质点系动量定理 $\vec{I}=\int_{t_0}^{t}\sum_i \vec{F}_i^{\mathrm{ex}}\mathrm{d}t=\sum_i \vec{p}_i-\sum_i \vec{p}_{i0}$

动量守恒定律

若质点系所受的合外力为零 $\vec{F}^{\mathrm{ex}}=\sum_i \vec{F}_i^{\mathrm{ex}}=0$

则系统的总动量守恒，即 $\vec{p}=\sum_i \vec{p}_i$ 保持不变．

力的瞬时作用规律 $\vec{F}^{\mathrm{ex}}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$， $\vec{F}^{\mathrm{ex}}=0$， $\vec{P}=\vec{C}$

1）系统的动量守恒是指系统的总动量不变，系统内任一物体的动量是可变的，各物体的动量必相对于同一惯性参考系．

2）守恒条件　合外力为零 $\vec{F}^{\mathrm{ex}}=\sum_i \vec{F}_i^{\mathrm{ex}}=0$

当 $\vec{F}^{\mathrm{ex}} \ll \vec{F}^{\mathrm{in}}$ 时，可 略去外力的作用，近似地认为系统动量守恒 . 例如在碰撞, 打击, 爆炸等问题中.

3）若某一方向合外力为零, 则此方向动量守恒 .

$$\begin{cases} F_x^{\mathrm{ex}}=0, & p_x=\sum m_i v_{ix}=C_x \\ F_y^{\mathrm{ex}}=0, & p_y=\sum m_i v_{iy}=C_y \\ F_z^{\mathrm{ex}}=0, & p_z=\sum m_i v_{iz}=C_z \end{cases}$$

4）动量守恒定律只在惯性参考系中成立，是自然界最普遍，最基本的定律之一 .

5）对那些不能用力的概念描述的过程，例如光子和电子的碰撞、衰变、核反应等过程，实验表明：只要系统不受外界影响，这些过程的动量守恒。

6）物理学家对动量守恒定律具有充分的信心。每当出现违反动量守恒的反常现象时，总是提出新的假设来补救，结果也总是以有所新发现而胜利告终。

【例】在β 衰变中，反中微子的发现

$$_{Z}^{A}\mathrm{X}\rightarrow {}_{Z+1}^{\ A}\mathrm{Y}+\mathrm{e}^{-}+\bar{\nu}$$

思考

一弹性小球水平抛出,落地后弹性跳起,达到原先的高度时速度的大小与方向与原先的相同,则

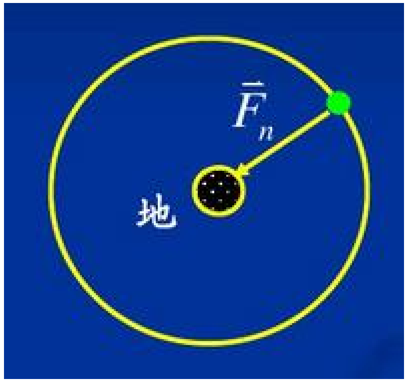
(A) 此过程动量守恒,重力与地面弹力的合力为零.

(B) 此过程前后的动量相等,重力的冲量与地面弹力的冲量大小相等,方向相反.

(C) 此过程动量守恒,合外力的冲量为零.

(D) 此过程前后动量相等,重力的冲量为零.

思考：卫星绕地球作匀速圆周运动，动量是否守恒？



动量不守恒。因为 $\vec{F}_n$ 作用，即 $\vec{F}_{外} \neq 0$。

讨论 在水平冰面上以一定速度向东行驶的炮车，向东南（斜向上）方向发射一炮弹，对于炮车和炮弹这一系统，在此过程中（忽略冰面摩擦力及空气阻力）

(A) 总动量守恒.

(B) 总动量在炮身前进的方向上的分量守恒，其它方向动量不守恒.

(C) 总动量在水平面上任意方向的分量守恒，竖直方向分量不守恒.

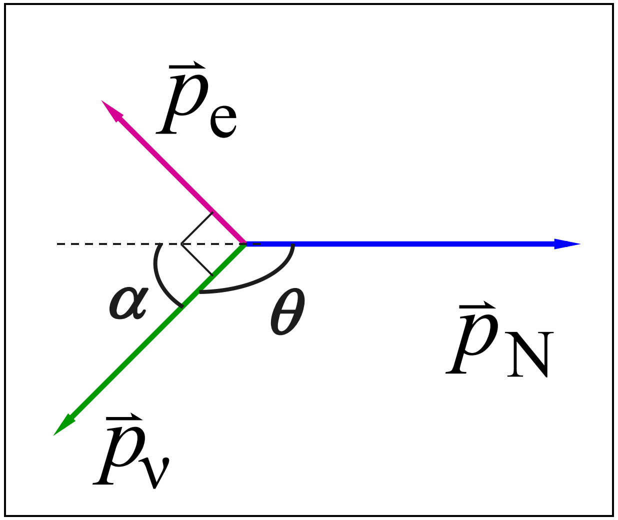
(D) 总动量在任何方向的分量均不守恒.

例 1 设有一静止的原子核,衰变辐射出一个电子和一个中微子后成为一个新的原子核. 已知电子和中微子的运动方向互相垂直,且电子动量为$1.2\times10^{-22}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$,中微子的动量为$6.4\times10^{-23}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$. 问新的原子核的动量的值和方向如何?

解 $\because \sum \vec{F}_i^{\mathrm{ex}} << \sum \vec{F}_i^{\mathrm{in}}$

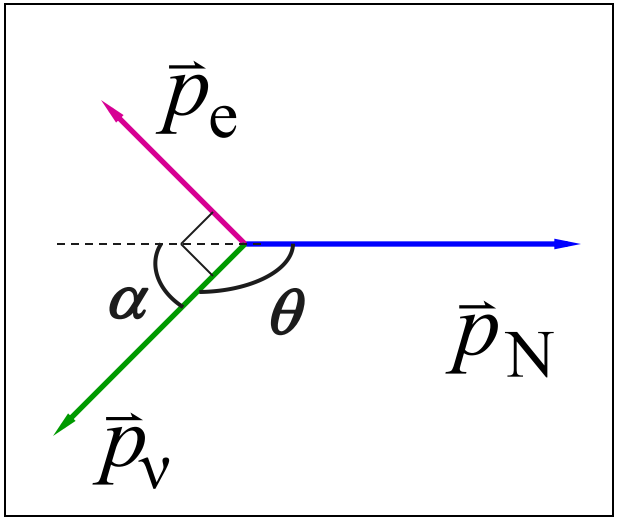
$$\therefore \vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{恒矢量}$$

即 $\vec{p}_{\mathrm{e}} + \vec{p}_{\nu} + \vec{p}_{\mathrm{N}} = 0$



$$p_{\mathrm{e}} = 1.2\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

$$p_{\nu} = 6.4\times10^{-23}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$



系统动量守恒，即

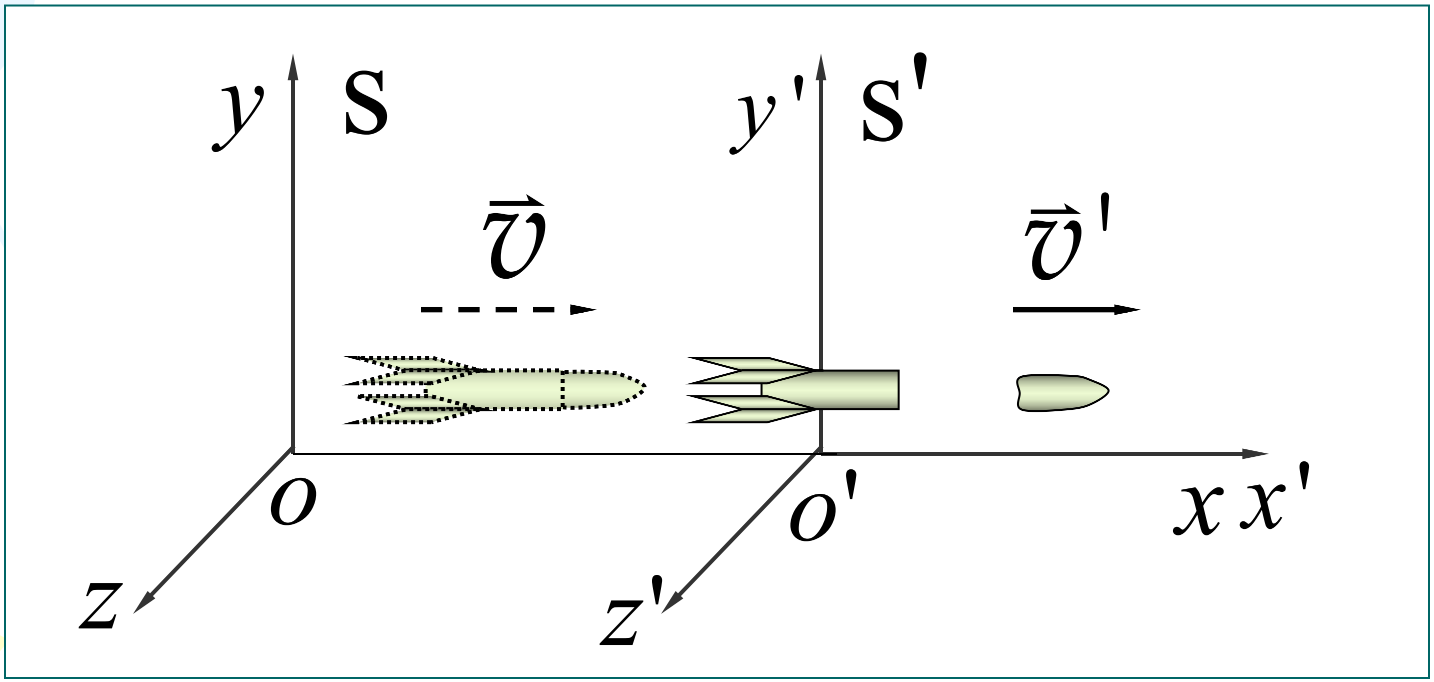
$$\vec{p}_{\mathrm{e}} + \vec{p}_{\nu} + \vec{p}_{\mathrm{N}} = 0$$

又因为 $\vec{p}_{\mathrm{e}} \perp \vec{p}_{\nu}$ $\quad \therefore p_{\mathrm{N}} = (p_{\mathrm{e}}^2 + p_{\nu}^2)^{1/2}$

代入数据计算得 $p_{\mathrm{N}} = 1.36\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$

$$\alpha = \arctan\frac{p_{\mathrm{e}}}{p_{\nu}} = 61.9^\circ \qquad \theta = 180^o - 61.9^o = 118.1^o$$

例 2　一枚返回式火箭以 $2.5\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率相对地面沿水平方向飞行．设空气阻力不计．现由控制系统使火箭分离为两部分，前方部分是质量为100kg 的仪器舱，后方部分是质量为 200kg 的火箭容器．若仪器舱相对火箭容器的水平速率为$1.0\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$．求 仪器舱和火箭容器相对地面的速度．



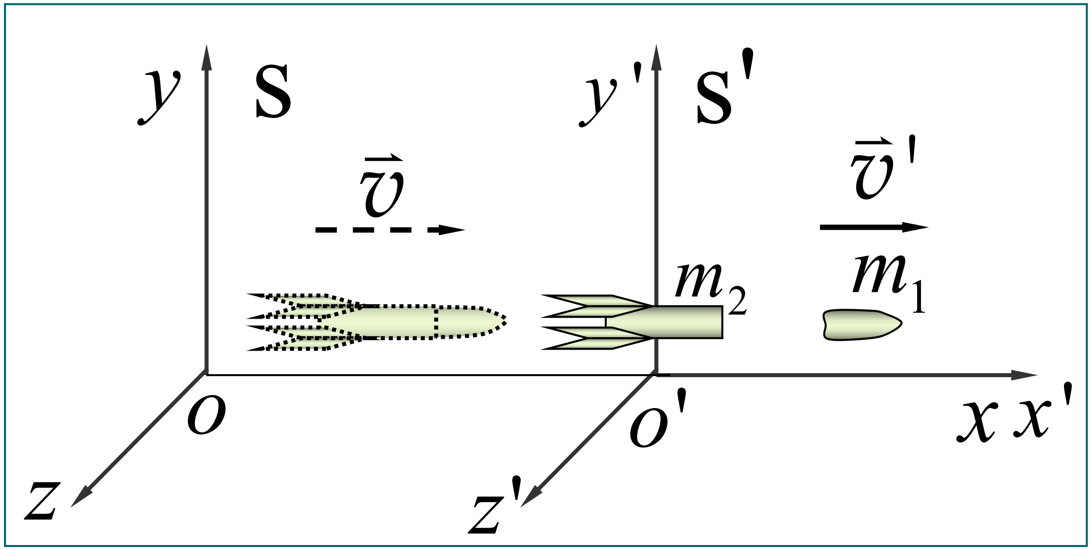
已知

$v = 2.5\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$v' = 1.0\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$m_1 = 100\ \mathrm{kg}$

$m_2 = 200\ \mathrm{kg}$



求 $\vec{v}_1\,,\ \vec{v}_2$

解 $v_1 = v_2 + v'$

$\because \sum \vec{F}_{ix}^{\mathrm{ex}} = 0$

$\therefore (m_1 + m_2)v = m_1 v_1 + m_2 v_2$

则 $v_2 = v - \dfrac{m_1}{m_1 + m_2} v'$

$v_2 = 2.17\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$v_1 = 3.17\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

神舟六号点火升空

注：照片摘自新华网

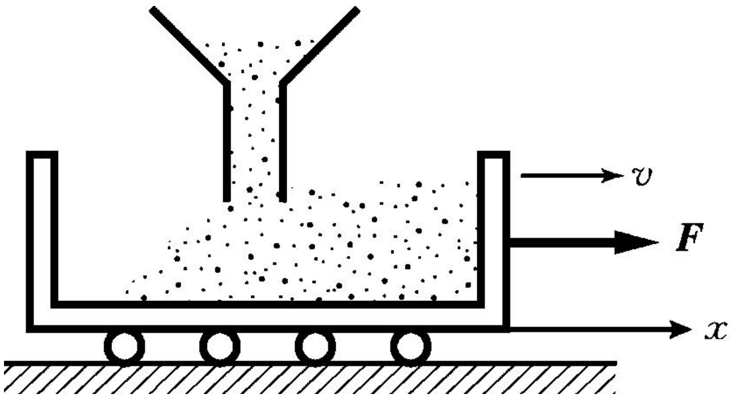
神舟六号发射成功

http://news.xinhuanet.com/st/2005-10/12/content_3610021.htm

注：照片摘自新华网

例 如图所示，一辆装矿砂的车厢以 $v=4\text{m/s}$的速率从漏斗下通过，每秒落入车厢的矿砂为$k=200\ \text{kg/s}$，如欲使车厢保持速率不变，须施与车厢多大的牵引力(忽略车厢与地面的摩擦).

解 设t时刻已落入车厢的矿砂质量为m，经过dt后又有d$m=k$dt的矿砂落入车厢. 取m和dm为研究对象，则系统沿x方向的动量定理为



$$F\text{d}t=(m+\text{d}m)v-(mv+\text{d}m\cdot 0)=v\text{d}m=k\text{d}tv$$

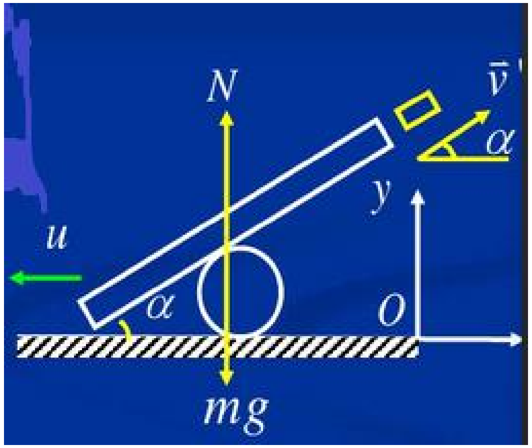
$$\therefore\quad F=kv=200\times 4=8\times 10^2\quad (N)$$

例：炮车放在光滑地面上。炮车质量为**M**，炮弹质量为**m**。起始时静止当炮弹以 $\overrightarrow{v'}$ 相对于炮车射出，求：炮车在**x**方向的反冲速度**u**

解：以地面为参考系，动量守恒

$\vec{v}$：炮弹对地速度，$\vec{v}\,'$：炮弹对车速度

u：车相对地的速度



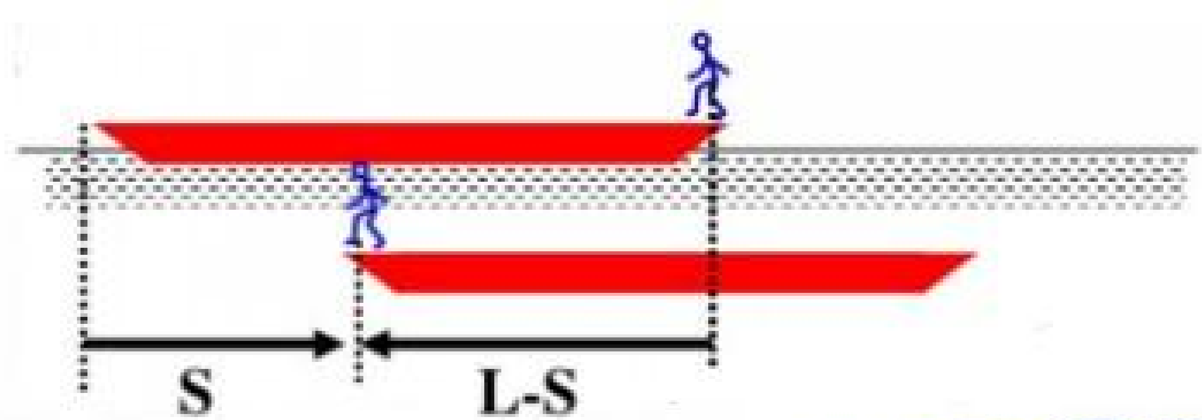
$$M\vec{u} + m\vec{v} = 0$$

$$v = v'\cos\alpha - u$$

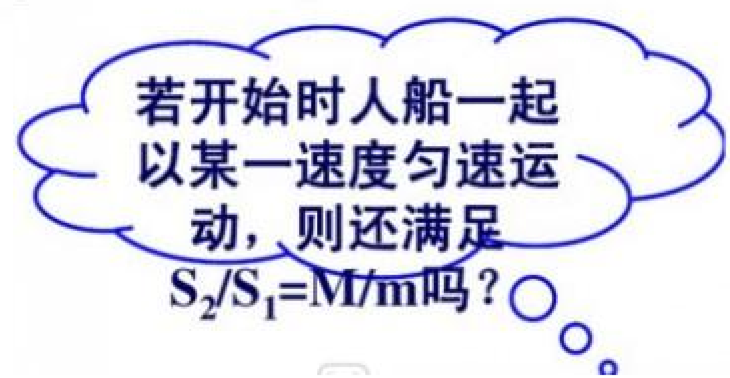
$$m(v'\cos\alpha - u) - Mu = 0$$

$$u = \frac{mv'\cos\alpha}{M + m}$$

静止在水面上的小船质量为M，长为L，在船的右端站有一质量为m的人，不计水的阻力，当人从最右端走向最左端的过程中，小船的移动距离多大？



$$0 = MS - m(L-S)$$



1、“人船模型”是动量守恒定律的拓展应用，它把速度和质量的关系推广到质量和位移的关系。即：

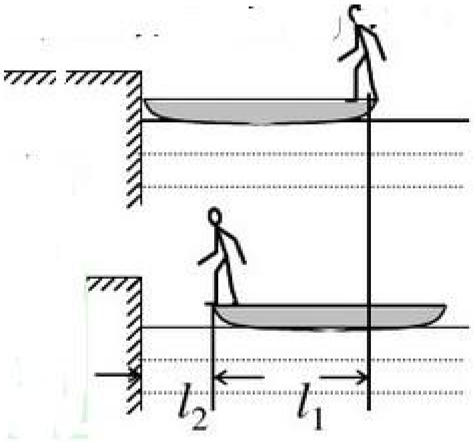
$$m_1v_1=m_2v_2$$

则：$m_1ds_1= m_2ds_2$

2、此结论与人在船上行走的速度大小无关。不论是匀速行走还是变速行走，甚至往返行走，只要人最终到达船的左端，那么结论都是相同的。

3、人船模型的适用条件是：两个物体组成的系统动量守恒，系统的合动量为零。

质量为m的人站在质量为M，长为L的静止小船的右端，小船的左端靠在岸边。当他向左走到船的左端时，船左端离岸多远？



解：先画出示意图。人、船系统动量守恒，总动量始终为零，所以人、船动量大小始终相等。从图中可以看出，人、船的位移大小之和等于L。设人、船位移大小分别为l_1、l_2，则：$mv_1=Mv_2$，两边同乘时间dt，

$m\mathrm{d}l_1=Ml_2$，$ml_1=Ml_2$

而$l_1+l_2=L$，

$$l_2=\frac{m}{M+m}L$$