Algebra I - Matrični račun 2021/2022

10. vaje - Determinante. Osnovne lastnosti determinant.

dodatne naloge

1. Izračunajte determinanto naslednjih matrik:

   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

   (b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix}$

   (c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

   (d) $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

   Rešitev: $\det(A) = 1$, $\det(B) = -32$,

   $\det(C) = 6$, $\det(D) = 135$

2. V matriki

$$A = \begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & -z & 1 \\ 1 & z & z+1 \end{bmatrix}$$

   določite $z \in \mathbb{Z}$ tako, da bo $\det(A) = 0$.

   Rešitev: $z_1 = 0$, $z_2 = -2$

3. Za katere vrednosti $a \in \mathbb{R}$ bo determinanta matrike $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -5 & 1 \\ 4 & 4 & -7 & 5 \end{bmatrix}$ enaka 30?

   Rešitev: $a = 3$

4. Pokažite, da je determinanta $n \times n$ matrike $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ enaka $2^{n+1} - 1$.

5. Pokažite, da je determinanta $n \times n$ matrike $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ enaka 2^{n-1}.