

Vizsgakérdések
Analízis II. tantárgy
Programtervező informatikus BSc szak
A és B szakirány
2023–2024. tanév őszi félév

Differenciálszámítás

1. Definiálja a valós számok halmazának részhalmazaira a *belső pont* fogalmát!
2. Definiálja a *különbségihányados-függvény* fogalmát!
3. Mikor mondja, hogy egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény *differenciálható* valamely pontban?
4. Mi a kapcsolat a pontbeli *differenciálhatóság* és a *folytonosság* között?
5. Adjon példát olyan függvényre, ami az $a \in \mathbb{R}$ pontban *folytonos*, de *nem differenciálható*!
6. Milyen *ekvivalens* átfogalmazást ismer a pontbeli *deriválhatóságra* a *lineáris közelítéssel*?
7. Definiálja az *érintő* fogalmát!
8. Milyen tételt ismer két függvény *összegének* valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
9. Milyen tételt ismer két függvény *szorzatának* valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
10. Milyen tételt ismer két függvény *hányadosának* valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
11. Milyen tételt ismer két függvény *kompozíciójának* valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
12. Milyen tételt tanult az *inverz függvény* differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
13. Milyen állítást tud mondani *hatványsor összegfüggvényének* a deriválhatóságáról és a deriváltjáról?
14. Definiálja a *jobb oldali derivált* fogalmát!
15. Definiálja a *bal oldali derivált* fogalmát!
16. Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény *kétszer differenciálható* egy pontban?
17. Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény *n -szer* ($2 \leq n \in \mathbb{N}$) *differenciálható* egy pontban?
18. Mondja ki a *Rolle-tételt*!
19. Mondja ki a *Lagrange-féle középértéktételt*!

20. Mondja ki a *Cauchy-féle középértéktételt*!
21. Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen *lokális minimuma van*?
22. Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen *lokális maximuma van*?
23. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó *elsőrendű szükséges* feltétel?
24. Adjon példát olyan $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amelyre valamely $a \in \mathbb{R}$ esetén $f \in D\{a\}$, $f'(a) = 0$ teljesül, de az f függvénynek az a pontban nincs lokális szélsőértéke!
25. Milyen *szükséges és elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *monoton növekedésével* kapcsolatban?
26. Milyen *elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *szigorú monoton növekedésével* kapcsolatban?
27. Milyen *szükséges és elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *szigorú monoton növekedésével* kapcsolatban?
28. Mit ért azon, hogy egy függvény valamely helyen jelet vált?
29. Hogyan szól a *lokális minimumra* vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?
30. Hogyan szól a *lokális maximumra* vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?
31. Írja le a *lokális minimumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt!
32. Írja le a *lokális maximumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt!
33. Mi a *konvex* függvény definíciója?
34. Mi a *konkáv* függvény definíciója?
35. Jellemezze egy függvény *konvexitását* az *első deriváltfüggvény* segítségével!
36. Jellemezze egy függvény *konkávitását* az *első deriváltfüggvény* segítségével!
37. Jellemezze egy függvény *konvexitását* a *második deriváltfüggvény* segítségével!
38. Jellemezze egy függvény *konkávitását* a *második deriváltfüggvény* segítségével!
39. Mi az inflexiós pont definíciója?
40. Mondja ki a *konvexitás* és az *érintő* kapcsolatára vonatkozó tételt!
41. Mondja ki a *konkávitás* és az *érintő* kapcsolatára vonatkozó tételt!
42. Írja le a $\frac{0}{0}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*!
43. Írja le a $\frac{+\infty}{+\infty}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*!
44. Mi a kapcsolat a hatványsor *összegfüggvénye* és a hatványsor *együtthatói* között?
45. Hogyan definiálja egy függvény *Taylor-sorát*?
46. Fogalmazza meg a *Taylor-formula Lagrange maradéktaggal* néven tanult tételt!

47. Milyen *elégés* feltételt ismer a Taylor-sornak a generáló függvényhez való *konvergenciájával* kapcsolatosan?

A határozatlan integrál (primitív függvények)

48. Definiálja a primitív függvényt!
49. Adjon meg olyan függvényt, amelyiknek *nincs* primitív függvénye!
50. Fogalmazza meg a primitív függvény létezésére vonatkozó *szükséges* feltételt!
51. Fogalmazza meg a primitív függvény létezésére vonatkozó *elégés* feltételt!
52. Mit jelent egy függvény *határozatlan integrálja*?
53. Mit ért a határozatlan integrál *linearitásán*?
54. Mit mond ki a primitív függvényekkel kapcsolatos *parciális integrálás tétele*?
55. Hogyan szól a primitív függvényekkel kapcsolatos *első helyettesítési szabály*?
56. Fogalmazza meg a primitív függvényekkel kapcsolatos *második helyettesítési szabályt*!

A határozott integrál

57. Definiálja intervallum egy *felosztását*!
58. Mit jelent egy *felosztás finomítása*?
59. Mi az *alsó közelítő összeg* definíciója?
60. Mi a *felső közelítő összeg* definíciója?
61. Mi történik egy *alsó* közelítő összeggel, ha a neki megfelelő *felosztást finomítjuk*?
62. Mi történik egy *felső* közelítő összeggel, ha a neki megfelelő *felosztást finomítjuk*?
63. Milyen viszony van az alsó és a felső közelítő összegek között?
64. Mi a *Darboux-féle alsó integrál* definíciója?
65. Mi a *Darboux-féle felső integrál* definíciója?
66. Mikor nevez egy függvényt (*Riemann*)-*integrálhatónak*?
67. Hogyan értelmezi egy függvény *határozott (vagy Riemann-) integrálját*?
68. Adjon meg egy példát *nem integrálható* függvényre!
69. Mi az *oszcillációs összeg* definíciója?
70. Hogyan szól a Riemann-integrálhatósággal kapcsolatban tanult kritérium az *oszcillációs összegekkel* megfogalmazva?
71. Felosztássorozatok segítségével adja meg a Riemann-integrálhatóság egy ekvivalens átfogalmazását!
72. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *összegével* kapcsolatban tanult tétel?
73. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *szorzatával* kapcsolatban tanult tétel?

74. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *hányadosával* kapcsolatban tanult tétel?
75. Milyen tételt tanult Riemann-integrálható függvény értékeinek megváltoztatását illetően?
76. Mit ért a Riemann-integrál *intervallum szerinti additivitásán*?
77. Hogyan szól az integrálszámítás *első középértéktétele*?
78. Fogalmazza meg a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-féle egyenlőtlenséget!
79. Mi a kapcsolat a *monotonitás* és a *Riemann-integrálhatóság* között?
80. Definiálja a *szakaszonként monoton függvény* fogalmát!
81. Definiálja az *egyenletes folytonosság* fogalmát!
82. Mondja ki az egyenletes folytonosságra igazolt *Heine-tételt*!
83. Mi a kapcsolat a *folytonosság* és a *Riemann-integrálhatóság* között?
84. Definiálja a *szakaszonként folytonos függvény* fogalmát!
85. Hogyan szól a *Newton–Leibniz-tétel*?
86. Definiálja az *integrálfüggvény* fogalmát!
87. Fogalmazza meg az *integrálfüggvény folytonosságára* vonatkozó állítást!
88. Mondja ki az *integrálfüggvény deriválhatóságára* vonatkozó tételt!
89. Hogyan szól a *parciális integrálásra* vonatkozó tétel *határozott integrálra*?
90. Mi a *helyettesítéses integrálás* szabálya *határozott integrálra*?
91. Mikor mondjuk azt, hogy az $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$) függvény grafikonja *rektifikálható*?
92. Hogyan értelmezzük a folytonosan deriválható $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$) függvény grafikonjának az *ív hosszát*?
93. Adja meg az $\int_0^{+\infty} f$ *improprius integrál* definícióját!
94. Definiálja az $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvényekre az $\int_a^b f$ *improprius integrál* fogalmát!
95. Definiálja az $f : (a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvényekre az $\int_a^b f$ *improprius integrál* fogalmát!