

9. vaje - Inverzna matrika. Matrične enačbe.

dodatne naloge

1. Poiščite inverze naslednjih matrik:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Rešitev: } A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 6 & -2 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -12 & -4 & -6 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Za matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ in } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Rešite matrične enačbe:

- (a) $AX = B$
- (b) $XA = B$
- (c) $AXB = C$
- (d) $X^{-1}A = B^{-1}$
- (e) $AX + I = X - 2I$
- (f) $A^{-1}X = X - I$
- (g) $(A + 3I)(X - I) = B$

Rešitve: na naslednji strani

3. Za matriki $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ izračunajte matriko X iz enačbe:

- (a) $2X + 3A = 2B$
- (b) $AX + B = 2X + A$

$$\text{Rešitev: (a) } X = \frac{1}{2}(2B - 3A) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -7 & -2 & -5 \\ 3 & -7 & -8 \\ -7 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) X = (A - 2I)^{-1} \cdot (A - B) = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 9 & -23 & 6 \\ 9 & -13 & 6 \\ -3 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

2. naloga - rešitve:

$$(a) \quad X = A^{-1}B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad X = BA^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad X = A^{-1}CB^{-1} = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -2 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(d) \quad X = AB = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(e) \quad X = -3(A - I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(f) \quad X = -(A^{-1} - I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(g) \quad X = (A + 3I)^{-1}B + I = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 47 & -4 \\ -5 & 40 \end{bmatrix} \text{ ali } X = (A + 3I)^{-1}(B + A + 3I) = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 47 & -4 \\ -5 & 40 \end{bmatrix}$$