját!
111. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett plusz végtelen határérték definícióját!
112. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
113. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
114. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
115. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett plusz végtelen határérték definícióját!
116. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!

117. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
118. Írja le a határértékre vonatkozó átviteli elvet!
119. Hogyan szól a függvények szorzatának a határértékére vonatkozó tétel?
120. Hogyan szól a függvények hányadosának a határértékére vonatkozó tétel?
121. Definiálja függvény jobb oldali határértékét!
122. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a határértékéről?
123. Mit tud mondani monoton növekvő függvények határértékéről?
124. Definiálja egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény pontbeli folytonosságát!
125. Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?
126. Írja le a folytonosságra vonatkozó átviteli elvet!
127. Milyen tételt ismer hatványsor összegfüggvényének a folytonosságáról?
128. Milyen tételt ismer a folytonos függvények előjeltartásáról?
129. Mondja ki az összetett függvény folytonosságára vonatkozó tételt?
130. Definiálja a megszüntethető szakadási hely fogalmát!
131. Definiálja az elsőfajú szakadási hely fogalmát!
132. Mit tud mondani korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény értékészletéről?
133. Hogyan szól a Weierstrass-tétel?
134. Mit mond ki a Bolzano-tétel?
135. Mit jelent az, hogy egy függvény Darboux-tulajdonságú?
136. Hogy szól az inverz függvény folytonosságára vonatkozó tétel?
137. Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény konvex egy I intervallumon?
138. Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény konkáv egy I intervallumon?
139. Mondjon példát olyan konvex függvényre, amely nem szigorúan konvex!
140. Hogy szól az inverz függvény konvexitásáról szóló tétel?
141. Értelmezze az \ln függvényt!
142. Mi a definíciója az a^x ($a, x \in \mathbb{R}, a > 0$) hatványnak?
143. Értelmezze az \log_a függvényt!
144. Mi a definíciója az x^α ($x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$) hatványfüggvénynek?
145. Hogyan értelmezzük a π számot?
146. Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény periodikus? Adjon példát periodikus függvényre!

1. A teljes indukció elve.
2. A szuprémum elv.
3. Az arkhimédészi tulajdonság.
4. A Cantor-tulajdonság.
5. Konvergens sorozatok határértékének egyértelműsége.
6. A konvergencia és a korlátosság kapcsolata.
7. Monoton részsorozatok létezésére vonatkozó tétel.
8. A sorozatokra vonatkozó közrefogási elv.
9. Műveletek nullsorozatokkal.
10. Konvergens sorozatok szorzatára vonatkozó tétel.
11. Konvergens sorozatok hányadosára vonatkozó tétel.
12. Monoton növekvő sorozatok határértéke (véges és végtelen eset).
13. Az $a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat konvergenciája.
14. A végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle konvergenciakritérium.
15. Végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumok.
16. A Cauchy-féle gyökkritérium.
17. A D'Alembert-féle hányadoskritérium.
18. Abszolút konvergens sorok átrendezése.
19. Sorok téglányszorzatának konvergenciája.
20. Hatványsor konvergenciasugarára vonatkozó tétel.
21. A Cauchy–Hadamard-tétel.
22. Függvények határértékének egyértelműsége.
23. A határértékre vonatkozó átviteli elv.
24. Monoton növekvő függvények határértéke.
25. Az összetett függvény folytonossága.
26. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény korlátossága.
27. Weierstrass tétele.
28. A Bolzano-tétel.

1. A teljes indukció elve.
2. A szuprémum elv.
3. Az arkhimédészi tulajdonság.
4. A Cantor-tulajdonság.
5. Konvergens sorozatok határértékének egyértelműsége.
6. A konvergencia és a korlátosság kapcsolata.
7. Monoton részsorozatok létezésére vonatkozó tétel.
8. A sorozatokra vonatkozó közrefogási elv.
9. A határérték és a rendezés kapcsolata.
10. Műveletek nullsorozatokkal.
11. Konvergens sorozatok szorzatára vonatkozó tétel.
12. Konvergens sorozatok hányadosára vonatkozó tétel.
13. Monoton növekvő sorozatok határértéke (véges és végtelen eset).
14. Az $a_n := \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat konvergenciája.
15. Newton-féle iterációs eljárás m -edik gyökök keresésére.
16. A Cauchy-féle konvergenciakritérium sorozatokra.
17. A végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle konvergenciakritérium.
18. Végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumok.
19. A Cauchy-féle gyökkritérium.
20. A D'Alembert-féle hányadoskritérium.
21. Leibniz-típusú sorok konvergenciája.
22. Minden $[0, 1]$ -beli szám felírható p -adikus ($p \in \mathbb{N}$, $p \geq 2$) tört alakban.
23. Sorok zárójelezése.
24. Abszolút konvergens sorok átrendezése.
25. Sorok téglányszorzatának konvergenciája.
26. Sorok Cauchy-szorzatának konvergenciája.
27. Hatványsor konvergenciasugarára vonatkozó tétel.
28. A Cauchy–Hadamard-tétel.
29. Függvények határértékének egyértelműsége.
30. A határértékre vonatkozó átviteli elv.
31. Monoton növekvő függvények határértéke.
32. Az összetett függvény folytonossága.

- 33. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény korlátossága.
- 34. Weierstrass tétele.
- 35. A Bolzano-tétel.
- 36. Az inverz függvény folytonossága.
- 37. Az inverz függvény konvexitása.
- 38. Az e szám irracionalitása.
- 39. A π szám értelmezésére vonatkozó tétel.