

Diszkrét matematika II.

beugró tételsor

(2023. ősz)

Végleges változat!

A vizsga írásbeli részének az első fele egy beugró. Az alábbi kérdések közül **öt** kérdés fog szerepelni, melyből legalább **négyet** kell tudni a vizsga teljesítéséhez. A kérdések fontos alaptermőfogalmakra kérdeznek rá elmélet + elmélet alkalmazásával. Az alkalmazásokra itt csak példák szerepelnek.

Számelmélet

1. Mondja ki a maradékos osztás tételét! Ossa el maradékosan 18-at 7-tel!
2. Definiálja a legnagyobb közös osztót! Mi lesz $(12, 18)$?
3. Mondja ki a lineáris diofantikus egyenletek megoldhatóságáról szóló tételt! Megoldható-e a $12x + 18y = 5$ egyenlet? Ha igen, adjon megoldást, ha nem, indokoljon!
4. Definiálja a prímszámokat! Az alábbi számok közül melyek prímek: 1,2,3,4,5,6?
5. Mondja ki a számelmélet alaptételét! Írja fel az $n = 18$ -at a tétel szerint!
6. Definiálja a kongruencia relációt! Mondjon példát két különböző x egészre, mely teljesíti az $x \equiv 3 \pmod{4}$ relációt!
7. Mondja ki a lineáris kongruenciák megoldhatóságára vonatkozó tételt! Megoldható-e a $12x \equiv 2 \pmod{10}$ lineáris kongruencia? Ha igen, adja meg az összes megoldást, ha nem, indokoljon!
8. Mondja ki a kínai maradéktételt! Megoldható-e az
$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{2} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \end{array} \right\}$$
szimultán kongruenciarendszer? Ha igen, adja meg az összes megoldást, ha nem, indokoljon!
9. Definiálja az Euler-féle φ függvényt! Mi lesz $\varphi(6)$?
10. Mondja ki az Euler–Fermat-tételt! Mi lesz $3^4 \equiv ? \pmod{8}$. Válaszát indokolja!

Polinomok

1. Definiálja a polinomok fokát! Mennyi lesz $\deg(x^3 + x - 1) = ?$
2. Definiálja a maradékos osztást polinomok körében! Ossa el maradékosan az $f = x^3 + 3x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ polinomot a $g = x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ polinommal!
3. Mondja ki a gyöktényező kiemelhetőségére vonatkozó tételt! Mondjon példát két olyan g polinomra, melynek gyöke az $x = 1$ és $x = 2$ érték!

4. Mondja ki a polinom foka és gyökeinek száma közötti összefüggést! Hány gyöke lehet az $f = x^5 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ polinomnak?
5. Definiálja polinomok legnagyobb közös osztóját! Mi lesz az $f = (x - 1)(x + 1) \in \mathbb{Q}[x]$ és $g = x(x - 1)^2(x + 1) \in \mathbb{Q}[x]$ polinomok legnagyobb közös osztója?
6. Definiálja a formális deriváltat! Mi lesz az $f = x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ polinom formális deriváltja?
7. Definiálja az irreducibilis polinom fogalmát! Irreducibilis lesz-e az $f = (x + 1)(x + 2) \in \mathbb{R}[x]$ polinom?
8. Definiálja a kongruencia relációt polinomok körében! Mondjon példát két különböző $g \in \mathbb{Z}_2[x]$ polinomra, mely teljesíti a $g \equiv x + 1 \pmod{x^2 + x + 1}$ relációt!
9. Mondja ki a Lagrange interpolációról szóló tételt! Hány olyan legfeljebb harmadfokú polinom van, mely a 3 helyen a 2-t, az 1 helyen a 0-t, a 6 helyen a -9 -t és a 0 helyen a -1 -t veszi fel?

Kódelmélet

1. Definiálja a betűnkénti kódolás fogalmát! Betűnkénti kódolás lesz-e a $\varphi(a) = 01$, $\varphi(b) = 11$, $\varphi(c) = 01$ függvény?
2. Definiálja a felbontható kódolás fogalmát! Felbontható kódolás lesz-e a $\varphi(a) = 01$, $\varphi(b) = 11$, $\varphi(c) = 10$ függvény?
3. Definiálja a prefix kódok fogalmát! Adjon meg az $\{a, b, c\}$ forrásábécén egy prefix kódolását!
4. Definiálja a kódfa fogalmát! Rajzolja fel a $\{100, 101, 11, 000\}$ kód kód fáját!
5. Definiálja a Hamming-távolságot! Mennyi lesz $d(010, 110) = ?$, $d(0000, 0009) = ?$
6. Mondja ki a kód kódtávolsága és a hibajelző, hibajavító képesség közötti összefüggést! Hány hibát jelez ill. javít a \mathcal{C} kód, ha $d(\mathcal{C}) = 8$?
7. Definiálja a lineáris kódok fogalmát! Lineáris lesz-e a $\mathcal{C} = \{110, 101, 111\} \subset \mathbb{Z}_2^3$ kód?
8. Definiálja lineáris kódok generátormátrixát! Mi lesz a $(b_1, b_2) \mapsto (b_1, b_2, b_1 + b_2)$ bináris lineáris kód generátormátrixa?
9. Definiálja lineáris kódok ellenőrzőmátrixát! Mi lesz a $(b_1, b_2) \mapsto (b_1, b_2, b_1 + b_2)$ bináris lineáris kód ellenőrző mátrixa?