学号：________ 姓名：________ 专业年级：________ 授课教师：________ 考场教室号：________ 座号：________

装 订 线

中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2017 年 春 季学期　考试科目：《数学物理方法》　学院：数学科学学院

试卷类型：A 卷　命题人：数理方法教研组　审核人：赵元章

考试说明：本课程为闭卷考试，共 2 页。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题(共 8 题，每题 3 分，共 24 分)

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{z^{2n}}{4^n+(-1)^n i}$ 的收敛半径是________。

2. 设 $f(z)=\sqrt{z}$ 的支割线为虚轴的负向，已知 $f(1)=1$，则 $f'(-1)=$________。

3. $\mathrm{Res}\left(\frac{1-\cos z}{z^3},0\right)=$________。

4. $\mathrm{Res}\left(\frac{1}{1-z}e^{\frac{1}{z^2}},\infty\right)=$________。

5. 若变换 $w=e^{i\theta}\frac{z-1}{z+1}$ 在原点处的旋转角为 $\frac{\pi}{2}$，其中实数 $\theta\in[0,2\pi)$，则 $\theta=$________。

6. 已知 $e^z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，则 $z=$________。

7. 任意给出一个非常值的整函数________。

8. 称一个定解问题是适定的，如果该问题的解存在、唯一且________。

二．简述题（共 4 题，每题 3分，共 12 分）

1. 直角坐标系下，复函数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 在 $z=x+iy$ 处可导的充要是什么？

2. 点 $z=a$ 是复函数 $f(z)$ 的 n 阶 $(n\ge1)$ 极点的判定依据是什么？

3. 在一维问题中，若 $u(x,t)$ 分别表示温度或弦的位移，则第二类齐次边界条件 $u_x(0,t)=0\quad(\forall t\ge0)$ 的相应物理意义分别是什么？

4. 写出柯西积分公式的条件及公式

三、计算题(共 4 题，每题 6 分，共 24 分)

1. 已知函数 $u(x,y)=x^2+ay^2$ 为调和函数，求参数 a？ 并求 $u(x,y)$ 的共轭调和函数？

2. 把函数 $f(z)=\frac{1}{z^2-z-2}$ 在 $|z|<1$ 内展成幂级数，在 $1<|z|<2$ 内展成罗朗级数。

3. 计算实积分 $\int_{-\pi}^{+\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta-\theta)d\theta$。

4. 求积分 $\int_{-1}^{1}(x+x^2+y^2+yi)dz$，其中积分路径是从 -1 到 1 的下半单位圆周。

四、应用题(共 4 题，共 40 分)

1. （10 分）用分离变量法求解如下热传导方程的混合问题

$$\begin{cases} u_t-u_{xx}=0, & (0<x<1,t>0)\\ u(0,t)=0, & u_x(1,t)=0,t\ge0,\\ u(x,0)=\sin\frac{\pi x}{2}, & 0\le x\le1. \end{cases}$$

2. （10 分）已知如下波动方程的初值问题

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xt}-2u_{xx}=0, & (x\in\mathrm{R},t>0) & (1)\\ u(x,0)=\varphi(x), & (x\in\mathrm{R}) & (2)\\ u_t(x,0)=0, & (x\in\mathrm{R}) & (3) \end{cases}$$

（a）　验证通过变量替换 $\xi=x-t$，$\eta=x+2t$，泛定方程 (1) 可化为 $u_{\xi\eta}=0$，并求其通解。

（b）　求整个初值问题的解，其中函数 $\varphi(x)$ 足够光滑。

3. （10 分）（1）写出拉普拉斯变换公式；
（2）求解下列积分方程

$$y(t)=1+\int_0^t y(s)\sin(t-s)ds。$$

4. （10 分）（1）写出付氏变换公式；
（2）写出付氏变换的至少 3 个性质；
（3）求 $\frac{1}{1+x^2}$ 的付氏变换。