《电磁场与电磁波》

练 习 题

（2020）

阎 逢 旗

中国海洋大学
信息科学与工程学院

目录

一、单项选择题

1. 高斯定律不成立，如果（____）。

A.存在磁单极子；

B.导体为非等势体；

C.平方比律不精确成立；

D.光速为非普适常数。

2. 在高斯定理$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$中，$\vec{E}$由（___）。

A. 闭合曲面S内的所有电荷产生；

B. 闭合曲面S外的所有电荷产生；

C. 闭合曲面S内外的所有正电荷产生；

D. 闭合曲面S内外的所有电荷产生。

3.在高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 中，$\vec{E}$ 是（___）的电场强度。

A. 闭合曲面S内；

B. 闭合曲面S外；

C. 闭合曲面S上；

D. 整个空间上。

4. 在高斯定理$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$中，$Q$是（___）。

A. 闭合曲面S内的所有电荷；

B. 闭合曲面S外的所有电荷；

C. 闭合曲面S内外的所有电荷；

D. 闭合曲面S内的所有自由电荷。

5. 平板电容器两板间距离为d，板间电压为U，其中填充三种均匀绝缘介质（如图1所示），三种介质厚度比为$l_1:l_2:l_3$，其相对电容率比为$\varepsilon_{r1}:\varepsilon_{r2}:\varepsilon_{r3}$，则介质1、2、3中电场强度大小之比为（_____）。

A. $\varepsilon_{r1}:\varepsilon_{r2}:\varepsilon_{r3}$； B. $\dfrac{l_1}{\varepsilon_{r1}}:\dfrac{l_2}{\varepsilon_{r2}}:\dfrac{l_3}{\varepsilon_{r3}}$；

C. $\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}}:\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}}:\dfrac{1}{\varepsilon_{r3}}$； D. $\varepsilon_{r1}l_1:\varepsilon_{r2}l_2:\varepsilon_{r3}l_3$。

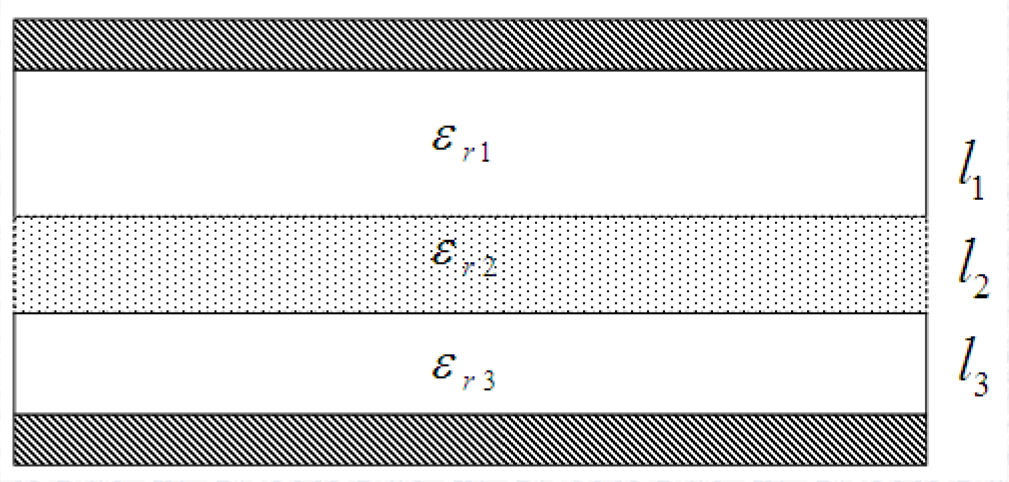


图1

6. 平板电容器两板间距离为d，板间电压为U，其中填充三种均匀绝缘介质（如图1所示），三种介质厚度比为$l_1:l_2:l_3$，其相对电容率比为$\varepsilon_{r1}:\varepsilon_{r2}:\varepsilon_{r3}$，则介质1、2、3中电场能量密度之比为（_____）。

A. $\varepsilon_{r1}:\varepsilon_{r2}:\varepsilon_{r3}$； B. $\dfrac{l_1}{\varepsilon_{r1}}:\dfrac{l_2}{\varepsilon_{r2}}:\dfrac{l_3}{\varepsilon_{r3}}$；

C. $\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}}:\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}}:\dfrac{1}{\varepsilon_{r3}}$； D. $\varepsilon_{r1}l_1:\varepsilon_{r2}l_2:\varepsilon_{r3}l_3$。

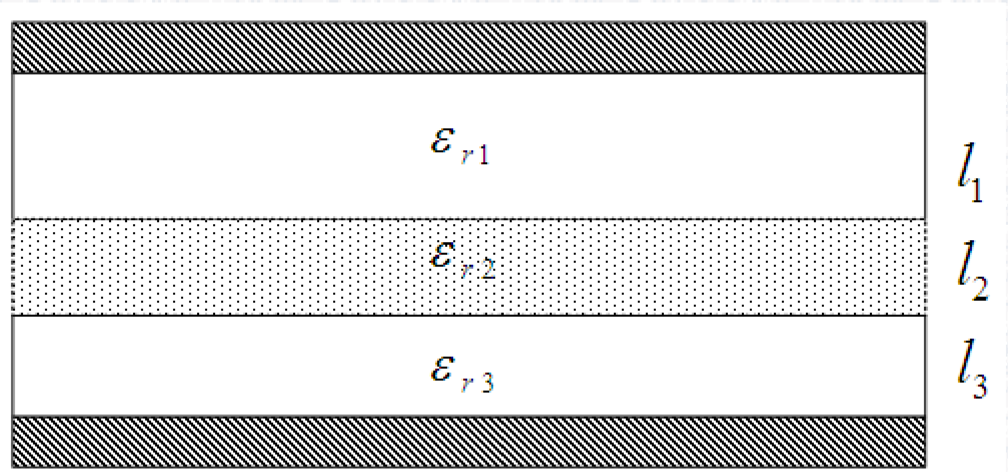


图1

7. 真空中电极化强度矢量 $\vec{P}$ 为（_____）。

A. $\vec{P} = \vec{E}$；

B. $\vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E}$；

C. $\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$；

D. $\vec{P} = 0$。

8.电偶极子的方向是（_____）。

A. 正电荷指向负电荷;

B. 负电荷指向正电荷;

C. 坐标原点指向正电荷；

D. 坐标原点指向负电荷。

9. 空气中半径为r的孤立导体球的电容为(__)。

A. $\dfrac{\pi r^2}{\varepsilon_0}$; **B.** $\pi\varepsilon_0 r^2$;

C. $4\pi\varepsilon_0 r^2$; **D.** $4\pi\varepsilon_0 r$。

10. 电位移的定义式是（__）。

A. $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}+\vec{P}$; **B.** $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$;

C. $\vec{D}=\varepsilon\vec{P}+\vec{E}$; **D.** $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{P}+\vec{E}$ 。

11.介电常数为ε的无限大均匀各向同性、线性介质中的电场强度为$\vec{E}$，如果在介质中平行电场方向挖一窄缝，则缝中电场强度的大小为（____）。

A. $\dfrac{\varepsilon_0 E}{\varepsilon}$； B. E； C. $\dfrac{\varepsilon E}{\varepsilon_0}$； D. $\dfrac{(\varepsilon-\varepsilon_0)E}{\varepsilon_0}$。

12.介电常数为ε的无限大均匀各向同性、线性介质中的电场强度为$\vec{E}$，如果在介质中垂直电场方向挖一窄缝，则缝中电场强度的大小为（____）。

A. $\dfrac{\varepsilon_0 E}{\varepsilon}$；B. E；C. $\dfrac{\varepsilon E}{\varepsilon_0}$；D. $\dfrac{(\varepsilon-\varepsilon_0)E}{\varepsilon_0}$。

13.在半径为R的球内充满三种介电常数分别为 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$ 的均匀介质，它们对应球心的立体角分别为α，β，γ。在球心处放置一个点电荷，球面为接地导体壳（图2）。则三种介质对应的导体壳内表面上的自由电荷密度之比为（____）。

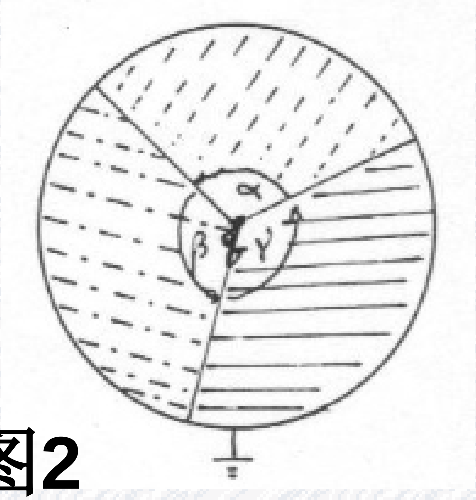


图2

A. $1:1:1$；

B. $\varepsilon_1:\varepsilon_2:\varepsilon_3$；

C. $\alpha:\beta:\gamma$ ；

D. $\alpha\varepsilon_1:\beta\varepsilon_2:\gamma\varepsilon_3$。

14. 极化强度与电场强度成正比的电介质称为（ ）。

A. 均匀介质； **B. 各向同性介质；**

C. 线性介质； **D. 可极化介质。**

15. 均匀电场 $\vec{E}$ 与半径为 r 的半球面 S_1 的底面的法向平行，

则通过此半球面的电通量 $\Phi_e = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}$ **为（ ）。**

A. $\dfrac{\pi r^2 E}{2}$； B. $\pi r^2 E$；

C. $\sqrt{2}\pi r^2 E$； D. $\dfrac{\pi r^2 E}{\sqrt{2}}$。

16.自由空间中点电荷电场的等电位方程是（__）。

A. $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 常量$；　　B. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 常量$；

C. $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = 常量$；　　D. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 常量$。

17.电导的定义式是（____）。

A. $G=\dfrac{I}{U}$；

B. $G=\dfrac{U}{I}$；

C. $G=\dfrac{U}{R}$；

D. $G=\dfrac{R}{U}$。

18. 导电媒质中存在恒定电场是指其中的（______）。

A.电流方向不变； **B.电流密度不变；**

C.电流频率不变； **D.电流波形不变。**

19.地表附近，晴天大气平均电场强度E为120V/m，平均电流密度J为4×10^{-12}A/m^2。则大气的电导率σ是（______）。

A. 4.8×10^{-10}S/m； **B.** 3×10^{13}S/m；

C. $\dfrac{1}{3\times10^{13}}$S/m； **D.** 4.8×10^{-13}S/m。

国科大2012

20. 电导率分别为σ_1、σ_2的两种导电介质内流有稳恒电流，则介质分界面上电场的法向分量E_n和切向分量E_t满足：

A. $\sigma_1 E_{1t} = \sigma_2 E_{2t}$　　B. $E_{1n} = E_{2n}$

C. $\sigma_1 E_{1n} E_{2t} = \sigma_2 E_{2n} E_{1t}$　　D. $\sigma_2 E_{1n} E_{1t} = \sigma_1 E_{2n} E_{2t}$

21. 线性介质中静电场总能量的表达式为$W_1 = \frac{1}{2}\int_V \vec{E}\cdot\vec{D}dV$和$W_2 = \frac{1}{2}\int_V \rho\varphi dV$，下列说法不正确的是：

A. $\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$是电场能量密度；　　B. $\frac{1}{2}\rho\varphi$是电场能量密度；

C. W_1式也适用于真空；

D. W_2式表示计算总能量时积分仅需遍及电荷分布区域。

把r换成x

22. 真空中存在着电场 $\vec{E}(r,t)=\dfrac{E_0}{4\pi r}\sin(kr-\omega t)\hat{e}_r$，则与此对应的电荷密度和位移电流密度分别为：

A. $\dfrac{E_0 k\varepsilon_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)-\dfrac{E_0\varepsilon_0}{4\pi r^2}\sin(kr-\omega t)$，$\dfrac{-\omega\varepsilon_0 E_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)\hat{e}_r$

B. $\dfrac{E_0 k\varepsilon_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)-\dfrac{E_0\varepsilon_0}{4\pi r^2}\sin(kr-\omega t)$，$\dfrac{\omega\varepsilon_0 E_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)\hat{e}_r$

C. $\dfrac{E_0 k\varepsilon_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)+\dfrac{E_0\varepsilon_0}{4\pi r^2}\sin(kr-\omega t)$，$\dfrac{\varepsilon_0 k E_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)\hat{e}_r$

D. $\dfrac{E_0 k\varepsilon_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)+\dfrac{E_0\varepsilon_0}{4\pi r^2}\sin(kr-\omega t)$，$\dfrac{-\omega\varepsilon_0 E_0}{4\pi r}\cos(kr-\omega t)\hat{e}_r$

国科大2013

23. 在一均匀带电的无穷长直导线产生的电场中，一质量为 m、电荷为 q 的质点以直导线为轴线做半径为 r 的匀速圆周运动。该质点

A． 动能正比于 r，圆周运动周期正比于 $\sqrt{r}$；

B． 动能正比于 r 平方，圆周运动周期与 r 无关;

C． 动能与 r 无关，圆周运动周期正比于 r;

D． 以上都不对。

24. 关于非均匀介质中的静电场, 以下表达式中不正确的是：

A. $\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$　　B. $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$　　C. $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$　　D. $\nabla^2 \varphi = \rho/\varepsilon$

一、单项选择题

25. 定义单位体积内磁偶极矩的矢量和为(___)。

A. 磁场强度；

B. 磁感应强度；

C. 磁化强度；

D. 磁化电流密度。

26.磁偶极矩为 $\vec{p}_m$ 的磁偶极子，它的矢量磁位 $\vec{A}$ 为（____）。

A. $\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{p}_m \cdot \vec{a}_r}{r^2}$；

B. $\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\vec{p}_m \times \vec{a}_r}{r^2}$；

C. $\dfrac{\varepsilon_0}{4\pi}\dfrac{\vec{p}_m \cdot \vec{a}_r}{r^2}$；

D. $\dfrac{\varepsilon_0}{4\pi}\dfrac{\vec{p}_m \times \vec{a}_r}{r^2}$。

27. 磁场能量存在于（____）。

A. 磁场区域；

B. 电流源区域；

C. 电磁场耦合区域；

D. 电场区域。

28. 若$\vec{B}=B_0\vec{a}_z$，则对应的矢量磁位$\vec{A}$为（__）。

A. $\vec{A}=-B_0\,y\,\vec{a}_x$ ；

B. $\vec{A}=B_0\,y\,\vec{a}_x+B_0\,x\,\vec{a}_y$ ；

C. $\vec{A}=-B_0\,x\,\vec{a}_y$ ；

D. $\vec{A}=2B_0\,y\,\vec{a}_x+2B_0\,x\,\vec{a}_y$ 。

29. 恒定磁场的矢量泊松方程是（____）。

A. $\nabla^2\vec{H} = -\mu_0\vec{J}$；

B. $\nabla^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J}$；

C. $\nabla^2\vec{H} = 0$；

D. $\nabla^2\vec{A} = 0$。

选择题：

30.两根长直导线沿半径方向引到均匀铁环上的M、N两点（图3），$\angle MON=\alpha$，直导线上电流为 I，则圆环中心的磁感应强度$\vec{B}$（______）。

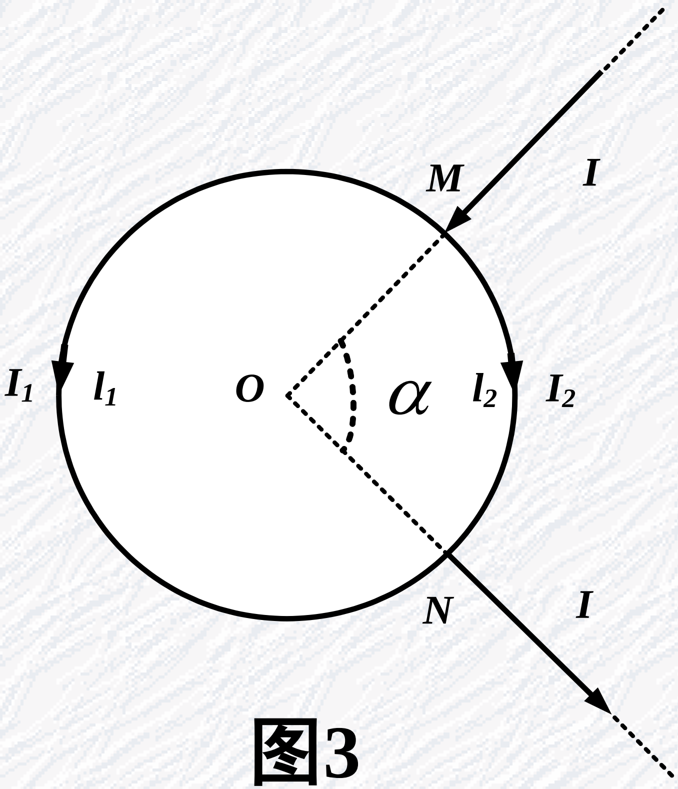


图3

A.等于0；

B.仅与夹角α有关；

C.仅与电流I有关；

D.与电流I和夹角α都有关。

31.两根长度相同的细导线分别多层密绕在半径为R和r的两个长直圆筒上形成两个螺线管，两个螺线管的长度相同， R=2r。螺线管通过的电流都为I，螺线管中的磁感应强度大小B_R、B_r**满足（____）。**

A. $B_R = 2B_r$；　　**B.** $B_R = B_r$；

C. $2B_R = B_r$；　　**D.** $B_R = 4B_r$。

32.用镜像法求解电场边值问题时，判断镜像电荷的选取是否正确的根据是（　　）。

A. 镜像电荷是否对称；

B. 电位所满足的方程是否改变；

C. 边界条件是否保持不变；

D. 同时选择B和C。

33. 两个无限大的接地导体平面组成一个45°的二面角，在二面角内与两导体平面等距离处放一点电荷q，则所有镜像电荷个数为（　　　　）。

A. 3;　　B. 5;　　C. 7;　　D. 无穷可数个。

34. 镜像法是在所求场的区域__（①之内；②之外），用一些__（③假想电荷；④真实电荷）来代替原问题的边界。这些电荷和场区域原有的电荷一起产生的电场必须满足原问题的边界条件。镜像法属于__（⑤解析法；⑥数值方法）。（________）

A. ①，③，⑤ ；　　**B.** ①，④，⑥;

C. ②，③，⑤;　　**D.** ②，③，⑥。

35.交变电磁场中，回路感应电动势与材料的电导率σ（_____）。

A.成正比；

B.成反比；

C.成平方关系；

D.无关。

36. 对于位移电流, 有下述说法正确的是（　　）。

A. 位移电流是由变化电场产生的；

B. 位移电流是由变化磁场产生的；

C. 位移电流热效应服从焦耳-楞次定律；

D. 位移电流磁效应不服从安培环路定理。

37. 沿 z 轴方向传播的均匀平面波，

$$E_x = \cos(\omega t - kz)$$

$$E_y = 2\cos(\omega t - kz - \theta)$$

则该平面波是（　　）。

A. 直线极化；

B. 圆极化；

C. 椭圆极化；

D. 水平极化。

38. 电磁波在低损耗媒质中的相位常数 β 约等于（　　）。

A. $\sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma}{2}}$

B. $\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma}}$

C. $\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

D. $\omega\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$

39. 电磁波的传播速度随频率变化的现象称为色散效应。关于理想介质和导电媒质描述正确的是（　　　）。

A. 理想介质是非色散媒质，导电媒质是非色散媒质；

B. 理想介质是色散媒质，　导电媒质是非色散媒质；

C. 理想介质是非色散媒质，导电媒质是色散媒质；

D. 理想介质是色散媒质，　导电媒质是色散媒质。

40.平面电磁波从真空中正入射至相对介电常数为2的均匀介质中，当该介质的相对磁导率取下列何值时，没有反射波（　　　）。

A. 0.5；　　B. 1；　　C. $\sqrt{2}$ ；　　D. 2。

二、简答题

1. 如何由静电场电位ϕ求电场强度$\vec{E}$?
   并写出直角坐标系下的表达式。
2. 什么是矢量磁位和库仑规范?
3. 试写出毕奥-萨伐尔定律。
4. 实际边值问题的边界条件分为几类？分别是什么?
5. 简述唯一性定理。
6. 麦克斯韦方程组的微分、积分形式。
7. 介质方程（本构关系、辅助方程）。
8. 时变电磁场?
9. 时变电磁场在分界面上的边界条件。
10. 电磁波的色散特性。

简答题：

1. 如何由静电场电位φ求电场强度$\vec{E}$？并写出直角坐标系下的表达式。

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

$$= -\frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{a}_x - \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{a}_y - \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{a}_z$$

简答题：

2. 什么是矢量磁位和库仑规范?

矢量磁位： $\vec{B}=\nabla\times\vec{A},\ \vec{A}$ 称为矢量磁位。

库仑规范： $\nabla\cdot\vec{A}=0$

简答题：

3. 试写出毕奥-萨伐尔定律。

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C'} \frac{I \,\mathrm{d}\vec{l}\,' \times \vec{a}_R}{R^2}$$

或

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \,\mathrm{d}\vec{l}\,' \times \vec{a}_r}{r^2}$$

二、简答题

4. 实际边值问题的边界条件分为几类？分别是什么？

三类。

第一类：已知整个边界面上的位函数；

第二类：已知整个边界面上的位函数的法向导数；

第三类：已知一部分边界面上的位函数值，和另一部分边界面上位函数的法向导数。

简答题：

5. 简述唯一性定理。

在静态场边值问题中，满足三类给定边值之一的泊松方程或拉普拉斯方程的解是唯一的。

三类给定边值是：

第一类：已知整个边界面上的位函数；

第二类：已知整个边界面上的位函数的法向导数；

第三类：已知一部分边界面上的位函数值，

和另一部分边界面上位函数的法向导数。

简答题：

5. 简述唯一性定理。

在场域V的边界面Γ上给定位函数ϕ或者$\dfrac{\partial \phi}{\partial n}$的值，

则泊松方程或拉普拉斯方程在场域V内的解唯一。

二、简答题

6. 麦克斯韦方程组的微分、积分形式

积分形式	微分形式	
$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q$	$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$	(1)
$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	(2)
$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$	$\nabla\cdot\vec{B}=0$	(3)
$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	(4)

二、简答题

7. 介质方程（本构关系、辅助方程）

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

8. 时变电磁场？

随时间变化的电场磁场叫时变电磁场。

二、简答题

9. 时变电磁场在分界面上的边界条件

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s$$

二、简答题

9. 时变电磁场在理想介质分界面上的边界条件。

$$\vec{n}\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0 \quad \textbf{(6-21)}$$

$$\vec{n}\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_s \quad \textbf{(6-23)}$$

$$\vec{n}\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_S \quad \textbf{(6-22)}$$

$$\vec{n}\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0 \quad \textbf{(6-24)}$$

二、简答题

10. 电磁波的色散特性

电磁波的相速随频率变化。

三、计算题

1. 给定电荷电量或电荷密度，计算电场强度和电位。

2. 给定电流，计算磁感应强度和磁场强度。

3. 给定电场强度，计算磁感应强度和坡印廷矢量。

4. 分离变量法。

5. 已知均匀平面波电场强度，求频率 f 、波长λ、相速v_p及相位常数β。

6. 给定电磁波频率 f 和电导率，计算集肤深度。

计算题：

1. 给定电荷电量或电荷密度，计算电场强度和电位。

2.2 一半径为*b*的球体内充满密度为 $\rho = b^2 - r^2$ 的电荷。计算球内、外任一点的电场强度和电位。

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

电位的计算：

从场　　　　　　点（待求点）

到零势能参考点（一般取无穷远处，即∞）

$$\phi_{内} = \int_r^b \vec{E}_{内}\cdot d\vec{r} + \int_b^\infty \vec{E}_{外}\cdot d\vec{r}$$

$$\phi_{外} = \int_r^\infty \vec{E}_{外}\cdot d\vec{r}$$

2-2.解：取半径为r的球面作为高斯面

①当$0<r\leq b$时，$Q_1=\int_V \rho dV=\int_0^r (b^2-r^2)\cdot 4\pi r^2\cdot dr=4\pi\left(\frac{b^2r^3}{3}-\frac{r^5}{5}\right)$

∴由高斯通量定理：

$$\oint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S}=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_1\cdot 4\pi r^2=\frac{4\pi\left(\frac{b^2}{3}r^3-\frac{r^5}{5}\right)}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_1=\frac{5b^2r-3r^3}{15\varepsilon_0}$$，方向沿半径方向

②当$r>b$时，$Q_2=\int_V \rho dV=\int_0^b (b^2-r^2)4\pi r^2 dr=\frac{8}{15}\pi b^5$

$$\therefore \oint_S \vec{E}_2\cdot d\vec{S}=\frac{Q_2}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_2\times 4\pi r^2=\frac{\frac{8}{15}\pi b^5}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_2=\frac{2b^5}{15\varepsilon_0 r^2}$$，方向沿半径方向

$$\therefore \text{电场强度大小} E=\begin{cases}\frac{5b^2r-3r^3}{15\varepsilon_0}, & 0<r\leq b\\ \frac{2b^5}{15\varepsilon_0 r^2}, & r>b\end{cases}$$

当$r>b$时，

$$\phi=\int_r^{+\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^{+\infty}\frac{2b^5}{15\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{2b^5}{15\varepsilon_0 r}$$

当$0<r\leq b$时：

$$\phi=\int_r^{b}\vec{E_1}\cdot d\vec{l}+\int_b^{+\infty}\vec{E_2}\cdot d\vec{l}$$

$$=\int_r^{b}\frac{5b^2r-3r^3}{15\varepsilon_0}dr+\frac{2b^5}{15\varepsilon_0 b}$$

$$=\frac{r^4}{20\varepsilon_0}-\frac{b^2r^2}{6\varepsilon_0}+\frac{b^4}{4\varepsilon_0}$$

$$\therefore\ \phi=\begin{cases}\dfrac{r^4}{20\varepsilon_0}-\dfrac{b^2r^2}{6\varepsilon_0}+\dfrac{b^4}{4\varepsilon_0}, & 0<r\leq b\\[2ex] \dfrac{2b^5}{15\varepsilon_0 r}, & r>b\end{cases}$$

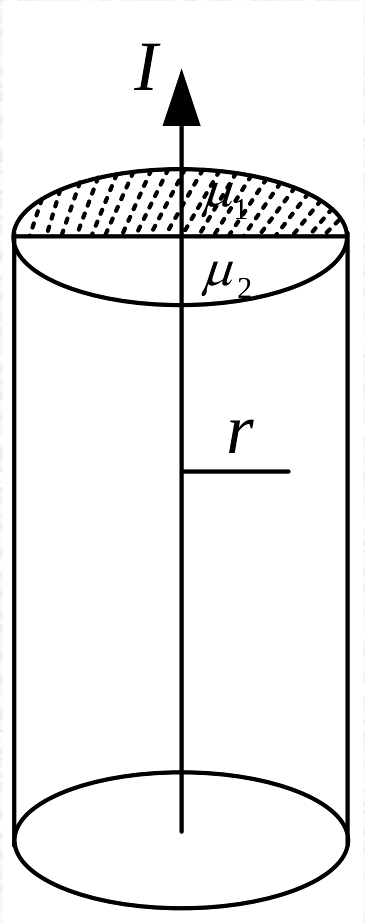
计算题：

2. 给定电流，计算磁感应强度和磁场强度。

★真空中的安培环路定律

$$\oint_c \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I \qquad (4\text{-}22)$$

1. 在同轴电缆中填满磁导率为μ_1、μ_2的两种磁介质，它们沿轴各占一半空间。设电流为I，则介质μ_2中离中心轴 r 处的磁感应强度的大小为（_____）。

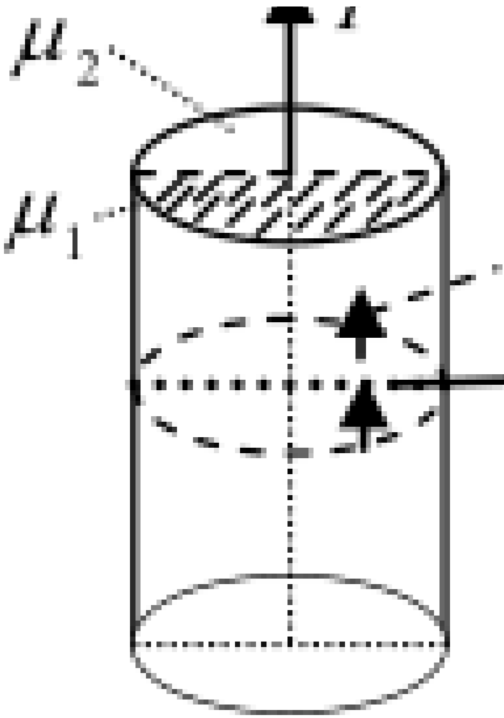


解：由边界条件可知，$\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 必沿着圆周切线，

$$B_{1n} = B_{2n} \Rightarrow \mu_1 H_1 = \mu_2 H_2$$

$\pi r H_1 + \pi r H_2 = I$，故有 $\pi r H_1 + \pi r \frac{\mu_1}{\mu_2} H_1 = I$

$$\Rightarrow H_1 = \frac{\mu_2 I}{\pi r(\mu_1+\mu_2)} \Rightarrow B_1 = B_2 = \frac{\mu_1\mu_2 I}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}$$



$$\frac{\mu_1\mu_2 I}{\pi r(\mu_1+\mu_2)}$$

2. 一横截面半径为*b*的无限长直圆柱导体均匀地流过电流*I*，则储存在单位长度导体内的磁场能量为( )。

$$\oint_C \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi b^2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi b^2},$$

$$W = \int w \mathrm{d}V = \int_0^b \frac{B^2}{2\mu_0} 2\pi r \,\mathrm{d}r$$

$$= \int_0^b \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I r}{2\pi b^2}\right)^2 2\pi r \,\mathrm{d}r$$

$$= \int_0^b \frac{\mu_0 I^2 r^3}{4\pi b^4} \mathrm{d}r = \boxed{\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}}$$

3. 给定电场强度，计算磁感应强度和坡印廷矢量。

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

例6-4 P218 已知自由空间中，电场强度为 $\vec{E}=\vec{a}_x\cos(\omega t-\beta z)$ ，求磁场强度 $\vec{H}$。

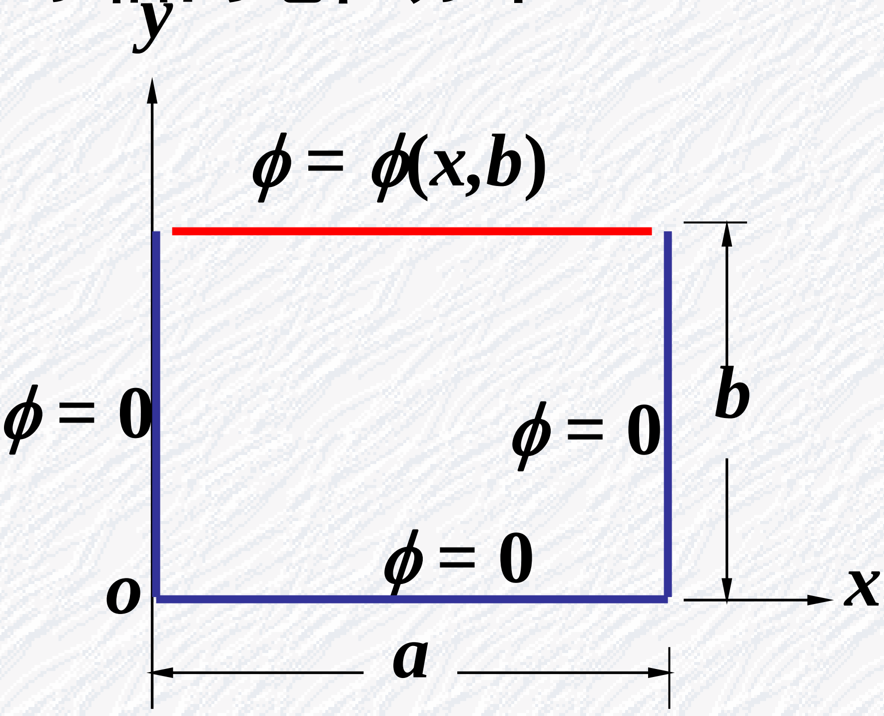
解：
$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$$
$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$
$$\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{E}=-\frac{1}{\mu_0}\left(\vec{a}_y\frac{\partial}{\partial z}E_x\right)$$
$$=-\vec{a}_y\frac{1}{\mu_0}\beta\sin(\omega t-\beta z)$$
$$\vec{H}=-\vec{a}_y\frac{\beta}{\mu_0}\int\sin(\omega t-\beta z)\,\mathrm{d}t=\vec{a}_y\frac{\beta}{\mu_0\omega}\cos(\omega t-\beta z)$$

二、计算题

4. 分离变量法。

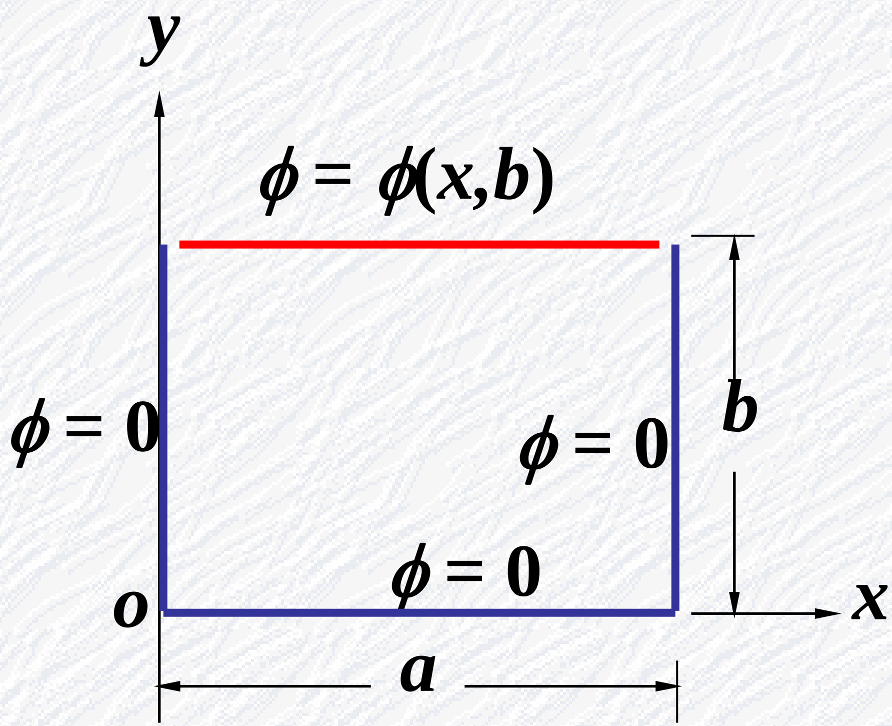
例5-6 P183

一长直金属槽的横截面如图所示，其侧壁与底面电位均为零，而顶盖电位：(1)$\phi(x,b)=\phi_0$；(2)$\phi(x,b)=\phi_0\sin(\pi x/a)$，求槽内电位分布。



例5-6 P183

一长直金属槽的横截面如图所示，其侧壁与底面电位均为零，而顶盖电位：(1)$\phi(x,b)=\phi_0$；(2)$\phi(x,b)=\phi_0\sin(\pi x/a)$，求槽内电位分布。



解：槽内电位满足的基本方程和边界条件为：

①

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 & (0<x<a,\quad 0<y<b) \\ \phi=0 & (x=0,\quad 0\le y\le b) \\ \phi=0 & (x=a,\quad 0\le y\le b) \\ \phi=0 & (y=0,\quad 0\le x\le a) \\ \phi=\phi(x,b) & (y=b,\quad 0<x<a) \end{cases}$$

② 在x方向只能选择正弦函数，在y方向只能选择双曲正弦函数：

③

$$\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}D_n\sin m_n x \,\mathrm{sh}\, m_n y$$

且： $\boldsymbol{m_n=\dfrac{n\pi}{a},\quad n=1,2,3,\cdots}$

因此： $$\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}D_n\sin\frac{n\pi x}{a}\,\mathrm{sh}\,\frac{n\pi y}{a}$$

④

(1) 代入最后一个边界条件，得

$$\phi_0 = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \mathrm{sh}\frac{n\pi b}{a}\sin\frac{n\pi x}{a} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sin\frac{n\pi x}{a}$$

为确定E_n的值，可对上式两边同乘以 $\sin\dfrac{K\pi x}{a}$，其中K为整数，然后从$x = 0$到$x = a$ 进行积分，得

上式左边结果为：$\int_0^a \phi_0 \sin\dfrac{K\pi x}{a}\mathrm{d}x = \begin{cases} \dfrac{2a\phi_0}{K\pi} & (K\text{为奇数}) \\ 0 & (K\text{为偶数}) \end{cases}$

上式右边结果为：$\int_0^a E_n \sin\dfrac{n\pi x}{a}\sin\dfrac{K\pi x}{a}\mathrm{d}x = \begin{cases} 0 & (n\neq K) \\ \dfrac{a}{2}E_n & (n=K) \end{cases}$

因此：$E_n = \begin{cases} \dfrac{4\phi_0}{n\pi} & (n\text{为奇数}) \\ 0 & (n\text{为偶数}) \end{cases}$

⑤ 最终得待求电位 $\phi(x,y)$的解答是

$$\phi(x,y) = \frac{4\phi_0}{\pi}\sum_{K=0}^{\infty}\frac{1}{(2K+1)\,\mathrm{sh}\frac{(2K+1)}{a}\pi b}\sin\frac{(2K+1)\pi}{a}x\cdot \mathrm{sh}\frac{(2K+1)\pi}{a}y$$

④（2）边界条件：$\phi(x, y=b)=\phi_0 \sin\frac{\pi}{a}x$

$$\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin\frac{n\pi}{a} x \operatorname{sh}\frac{n\pi}{a} y,\quad (n=1,2,3,\ldots)$$

$$\phi_0 \sin\frac{\pi}{a}x=\sum_{n=1}^{\infty} D_n \operatorname{sh}\frac{n\pi}{a} b \sin\frac{n\pi}{a}x$$

上式右边只有n=1项的系数$D_1\neq 0$，其余D_n均为0，故

$$D_1=\frac{\phi_0}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}b}$$

⑤ ∴ $$\phi(x,y)=\frac{\phi_0}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}b}\sin\frac{\pi}{a}x \operatorname{sh}\frac{\pi}{a}y$$

计算题：

5. 已知均匀平面波电场强度，

求频率 f、波长λ、相速v_p及相位常数β。

例7-1 **P248** 已知真空中的均匀平面波电场强度瞬时值为

$$\vec{E}(z,t)=\vec{a}_x 20\sqrt{2}\sin(6\pi\times10^8 t-\beta z)\quad (\mathrm{V/m})$$

试求：① 频率 f 、波长λ、相速v_p及相位常数β；

解: ① 频率 $$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{6\pi\times10^8}{2\pi}=3\times10^8\ (\mathrm{Hz})$$

相速 $$v_\mathrm{p}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3\times10^8\ (\mathrm{m/s})$$

相位常数 $$\beta=\frac{\omega}{v_p}=\frac{6\pi\times10^8}{3\times10^8}=2\pi\ (\mathrm{rad/m})$$

波长 $$\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,(\mathrm{m})$$

计算题：

6. 给定电磁波频率 f 和电导率，计算集肤深度。

为了防止电子仪器受到外界高频电磁场的干扰，用一个铜网罩将它罩上。设外界电磁波频率 f 在 1*MHz*~50*MHz* 之间，问：铜制网罩至少需要多少厚度（可以将网罩看成一定厚度的平板）。已知铜的电导率

$$\sigma = 5\times10^{7}\ S\cdot m^{-1}, \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ H\cdot m^{-1}。$$

USTC 2007

2．为了防止电子仪器受到外界高频电磁场的干扰，用一个铜制网罩将它罩上。设外界电磁波频率 f 在 $1MHz \sim 50MHz$ 之间，问：铜制网罩至少需要多少厚度（可以将网罩看成一定厚度的平板）已知铜的电导率 $\sigma = 5\times10^{7}\, s\cdot m^{-1}, \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\, H\cdot m^{-1}$；（20 分）

解：金属铜为良导体，故电磁波穿透深度表达式为：

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}\text{，（5 分）}$$

对 $1MHz$ 和 $50MHz$ 的电磁波，对应的穿透深度分别为：

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{2}{2\pi\times10^{6}\times4\pi\times10^{-7}\times5\times10^{7}}} = 7.1\times10^{-3}(cm)\text{，（5 分）}$$

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{2}{2\pi\times50\times10^{6}\times4\pi\times10^{-7}\times5\times10^{7}}} = 1.0\times10^{-4}(cm)\text{，（5 分）}$$

所以，铜制网罩厚度至少需要 $7.1\times10^{-3}(cm)$。（5 分）