

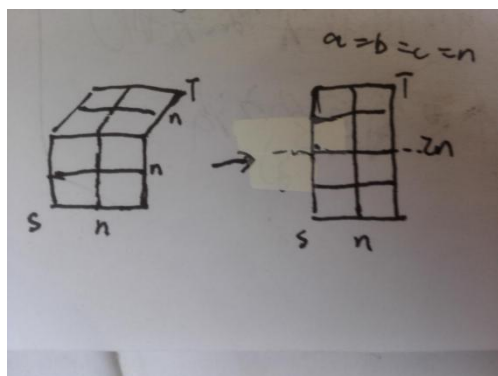
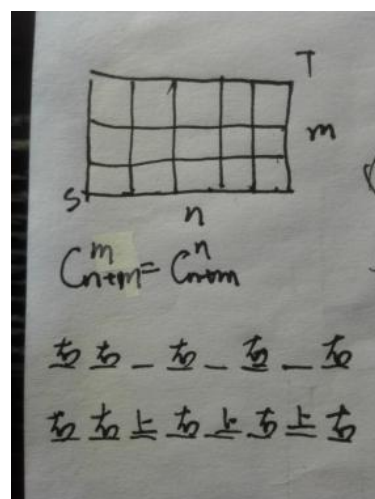
水题欢乐赛5 解题报告

T1 纪念杯谷

(~~建图+拓扑排序~~ DP \rightarrow 排列组合+乘法逆元)

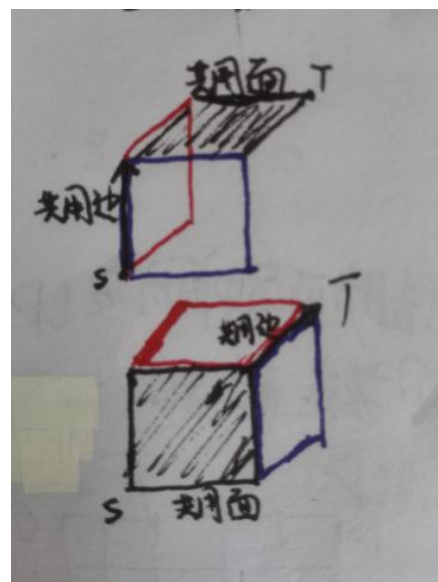
一开始也不造是谁的主意(反正不是我)要把普通魔方变成实心的, 于是就有了这道题。悄悄告诉你, 没get到正解之前它本来要做T3的。

它源自我们第一周讲的一个经典的模型, 从 $m \times n$ 网格左下角出发, 走到右上角, 每次走的长度为1, 一共有多少种方案嘞? 不难发现, 无论先后, 总共往右走了 m 步, 往上走了 n 步。就像给机器人下达指令: 右右上右上右上右 这样终于跟排列组合扯上了关系, 答案是 $C(n+m, n) = C(n+m, m)$ 。



再回到我们的题目。从 S 到 T , 走过了一个 $n \times 2n$ 的“折面”, 方案数是 $C(2n+n, n) = C(3n, n)$, 这样的“折面”一共有6个。与此同时, 这道题最大的麻烦也来了——去重。

所有重复的路线都是两个折面共有的路线。如图, 从 S 出发, 所有经过共用边和共用面的路线都是红-黑折面、蓝-黑折面共有的, 经过共用边只有1种情况, 经过共用面有 $C(2n, n)$ 种情况。一出门是共用边3种, 是共用面3种, 总共 $6 \times C(2n, n)$ 。



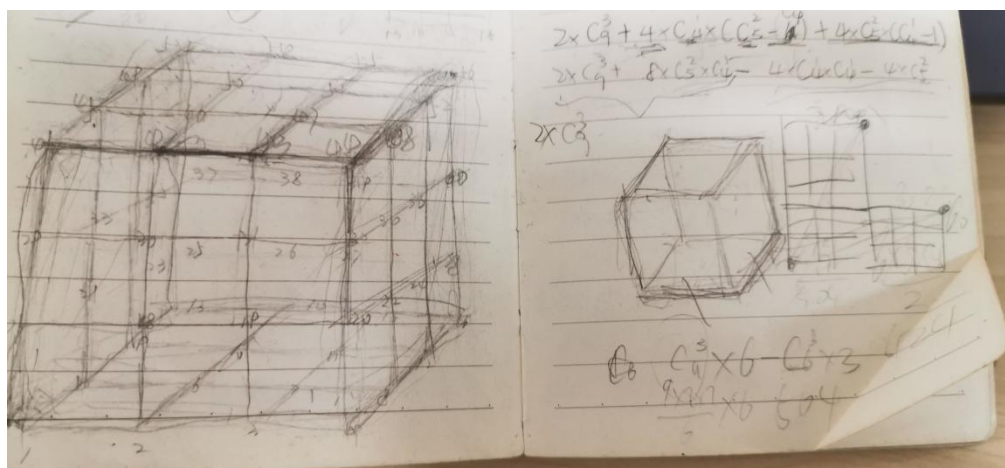
所以最后结果是 $6*[C(3n,n)-C(2n,n)]$, 其实也不算难? 记得套个逆元。

如果是 $a*b*c$ 的长方体, 答案也可以用以上方法得到:
 $2*[C(a+b+c,a)+C(a+b+c,b)+C(a+b+c,c)-C(a+b,a)-C(b+c,b)-C(a+c,c)]$ 。

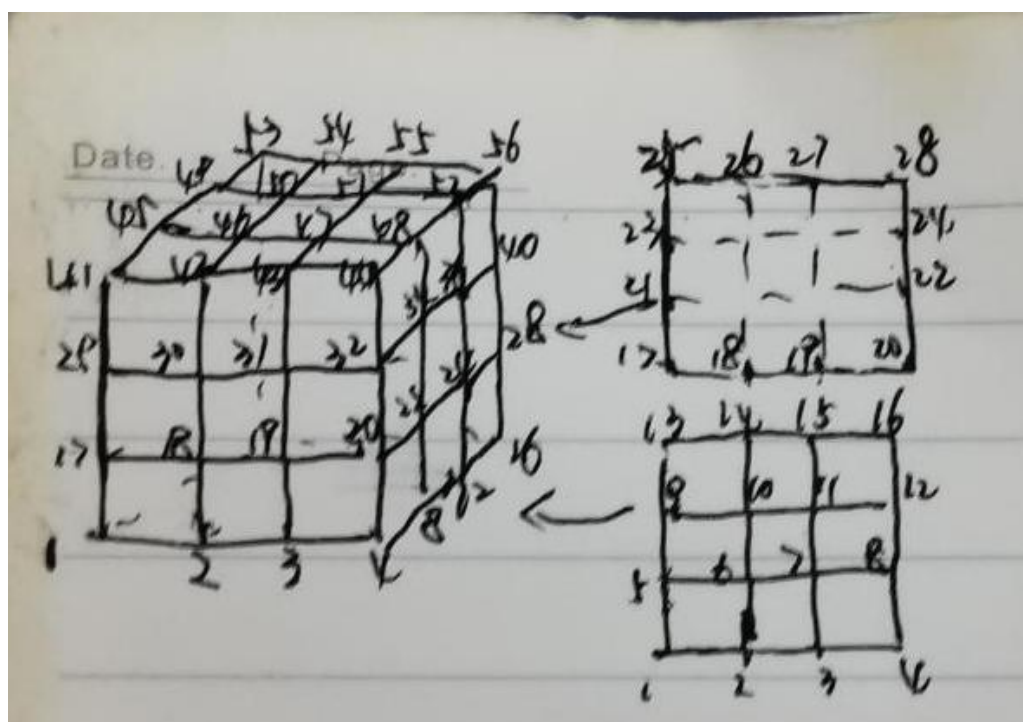
最快的方法是直接找规律对吧~

-----正文结束-----

娱乐向: 怎样打暴力·暴力比正解难系列(不)



我们重新画一遍那个三阶的魔方



看清怎么标号没？就是把 n^3 的魔方挖空，这样总共有 $(n+1)^3 - (n-1)^3$ 个点。底面是满的，然后一层一层一行一行标上去。

n 比较小，我们可以在草稿纸上画图、编序号，手动造边的数据~当然你自己数也可以，前提是你得数对。

n 比较大的时候，我们直接 n^3 枚举每个点，如果 $i/j/k$ 是 $1/n$ 说明这个点在面上，就可以给它编个号。

接下来最有挑战的是怎么建边，我们需要知道每个面都有哪些点，因为你之前编号的时候是站在三维的视角去看，而不是我们需要的二维，因为在二维上才能方便建边。

所以我用一个 st 数组来设定每个面的参数，再把信息从原来的立方对应的地方提取出来，这里相当的抽象，可以手动写一写大写 C 和小写 c 数组的参数都是几。

编号的方式决定我们的路线一定是从小号到大号。建边的时候要哈希判重，魔方的边缘会有重复边。

最后拓扑做 DP ，递推，结束。

在没 get 到正解之前，我们就是这样验证答案的…… $n \leq 100$ 都可以。

Update: 结果我在考场上看到有同学这样递推。感觉自己好傻啊哈哈哈哈哈

$a[i][j][k] = a[i-1][j][k] + a[i][j-1][k] + a[i][j][k-1]$, 点 (i, j, k) 均在立方体的表面。这样也可以得到 70 分（好像给多了 2333333 不过能想到这里真的非常不错）

T2 今天也要史莱姆

（ $BFS \rightarrow tarjan$ 割点、 $DFS + Hash$ ）

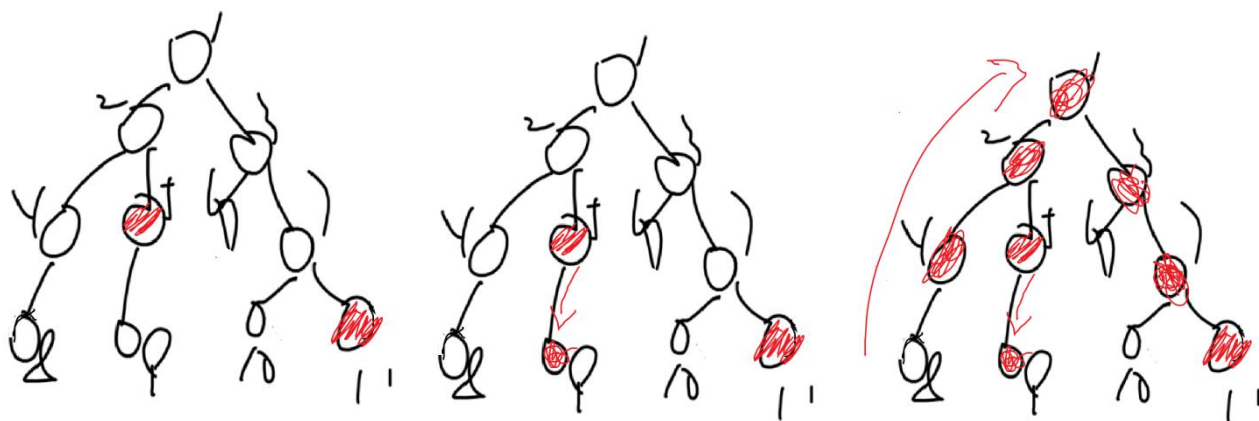
这道题的前身 idea 是俄罗斯方块, 然而这个毛子方块通过旋转居然有快 20 种情况 O_o。不过化学课让我想要把它变成烷烃的样子, 然而, 你会发现这道题跟毛子方块还有烷烃毛的关系都没有! 因为经过一番曲折, 他最后被我改的面目全非, 直到考试前一周才定下来。我个人觉得这道题比 T1 要容易得分, 所以希望你们在考场上不要陷入 T1 无法自拔这样。

题意就是在说求 n -割点数。

无向图是裸的 tarjan 割点, 用 BFS 等暴力方法应该可以得到部分分数。当然你得会处理链的特殊情况, 不然会被卡掉 20 分。

二叉树的割点是除叶子以外的所有点。那么 $op=1$ 的答案就是叶子数咯。

判“克隆体”需要用到哈希。两个“疑似”的克隆体可能每一层的结点数都一样 (比如样例 2), 所以如果直接用结点数和深度进行哈希会造成误判, 所以我用子树大小 $\times \text{pow}(k, \text{深度})$ 来做, 一个点的哈希值是他子树里所有点哈希值的和, 这样比较两个儿子的值来判断是否对称, 如果值相等则对称, 之后在任意一个儿子那里打个标记 (图 1), 统计答案前再做一遍 DFS, 把标记顺着祖先到叶子的方向标下去 (图 2), 回溯的末尾把所有非叶结点也打标记 (图 3), 那么最后没标记的有多少点就是答案。



T3 连锁反应

(模拟+贪心+迭代加深DFS 并使劲剪枝)

虽然他是 T3, 但让大家在考场上想出我 2 个星期才 get 到的成果未免太过难为人……(右图为我利用高考前 3 天宝贵的复习时间连续测试 2h+ 后的成果) 这道题的数据是我一个一个手造的, 后面的点都是从游戏里扒下来的“真题”。



只有三个格子, 打个表? 六个格子, 可以枚举、横向搜一下? 九个格子, 大概做了 DFS 但效率不高也能过? 因为我只打了正解, 暴力的部分还要靠大家。以上能得到的分数是 $12+24+24$ (特殊性质) / $40+20$ (op)

模拟!

第一时间了解游戏的工作原理, 并且写出一个能愉快玩耍的程序, 不仅是熟悉题目也是后续调试和解题的关键。这道题不会模拟发射和爆炸肯定是要不得的。

游戏中爆炸有时间和空间的先后, 但我们只需要关注空间顺序。我写的有点像递归, 就是 B 被 A 飞溅的炮弹弄爆炸就让 B 直接开始它的爆炸, 结果他又把 C 搞炸……回溯时依次看 C、B、A 的其他方向的炮弹, 建议结合程序食用, 我这里好像说不清楚—(: 3 J L)—

搜索!

当我们引发一次爆炸, 会发现这个连锁反应“卡”在了一些地方, 接着我们补充卡住的地方, 引发第二次爆炸, 现在很容易想到应该提

前预判那个卡住的地方，使得两次爆炸能连在一起，进而让所有次爆炸构成一整个连锁反应。

贪心！

$Op=2$ 时，为了保证得到所有奖励，必须用一次连锁反应把棋盘清空，这就需要我们预判所有要补充的位置和数目，最后一下，噼里啪啦噼里啪啦！！！所以数出来一开始有 x 个格子是大于 0 的，再把答案加上 $x/3$ 。

正解是，首先枚举第一次爆炸的位置，结算，把所有爆炸飞溅到却未被消除的位置都记录到一个叫 `list` 的列表里，然后在 `dfs` 的时候枚举 `list` 里的每个位置，如果水滴还在就直接点爆，再接着 `dfs`，直到棋盘清空，得到一个从前往后的发射顺序，再从后往前做，排在前面的步骤不会引起任何爆炸，而最后一步将用唯一一次连锁反应清空棋盘。（但这时可能会出现“假解”的情况，如果你真的要应用到游戏里，必须从后往前模拟一遍看能不能清空棋盘，如果它是“假解”最后会非常滑稽的剩几个没消除的。好像不太影响答案，不过为了严谨我的 `std` 里还是做了复盘）

由于步数小，套上迭代加深可以变快好多哦。这道题用哈希不太行，首先因为“假解”，当前状态的最小步数可能是“假的”，其次，这道题的状态过多，用 `map` 应该存不下。