

Analízis 1.
Programtervező informatikus szak

2. Elméleti dolgozat: Kérdések

1. Mi a végtelen sor definíciója?
2. Mit jelent az, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens, és hogyan értelmezzük az összegét?
3. Milyen tételt ismer $q \in \mathbb{R}$ esetén a $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ geometriai sor konvergenciájáról?
4. Mi a harmonikus sor, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
5. Milyen állítást ismer a $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ hiperharmonikus sor konvergenciájával kapcsolatban?
6. Hogyan szól a Cauchy-kritérium végtelen sorokra?
7. Mondjon egy, az (a_n) sorozatra vonatkozó szükséges feltételt arra nézve, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens legyen!
8. Igaz-e az, hogy ha $\lim(a_n) = 0$, akkor a $\sum a_n$ sor konvergens? (A válaszát indokolja meg!)
9. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumokat!
10. Mikor nevez egy végtelen számsort abszolút konvergensnek?
11. Mikor nevez egy végtelen számsort feltételesen konvergensnek?
12. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle gyökkritériumot!
13. Mit jelent az, hogy a Cauchy-féle gyökkritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
14. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó D'Alembert-féle hányadoskritériumot! Mit jelent az, hogy a D'Alembert-féle hányadoskritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
15. Mik a Leibniz-típusú sorok és milyen konvergenciatételt ismer ezekkel kapcsolatban?
16. Adjon meg egy olyan végtelen sort, amelyik konvergens, de nem abszolút konvergens!
17. Mit értünk egy $[0, 1]$ -beli szám diadikus tört alakján?
18. Melyik $[0, 1]$ -beli számoknak nincs egyértelmű diadikus tört alakja?
19. Hogyan értelmezi egy végtelen sor zárójelezését?
20. Tegyük fel, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor konvergens. Mit tud mondani a szóban forgó sor $\sum \alpha_n$ zárójelezéseinek a konvergenciájáról?
21. Tegyük fel, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor valamely $\sum \alpha_n$ zárójelezett sora konvergens. Milyen feltételek mellett konvergens a $\sum a_n$ végtelen sor?
22. Hogyan értelmezi egy végtelen sor átrendezését?
23. Milyen állítást ismer abszolút konvergens sorok átrendezéseit illetően?
24. Milyen állítást ismer feltételesen konvergens sorok átrendezéseit illetően?
25. Definiálja a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ végtelen sorok téglányszorzatát!
26. Definiálja a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ végtelen sorok Cauchy-szorzatát!

27. Milyen tételt ismer végtelen sorok téglányszorzatának a konvergenciáját illetően?
28. Fogalmazza meg az abszolút konvergens sorok szorzatára vonatkozó Cauchy-tételt!
29. Írja le a *hatványsor* definícióját!
30. Hogyan szól a hatványsor konvergenciahalmazára vonatkozó, a konvergenciasugarát meghatározó tétel?
31. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $(-1, 1)$ intervallum!
32. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $(-1, 1]$ intervallum!
33. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $[-1, 1)$ intervallum!
34. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $[-1, 1]$ intervallum!
35. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyik csak az $a = 2$ pontban konvergens!
36. Definiálja az \exp függvényt!
37. Definiálja a \sin függvényt!
38. Definiálja a \cos függvényt!
39. Mit jelent az, hogy $a \in \overline{\mathbb{R}}$ torlódási pontja a $H \subset \mathbb{R}$ halmaznak?
40. Mit jelent az, hogy $a \in H$ izolált pontja a $H \subset \mathbb{R}$ halmaznak?
41. Hogyan értelmezi egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy $a \in \mathcal{D}'_f$ helyen vett határértékét?
42. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett véges határérték definícióját!
43. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett plusz végtelen határérték definícióját!
44. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
45. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
46. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
47. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett plusz végtelen határérték definícióját!
48. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
49. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
50. Írja le a határértékre vonatkozó átviteli elvet!
51. Hogyan szól a függvények összegének, szorzatának, hányadosának határértékére vonatkozó tétel?
52. Definiálja függvény jobb oldali határértékét!

53. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a határértékéről?
54. Mit tud mondani monoton függvények határértékéről?
55. Definiálja egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény pontbeli folytonosságát!
56. Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?
57. Írja le a folytonosságra vonatkozó átviteli elvet!
58. Milyen tételt ismer hatványsor összegfüggvényének a folytonosságáról?
59. Milyen tételt ismer a folytonos függvények előjeltartásáról?
60. Mondja ki az összetett függvény folytonosságára vonatkozó tételt!

2. Elméleti dolgozat: Bizonyítással kért tételek

1. A végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle konvergenciakritérium.
2. Végtelen sorokra vonatkozó összehasonlító kritériumok.
3. A Cauchy-féle gyökkritérium.
4. A D'Alembert-féle hányadoskritérium.
5. Leibniz-típusú sorok konvergenciája.
6. Minden $[0, 1]$ -beli szám felírható p -adikus ($p \in \mathbb{N}$, $p \geq 2$) tört alakban.
7. Sorok zárójelezése.
8. Abszolút konvergens sorok átrendezése.
9. Sorok téglányszorzatának konvergenciája.
10. Sorok Cauchy-szorzatának konvergenciája.
11. Hatványsorok konvergenciasugaráról.
12. A Cauchy–Hadamard-tétel.
13. Függvények határértékének egyértelműsége.
14. A határértékre vonatkozó átviteli elv.
15. Monoton függvények határértéke.
16. Az összetett függvény folytonossága.