Naloga 18. *Argyrisov zlepek.*

Argyrisova interpolacijska shema je zasnovana tako, da jo z enega trikotnika enostavno razširimo na množico trikotnikov, ki določajo triangulacijo $\triangle$ domene $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Naj bo $\mathcal{V}$ množica točk triangulacije (to je množica oglišč trikotnikov v triangulaciji). Dvakrat odvedljivo funkcijo $f : \Omega \to \mathbb{R}$ lahko aproksimiramo tako, da konstruiramo interpolacijski zlepek iz prostora

$$\left\{ s \in C^1(\Omega) \cap C^2(\mathcal{V});\ s|_T \in \mathbb{P}_5^2,\ T \in \triangle \right\}.$$

Tak zlepek je nad vsakim trikotnikom $T \in \triangle$ določen po Argyrisovi shemi.

1. Sestavite metodo `argyrisspline`, ki izračuna predstavitev Argyrisovega zlepka v Bézierjevi obliki nad vsakim trikotnikom triangulacije posebej. Triangulacijo v Matlabu predstavimo z razredom `triangulation`. Objekt `tri` tega razreda je določen s tabelo točk triangulacije `tri.Points` (posamezna vrstica te tabele določa kartezične koordinate točke v triangulaciji) in tabelo trikotnikov triangulacije `tri.ConnectivityList` (posamezna vrstica te tabele določa indekse točk, ki predstavljajo trikotnik v triangulaciji).

```
function S = argyrisspline(tri,f,Df,Hf)
% Opis:
%  argyrisspline izračuna Bezierjeve predstavitve polinomov,
%  ki določajo Argyrisov zlepek nad triangulacijo
%
% Definicija:
%  S = argyrisspline(tri,f,Df,Hf)
%
% Vhodni podatki:
%  tri  objekt razreda triangulation, ki določa
%       triangulacijo domene, nad katero aproksimiramo
%       funkcijo f,
%  f    funkcija, ki jo interpoliramo,
%  Df   gradient funkcije, ki jo interpoliramo,
%  Hf   Hessejeva matrika funkcije, ki jo interpoliramo
%
% Izhodni podatek:
%  S    celica z dolžino, ki ustreza številu trikotnikov v
%       triangulaciji, v kateri vsak element vsebuje matriko
%       velikosti 6 x 6, ki predstavlja koeficiente
%       Argyrisovega polinoma v Bezierjevi obliki
```

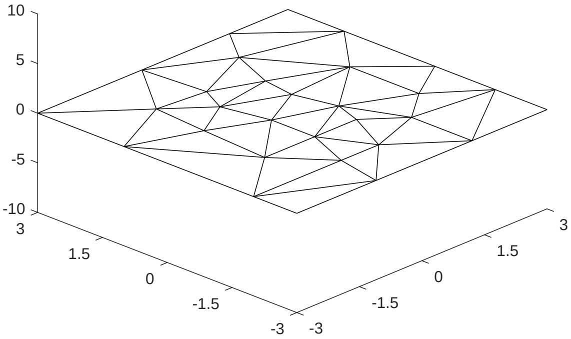
2. Izračunajte Argyrisov zlepek za funkcijo

$$f(x,y) = 3(1-x)^2\, e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2-y^2}$$

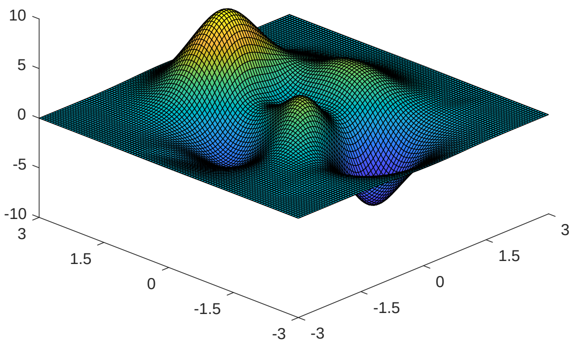
nad triangulacijo, ki je podana z naslednjimi ukazi.

```
V = [-3 -3; -3 -2; -3 1; -3 3; -1.7 -1; -1.6 0.5; ...
    -1.5 1.7; -1.1 -3; -0.9 -2; -0.7 1; -0.5 -1; ...
    -0.5 0; -0.5 3; -0.4 1.6; 0 -2; 0.5 -1; 0.5 0.5; ...
    0.6 1.2; 0.7 -0.4; 1 2.2; 1.2 -3; 1.2 -1.6; 1.6 3; ...
    2 -1; 2 0.6; 3 -3; 3 -1.8; 3 -0.4; 3 1.7; 3 3];
TRI = delaunay(V);
tri = triangulation(TRI,V);
```

Narišite graf zlepka in izračunajte maksimalno absolutno napako aproksimacije f v točkah $(6\frac{i}{100} - 3, 6\frac{j}{100} - 3)$, $i, j = 0, 1, \ldots, 100$. Pri izračunu vrednosti zlepka si lahko pomagate z vgrajeno funkcijo `pointLocation`, s pomočjo katere za posamezno točko določite, v katerem trikotniku triangulacije leži in kakšne so njene baricentrične koordinate glede na ta trikotnik.



(a) Triangulacija kvadrata $[-3, 3] \times [-3, 3]$



(b) Argyrisov zlepek za funkcijo `peaks`