Az Analízis II.
előadások tematikája

Programtervező informatikus BSc 2018, A és B szakirány

2023–2024. tanév őszi félév

1. előadás: Differenciálszámítás 1.

A derivált motivációi: érintő, pillanatnyi sebesség. A belső pont fogalma. A pontbeli derivált értelmezése. Példa. A folytonosság és a derivált kapcsolata. A deriválhatóság ekvivalens átfogalmazása: lineáris közelítés. Érintő. Deriváltfüggvény. Deriválási szabályok: összeg, szorzat, hányados, kompozíció, hatványsor összegfüggvénye, inverz. Példák.

2. előadás: Differenciálszámítás 2.

Egyoldali deriváltak. Magasabb rendű deriváltak. Függvénytulajdonságok kapcsolata a deriválttal: Lokális szélsőértékek értelmezése, a lokális szélsőértékre vonatkozó elsőrendű szükséges feltétel. A differenciálszámítás középértéktételei (Rolle, Lagrange, Cauchy). A monotonitás jellemzése a derivált segítségével.

3. előadás: Differenciálszámítás 3.

A lokális szélsőértékekre vonatkozó elégséges feltételek. Abszolút szélsőértékek. Konvex és konkáv függvények. A konvexitás-konkávitás és a derivált kapcsolata.

4. előadás: Differenciálszámítás 4.

Aszimptoták értelmezése és meghatározása. L'Hospital-szabályok. Teljes függvényvizsgálat. Elemi függvények: a trigonometrikus függvények tulajdonságai, a trigonometrikus függvények inverzei, hiperbolikus függvények és inverzeik.

5. előadás: Differenciálszámítás 5.

Taylor-polinomok és Taylor-sorok. A sorfejtés problémája. Nevezetes sorfejtések. A Taylor-formula a Lagrange-féle maradéktaggal. Elégséges feltétel a Taylor-sor konvergenciájára.

6. előadás: A határozatlan integrál (primitív függvények)

A primitív függvény fogalma. Néhány példa. Elégséges-, illetve szükséges feltétel a primitív függvény létezésére. A határozatlan integrál értelmezése. Primitív függvények meghatározásának alapvető módszerei: alapintegrálok, a határozatlan integrál linearitása, az első helyettesítési szabály, a parciális integrálás, a második helyettesítési szabály. Példák. Megjegyzések a primitív függvényekről.

7. előadás: A határozott integrál 1.

A határozott integrál motivációja: síkidom területének a problémája. A Riemann-integrál fogalma: intervallum felosztásai, alsó-felső közelítő összegek, a Darboux-féle alsó-felső integrál. Az integrálhatóság ekvivalens átfogalmazásai: oszcillációs összegekkel, sorozatokkal, a Riemann-féle közelítő összegekkel.

8. előadás: A határozott integrál 2.

A Riemann-függvény integrálhatósága. Műveletek integrálható függvényekkel: számszoros, összeg, szorzat, hányados. A függvényértékek megváltoztatása véges sok helyen. Az integrál intervallum szerinti additivitása. A rendezés és a határozott integrál kapcsolata. Az intergrálszámítás első középértéktétele. A Bunyakovszkij–Schwarz-egyenlőtlenség.

9. előadás: A határozott integrál 3.

Monoton függvények integrálhatósága. Egyenletes folytonosság. Folytonos függvények integrálhatósága.

10. előadás: A határozott integrál 4.

Az integrál kiszámítása: a Newton–Leibniz-tétel. Az integrálfüggvény fogalma és tulajdonságai (folytonossága, differenciálhatósága). Minden folytonos függvénynek van primitív függvénye. Parciális integrálás. Helyettesítéssel való integrálás. Síkidom területe. A kör területe.

11. előadás: A határozott integrál 5.

Síkbeli görbe ívhossza. Forgástest térfogata. Forgástest felszíne. További alkalmazások: összegek határértékének kiszámolása, összegek becslése.

12. előadás: Az improprius integrál

Az improprius integrál motivációja. Az improprius integrál értelmezése. Az improprius integrálra vonatkozó alapvető tételek. Végtelen sorokra vonatkozó integrálkritérium.

13. előadás: Egyenletek közelítő megoldásai

Miért van szükség közelítő módszerekre? Emlékeztető: rekurzív sorozatok határértéke, pozitív valós szám m-edik gyökének a létezése, a Bolzano-féle intervallumfelezési eljárás.
A fixpont-iteráció: fixpontegyenlet, függvény fixpontja. A fixponttal kapcsolatos feladat megfogalmazása, kérdések felvetése. Egy elégséges feltétel a fixpont létezésére. Az iterációs sorozat konvergenciája. A Banach-féle fixponttétel. Példa.