AZ AMERIKAI ELEKTORI RENDSZER ÉS ADAPTÁCIÓJA AZ EURÓPAI UNIÓRA

SZABÓ ZSOLT LÁSZLÓ

Kivonat. A dolgozat célja az amerikai elnökválasztási rendszer vizsgálata, a különböző középértékekkel generált elektori eloszlások összehasonlítása, valamint, a rendszer adaptációja az Európai Parlament képviselőhelyeinek elosztására. Az adatokat Python programozási nyelven megírt kód segítségével generáljuk, és a valós adatok mellett mesterséges adatok segítségével is vizsgáljuk a különböző módszerek által kapott képviselői helyek eloszlását.

Tartalomjegyzék

1. Bevezető

Az Egyesült Államok elnökének választásának rendszere régóta egy megosztó téma. A prezidenciális rendszerek többségével ellentétben az Egyesült Államok az elektori kollégiumot használja az elnök megválasztására. Az elektori kollégium minden államnak kijelöl egy adott számú elektort, ami nagyjából arányos az adott állam népességével. Az elektorok száma a képviselők és a szenátorok számának összege. Minden állam két szenátorral rendelkezik, és a képviselők száma a lakossággal arányosan kerül kiosztásra az Edward V. Huntington által kidolgozott módszer alapján. Ebben a dolgozatban két cikket fogunk felhasználni ([Hun28], [Hun21]), amiben Huntington leírja a módszerét. Ezekben a cikkekben alternatív módszereket is említ, amelyeket részletesebben is fogunk vizsgálni.

Később adaptálni fogjuk Huntington módszerét (a geometriai közép módszere) és ennek variációit (a harmonikus és az aritmetikai közép módszere) az európai választási rendszerre. Miután röviden leírtuk az Európai Parlament választási rendszerét, le fogjuk generálni a képviselői helyek kiosztását kétféleképpen: a degresszív arányosság alkalmazásával és annak alkalmazása nélkül (lásd [Gri12, Page 2]).

Ehhez a dolgozathoz kifejlesztettem egy Python programot, ami megkönnyíti a képviselői helyek kiosztásához szükséges számításokat. Hat változatot készítettem: kettőt minden módszerhez, degresszív arányosság alkalmazásával és az alkalmazása nélkül.

A második fejezetben először röviden összefoglaljuk az elektori kollégium megszületésének történelmi hátterét. Ezután leírjuk, hogy Huntington hogyan dolgozta ki a geometriai közép módszerét. A kulcsfontosságú kérdése ennek a módszernek az abszolút és a relatív hiba alkalmazása. A Huntington módszer megértéséhez szükséges megismerni az alkalmazásának módszertanát. Ebben a fejezetben szintén megnézzük az alternatív módszereket, amelyekhez úgy juthatunk el, hogy kisebb változtatásokat elvégzünk a Huntington-módszerhez képest. Ezeket a változatokat össze is fogjuk hasonlítani az eredetivel. Többek között azt fogjuk látni, hogy melyik módszer részesíti előnyben a nagyobb államokat a kisebbekhez képest. A fejezet végén módosítani fogjuk a Pólya György által a [Pó61] cikkben leírt számításokat úgy, hogy kiszámolhassuk azt a legkisebb szavazatarányt, amivel megnyerhető a 2024-es elnökválasztás.

A következő fejezetben adaptálni fogjuk Huntington módszerét az Európai Bizottság elnökének megválasztására. Először megnézzük, hogy hogyan működik a jelenlegi rendszer a [Gri12] cikkben olvasható információk szerint. Ezután adaptálni fogjuk a Huntington-módszert az Európai Parlament képviselői helyeinek kiosztására a degresszív arányosság elvének alkalmazásával, illetve annak alkalmazása nélkül. Ezen adatok felhasználásával ki tudjuk osztani ezeket a fiktív elektori szavazatokat minden tagállamnak, és ki tudjuk számolni (az előbb említett módszer szerint) a legkisebb szavazatarányt, amivel megnyerhető az Európai Bizottság elnökének választása.

A negyedik fejezetben meg fogjuk nézni azt a Python programot, amit a képviselői helyek kiosztására dolgoztam ki, soronkénti magyarázattal együtt. Ezt a programot módosítottam úgy is, hogy figyelembe vegye a degresszív arányosság elvét is. A módosított változathoz is készítettem egy soronkénti magyarázatot.

A dolgozat utolsó fejezetében találhatunk néhány fiktív esetet. Többek között megnézhetjük, hogy hogyan nézne ki az amerikai Képviselőház, ha Washington D.C. és Puerto Rico államok lennének, illetve ha felvennénk Ukrajnát az Európai Unióba.

2. Az amerikai elnökválasztási rendszer

2.1. Az elektori kollégium történelmi háttere Az Egyesült Államok 1776-os megalapítása után az országalapítóknak ki kellett dolgozniuk egy rendszert a kormány tisztviselőinek megválasztására.

A kulcsszó az amerikai elektori rendszer történetében a kompromisszum volt. Az alapítóknak egy olyan rendszert kellett kidolgozniuk, ami feloldja a konfliktust a kisebb és a nagyobb államok között. A kisebb államok azt szerették volna, ha minden állam egyenlő mértékű képviseltséggel rendelkezik a döntéshozatalban, míg a nagyobb államok ezt lakosságarányos képviseltséggel szerették volna megoldani. Ennek az eredménye egy kompromisszum volt, ami megalkotott egy kétkamarás törvényhozó testületet. A Szenátusban minden államnak két szenátora van, így a kisebb államok jelentős befolyással rendelkeznek. A Képviselőházban minden állam rendelkezik valamennyi képviselővel, ami arányos a népességével (minden államnak van legalább egy képviselője). Az Egyesült Államok alkotmánya kimondja, hogy a képviselők számának arányosnak kell lennie az állam népességével, de nem határoz meg egy konkrét módszert, amivel ez elérhető.

A végrehajtó hatalom megválasztása a törvényhozó hatalom megválasztásán alapul. Az elnököt nem a nép választja közvetlenül, hanem az elektori kollégium. A rendszer szerint minden államnak van valamennyi elektora, akik az állam lakóinak akarata szerint [1] szavaznak a jelöltekre. Minden állam ugyanannyi elektorral rendelkezik, mint amennyi képviselője van a Kongresszusban (képviselők + szenátorok). A legtöbb állam [2] annak a jelöltnek adja az összes elektorát, aki a legtöbb szavazatot szerezte az adott államban. [3] Az elnökválasztás megnyeréséhez a jelöltnek meg kell szereznie az elektori szavazatok többségét.

[1]Már többször előfordult, hogy elektorok nem a szavazók által választott jelöltre szavaztak. Őket hűtlen elektoroknak nevezzük.

[2]Jelenleg minden állam kettő kivételével annak a jelöltnek adja az összes elektori szavazatát, aki az államban megszerezte a legtöbb szavazatot. Nebraska és Maine állam két szavazatot ad annak a jelöltnek, aki az államot megnyerte, míg a többit kongresszusi körzetenként osztják ki az adott körzet győztesének.

[3]Egy jelöltnek nem szükséges egy államban a szavazatok abszolút többségét megszereznie a győzelemhez; a relatív többség is elegendő.

2.2. A Huntington-módszer A jelenlegi módszert a képviselői helyek kiosztására Edward V. Huntington amerikai matematikus dolgozta ki a 20. század elején. A módszer leírása az alábbi cikkekben található: [Hun28], [Hun28], [Sul72], [Sul82]

2.2.1. A rendszer követelményei Huntington meghatározta, hogy két adott állam esetén, amelyeknek a népessége A és B, a és b számú képviselővel rendelkeznek a Képviselőházban, a tökéletes rendszer olyan eredményt adna, ahol

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b}. \tag{1}$$

Mivel ezt egy képviseleti demokráciában gyakorlatilag lehetetlen elérni, Huntington célja az volt, hogy az egyenlőtlenség a lehető legkisebb legyen.

2.2.2. Az abszolút és a relatív hiba A kulcsfontosságú kérdés a rendszer kifejlesztésekor az volt, hogy a képviselők kiosztása során az abszolút vagy a relatív hibát alkalmazzák. Például, ha van két körzet, az egyiknek a népessége 1000 fő, míg a másiknak 1001 fő, az abszolút hiba itt 1, míg a relatív hiba 0,1%, de ha a két körzet népessége rendre 10 és 11, akkor az abszolút hiba továbbra is 1, de a relatív hiba már 10%. Ezen ok miatt Huntington a relatív hiba alkalmazását javasolta az abszolút hiba helyett. Ki tudjuk számolni A és B állam relatív hiba $\frac{\frac{A}{a}-\frac{B}{b}}{\frac{B}{b}}$ kiszámításával.

2.2.3. Az arányossági elv első feltétele A geometriai közép módszerének kidolgozása során Huntington kidolgozta az arányossági elv feltételeit. Az első feltétel során megvizsgáljuk az $\frac{A}{a}$ és a $\frac{B}{b}$ hányados közötti relatív különbséget, ahol A és B két tetszőleges államot jelöl. Ha a relatív különbség csökkenthető egy képviselő átvitelével az egyik államtól a másikhoz, akkor ezt az átvitelt el kell végezni. [Hun28, 3. oldal]

Az alábbi "egyenlőtlenséget" [4] felírhatjuk a feltételhez:

$$\frac{\frac{A}{a+1}-\frac{B}{b}}{\frac{B}{b}} < \frac{\frac{B}{b+1}-\frac{A}{a}}{\frac{A}{a}} \tag{2}$$

[4]Ez nem egy "valódi egyenlőtlenség". Azért írjuk fel ebben a formában, hogy el tudjuk végezni a szükséges átalakításokat ahhoz, hogy elérjük a kívánt alakot.

Ezt az egyenlőtlenséget át tudjuk rendezni, hogy megkapjuk a szorzót, amit felhasználhatunk a feltétel egymás utáni alkalmazására: [5]

$$\frac{\frac{A}{a+1}-\frac{B}{b}}{\frac{B}{b}} < \frac{\frac{B}{b+1}-\frac{A}{a}}{\frac{A}{a}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{A}{a}\right)\left(\frac{A}{a+1}-\frac{B}{b}\right) < \left(\frac{B}{b}\right)\left(\frac{B}{b+1}-\frac{A}{a}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{A^2}{a\,(a+1)}-\frac{AB}{ab} < \frac{B^2}{b\,(b+1)}-\frac{AB}{ab} \Rightarrow$$

$$\frac{A^2}{a\,(a+1)} < \frac{B^2}{b\,(b+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{A}{\sqrt{a\,(a+1)}} < \frac{B}{\sqrt{b\,(b+1)}} \tag{3}$$

2.2.4. Az arányossági elv második feltétele Ez hasonló az elsőhöz, de az $\frac{A}{a}$ arány helyett itt az $\frac{a}{A}$ arányt vesszük. Itt a képviselők számát osztjuk el a népességgel. Erre gondolhatunk úgy, mint egy lakosnak az "egyéni részesedése" a képviselőből. A tökéletes eset így nézne ki:

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} \tag{4}$$

A második feltétel során a két "egyéni részesedést", vagyis az $\frac{a}{A}$ és a $\frac{b}{B}$ hányadost vizsgáljuk két tetszőleges A és B állam esetén. Ha a kettő közötti relatív különbség csökkenthető egy képviselő átvitelével egyik államtól a másikhoz, akkor ezt az átvitelt el kell végezni. [Hun28, 4. oldal]

Látjuk, hogy a (4)-es egyenlet az (1)-es egyenlet reciproka. Ha elvégezzük a (3)-as rész átalakításait, akkor az alábbi egyenlőtlenséget kapjuk (ami a (3)-as reciproka):

$$\frac{\sqrt{a\,(a+1)}}{A} < \frac{\sqrt{b\,(b+1)}}{B} \tag{5}$$

2.2.5. A geometriai közép módszerének alkalmazása A (3)-as részben az átalakítások után az alábbi egyenlőtlenséget kaptuk:

$$\frac{A}{\sqrt{a\,(a+1)}} < \frac{B}{\sqrt{b\,(b+1)}} \tag{6}$$

---

[5]Tudjuk, hogy az államok népessége és a képviselők száma pozitív egész számok, ezért az egyenlőtlenség iránya nem fog változni, és a valós számok halmazán tudunk gyököt vonni.

Mivel egy állam népességét osztjuk, ezt tudjuk úgy is értelmezni, hogy az A állam népességét az alábbi törttel szorozzuk:

$$\frac{1}{\sqrt{a\,(a+1)}} \tag{7}$$

Az alábbi jelöléseket fogjuk alkalmazni:

- n: az államok száma
- r: a kiosztandó képviselők száma
- A: A állam népessége
- a: A állam képviselőinek száma

Először is fel kell írnunk minden államot, a hozzájuk tartozó népességeket és a képviselőik számát. A folyamat elején minden állam kap egy képviselőt, tehát az eljárást $n-r$-szer kell elvégezni.

Minden képviselő kiosztásakor meg kell szoroznunk az összes állam népességét az alábbi szorzóval:

$$\frac{1}{\sqrt{a\,(a+1)}}, \tag{8}$$

ahol a a képviselők száma, amivel az állam éppen rendelkezik (az adott iteráció után). A képviselőt az az állam fogja kapni, ami a legnagyobb népességgel rendelkezik a beszorzás után.

2.3. Alternatív módszerek Alternatív módszereket dolgozhatunk ki, ha módosítjuk Huntington geometriai közép módszerére vonatkozó feltételeit. Ha a relatív hiba helyett az abszolút hibát alkalmazzuk, akkor megkapjuk a harmonikus és az aritmetikai közép módszerét. Ezeker a módszereket az alábbi cikkek írják le: [Hun28], [Hun28], [Sul72]

2.3.1. Az aritmetikai közép módszere Az aritmetikai közép módszerét [6] (amit AMK-ként fogunk rövidíteni) úgy kapjuk meg, hogy vesszük két állam egyéni részesedésének abszolút különbségét. [7] Huntington az aritmetikai közép módszerének arányossági feltétele szerint ha két állam esetén vizsgáljuk az "egyéni részesedést", vagyis az $\frac{a}{A}$ és $\frac{b}{B}$ arányokat, akkor ha egy képviselő átvitelével csökkenthető a kettő közötti abszolút hiba, akkor ezt az átvitelt el kell végezni (de egy állam sem maradhat képviselő nélkül). [Hun28, 7. oldal]

[6] Ezt a módszert W. F. Willcox dolgozta ki először, és az 1910-es népválasztás után alkalmazták a képviselői helyek kiosztására

[7] Fontos, hogy minden államnak van egy képviselője a folyamat elején, mert csak így kaphatunk egy egynél nagyobb nevezőt.

A feltétel felhasználásával az alábbi egyenlőtlenséget tudjuk felírni (az előbb is használt jelölések alkalmazásával):

$$\frac{a+1}{A} - \frac{b}{B} < \frac{b+1}{B} - \frac{a}{A} \tag{9}$$

Az alkalmazható forma eléréséhez az alábbiak szerint kell átalakítanunk az egyenlőtlenséget:

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{A} - \frac{b}{B} < \frac{b+1}{B} - \frac{a}{A} \Rightarrow \\ \frac{a+1}{A} + \frac{a}{A} < \frac{b+1}{B} + \frac{b}{B} \Rightarrow \\ \frac{2a+1}{A} < \frac{2b+1}{B} \end{aligned}$$

A reciprokok vételével:

$$\frac{A}{2a+1} > \frac{B}{2b+1} \Rightarrow$$

$$\frac{A}{a+\frac{1}{2}} > \frac{B}{b+\frac{1}{2}} \tag{10}$$

Ebből az eredményből látjuk, hogy az A állam szorzója az aritmetikai közép módszerének alkalmazása esetén ez lesz:

$$\frac{1}{a+\frac{1}{2}} \tag{11}$$

Ezzel a szorzóval tudjuk alkalmazni a módszert a geometriai közép módszerének alkalmazásával hasonló módon. Ugyanazt az eljárást kell elvégeznünk mint az előbbi módszer esetén, csak másik szorzó alkalmazásával: (7) helyett (11) szorzót fogjuk alkalmazni.

2.3.2. A harmonikus közép módszere Megkaphatjuk a harmonikus közép módszerét (amit HKM-ként fogunk rövidíteni) úgy, hogy vesszük az abszolút különbséget két körzet népessége között.

Huntington feltétele szerint itt két tetszőleges A és B állam esetén az $fracAa$ és $\frac{B}{b}$ arányokat kell vizsgálni. Ha a kettő közötti abszolút hiba csökkenthető egy képviselő átvitelével egyik államtól a másikhoz, akkor ezt az átvitelt el kell végezni. [Hun28, 7. oldal]

Az alábbi egyenlőtlenséget tudjuk felírni a feltétel felhasználásával (az előbb használt jelölések megtartásával):

$$\frac{A}{a+1} - \frac{B}{b} < \frac{B}{b+1} - \frac{A}{a} \tag{12}$$

Az alkalmazható forma eléréséhez az alábbiak szerint kell átalakítanunk az egyenlőtlenséget:

$$\begin{aligned}
\frac{A}{a+1} - \frac{B}{b} &< \frac{B}{b+1} - \frac{A}{a} \Rightarrow \\
\frac{A}{a+1} + \frac{A}{a} &< \frac{B}{b+1} + \frac{B}{b} \Rightarrow \\
A\left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a}\right) &< B\left(\frac{1}{b+1} + \frac{1}{b}\right) \Rightarrow \\
A\left(\frac{a}{a(a+1)} + \frac{a+1}{a(a+1)}\right) &< B\left(\frac{b}{b(b+1)} + \frac{b+1}{b(b+1)}\right) \Rightarrow \\
A\left(\frac{2a+1}{a(a+1)}\right) &< B\left(\frac{2b+1}{b(b+1)}\right) \Rightarrow \\
\frac{A}{\frac{a(a+1)}{2a+1}} &< \frac{B}{\frac{b(b+1)}{2b+1}} \Rightarrow \\
\frac{A}{2 \cdot \frac{a(a+1)}{2a+1}} &< \frac{B}{2 \cdot \frac{a(a+1)}{2b+1}} \qquad (13)
\end{aligned}$$

Az eredményből megkaptuk, hogy az A államhoz tartozó szorzó a harmonikus közép módszere esetén ez lesz:

$$\frac{1}{2 \cdot \frac{a(a+1)}{2a+1}} \qquad (14)$$

Ezzel a szorzóval tudjuk alkalmazni a módszert a geometriai közép módszeréhez hasonló módon. Ugyanazt az eljárást kell elvégeznünk, csak másik szorzóval: (7) helyett (14) alkalmazásával.

2.4. A különböző módszerek összehasonlítása A három módszert alkalmazni tudjuk az amerikai Képviselőház képviselői helyeinek kiosztására. Az 5. fejezetben található program segítségével ezeket a számításokat elvégeztem a 2020-as népszámlálás adatainak felhasználásával.

Az alábbi táblázatban megtalálható az állam neve az első oszlopban, a hozzá tartozó népesség a második oszlopban (a 2020-as népszámlálás adatai szerint; forrás: [US 21]), valamint a képviselők száma a három módszer szerint (geometriai, aritmetikai és harmonikus közép módszere) a következő három oszlopban.

A harmadik oszlop adatai a hivatalos képviselőszámok, amelyeket a népszámlálást szervező testület is kiszámolt. Ezeket a számokat alkalmazták már a 2022-es félidős választásokon. Fontos megemlíteni, hogy mivel Washington D.C. nem egy állam, ezért nem veszik figyelembe a folyamat során. A főváros (a népességétől függetlenül) egy embert delegálhat a képviselőházba, aki nem rendelkezik szavazati joggal. Ennek ellenére DC rendelkezik három elektori szavazattal az elnökválasztáson [8] a 23. alkotmánymódosítás rendelkezési szerint (lásd 1-es táblázat).

2.4.1. A geometriai közép és az aritmetikai közép módszerének összehasonlítása Ezzel a népességi adattal négy állam esetén találunk különbséget a két módszer között. Az aritmetikai közép módszere egy-egy képviselőt ad Rhode Island és Montana államoknak, 16 képviselőt Ohionak és 27 képviselőt New Yorknak. A geometriai közép módszere két-két képviselőt ad Rhode Island és Montana államoknak, 15 képviselőt Ohio államnak és 26 képviselőt New York államnak. Az eredményből következtethetünk, hogy az aritmetikai közép módszere a nagyobb államokat részesíti előnyben a kisebbekhez képest.

2.4.2. A geometriai közép és a harmonikus közép módszerének összehasonlítása A két módszer összehasonlítása során két állam esetén (Idaho és Minnesota) tapasztalunk eltérést. A geometriai közép módszere két képviselőt ad az előbbinek és nyolcat az utóbbinak, míg a harmonikus közép módszere hármat ad az előbbinek és hetet az utóbbinak. Ez azt mutatja, hogy a harmonikus közép módszere még inkább a kisebb államokat részesíti előnyben a nagyobbakhoz képest, ha összehasonlítjuk a geometriai közép módszerével.

2.4.3. Az aritmetikai közép és a harmonikus közép módszerének összehasonlítása Ez az összehasonlítás tisztábban mutatja, hogy az aritmetikai közép módszere a nagyobb államokat, míg a harmonikus közép módszere a kisebb államokat részesíti előnyben. Ebben az esetben mindkét korábbi vizsgálat elemeit felfedezhetjük. Montana, Rhode Island és Idaho államoknak az aritmetikai közép módszere eggyel kevesebb képviselőt ad, mint a harmonikus közép módszere, míg Minnesota, Ohio és New York államok esetében az előbbi módszer eggyel kevesebb képviselőt ad az utóbbihoz képest.

2.4.4. Az összehasonlítás összefoglalása Összefoglalva az eredményeket, láthatjuk, hogy az aritmetikai közép módszere a nagyobb államokat részesíti előnyben, a harmonikus közép módszere pedig a kisebb államokat. A geometriai közép módszere mindkét irányba tolódhat, de általában mindkettőhöz képest igazságosabb eredményeket ad.

---

[8] A 23. alkotmánymódosítás szerint a főváros elektori szavazatainak számának meg kell egyeznie a legkevesebb elektori szavazattal rendelkező államével.

1. ábra. A Képviselőház összetétele a 2020-as népszámlálási adatok szerint

Állam	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Alabama	5.030.053	7	7	7
Alaszka	736.081	1	1	1
Arizona	7.158.923	9	9	9
Arkansas	3.013.756	4	4	4
Kalifornia	39.576.757	52	52	52
Colorado	5.782.171	8	8	8
Connecticut	3.608.298	5	5	5
Delaware	990.837	1	1	1
Florida	21.570.527	28	28	28
Georgia	10.725.274	14	14	14
Hawaii	1.460.137	2	2	2
Idaho	1.841.377	2	2	3
Illinois	12.822.739	17	17	17
Indiana	6.790.280	9	9	9
Iowa	3.192.406	4	4	4
Kansas	2.1940.865	4	4	4
Kentucky	4.509.342	6	6	6
Louisiana	4.661.468	6	6	6
Maine	1.363.582	2	2	2
Maryland	6.185.278	8	8	8
Massachusetts	7.033.469	9	9	9
Michigan	10.084.442	13	13	13
Minnesota	5.709.752	8	8	7
Mississippi	2.963.914	4	4	4
Missouri	6.160.281	8	8	8
Montana	1.085.407	2	1	2
Nebraska	1.963.333	3	3	3
Nevada	3.108.462	4	4	4
New Hampshire	1.379.089	2	2	2
New Jersey	9.294.493	12	12	12
Új-Mexikó	2.120.220	3	3	3
New York	20.215.751	26	27	26
Észak-Karolina	10.453.948	14	14	14
Észak-Dakota	779.702	1	1	1
Ohio	11.808.848	15	16	15
Oklahoma	3.963.516	5	5	5
Oregon	4.241.500	6	6	6
Pennsylvania	13.011.844	17	17	17
Rhode Island	1.098.163	2	1	2
Dél-Karolina	5.124.712	7	7	7
Dél-Dakota	887.770	1	1	1
Tennessee	6.916.897	9	9	9
Texas	29.183.290	38	38	38
Utah	3.275.252	4	4	4
Vermont	643.503	1	1	1
Virginia	8.654.542	11	11	11
Washington	7.715.946	10	10	10
Nyugat-Virginia	1.795.045	2	2	2
Wisconsin	5.897.473	8	8	8
Wyoming	577.719	1	1	1

2.5. Mi az a legkisebb szavazatarány, amivel megnyerhető az elnökválasztás? Pólya György [Pó61] cikkében kiszámolta azt a legkisebb szavazatarányt, amivel megnyerhető az elnökválasztás (az 1961-ben elérhető népszámlálási adatok alapján). Fel tudjuk használni a Pólya által kidolgozott módszert, hogy kiszámoljuk azt a legkisebb szavazatarányt, amivel megnyerhető a 2024-es elnökválasztás. Itt megnézzük ezt az arányt mindhárom módszer esetén. Pólya cikkének írásakor még nem lépett életbe a 23. alkotmánymódosítás, tehát addig Washington D.C. még nem szavazhatott elnökválasztáson. Az alkotmánymódosítás biztosít annyi elektori szavazatot a fővárosnak, mint amennyi a legkevesebb szavazattal rendelkező államnak is van. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy Washington D.C. három elektori szavazatot fog kapni. Az egyszerűség kedvéért a fővárost egy képviselővel rendelkező államként fogjuk kezelni, így biztosítva a három elektori szavazatot.

2.5.1. Felhasznált jelölések Az alábbi jelöléseket fogjuk felhasználni ebben a részben:

- T: a választáson leadott összes szavazat száma
- W: a győztes szavazatainak száma
- r: egy adott állam képviselőinek száma
- m: azon államok száma, amelyeknek r képviselője van
- s: egy jelölt által megnyert államok száma

2.5.2. Konstansok Mivel a számításokat a 2024-es választásra fogjuk elvégezni, az alábbi konstans értékeket fogjuk használni a számolás során:

- $\Sigma m = 51$: államok száma
- $\Sigma(mr) = 436$: a kongresszusi körzetek száma
- $\Sigma(mr) + \Sigma m \cdot 2 = 538$: az elektori szavazatok száma (minden államnak $r + 2$ elektori szavazata van)
- $N = 759424$: egy kongresszusi körzetre jutó népesség (a 2020-as népszámlálás adatai alapján; lásd Feltételezések) [9]

2.5.3. A Képviselőház összetétele A korábban generált adatok felhasználásával megkaptuk a 2-es táblázatban található összetételt.

[9] Ezt az eredményt úgy kaptuk, hogy összeadtuk az összes állam és DC népességét, elosztottuk $\Sigma(mr)$, és felfelé kerekítettük egy páros számra, mivel később feltételezni fogjuk, hogy N páros szám (a lefelé kerekítés ebben az esetben páratlan számot adott volna).

2. ábra. A Képviselőház összetétele

r	m (GKM)	mr (GKM)	m (AKM)	mr (AKM)	m (HKM)	mr (HKM)
1	7	7	9	9	7	7
2	7	14	5	10	6	12
3	2	6	2	6	3	9
4	6	24	6	24	6	24
5	2	10	2	10	2	10
6	3	18	3	18	3	18
7	2	14	2	14	3	21
8	5	40	5	40	4	32
9	4	36	4	36	4	36
10	1	10	1	10	1	10
11	1	11	1	11	1	11
12	1	12	1	12	1	12
13	1	13	1	13	1	13
14	2	28	2	28	2	28
15	1	15	0	0	1	15
16	0	0	1	16	0	0
17	2	34	2	34	2	34
26	1	26	0	0	1	26
27	0	0	1	27	0	0
28	1	28	1	28	1	28
38	1	38	1	38	1	38
52	1	52	1	52	1	52
Σ	51	436	51	436	51	436

2.5.4. Feltételezések Néhány dolgot feltételeznünk kell, hogy egy megoldható feladatot kapjunk.

(1) Az egy államnak kiosztott képviselők száma pontosan arányos a népességével. Ennek eredménye az alábbi egyenlet:

$$T = \Sigma(mr)N \tag{15}$$

(2) Csak két jelölt vesz részt az elnökválasztáson. Ez azt jelenti, hogy a győztes a szavazatok többségével rendelkezik, és a vesztesnek $T - W$ szavazata van. [10]

(3) Minden állam annak a jelöltnek adja az összes elektori szavazatát, aki a szavazatok többségét szerezte az adott államban.

[10] Ha több mint két jelölt vesz részt a választáson, és a szavazatok relatív többségét szerző jelölt kapja meg az elektori szavazatokat, akkor sokkal aránytalanabb eredményeket is kaphatunk.

2.5.5. Megoldás A feladat célja, hogy elérjük a lehető legkisebb $\frac{W}{T}$ értéket.

Ahhoz, hogy egy jelölt megnyerje az elnökválasztást, az elektori szavazatok felénél többet kell szereznie (ami legalább 270 elektori szavazatot jelent a jelenlegi adatokkal) az elektori kollégiumban. Ha a győztes s államot nyert meg, $r_1, r_2, ..., r_s$ képviselővel, akkor az alábbi egyenlőtlenséget kapjuk:

$$(r_1 + 2) + (r_2 + 2) + ... + (r_s + 2) \geq 270 \Rightarrow$$
$$r_1 + r_2 + ... + r_s \geq 270 - 2s \tag{16}$$

Feltételezve, hogy csak két jelölt indul a választáson, a jelöltnek $\frac{rN}{2} + 1$ szavazatra van szüksége, hogy megnyerjen egy $r+2$ elektori szavazattal rendelkező államot (feltételezve, hogy N páros szám). Felírhatunk egy egyenlőtlenséget, hogy megkapjuk W-t, ami az összes szavazat száma, amire egy jelöltnek szüksége van az s darab megnyert államból.

$$W \geq \left(\frac{1}{2}r_1N + 1\right) + \left(\frac{1}{2}r_2N + 1\right) + ... + \left(\frac{1}{2}r_sN + 1\right) \Rightarrow$$
$$W \geq \frac{N}{2}(r_1 + r_2 + ... + r_s) + s \tag{17}$$

(17) egyenlőtlenség mindkét oldalát le tudjuk osztani $T \in \mathbb{Z}^+$-vel, és behelyettesítünk (15)-be a jobboldalon. Így az alábbi egyenlőtlenséget kapjuk:

$$\frac{W}{T} \geq \frac{r_1 + r_2 + ... + r_s}{872} + \frac{s}{436N} \tag{18}$$

(16) felhasználásával behelyettesítünk a jobb oldalon:

$$\frac{W}{T} \geq \frac{270 - 2s}{872} + \frac{s}{436N} \tag{19}$$

Egyenlőség (19)-ben akkor és csak akkor áll fenn, ha (16) és (17) esetén is egyenlőség áll fenn, amit a (19) elérése során felhasználtunk. Egyenlőség (16)-nél akkor és csak akkor áll fenn, ha a győztesnek pontosan 270 elektori szavazata van. Ha (17)-nél szeretnénk egyenlőséget elérni, akkor a győztesnek a lehető legkisebb többséggel kell nyernie s államban, és nulla szavazatot kell elérnie az összes többi államban. Ez nem okoz ellentmondást a feltételezéseinkkel, szóval a megoldásunkat akkor kapjuk meg, ha egyenlőség áll fenn (19)-nél, szóval így néz ki az egyenletünk:

$$\frac{W}{T} = \frac{270 - 2s}{872} + \frac{s}{436N} \tag{20}$$

Látható, hogy a lehető legtöbb államra van szükségünk, amelyeknek együttesen pontosan 270 elektori szavazatuk van, hogy elérhessük a lehető legkisebb szavazatarányt. Az eredmény kiszámításához összeadjuk az elektori szavazatok szerint növekvő sorrendbe rendezett szavazatokat addig, ameddig el nem érjük a 270 elektori szavazatot.

A geometriai közép módszerével kiszámított Képviselőház esetén minden államot be kell számítanunk, amelynek legalább 13 elektori szavazata (11 képviselője) van, kivéve egy, három elektori szavazattal (egy képviselővel) rendelkező államot és egy, 16 elektori szavazattal (14 képviselővel) rendelkező államot. Ezeknek a feltételeknek 40 állam felel meg, tehát $s = 40$. (20)-ba behelyettesítve:

$$\frac{W}{T} = \frac{270 - 2 \cdot 40}{872} + \frac{40}{436 \cdot 759424} \approx 0,217890029 \tag{21}$$

Ezek alapján azt az eredményt kaptuk, hogy egy szélsőséges és valószínűtlen esetben a 2024-es elnökválasztás megnyerhető a szavazatok 21,79%-ával is.

Ha ezt az értéket szeretnénk az aritmetikai közép módszerének esetén is alkalmazni, akkor csak kisebb módosításokat kell elvégeznünk a (20)-as behelyettesítésén. Mivel ez a módszer a geometriai középtől különböző eredményeket adott a képviselői helyek kiosztása során, itt másik államok kombinációjával tudjuk elérni a 270 elektori szavazatot. Ez a kombináció tartalmaz minden, legalább 12 elektori szavazattal (10 képviselővel) rendelkező államot és egy 15 elektori szavazattal (13 képviselővel) rendelkező államot. Ezek alapján megállapíthatjuk, hogy $s = 40$. A behelyettesítés (20)-ba így fog kinézni:

$$\frac{W}{T} = \frac{270 - 2 \cdot 40}{872} + \frac{40}{436 \cdot 759424} \approx 0,217890029 \tag{22}$$

Az eredményünk szerint egy szélsőséges és valószínűtlen esetben a 2024-es amerikai elnökválasztás (ha az aritmetikai közép módszerét alkalmazzák), megnyerhető a szavazatok 21,79%-ával is.

Ezt a folyamatot tudjuk alkalmazni a harmonikus közép módszerének alkalmazása során is. Ebben az esetben a győztesnek meg kell nyernie minden államot, ami legalább 13 elektori szavazattal (11 képviselővel) rendelkezik. Ezek alapján $s = 40$, és behelyettesítve (20)-ba:

$$\frac{W}{T} = \frac{270 - 2 \cdot 40}{872} + \frac{40}{436 \cdot 759424} \approx 0,W217890029 \tag{23}$$

Itt azt az eredményt kaptuk, hogy egy szélsőséges és valószínűtlen esetben a 2024-es amerikai elnökválasztás (ha a harmonikus közép módszerét alkalmazzák) megnyerhető a szavazatok 21,79%-ával.

(20)-nál láthatjuk, hogy csak két változó befolyásolja a keresett szavazatarány értékét. Az egyik az N. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az eredmény függ az ország népességétől. A másik az s, ami a győztes által megnyert államok száma. A 2020-as népszámlálás adatait felhasználva kiosztottuk a képviselői helyeket a három módszer alkalmazásával, és mindhárom esetben 40 államot kellett megnyernie a jelöltnek, tehát a három módszer esetén ugyanazt a szavazatarányt kaptuk eredményként.

3. A Huntington-módszer adaptálása az Európai Bizottság elnökének megválasztására

3.1. Bevezető Az Európai Bizottság elnöke az Európai Unió legbefolyásosabb tisztviselője. Ez a pozíció összehasonlítható a miniszterelnökkel parlamentáris rendszerekben, vagy az elnökkel prezidenciális rendszerekben.

A bizottsági elnök megválasztása egy megosztó probléma minden EP-választás után. A probléma megoldására a csúcsjelölti rendszert dolgozták ki, ami szerint a legtöbb képviselővel rendelkező EP-frakció jelöltje lesz a Bizottság elnöke. Ezt a rendszert 2014-ben használták, amikor Jean-Claude Juncker, az Európai Néppárt csúcsjelöltje lett a bizottsági elnök, miután a jobbközép párt relatív többséget szerzett az Európai Parlamentben.

3.2. A jelenlegi módszer az Európai Parlament képviselői helyeinek kiosztására Az amerikai alkotmánynak megfelelő dokumentum az Európai Unió esetén, ami a hatalmi ágakat felállítja, a lisszaboni szerződés. Ez állítja fel az Európai Parlamentet az Unió elsődleges törvényhozó intézményeként. Az amerikai alkotmányhoz hasonlóan a lisszaboni szerződés sem írja le a képviselő helyek kiosztására vonatkozó módszert, de megfogalmaz néhány irányelvet. A dokumentum felállítja a 705 képviselőből [11] álló Európai Parlamentet. A szerződés szerint minden tagállam jogosult legalább hat képviselőre, de legfeljebb 96 képviselővel rendelkezhet.

A szerződés azt is megfogalmazza, hogy a képviselői helyek kiosztása során a degresszív arányosság elvét kell alkalmazni. A jelenlegi rendszer irányelveit a Cambridge-i megállapodás során állították fel, amit a Cambridge Apportionment Meeting (CAM) során véglegesítettek (lásd [Gri12, Page1], [Gri17])

[11] Eredetileg 751 képviselőből álló parlamentet hozott létre a lisszaboni szerződés, de miután az Egyesült Királyság kilépett az Európai Unióból, ezt a számot 705-re csökkentették. Az Egyesült Királyság 73 képviselői helyéből 46-ot megszüntettek, a fennmaradó 27-et pedig kiosztották a 27 tagállam között.

3.2.1. A degresszív arányosság elve A degresszív arányosság elve azt jelenti, hogy a népesség / képviselők aránynak minden állam esetén úgy kell változnia a népességtől függően, hogy egy nagyobb állam esetén ez az arány nagyobb legyen, mint egy kisebb állam esetén, de egy kisebb állam sem kaphat több képviselőt egy nagyobb államnál. [Gri12, 2. oldal]

A Cambridge Apportionment Meeting az alábbi elvárásokat állította fel:

(1) egy kisebb államnak sem lehet több képviselője, mint egy nagyobb államnak,
(2) a népesség/képviselők arány a népesség növekedésével szintén növekszik.

A CAM során úgy tűnt, hogy lehetetlen egy olyan rendszer felállítása, ami mindkét elvárásnak megfelel az alkalmazott fiktív adatokkal, emiatt módosítottak a Lamassoure-Severin definíción.

A módosítás utáni definíció szerint a népesség / képviselőszám aránynak egész számra kerekítés előtt a népességtől függően úgy kell változnia, hogy ez az arány nagyobb államok esetén nagyobb, mint egy kisebb állam esetén, de a kisebb államnak nem lehet több képviselője, mint a nagyobb államnak. [Gri12, 2. oldal]

A definíció módosítása után a Cambridge Apportionment Meeting kidolgozta a base + prop módszert a képviselői helyek kiosztására.

3.2.2. Base + prop módszer A base + prop két szakaszból áll a [Gri12, 2-3. oldal]-ben leírtak szerint:

(1) Egy előre meghatározott (base) számú képviselő kiosztása minden tagállamnak.
(2) A fennmaradó helyek kiosztása a tagállamok népességével arányosan (az értékek kerekítésre és maximalizálásra kerülnek).

A megfelelő méretű parlament eléréséhez egy "képviselőház-méret" osztó bevezetésre kerül. Adott base b, maximum M és osztó d értékekkel meg tudjuk határozni az $A_d : [0, \infty) \to [0, \infty)$ kiosztó függvényt:

$$A_d(p) = \min\left\{b + \frac{p}{d}, M\right\} \tag{24}$$

Egy p népességű államnak ezek alapján $A_d(p)$ arányú képviselőt adunk. Ez után az értéket kerekíteni kell egy egész számra, és a d osztót változtatnunk kell úgy, hogy a képviselőszámok összege elérje a megfelelő méretű testületet.

A Cambridge Apportionment Meeting $b = 5$ értékű base és felfelé kerekítés alkalmazását javasolta.

3.2.3. Az Európai Parlament képviselői helyeinek jelenlegi kiosztása Az Európai Parlament képviselői helyeinek jelenlegi megoszlása az Egyesült Királyság kilépése után a 3-as táblázatban látható.

3. ábra. Az Európai Parlament képviselői helyeinek megoszlása

Ország	**Képviselők**
Ausztria	19
Belgium	21
Bulgária	17
Horvátország	12
Ciprus	6
Csehország	21
Dánia	14
Észtország	7
Finnország	14
Franciaország	79
Németország	96
Görögország	21
Magyarország	21
Írország	13
Olaszország	76
Lettország	8
Litvánia	11
Luxemburg	6
Málta	6
Hollandia	29
Lengyelország	52
Portugália	21
Románia	33
Szlovákia	14
Szlovénia	8
Spanyolország	59
Svédország	21
Σ	705

3.3. Huntington módszerének adaptációja Kétféleképpen közelíthetjük meg Huntington módszerének adaptációját.

Először is teljesen figyelmen kívül hagyhatjuk a degresszív arányosságot, és így minden állam hasonló mértékű képviseltséggel fog rendelkezni az Európai Parlamentben. Ha ezt a megközelítést választjuk, akkor egy olyan parlamentet kapunk, ami az Egyesült Államok Képviselőházára hasonlít.

A másik megközelítés szerint megtartjuk a degresszív arányosságot. Itt az adaptáció során minden államnak biztosítunk m minimum számú képviselőt, [12] és kiosztjuk a fennmaradó helyeket Huntington módszere szerint egy 96-os felső határral. Miután egy tagállam elérte a 96 képviselőt, nem kaphat több helyet. Ezek az irányelvek a [Gri12, 3. oldal]-ben kerültek meghatározásra.

3.3.1. Degresszív arányosság figyelmen kívül hagyásával Ha figyelmen kívül kívánjuk hagyni a degresszív arányosságot, akkor egy olyan eredményt kapunk, ahol minden tagállamnak hasonló a képviseltsége. Ez sokkal nagyobb befolyást biztosít a nagyobb államoknak (mint Németország és Franciaország), mint a jelenlegi rendszer. A 4-es táblázatban megtalálhatóak a Python program által generált eredmények.

4. ábra. Képviselői helyek megoszlása az Európai Parlamentben degresszív arányosság nélkül

Ország	**Népesség**	**Jelenleg**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Ausztria	8.401.940	19	13	13	13
Belgium	11.000.638	21	18	18	18
Bulgária	7.364.570	17	12	12	12
Horvátország	4.284.889	12	7	7	7
Ciprus	840.407	6	2	1	2
Csehország	10.436.560	21	17	17	17
Dánia	5.560.628	14	9	9	9
Észtország	1.294.455	7	2	2	2
Finnország	5.375.276	14	9	9	9
Franciaország	64.933.400	79	104	104	104
Németország	80.219.695	96	128	129	128
Görögország	10.816.286	21	17	17	17
Magyarország	9.937.628	21	16	16	16
Írország	4.574.888	13	7	7	7
Olaszország	59.433.744	76	95	95	95
Lettország	2.070.371	8	3	3	3
Litvánia	3.043.429	11	5	5	5
Luxemburg	512.353	6	1	1	1
Málta	417.432	6	1	1	1
Hollandia	16.655.799	29	27	27	27
Lengyelország	38.044.565	52	61	61	61
Portugália	10.562.178	21	17	17	17
Románia	20.121.641	33	32	32	32
Szlovákia	5.397.036	14	9	9	9
Szlovénia	2.050.189	8	3	3	3
Spanyolország	46.815.910	59	75	75	75
Svédország	9.482.855	21	15	15	15

[12] A jelenlegi folyamat szerint ez a minimum érték $m = 6$.

Ha összehasonlítjuk a három módszert, akkor csak két állam esetén tapasztalunk különbséget. Az aritmetikai közép módszere eggyel kevesebb helyet ad Ciprusnak és eggyel többet Németországnak a másik két módszerhez képest. Ciprus az egyik legkisebb népességű tagállama az Európai Uniónak, míg Németország az egyik legnagyobb népességű. Ez is azt mutatja, hogy az aritmetikai közép módszere a nagyobb tagállamokat részesíti előnyben.

Mivel már nem alkalmazzuk a degresszív arányosságot, láthatjuk a felső határ eltörlésének hatását. Németország és Franciaország átlépte a 96-os határt, és Olaszország majdnem elérte 95 képviselővel.

A minimális képviselőszám lecsökkent egyre. Ez is jelentős különbségeket okoz, és csökkenti a kisebb tagállamok befolyását.

Az eredményekből látjuk, hogy miért kulcsfontosságú a degresszív arányosság a tagállam és a teljes népesség befolyásának kiegyensúlyozásában. Ezzel a rendszerrel a négy legnépesebb állam egy jelentős, 402 képviselős (vagy 403 [13]) többséggel rendelkezne.

3.3.2. Degresszív arányosság megtartásával A Python kód [Gri12, 3. oldal] irányelvei szerinti módosított változatát fogjuk alkalmazni. A kód a teljes, soronkénti magyarázattal együtt megtalálható a 4.4-es részben. A 2011-es népszámlálási adatok felhasználásával megkaptuk az 5-ös táblázatban található megoszlást. Az adatok ebben az esetben ugyanahhoz az eredményhez vezettek a három módszer esetén. A hivatalos és a saját eredmények összehasonlítása során néhány jelentős különbséggel találkozhatunk.

Mivel ez a szimuláció alkalmazza a degresszív arányosságot, kimondhatjuk, hogy a legkisebb tagállamok számára volt ez a módszer a legelőnyösebb. Azt is látjuk, hogy több állam rendelkezik a minimális képviselőszámmal, mint a jelenlegi rendszer alatt.

A jelenlegi rendszer szerint az egyetlen állam, ami elérte a felső határt Németország volt, tehát kisebb a képviseltsége, mint a kisebb tagállamoknak.

A módosított rendszerben több tagállam elérte a felső határt. Ezek egyébként is népesnek számítanak, tehát ez a rendszer a nagyobb tagállamokat részesíti előnyben.

Az adatok alapján azt is kijelenthetjük, hogy a rendszer legnagyobb vesztesei a közepes méretű államok. A nagyobb államok ezen országok kárára szerezték meg a további képviselőiket.

3.4. Mi a legkisebb szavazatarány, amivel valaki az Európai Bizottság elnöke lehet? Az Európai Unió nem használ egy elektori

[13] Ha az aritmetikai közép módszerét alkalmazzuk.

5. ábra. Az Európai Parlament képviselői helyeinek megoszlása a degresszív arányosság alkalmazásával

Ország	**Népesség**	**Jelenlegi**	**Képzeletbeli**
Ausztria	8.401.940	19	14
Belgium	11.000.638	21	18
Bulgária	7.364.570	17	12
Horvátország	4.284.889	12	7
Ciprus	840.407	6	6
Csehország	10.436.560	21	17
Dánia	5.560.628	14	9
Észtország	1.294.455	7	6
Finnország	5.375.276	14	9
Franciaország	64.933.400	79	96
Németország	80.219.695	96	96
Görögország	10.816.286	21	18
Magyarország	9.937.628	21	17
Írország	4.574.888	13	8
Olaszország	59.433.744	76	96
Lettország	2.070.371	8	6
Litvánia	3.043.429	11	6
Luxemburg	512.353	6	6
Málta	417.432	6	6
Hollandia	16.655.799	29	28
Lengyelország	38.044.565	52	63
Portugália	10.562.178	21	18
Románia	20.121.641	33	34
Szlovákia	5.397.036	14	9
Szlovénia	2.050.189	8	6
Spanyolország	46.815.910	59	78
Svédország	9.482.855	21	16

kollégiumot az Európai Parlament elnökének megválasztására, de az adataink felhasználásával kidolgozhatunk egy fiktív esetet, ahol minden állam a képviselőszámánál kettővel több elektori szavazatot kap (a képzeletbeli szenátus két szavazatát hozzáadva a képviselőszámhoz). Ugyanazokat a jelöléseket fogjuk használni, mint a 2.5-ös részben. Az alábbi konstansokat fogjuk kapni:

- $\Sigma m = 27$: az államok száma
- $\Sigma(mr) = 705$: az Európai Parlament mérete
- $\Sigma(mr) + \Sigma m \cdot 2 = 759$: az elektori szavazatok száma (minden állam $r + 2$ elektori szavazattal rendelkezik)

- $N = 623616$: az egy képviselőre jutó népesség az Európai Parlamentben (2011-es népszámlálási adatok; felfelé kerekítéssel)
- $\lceil \frac{\Sigma(mr)+\Sigma m\cdot 2}{2} \rceil = 380$: a legkevesebb elektori szavazat, ami elegendő a győzelemhez

Az előbb meghatározott konstansok behelyettesítésével (20)-ba, az alábbi eredményt kapjuk:

$$\frac{W}{T} = \frac{380 - 2s}{1410} + \frac{s}{705N} \tag{25}$$

3.4.1. A jelenlegi rendszer A jelenlegi rendszer szerinti összetétele az Európai Parlamentnek a 6-os táblázatban található. Ezzel a meg-

6. ábra. Az Európai Parlament összetétele a jelenlegi rendszer szerint

r	m	mr
6	3	18
7	1	7
8	2	16
11	1	11
12	1	12
13	1	13
14	3	42
17	1	17
19	1	19
21	6	126
29	1	29
33	1	33
52	1	52
59	1	59
76	1	76
79	1	79
96	1	96
Σ	27	705

oszlással nem tudunk pontosan 380 elektori szavazatot elérni. Ezt meg tudjuk közelíteni, ha minden, legfeljebb 31 elektori szavazattal (29 képviselővel) rendelkező, és egy 61 elektori szavazattal (59 képviselővel) rendelkező tagállamot beszámítunk. Ezzel a számítással 382 elektori szavazatunk van, és 22 tagállam képes ezt az összeget elérni. Behelyettesítve (25)-be az alábbi eredményt kapjuk:

$$\frac{W}{T} = \frac{380 - 2\cdot 22}{1410} + \frac{22}{705\cdot 623616} \approx 0,238297922 \tag{26}$$

Az eredményből látjuk, hogy ha az Európai Bizottság elnökét az amerikaihoz hasonló módszerrel választanák meg, akkor a választás egy szélsőséges és valószínűtlen esetben a szavazatok 23,83%-ával is megnyerhető lenne.

3.4.2. Degresszív arányosság nélkül Ha nem alkalmazzuk a degresszív arányosság elvét, akkor az Európai Parlament a 7-es táblázatban láthatóaknak megfelelően nézne ki. A geometriai közép és a harmonikus közép módszere által kapott eredmények felhasználásával el tudjuk érni a pontosan 380 elektori szavazatot. Ehhez be kell számítanunk minden, legfeljebb 77 elektori szavazattal (75 képviselővel) rendelkező tagállamot, viszont ki kell hagynunk egy 29 szavazattal (27 képviselővel) és egy 17 szavazattal (15 képviselővel) rendelkező tagállamot. Ezen államok száma 22.

Az aritmetikai közép módszerének alkalmazásával csak kisebb eltéréseket tapasztalunk. Ebben az esetben Ciprus eggyel kevesebb, Németország pedig eggyel több képviselővel rendelkezik. Ebben az esetben a 29 és 17 elektori szavazat kihagyása helyett 34 és 11 elektori szavazatot kell kihagynunk. A feltételnek megfelelő államok száma változatlan. A három módszer esetén ugyanazt a behelyettesítést tudjuk használni:

$$\frac{W}{T} = \frac{380 - 2 \cdot 22}{1410} + \frac{22}{705 \cdot 623616} \approx 0,238297922 \tag{27}$$

Az eredményben látjuk, hogy ha az Európai Bizottság elnökét a három módszer valamelyikének alkalmazásával, illetve a degresszív arányosság alkalmazásával választanák, a jelöltnek a győzelemhez a szavazatok körülbelül 28,83%-ára lenne szüksége egy szélsőséges és valószínűtlen esetben.

3.4.3. Degresszív arányossággal Ha alkalmazzuk a degresszív arányosság elvét, akkor az így megalkotott Európai Parlament összetétele megtalálható a 8-as táblázatban. Ezzel a beosztással nem tudunk pontosan 380 elektori szavazatot elérni. A legközelebbi elérhető érték a 384 szavazat. Ezt úgy tudjuk elérni, hogy minden államot beszámítunk, aminek legfeljebb 80 elektori szavazata (78 képviselője) van, de nem számítunk bele egy 65 elektori szavazattal (63 képviselővel) rendelkező államot. Az ezen feltételeknek megfelelő államok száma 22. Behelyettesítve (25)-be az alábbi eredményt kapjuk:

$$\frac{W}{T} = \frac{380 - 2 \cdot 23}{1410} + \frac{23}{705 \cdot 623616} \approx 0,236879485 \tag{28}$$

7. ábra. Az Európai Parlament összetétele degresszív arányosság nélkül

r	m (GKM/ HKM)	mr (GKM/ HKM)	m (AKM)	mr (AKM)
1	2	2	3	3
2	2	4	1	2
3	2	6	2	6
5	1	5	1	5
7	2	14	2	14
9	3	27	3	27
12	1	12	1	12
13	1	13	1	13
15	1	15	1	15
16	1	16	1	16
17	3	51	3	51
18	1	18	1	18
27	1	27	1	27
32	1	32	1	32
61	1	61	1	61
75	1	75	1	75
95	1	95	1	95
104	1	104	1	104
128	1	128	0	0
129	0	0	1	129
Σ	27	705	27	705

8. ábra. Az Európai Parlament összetétele degresszív arányossággal

r	m	mr
6	7	42
7	1	7
8	1	8
9	3	27
12	1	12
16	1	16
17	2	34
18	3	54
28	1	28
34	1	34
63	1	63
78	1	78
96	3	288
Σ	27	705

Az eredmény alapján látjuk, hogy ha a degresszív arányosságot alkalmazó adaptációnkat vizsgáljuk, akkor egy jelöltnek a szavazatok 23,69%-a is elég lenne, hogy megválasszák az Európai Bizottság elnökévé egy szélsőséges és valószínűtlen forgatókönyv esetén.

4. Python program a képviselői helyek beosztására

Megalkottam egy Python programot, ami felhasználható a képviselői helyek beosztására a geometriai közép módszere szerint. Ez a kód megtalálható GitHub-on is (https://github.com/zsoltlszabo/tdk) ugyanezekkel a megjegyzésekkel. Az itt található kód olyan sortöréseket tartalmaz, ami miatt az innen kimásolt kód nem lesz futtatható. A futtatható kód elérhető GitHub-on.

```
from math import sqrt
def assign(list_of_states: tuple,
list_of_populations: tuple, number_of_reps: int):
 NUMBER_OF_STATES = len(list_of_states)
 STATE_KEYS = {i: list_of_states[i] for i in
    range(NUMBER_OF_STATES)}
 states = [[list_of_populations[i], 1] for i
    in range(NUMBER_OF_STATES)]
 for i in range(number_of_reps - NUMBER_OF_STATES):
  current_multiplied_values = []
  for k in states:
   current_multiplied_values.append(k[0] *
      (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
   current_max = current_multiplied_values.index(
    max(current_multiplied_values))
   states[current_max][1] += 1
 solution = {}
 for i in range(NUMBER_OF_STATES):
  solution.update({STATE_KEYS.get(i): states[i][1]})
 return solution
```

4.1. Soronkénti magyarázat Először importálnunk kell a sqrt függvényt a math modulból.

```
from math import sqrt
```

Kezdjük a függvény definiálásával. Bekérjük az államok listáját és a hozzájuk tartozó népességet tuple-ként, és a képviselőház méretét egész számként.

```
def assign(list_of_states: tuple,
list_of_populations: tuple, number_of_reps: int):
```

Az államok számát eltároljuk egy változóban.

```
NUMBER_OF_STATES = len(list_of_states)
```

A nevek helyett az államok indexeivel fogunk dolgozni. Ehhez létrehozunk egy dictionary-t, ami az indexeket az államok neveihez rendeli.

```
STATE_KEYS = {i: list_of_states[i] for i
   in range(NUMBER_OF_STATES)}
```

A states list-tel fogunk dolgozni. Ez a list az alábbi adatokat tartalmazza minden államhoz: [0] népesség, [1] képviselők száma (minden állam egy képviselővel kezd)

```
states = [[list_of_populations[i], 1] for i
   in range(NUMBER_OF_STATES)]
```

Egy for ciklust készítünk, ami addig fut, ameddig ki nem osztottuk az összes képviselőt. Mivel minden állam egy képviselővel kezd, csak a maradék képviselői helyeket kell kiosztanunk.

```
for i in range(number_of_reps - NUMBER_OF_STATES):
```

Létrehozunk egy list-et, ami tartalmazni fogja a népességet megszorozva a megfelelő értékkel az adott iteráció során.

```
  current_multiplied_values = []
```

Következő lépésként létrehozunk egy for ciklust, ami minden állam népességét megszorozza a megfelelő szorzóval.

```
  for k in states:
   current_multiplied_values.append(k[0] *
       (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
```

A beszorzás után legnagyobb értékkel rendelkező állam indexét eltároljuk egy változóban.

```
   current_max = current_multiplied_values.index(
    max(current_multiplied_values))
```

A beszorzás után legnagyobb értékkel rendelkező állam képviselőinek számát eggyel megnöveljük.

```
   states[current_max][1] += 1
```

Létrehozunk egy dictionary-t, amiben tárolni fogjuk a megoldást.

```
solution = {}
```

Létrehozunk egy for ciklust, ami minden államnál lefut.

```
for i in range(NUMBER_OF_STATES):
```

Az államot hozzáadjuk a solution dictionary-hez, ahol a képviselők száma lesz az érték, és megoldásként visszaadjuk ezt a dictionary-t.

```
  solution.update({STATE_KEYS.get(i): states[i][1]})
return solution
```

4.2. A kód módosítása az aritmetikai közép módszerére Az alábbi sor módosításával tudjuk a programot alkalmazni az aritmetikai közép módszerével:

```
current_multiplied_values.append(k[0] *
    (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
```

A fenti sort az alábbira kell cserélni:

```
current_multiplied_values.append(k[0] / (k[1] + 1 / 2))
```

4.3. A kód módosítása a harmonikus közép módszerére Az alábbi sor módosításával tudjuk a programot alkalmazni a harmonikus közép módszerével:

```
current_multiplied_values.append(k[0] *
    (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
```

A fenti sort az alábbira kell cserélni:

```
current_multiplied_values.append(k[0] /
((2 * (k[1] * (k[1] + 1)))/(k[1] + k[1] + 1)))
```

4.4. A kód módosítása a degresszív arányosság elvének figyelembevételével Tudjuk módosítani a kódot, hogy alkalmazza a degresszív arányosság elvét, ami az Európai Parlament összetételének meghatározásakor kerül felhasználásra. A módosítások után az alábbi kódot kapjuk:

```
from math import sqrt
def assign(list_of_states: tuple,
list_of_populations: tuple, number_of_reps: int):
 NUMBER_OF_STATES = len(list_of_states)
 STATE_KEYS = {i: list_of_states[i] for i
    in range(NUMBER_OF_STATES)}
 states = [[list_of_populations[i], 6] for i
    in range(NUMBER_OF_STATES)]
 for i in range(number_of_reps - NUMBER_OF_STATES * 6):
  current_multiplied_values = []
  for k in states:
   current_multiplied_values.append(k[0] *
      (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
   while True:
    current_max = current_multiplied_values.index(
     max(current_multiplied_values))
    if states[current_max][1] == 96:
     current_multiplied_values[current_max] = 0
    else:
```

```
        states[current_max][1] += 1
        break
 solution = {}
 for i in range(NUMBER_OF_STATES):
  solution.update({STATE_KEYS.get(i): states[i][1]})
 return solution
```

4.4.1. Soronkénti magyarázat Először importálnunk kell a sqrt függvényt a math modulból.

```
from math import sqrt
```

Kezdjük a függvény definiálásával. Bekérjük az államok listáját és a hozzájuk tartozó népességet tuple-ként, és a képviselőház méretét egész számként.

```
def assign(list_of_states: tuple,
list_of_populations: tuple, number_of_reps: int):
```

Az államok számát eltároljuk egy változóban.

```
 NUMBER_OF_STATES = len(list_of_states)
```

A nevek helyett az államok indexeivel fogunk dolgozni. Ehhez létrehozunk egy dictionary-t, ami az indexeket az államok neveihez rendeli.

```
 STATE_KEYS = {i: list_of_states[i] for i
    in range(NUMBER_OF_STATES)}
```

A states list-tel fogunk dolgozni. Ez a list az alábbi adatokat tartalmazza minden államhoz: [0] népesség, [1] képviselők száma (minden állam hat képviselővel kezd)

```
 states = [[list_of_populations[i], 6] for i
    in range(NUMBER_OF_STATES)]
```

Egy for ciklust készítünk, ami addig fut, ameddig ki nem osztottuk az összes képviselőt. Mivel minden állam hat képviselővel kezd, csak a maradék képviselői helyeket kell kiosztanunk.

```
 for i in range(number_of_reps - NUMBER_OF_STATES * 6):
```

Létrehozunk egy list-et, ami tartalmazni fogja a népességet megszorozva a megfelelő értékkel az adott iteráció során.

```
  current_multiplied_values = []
```

Következő lépésként létrehozunk egy for ciklust, ami minden állam népességét megszorozza a megfelelő szorzóval.

```
  for k in states:
   current_multiplied_values.append(k[0] *
      (1 / sqrt(k[1] * (k[1] + 1))))
```

Ez a while ciklus megvizsgálja, hogy egy adott állam elérte-e a képviselőhelyek felső határát.

```
while True:
```

A beszorzás után legnagyobb értékkel rendelkező állam indexét eltároljuk egy változóban.

```
current_max = current_multiplied_values.index(
 max(current_multiplied_values))
```

Ha egy állam már elérte a 96 képviselőt, az érték nullára lesz csökkentve, így az állam a sorbarendezett list végére fog kerülni.

```
if states[current_max][1] == 96:
 current_multiplied_values[current_max] = 0
```

Ha az államnak 96-nál kevesebb képviselője van, akkor a képviselők számát eggyel megnöveljük.

```
else:
 states[current_max][1] += 1
 break
```

Létrehozunk egy dictionary-t, amiben tárolni fogjuk a megoldást.

```
solution = {}
```

Létrehozunk egy for ciklust, ami minden államnál lefut.

```
for i in range(NUMBER_OF_STATES):
```

Az államot hozzáadjuk a solution dictionary-hez, ahol a képviselők száma lesz az érték, és megoldásként visszaadjuk ezt a dictionary-t.

```
 solution.update({STATE_KEYS.get(i): states[i][1]})
return solution
```

Ez a kód szintén módosítható a korábban leírtak szerint, ha az aritmetikai vagy a harmonikus közép módszerét szeretnénk alkalmazni.

4.5. A program felhasználása szimulációk generálására Lefuttattam néhány szimulációt fiktív esetekre a program felhasználásával. Ezeknek az eredményei megtalálhatóak a következő fejezetben.

5. Szimulációk

A Python kód felhasználásával tudunk szimulációkat futtatni fiktív adatokra. Néhány ilyen szimuláció megtalálható itt az amerikai Képviselőházra és az Európai Parlamentre vonatkozóan. Az olvashatóság megkönnyítése érdekében az adatokat tartalmazó táblázatok a fejezet végén találhatóak, ugyanis itt nagy mennyiségű adattal dolgozunk.

5.1. Szimulációk az amerikai Képviselőház adataival

5.1.1. A Képviselőház, ha Washington D.C. állam lenne A kérdés, hogy Washington D.C. állam legyen-e meglehetősen megosztó már évtizedek óta. Az 1964-es elnökválasztás óta a fővárosnak van szavazati joga az elnökválasztásokon, de a Kongresszusban nincs. Egy delegáltat választanak meg, aki képviseli a lakosokat a Képviselőházban, de neki nincs szavazati joga. Mivel népessége nagyobb két állam népességénél, egyre többen kezdeményezik a főváros állammá nyilvánítását. Ezt az esetet fogjuk itt szimulálni a három módszer alkalmazásával. A Képviselőház mérete marad 435. Az államok népességeinek forrása [US 21], DC népességének forrása [Ame21a]. Az eredmény megtalálható a 9-es táblázatban.

Azt látjuk, hogy Washington D.C. az egyik legkisebb állam lenne. Mindhárom módszer egy képviselőt ad a fővárosnak. Itt azt érdemes megemlíteni, hogy melyik államtól kapja DC ezt a képviselőt. A geometriai és a harmonikus közép módszerének esetén Minnesota államtól kapja. Amikor a 2.4-es részben összehasonlítottuk a három módszert, akkor láttuk, hogy a harmonikus közép módszere az államnak eggyel kevesebb képviselőt adott, mint a másik két módszer. A harmonikus közép módszerének esetén Idaho kap eggyel kevesebb képviselőt. Az eredeti adatoknál láttuk, hogy ez az állam eggyel több képviselőt kapott a többi módszerhez képest.

5.1.2. A Képviselőház, ha Puerto Rico állam lenne Régóta vita tárgya Puerto Rico helyzete az Egyesült Államokban, és erről már több népszavazást is tartottak. Jelenleg társult államként tartják számon. Egy, szavazati joggal nem rendelkező delegált képviseli a Képviselőházban, de lakosaira kedvezőbb adózási szabályok vonatkoznak, mint a fővárosra. A hárommillió főnél magasabb lakossággal Puerto Rico egy jelentős méretű állam lenne. Erre az esetre is le fogjuk futtatni a szimulációkat. A Képviselőház mérete marad 435. Az államok népességi adatainak forrása [US 21], Puerto Rico népességi adatainak forrása [Ame21b]. Az eredmények megtalálhatóak a 10-es táblázatban.

Látjuk, hogy mindhárom módszer 4 képviselőt ad Puerto Rico-nak. Figyeljük meg, hogy melyik államok képviselőszáma csökken ebben az esetben. A geometriai közép módszerének esetén Kalifornia, Colorado, Minnesota és Montana veszítettek egy-egy képviselőt az eredeti eredményekhez képest. Az aritmetikai közép módszerének esetén Kalifornia, Minnesota, New York és Ohio veszít egy-egy képviselőt. A harmonikus közép módszerének esetén Kalifornia, Colorado, Idaho és Észak-Karolina államok képviselőinek száma csökken államonként eggyel.

5.1.3. A Képviselőház, ha Washington D.C. és Puerto Rico is államok lennének Lefuttathatunk egy olyan szimulációt is, ahol Washington D.C. és Puerto Rico egyaránt államok. A módszereken és a Képviselőház méretén nem változtatunk. Az államok népességi adatainak forrása [Ame21b], Puerto Rico népességi adatainak forrása [Ame21b], DC népességi adatainak forrása [Ame21a]. Az adatok megtalálhatóak a 11-es táblázatban.

Az előző kettő szimulációhoz hasonlóan ebben az esetben is egy képviselőt küldhet DC, Puerto Rico pedig négy képviselőt küldhet a Képviselőházba.

Kezdjük az eredeti és a szimuláció összehasonlítását a geometriai közép módszerével. A két új állam felvételével a korábbi tagállamok közül Kalifornia, Colorado, Minnesota, Montana és Oregon veszítene egy-egy képviselőt.

Az aritmetikai közép módszerének esetén DC és Puerto Rico öt képviselőjének a forrása Kalifornia, Colorado, Minnesota, New York és Ohio lenne.

A harmonikus közép módszerének esetén öt állam veszítene egy-egy képviselőt: Kalifornia, Colorado, Idaho, Észak-Karolina és Oregon.

5.2. Szimulációk az Európai Parlament adataival

5.2.1. Az Európai Parlament, ha az EGT tagállamait vesszük fel Az európai közös piacot az Európai Gazdasági Térség tagjai alkotják. Az Európai Unió tagállamain kívül ez a szövetség tartalmazza Norvégiát, Izlandot és Liechtensteint. Ezeknek az országoknak kevésbé erős a kapcsolatuk az Unióval, és nincs képviselőjük az Európai Parlamentben. A Python kód alkalmazásával le tudjuk generálni az Európai Parlament összetételét, ha felvesszük az államok közé Norvégiát, Izlandot és Liechtensteint. A népességi adatok forrása [Eur].

Először is megnézzük azokat az eredményeket, amelyek nem alkalmazzák a degresszív arányosságot (lásd 12-es táblázat)

Ezekkel az adatokkal a három módszer csak kisebb eltéréseket produkál. Az aritmetikai és a geometriai közép módszereinek eredményei megegyeznek. Ha összehasonlítjuk ezt a kettőt a harmonikus közép módszerével, akkor csak két állam esetén tapasztalunk eltérést. A harmonikus közép módszere eggyel kevesebb képviselőt ad Franciaországnak. Ezt a képviselőt Finnország kapja meg.

A három módszer Izland és Liechtenstein számára egy-egy, míg Norvégia számára nyolc képviselőt biztosít, tehát tíz helyet el kell venni más államoktól.

Az aritmetikai és a geometriai közép módszerének esetén a különbség az eredeti eredménnyel megegyezik. Kettő képviselőt vesz el Németországtól, és egyet-egyet Belgiumtól, Csehországtól, Finnországtól, Franciaországtól, Olaszországtól, Hollandiától, Lengyelországtól és Spanyolországtól.

A harmonikus közép módszere két helyet vesz el Franciaországtól, egyet-egyet Belgiumtól, Ciprustól, Csehországtól, Németországtól, Olaszországtól, Hollandiától, Lengyelországtól és Spanyolországtól.

Ezt a szimulációt úgy is le tudjuk futtatni, hogy megtartjuk a degresszív arányosságot (lásd 13-as táblázat).

Ebben az esetben mindhárom módszer ugyanazt az eredményt adja vissza.

A degresszív arányosság bevezetése nagyobb hatással van az Európai Parlament összetételére. Izland, Liechtenstein és Norvégia hat, hat és nyolc képviselőt kap ebben a sorrendben, tehát húsz képviselőt kell elvenni más államoktól.

Mivel az eredeti és a szimulált eredménynél is megegyezik a három módszer által adott eredmény, ezért együtt tudjuk ezeket vizsgálni. A három ország felvétele után Spanyolország négy, Lengyelország három, Olaszország, Románia és Hollandia kettő, Ausztria, Belgium, Magyarország, Írország, Portugália és Svédország pedig egy képviselőt veszít.

5.2.2. Az Európai Parlament, ha az EGT tagállamait és Svájcot vesszük fel Svájc nem tagja az Európai Gazdasági Térségnek, de több területen együttműködik az Európai Unióval (például a schengeni övezetben). Ebben a szimulációban az Európai Parlament összetételét nézzük meg, ha felvesszük az összes EGT tagállamot és Svájcot. Ez látható a 14-es táblázatban. A népességi adatok forrása [Eur].

Ha felvesszük Svájcot, akkor mindhárom módszer ugyanazt az eredményt adja. Ezt a szimulációt az előzővel fogjuk összehasonlítani.

Eltéréseket fogunk tapasztalni az előző szimulációhoz képest, ugyanis el kell vennünk 12 helyet más államoktól. Franciaország és Németország kettő, Bulgária, Magyarország, Olaszország, Lengyelország, Portugália, Románia, Szlovákia és Spanyolország pedig egy képviselővel kevesebbet küldhet az Európai Parlamentbe.

Ha összehasonlítjuk az előző szimulációban kapott eredmények közül a harmonikus közép módszerének eredményével a most kapott eredményt, akkor kisebb eltéréseket tapasztalunk. Ebben az esetben is 12 helyet kell elvenni más tagállamoktól. Kettőt fog adni Németország, míg Bulgária, Finnország, Franciaország, Magyarország, Olaszország, Lengyelország, Portugália, Románia, Szlovákia és Spanyolország egyet.

Tudunk futtatni egy olyan szimulációt is, ahol megtartjuk a degresszív arányosságot. Ez látható a 15-ös táblázatban.

Mivel ebben az esetben és az előző szimuláció esetében is ugyanazt az eredményt adta a három módszer, együttesen tudunk róluk beszélni. Mivel felvettük a 12 képviselővel rendelkező Svájcot, Olaszország, Spanyolország kettő, Bulgária, Csehország, Finnország, Magyarország, Lengyelország, Portugália, Románia, Szlovákia és Spanyolország pedig egy képviselőt veszít.

5.2.3. Az Európai Parlament, ha Ukrajnát felvesszük A 2022 óta tartó orosz-ukrán háború az európai politika fontos kérdésévé vált Ukrajna EU-tagsága. Az invázió óta Ukrajna hivatalosan beadta csatlakozási szándékát az Európai Uniónak. A tagállamok vezetői meglehetősen pozitívan reagáltak.

Ukrajna népességét 2022-ben 43,5 millió fő körülire becsülték (forrás [Cen22]) [14], amivel az Európai Unió ötödik legnépesebb tagállama lenne. Népessége nagyobb lenne, mint Lengyelországé, de kisebb, mint Spanyolországé. Ez jelentős hatással lenne az Európai Parlament összetételére. Feltételezve, hogy a képviselők számának összegén nem változtatunk, a generált eredmények megtalálhatóak a 16-os táblázatban.

Ezekkel az adatokkal a geometriai és a harmonikus közép módszere azonos eredményeket generált, míg az aritmetikai közép módszere által adott eredmény kicsit eltér: elvesz egy képviselőt Magyarországtól, és átadja Ukrajnának, ami érthető, mivel ez a módszer a nagyobb államokat részesíti előnyben.

Mivel Ukrajna népessége sokkal nagyobb, mint a korábbi szimulációban vizsgált államoké, a felvétele jelentős hatással lenne az Európai Parlament összetételén. Egyértelműen fogjuk látni, hogy a nagyobb államok vesztesége nagyobb Ukrajna felvételével.

Ukrajna 63 képviselőt [15] szerezne, ezért ennyit el kell venni másik országoktól. Németország 12, Franciaország 9, Olaszország 8, Spanyolország 7, Lengyelország 5, Románia és Hollandia 3, Belgium, Csehország és Portugália 2, Ausztria, Bulgária, Horvátország, Dánia, Finnország, Görögország, Magyarország [16], Litvánia, Szlovákia és Svédország pedig 1 képviselővel kevesebbet küldhetnének az Európai Parlamentbe.

Végül le tudjuk generálni az adatokat a degresszív arányosság alkalmazásával. Ez a 17-es ábrán látható.

[14] Ebben a szimulációban a CIA World Factbook adatait fogjuk használni.

[15] Az aritmetikai közép módszere esetén 64 képviselőt.

[16] Az aritmetikai közép módszere esetén 2 képviselő.

A három módszerrel ugyanazt az eredményt kaptuk ebben az esetben is. Mivel ez történt az eredeti eredményünk esetében is, amikor a degresszív arányosságot alkalmaztuk, ezért együttesen tudjuk tárgyalni ezeket az adatokat.

Ha alkalmazzuk a degresszív arányosságot, akkor Spanyolország 11, Olaszország 10, Lengyelország 8, Románia 5, Hollandia 4, Franciaország, Magyarország és Portugália 3, Ausztria, Belgium, Csehország, Görögország és Svédország 2, Bulgária, Horvátország, Dánia, Finnország, Írország és Szlovákia pedig 1 képviselővel kevesebbet küldhetne az Európai Parlamentbe.

5.3. Adatok Tipográfiai okokból a szimulációk adatai, amelyeket a Python program alkalmazásával generáltunk, itt találhatóak meg. A táblázatok tartalmazzák az adott testület összetételét. Ezek a táblázatok a dolgozatban való megjelenésük sorrendjében szerepelnek, és a feliratok pedig megadják, hogy melyik szimulációhoz tartoznak.

Vannak olyan esetek, ahol kettő vagy több módszer ugyanazt az eredményt adta. Ha két módszer esetén azonos eredményt kaptuk, míg a harmadik egy másik eredményt adott, akkor ezek az adatok három oszlopban szerepelnek. Ha mindhárom módszer azonos eredményt adott, akkor az adatok egy oszlopban szerepelnek.

9. ábra. A Képviselőház a 2020-as népszámlálás adataival; DC állam

Állam	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Alabama	5.030.053	7	7	7
Alaszka	736.081	1	1	1
Arizona	7.158.923	9	9	9
Arkansas	3.013.756	4	4	4
Kalifornia	39.576.757	52	52	52
Colorado	5.782.171	8	8	8
Connecticut	3.608.298	5	5	5
Delaware	990.837	1	1	1
Washington D.C.	689.545	1	1	1
Florida	21.570.527	28	28	28
Georgia	10.725.274	14	14	14
Hawaii	1.460.137	2	2	2
Idaho	1.841.377	2	2	2
Illinois	12.822.739	17	17	17
Indiana	6.790.280	9	9	9
Iowa	3.192.406	4	4	4
Kansas	2.1940.865	4	4	4
Kentucky	4.509.342	6	6	6
Louisiana	4.661.468	6	6	6
Maine	1.363.582	2	2	2
Maryland	6.185.278	8	8	8
Massachusetts	7.033.469	9	9	9
Michigan	10.084.442	13	13	13
Minnesota	5.709.752	7	7	7
Mississippi	2.963.914	4	4	4
Missouri	6.160.281	8	8	8
Montana	1.085.407	2	1	2
Nebraska	1.963.333	3	3	3
Nevada	3.108.462	4	4	4
New Hampshire	1.379.089	2	2	2
New Jersey	9.294.493	12	12	12
Új-Mexikó	2.120.220	3	3	3
New York	20.215.751	26	27	26
Észak-Karolina	10.453.948	14	14	14
Észak-Dakota	779.702	1	1	1
Ohio	11.808.848	15	16	15
Oklahoma	3.963.516	5	5	5
Oregon	4.241.500	6	6	6
Pennsylvania	13.011.844	17	17	17
Rhode Island	1.098.163	2	1	2
Dél-Karolina	5.124.712	7	7	7
Dél-Dakota	887.770	1	1	1
Tennessee	6.916.897	9	9	9
Texas	29.183.290	38	38	38
Utah	3.275.252	4	4	4
Vermont	643.503	1	1	1
Virginia	8.654.542	11	11	11
Washington	7.715.946	10	10	10
Nyugat-Virginia	1.795.045	2	2	2
Wisconsin	5.897.473	8	8	8
Wyoming	577.719	1	1	1

10. ábra. A Képviselőház a 2020-as népszámlálás adataival; Puerto Rico állam

Állam	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Alabama	5.030.053	7	7	7
Alaszka	736.081	1	1	1
Arizona	7.158.923	9	9	9
Arkansas	3.013.756	4	4	4
Kalifornia	39.576.757	51	51	51
Colorado	5.782.171	7	8	7
Connecticut	3.608.298	5	5	5
Delaware	990.837	1	1	1
Florida	21.570.527	28	28	28
Georgia	10.725.274	14	14	14
Hawaii	1.460.137	2	2	2
Idaho	1.841.377	2	2	2
Illinois	12.822.739	17	17	17
Indiana	6.790.280	9	9	9
Iowa	3.192.406	4	4	4
Kansas	2.1940.865	4	4	4
Kentucky	4.509.342	6	6	6
Louisiana	4.661.468	6	6	6
Maine	1.363.582	2	2	2
Maryland	6.185.278	8	8	8
Massachusetts	7.033.469	9	9	9
Michigan	10.084.442	13	13	13
Minnesota	5.709.752	7	7	7
Mississippi	2.963.914	4	4	4
Missouri	6.160.281	8	8	8
Montana	1.085.407	1	1	2
Nebraska	1.963.333	3	3	3
Nevada	3.108.462	4	4	4
New Hampshire	1.379.089	2	2	2
New Jersey	9.294.493	12	12	12
Új-Mexikó	2.120.220	3	3	3
New York	20.215.751	26	26	26
Észak-Karolina	10.453.948	14	14	13
Észak-Dakota	779.702	1	1	1
Ohio	11.808.848	15	15	15
Oklahoma	3.963.516	5	5	5
Oregon	4.241.500	6	6	6
Pennsylvania	13.011.844	17	17	17
Puerto Rico	3.285.874	4	4	4
Rhode Island	1.098.163	2	1	2
Dél-Karolina	5.124.712	7	7	7
Dél-Dakota	887.770	1	1	1
Tennessee	6.916.897	9	9	9
Texas	29.183.290	38	38	38
Utah	3.275.252	4	4	4
Vermont	643.503	1	1	1
Virginia	8.654.542	11	11	11
Washington	7.715.946	10	10	10
Nyugat-Virginia	1.795.045	2	2	2
Wisconsin	5.897.473	8	8	8
Wyoming	577.719	1	1	1

11. ábra. A Képviselőház a 2020-as népszámlálás adataival; DC és Puerto Rico állam

Állam	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Alabama	5.030.053	7	7	7
Alaszka	736.081	1	1	1
Arizona	7.158.923	9	9	9
Arkansas	3.013.756	4	4	4
Kalifornia	39.576.757	51	51	51
Colorado	5.782.171	7	7	7
Connecticut	3.608.298	5	5	5
Delaware	990.837	1	1	1
Washington D.C.	689.545	1	1	1
Florida	21.570.527	28	28	28
Georgia	10.725.274	14	14	14
Hawaii	1.460.137	2	2	2
Idaho	1.841.377	2	2	2
Illinois	12.822.739	17	17	17
Indiana	6.790.280	9	9	9
Iowa	3.192.406	4	4	4
Kansas	2.1940.865	4	4	4
Kentucky	4.509.342	6	6	6
Louisiana	4.661.468	6	6	6
Maine	1.363.582	2	2	2
Maryland	6.185.278	8	8	8
Massachusetts	7.033.469	9	9	9
Michigan	10.084.442	13	13	13
Minnesota	5.709.752	7	7	7
Mississippi	2.963.914	4	4	4
Missouri	6.160.281	8	8	8
Montana	1.085.407	1	1	2
Nebraska	1.963.333	3	3	3
Nevada	3.108.462	4	4	4
New Hampshire	1.379.089	2	2	2
New Jersey	9.294.493	12	12	12
Új-Mexikó	2.120.220	3	3	3
New York	20.215.751	26	26	26
Észak-Karolina	10.453.948	14	14	13
Észak-Dakota	779.702	1	1	1
Ohio	11.808.848	15	15	15
Oklahoma	3.963.516	5	5	5
Oregon	4.241.500	5	6	5
Pennsylvania	13.011.844	17	17	17
Puerto Rico	3.285.874	4	4	4
Rhode Island	1.098.163	2	1	2
Dél-Karolina	5.124.712	7	7	7
Dél-Dakota	887.770	1	1	1
Tennessee	6.916.897	9	9	9
Texas	29.183.290	38	38	38
Utah	3.275.252	4	4	4
Vermont	643.503	1	1	1
Virginia	8.654.542	11	11	11
Washington	7.715.946	10	10	10
Nyugat-Virginia	1.795.045	2	2	2
Wisconsin	5.897.473	8	8	8
Wyoming	577.719	1	1	1

12. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányosság nélkül (EGT tagállamok)

Ország	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Ausztria	8.401.940	13	13	13
Belgium	11.000.638	17	17	17
Bulgária	7.364.570	12	12	12
Horvátország	4.284.889	7	7	7
Ciprus	840.407	1	1	1
Csehország	10.436.560	16	16	16
Dánia	5.560.628	9	9	9
Észtország	1.294.455	2	2	2
Finnország	5.375.276	8	8	9
Franciaország	64.933.400	103	103	102
Németország	80.219.695	127	127	127
Görögország	10.816.286	17	17	17
Magyarország	9.937.628	16	16	16
Izland	315.556	1	1	1
Írország	4.574.888	7	7	7
Olaszország	59.433.744	94	94	94
Lettország	2.070.371	3	3	3
Liechtenstein	36.149	1	1	1
Litvánia	3.043.429	5	5	5
Luxemburg	512.353	1	1	1
Málta	417.432	1	1	1
Hollandia	16.655.799	26	26	26
Norvégia	4.979.954	8	8	8
Lengyelország	38.044.565	60	60	60
Portugália	10.562.178	17	17	17
Románia	20.121.641	32	32	32
Szlovákia	5.397.036	9	9	9
Szlovénia	2.050.189	3	3	3
Spanyolország	46.815.910	75	75	75
Svédország	9.482.855	15	15	15

13. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányossággal (EGT tagállamok)

Ország	**Népesség**	**Képviselők**
Ausztria	8.401.940	13
Belgium	11.000.638	17
Bulgária	7.364.570	12
Horvátország	4.284.889	7
Ciprus	840.407	6
Csehország	10.436.560	17
Dánia	5.560.628	9
Észtország	1.294.455	6
Finnország	5.375.276	9
Franciaország	64.933.400	96
Németország	80.219.695	96
Görögország	10.816.286	17
Magyarország	9.937.628	16
Izland	315.556	6
Írország	4.574.888	7
Olaszország	59.433.744	96
Lettország	2.070.371	6
Liechtenstein	36.149	6
Litvánia	3.043.429	6
Luxemburg	512.353	6
Málta	417.432	6
Hollandia	16.655.799	26
Norvégia	4.979.954	8
Lengyelország	38.044.565	60
Portugália	10.562.178	17
Románia	20.121.641	32
Szlovákia	5.397.036	9
Szlovénia	2.050.189	6
Spanyolország	46.815.910	74
Svédország	9.482.855	15

14. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányosság nélkül (EGT tagállamok és Svájc)

Ország	**Népesség**	**Képviselők**
Ausztria	8.401.940	13
Belgium	11.000.638	17
Bulgária	7.364.570	11
Horvátország	4.284.889	7
Ciprus	840.407	1
Csehország	10.436.560	16
Dánia	5.560.628	9
Észtország	1.294.455	2
Finnország	5.375.276	8
Franciaország	64.933.400	101
Németország	80.219.695	125
Görögország	10.816.286	17
Magyarország	9.937.628	15
Izland	315.556	1
Írország	4.574.888	7
Olaszország	59.433.744	93
Lettország	2.070.371	3
Liechtenstein	36.149	1
Litvánia	3.043.429	5
Luxemburg	512.353	1
Málta	417.432	1
Hollandia	16.655.799	26
Norvégia	4.979.954	8
Lengyelország	38.044.565	59
Portugália	10.562.178	16
Románia	20.121.641	31
Szlovákia	5.397.036	8
Szlovénia	2.050.189	3
Spanyolország	46.815.910	73
Svédország	9.482.855	15
Svájc	7.954.662	12

15. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányossággal (EGT tagállamok és Svájc)

Ország	**Népesség**	**Képviselők**
Ausztria	8.401.940	13
Belgium	11.000.638	17
Bulgária	7.364.570	11
Horvátország	4.284.889	7
Ciprus	840.407	6
Csehország	10.436.560	16
Dánia	5.560.628	9
Észtország	1.294.455	6
Finnország	5.375.276	8
Franciaország	64.933.400	96
Németország	80.219.695	96
Görögország	10.816.286	17
Magyarország	9.937.628	15
Izland	315.556	6
Írország	4.574.888	7
Olaszország	59.433.744	92
Lettország	2.070.371	6
Liechtenstein	36.149	6
Litvánia	3.043.429	6
Luxemburg	512.353	6
Málta	417.432	6
Hollandia	16.655.799	26
Norvégia	4.979.954	8
Lengyelország	38.044.565	59
Portugália	10.562.178	16
Románia	20.121.641	31
Szlovákia	5.397.036	8
Szlovénia	2.050.189	6
Spanyolország	46.815.910	72
Svédország	9.482.855	15
Svájc	7.954.662	12

16. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányosság nélkül (EU tagállamok és Ukrajna)

Ország	**Népesség**	**GKM**	**AKM**	**HKM**
Ausztria	8.401.940	12	12	12
Belgium	11.000.638	16	16	16
Bulgária	7.364.570	11	11	11
Horvátország	4.284.889	6	6	6
Ciprus	840.407	1	1	1
Csehország	10.436.560	15	15	15
Dánia	5.560.628	8	8	8
Észtország	1.294.455	2	2	2
Finnország	5.375.276	8	8	8
Franciaország	64.933.400	95	95	95
Németország	80.219.695	117	117	117
Görögország	10.816.286	16	16	16
Magyarország	9.937.628	15	14	15
Írország	4.574.888	7	7	7
Olaszország	59.433.744	87	87	87
Lettország	2.070.371	3	3	3
Litvánia	3.043.429	4	4	4
Luxemburg	512.353	1	1	1
Málta	417.432	1	1	1
Hollandia	16.655.799	24	24	24
Lengyelország	38.044.565	56	56	56
Portugália	10.562.178	15	15	15
Románia	20.121.641	29	29	29
Szlovákia	5.397.036	8	8	8
Szlovénia	2.050.189	3	3	3
Spanyolország	46.815.910	68	68	68
Svédország	9.482.855	14	14	14
Ukrajna	43.528.136	63	64	63

17. ábra. Az Európai Parlament degresszív arányossággal (EU tagállamok és Ukrajna)

Ország	**Népesség**	**Képviselők**
Ausztria	8.401.940	12
Belgium	11.000.638	16
Bulgária	7.364.570	11
Horvátország	4.284.889	6
Ciprus	840.407	6
Csehország	10.436.560	15
Dánia	5.560.628	8
Észtország	1.294.455	6
Finnország	5.375.276	8
Franciaország	64.933.400	93
Németország	80.219.695	96
Görögország	10.816.286	16
Magyarország	9.937.628	14
Írország	4.574.888	7
Olaszország	59.433.744	86
Lettország	2.070.371	6
Litvánia	3.043.429	6
Luxemburg	512.353	6
Málta	417.432	6
Hollandia	16.655.799	24
Lengyelország	38.044.565	55
Portugália	10.562.178	15
Románia	20.121.641	29
Szlovákia	5.397.036	8
Szlovénia	2.050.189	6
Spanyolország	46.815.910	67
Svédország	9.482.855	14
Ukrajna	43.528.136	63

Hivatkozások

[Ame21a] America Counts Staff, *The district of Columbia gained more than 87,000 people in 10 years*, https://www.census.gov/library/stories/state-by-state/district-of-columbia-population-change-between-census-decade.html, 2021, Utolsó letöltés: 2022-10-31.

[Ame21b] ———, *Puerto rico population declined 11.8% from 2010 to 2020*, https://www.census.gov/library/stories/state-by-state/puerto-rico-population-change-between-census-decade.html, 2021, Utolsó letöltés: 2022-10-31.

[Cen22] Central Intelligence Agency, *Ukraine*, https://www.cia.gov/the-world-factbook/countries/ukraine/, 2022, Utolsó letöltés: 2022-10-31.

[Eur] European Statistical System, *Census hub*, https://ec.europa.eu/CensusHub2/query.do?step=selectHyperCube&qhc=false, Utolsó letöltés: 2022-10-31.

[Gri12] G. R. Grimmett, *European apportionment via the cambridge compromise*, Mathematical Social Sciences **63** (2012), no. 2, 68–73, Around the Cambridge Compromise: Apportionment in Theory and Practice.

[Gri17] G. Grimmett, F. Pukelsheim, V. R. González, W. Słomczyński, K. Życzkowski, *The Composition of the European Parliament*, (2017)

[Hun21] E. V. Huntington, *A new method of apportionment of representatives*, Quarterly Publications of the American Statistical Association **17** (1921), no. 135, 859–870.

[Hun28] E. V. Huntington, *The apportionment of representatives in Congress*, Trans. Amer. Math. Soc. **30** (1928), no. 1, 85–110. MR 1501423

[Pó61] G. Pólya, *The minimum fraction of the popular vote that can elect the president of the united states*, The Mathematics Teacher **54** (1961), no. 3, 130–133.

[Sul72] J. J. Sullivan, *The election of a president*, The Mathematics Teacher **65** (1972), no. 6, 493–501.

[Sul82] ———, *Apportionment—a decennial problem*, The Mathematics Teacher **75** (1982), no. 1, 20–25.

[US 21] US Census Bureau, *Apportionment population and number of representatives by state: 2020 census*, https://www2.census.gov/programs-surveys/decennial/2020/data/apportionment/apportionment-2020-table01.pdf, 2021, Utolsó letöltés: 2022-10-31.

Tatabányai Árpád Gimnázium, 2800 Tatabánya, Fő tér 1.
Email address: szzsoltlaszlo@gmail.com, 17aszzs@arpadgimi.hu