

Naloga 9. *Racionalne Bézierjeve krivulje in Farinove točke.*

Racionalna Bézierjeva krivulja \mathbf{b} stopnje n je podana s parametrizacijo

$$\mathbf{b}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i \mathbf{b}_i B_i^n(t)}{\sum_{i=0}^n w_i B_i^n(t)}, \quad t \in [0, 1].$$

Točke \mathbf{b}_i predstavljajo kontrolne točke krivulje \mathbf{b} , parametre w_i , za katere navadno zahtevamo, da so pozitivni, pa imenujemo uteži. S povečanjem specifične uteži dosežemo, da se krivulja bolj približa kontrolni točki z enakim indeksom. V Matlabu pripravite naslednje metode za demonstracijo te lastnosti na konkretnem primeru.

1. Metoda `rdecasteljau` naj izvede de Casteljaujev postopek, prirejen za racionalne Bézierjeve krivulje. Pri tem vmesno točko $\mathbf{b}_i^r(t)$, $i = 0, 1, \dots, n-r$, na r -tem koraku, $r = 1, \dots, n$, izračunamo s popravkom uteži

$$w_i^r(t) = (1-t)w_i^{r-1}(t) + tw_{i+1}^{r-1}(t)$$

kot

$$\mathbf{b}_i^r(t) = (1-t) \frac{w_i^{r-1}(t)}{w_i^r(t)} \mathbf{b}_i^{r-1}(t) + t \frac{w_{i+1}^{r-1}(t)}{w_i^r(t)} \mathbf{b}_{i+1}^{r-1}(t).$$

Na začetku postavimo $\mathbf{b}_i^0(t) = \mathbf{b}_i$ in $w_i^0(t) = w_i$, $i = 0, 1, \dots, n$, končna točka $\mathbf{b}_0^n(t)$ pa predstavlja točko na krivulji \mathbf{b} pri parametru t .

```
function b = rdecasteljau(B,w,t)
% Opis:
%   rdecasteljau vrne točko na racionalni Bezierjevi
%   krivulji, ki je izračunana z de Casteljaujevim
%   postopkom, prirejenim za racionalni primer
%
% Definicija:
%   b = rdecasteljau(B,w,t)
%
% Vhodni podatki:
%   B   matrika, katere vrstica predstavlja koordinate
%        kontrolne točke racionalne Bezierjeve krivulje,
%   w   seznam uteži racionalne Bezierjeve krivulje,
%   t   število, ki določa vrednost delilnega parametra v
%        de Casteljaujevem postopku
%
% Izhodni podatek:
%   b   vrstica, ki predstavlja točko na racionalni
%        Bezierjevi krivulji pri parametru t
```

2. Metoda `rbezier` naj s pomočjo metode `rdecasteljau` izračuna točke na krivulji \mathbf{b} pri danem seznamu parametrov z intervala $[0, 1]$. Krivulja naj bo podana s seznamom kontrolnih točk in uteži.

```
function b = rbezier(B,w,t)
% Opis:
%   rbezier vrne točke na racionalni Bezierovi krivulji
%
% Definicija:
%   b = rbezier(B,w,t)
%
% Vhodni podatki:
%   B     matrika velikosti n+1 x d, v kateri vsaka vrstica
%         predstavlja kontrolno točko racionalne Bezierjeve
%         krivulje stopnje n v d-dimenzionalnem prostoru,
%   w     seznam uteži racionalne Bezierjeve krivulje,
%   t     seznam parametrov dolžine N, za katere se računajo
%         točke na racionalni Bezierjevi krivulji
%
% Izhodni podatek:
%   b     matrika velikosti N x d, v kateri i-ta vrstica
%         predstavlja točko na racionalni Bezierjevi krivulji
%         pri i-tem parametru iz seznama t
```

3. Metoda `plotrbezier` naj na podlagi kontrolnih točk in uteži ter seznama parametrov, ki določajo točke na pripadajoči krivulji, s pomočjo metode `rbezier` nariše krivuljo in njen kontrolni poligon. Na kontrolnem poligonu naj označi tudi tako imenovane Farinove točke, ki so določene na podlagi kontrolnih točk in uteži kot

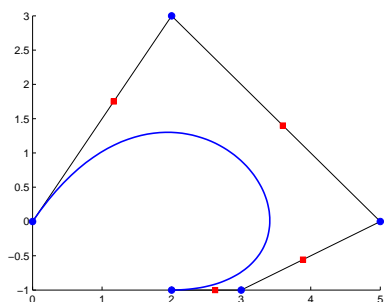
$$\mathbf{q}_i = \frac{w_i}{w_i + w_{i+1}} \mathbf{b}_i + \frac{w_{i+1}}{w_i + w_{i+1}} \mathbf{b}_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Na primeru krivulje s kontrolnimi točkami in utežmi

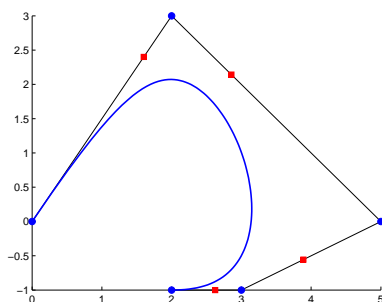
$$\mathbf{b}_0 = (0, 0), \quad \mathbf{b}_1 = (2, 3), \quad \mathbf{b}_2 = (5, 0), \quad \mathbf{b}_3 = (3, -1), \quad \mathbf{b}_4 = (2, -1),$$

$$w_0 = 0.5, \quad w_1 = 0.7, \quad w_2 = 0.8, \quad w_3 = 1, \quad w_4 = 0.6$$

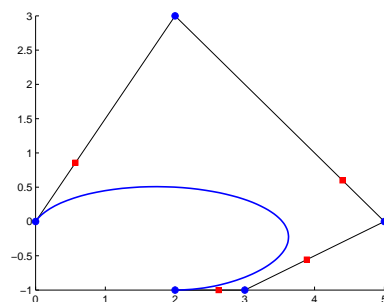
si oglejte, kaj se dogaja s točkami \mathbf{q}_i , ko določeno utež povečujete ali zmanjšujete.



(a) $w_1 = 0.7$



(b) $w_1 = 2$



(c) $w_1 = 0.2$