# 中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2012 年 秋 季学期　考试科目：高等数学Ⅱ-1　学院 数学科学学院

试卷类型 A 卷　命题人：《高等数学Ⅱ-1》课题组　审核人：姚增善

考试说明：本课程为闭卷考试，共 2 页，总计 100 分。

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | |

座号：　考场教室号：　授课教师：　专业年级：　姓名：　学号：

装　订　线

## 一、填空题(共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 已知 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\ln[1+\dfrac{1}{n(x+2)}]^n$，则 $f'(x)=$ ________.

2. $y=\arctan(1-2x)$，则 $dy=$ ________________.

3. 函数 $y=x^{\frac{1}{x}}$ 在 $(0,+\infty)$ 上的最大值 $M=$ ______.

4. 不定积分 $\int\dfrac{1+x+x^2}{x(1+x^2)}dx=$ ________________.

5. 曲线 $\int_0^{x+y}e^{-t^2}dt=2y-\sin x$ 在原点处的切线斜率 $k=$ ________.

6. 过原点及点 $(6,-3,2)$ 且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直的平面方程为 ________.

## 二、选择题(共 4 题，每题 3 分，共 12 分)

1. 已知极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^{x^2}\arctan t\,dt}{x^n}$ 存在，则正整数 $n=$（　）.

（A）2　（B）3　（C）4　（D）5

2. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^k}\sin\dfrac{1}{x-1}, & x>1\\ 0, & x\le1\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $x=1$ 可导，则必有（　）

（A）$k<-1$　（B）$-1<k<0$　（C）$-1\le k<1$　（D）$k\ge1$

3. 半经为$R$的半球形水池装满水（水的密度为$\rho,g$为重力加速度），要将水全部吸出水池，需做功为(　　).

（A）$\pi\rho g\int_0^R (R^2-y^2)dy$　　（B）$\pi\rho g\int_0^R y(R^2-y^2)dy$

（C）$\pi\rho g\int_0^R y\sqrt{R^2-y^2}dy$　　（D）$\pi\rho g\int_0^R y^3 dy$

4. 设$x>0,y>0,x\neq y$，则下列关系式中错误的是(　　).

（A）$\dfrac{e^x+e^y}{2}>e^{\frac{x+y}{2}}$　　（B）$\dfrac{\ln x+\ln y}{2}<\ln\dfrac{x+y}{2}$

（C）$\dfrac{\arctan x+\arctan y}{2}<\arctan\dfrac{x+y}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2}>\sqrt{\dfrac{x+y}{2}}$

## 三、计算题(共 6 题，每题 9 分，共 54 分)

1. 已知$f(x)=\int_x^{x^2}\sin(x-t)^2dt$，求$f'(x)$.

2. 求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}(\dfrac{1}{x}-\cot x)$.　　3. 计算$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x^3+\sin^2 x)\cos^2 xdx$.

4. 求曲线$y=x\arctan x$的渐近线.

5. 已知$\int_1^{+\infty}(\dfrac{2x^2+bx+a}{x(2x+a)}-1)\,dx=1$，求$a,b$的值.

6. 求椭圆$x^2+3y^2=6y$与直线$y=x$所围第一象限部分区域的面积.

## 四、证明题(共 2 题，每题 8 分，共 16 分)

1. 已知$a_i(i=0,1,\cdots,n)$均为实数，且$a_0+\dfrac{a_1}{2}+\cdots+\dfrac{a_n}{n+1}=0$，证明多项式方程

$a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n=0$在$(0,1)$内至少有一个实根.

2. 已知$f(x)$有三阶连续导数，且$f'(0)=f''(0)=0$，$f'''(0)=1$，证明：

1）$(0,f(0))$是曲线$y=f(x)$的拐点；　　2）$f(0)$不是$f(x)$的极值.