

# Algebra I - Matrični račun 2021/2022

## 3. vaje - VEKTORJI

dodatne naloge

1. Naj bosta  $\vec{a} + 2\vec{b}$  in  $\vec{a} - \vec{b}$  pravokotna enotska vektorja. Določite kot med vektrojema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

*Rešitev:*  $\varphi \approx 108,43^\circ$

2. Poiščite vse vrednosti  $\lambda \in \mathbb{R}$  za katere imata vektorja  $\vec{a} = (2\lambda, \lambda, \lambda - 1)$  in  $\vec{b} = (\lambda + 1, \lambda - 2, 0)$  enako normo in izračunajte kot  $\varphi$  med njima.

*Rešitev:*  $\lambda_1 = 1 \quad \varphi \approx 53,13^\circ$   
 $\lambda_2 = -1 \quad \varphi \approx 70,53^\circ$

3. Dana sta vektorja  $\vec{v} = t\vec{a} + 17\vec{b}$  in  $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b}$ . Poiščite vse vrednosti  $t \in \mathbb{R}$  za katere bosta vektorja  $\vec{v}$  in  $\vec{u}$  pravokotna, če veste, da je  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 5$  in  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$ .

*Rešitev:*  $t = 40$

4. Dane imamo vektorje  $\vec{a} = (8 - t, 3, -1 - t)$ ,  $\vec{b} = (7, 1, 0)$  in  $\vec{c} = (7, 7, 0)$ . Poiščite vse vrednosti  $t \in \mathbb{R}$ , za katere bo  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \angle(\vec{a}, \vec{c}) = \varphi$  in določite ta kot.

*Rešitev:*  $t = -9$ ,  $\varphi = 25,92^\circ$

5. Točke  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(2, 2, 1)$  in  $C(-1, 2, 1)$  so oglišča trikotnika,  $CD$  pa je višina na stranico  $AB$ . Določite kot  $\varphi$  med daljicama  $CA$  in  $CD$ .

*Rešitev:*  $\varphi = 35,3^\circ$ .

6. Naj bodo  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  in  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ . Izrazite ploščino paralelograma, ki ga napenjata vektorja  $\vec{m} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$  in  $\vec{n} = \gamma\vec{a} + \delta\vec{b}$  s ploščino paralelograma, ki ga napenjata vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

*Rešitev:*  $|\alpha\delta - \beta\gamma|S$ , kjer je  $S = |\vec{a} \times \vec{b}|$ .

7. Dane imamo vektorje  $\vec{a} = (0, 2, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, 1)$  in  $\vec{c} = (-1, -2, -1)$ . Poiščite vektor  $\vec{d} \in \mathbb{R}^3$ , da bo veljalo  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ .

*Rešitev:*  $\vec{d} = (2, 0, 0)$

8. Natančno izračunajte ploščino paralelograma, ki ga razpenjata vektorja  $(2, 1, 1)$  in  $(-4, 3, 1)$ .

*Rešitev:*  $S = \sqrt{140}$

9. Natančno izračunajte ploščino trikotnika, ki ima oglišča v točkah  $A(0, 3, 4)$ ,  $B(3, 2, 3)$  in  $C(1, 4, 1)$ .

*Rešitev:*  $S = \frac{\sqrt{96}}{2}$