中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2014 年 秋 季学期　考试科目： 高等数学 II 　学院： 数学科学学院

试卷类型： A 卷　命题人： 高等数学命题组 审核人：________________

考试说明：本课程为闭卷考试，共 3 页，除考场规定的必需用品外不用携带其它文具（例如计算器等）。答题时请保持卷面整洁。将第一、二大题答案直接写在原题相应空白处；将第三、四大题的答案按照题目顺序写在答题纸上。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、选择题(共 6 题，每题 4 分，共 24 分)

1. 下列论断正确的是（　　）

A 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处极限存在当且仅当 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处左极限存在且右极限存在。

B 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续当且仅当 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处左连续且右连续。

C 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数存在当且仅当 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处左导数存在且右导数存在。

D 上述 A、B、C 三者皆对。

2. 下列计算正确的是（　　）

A $\lim\limits_{x\to0}(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2})=\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x}-\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x^2}=\infty-\infty=0$。

B 因为 $x\to0$ 时，$\tan x\sim x$，$\sin x\sim x$，所以 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x-x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{0}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}0=0$。

C 由洛必达法则，$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}(1+\cos x)$，但由于 $\lim\limits_{x\to\infty}\cos x$ 不存在，所以 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x}$ 不存在。

D $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx=\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx+\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx$，而 $\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}\Big/_0^1=+\infty$，故 $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$ 发散。

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+3e^{\frac{1}{x}}}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）

A 连续点。　　B 可去间断点。　　C 跳跃间断点。　　D 无穷间断点。

4. 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导且导数不为零，Δy 与 dy 分别是 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处与自变量增量 Δx 对应的函数增量与微分，则当 $\Delta x\to0$ 时（　　）

A $\Delta y-dy$ 是比 dy 低阶的无穷小。　　B $\Delta y-dy$ 是比 dy 高阶的无穷小。

C $\Delta y-dy$ 与 dy 是同阶无穷小。　　D $\Delta y-dy$ 与 dy 是等价无穷小。

学号：________ 姓名：________ 专业年级：________ 授课教师：________ 考场教室号：________ 座号：________ 上课序号________

装　订　线

5. 曲线 $f(x)=x(x-1)(2-x)$ 与 x 轴所围图形的面积可表示为（　　）

A $-\int_0^2 f(x)dx$。　　B $\int_0^1 f(x)dx-\int_1^2 f(x)dx$。

C $-\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$。　　D $\int_0^2 f(x)dx$。

6. 设直线为 $L:\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$，平面为 $\pi:4x-2y+z-2=0$，则（　　）

A $L \parallel \pi$。　B $L \subset \pi$。　C $L \perp \pi$。　D L 与 π 斜交。

二、填空题(共 7 题，每题 3 分，共 21 分)

1. $x \to 0$ 时，$1-\cos x^2$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 $n=$__________。

2. 已知函数 $y=y(x)$ 满足 $x+y=\tan y$，则 $dy=$____________________。

3. 已知：$\cos^{(n)} x=\cos(x+n\cdot\frac{\pi}{2})$，$f(x)=\cos(2x)$，则 $f^{(100)}(\pi)=$___________。

4. $\lim\limits_{x\to\infty}[\frac{1}{x}\int_0^x (1+t^2)e^{t^2-x^2}dt]=$____________________。

5. 曲线 $y=-6x^2+4x^4$ 的凸区间为___________________。

6. $y=x^2$，$x=2$，$y=0$ 所围图形绕 x 轴旋转所得旋转体体积为____________。

7. 直线 $L_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+8}{1}$ 与 $L_2:\begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$ 的夹角为_____________。

三、计算题(共 5 题，每题 9 分，共 45 分)

1. 已知函数 $y=y(x)$ 满足 $\begin{cases} x=\frac{1}{4}(t+1)^2 \\ y=\frac{1}{4}(t-1)^2 \end{cases}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$。

2. 求函数 $y=(x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 的极值。

3. 设 $f(x)=e^{|x-1|}$，求 $f(x)$ 的原函数 $F(x)$。

4. 求星形线 $x=a\cos^3 t$， $y=a\sin^3 t$ $(0\le t\le 2\pi)$ 的全长。

5. 计算广义积分 $I=\int_0^{+\infty} e^{-2x}\sin x dx$。

四、证明题(共 2 题，每题 5 分，共 10 分)

1. 证明：当 $x>0$ 时，$\ln\frac{e^x-1}{x}<x$。

2. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微，且 $f(1)=2\int_0^{\frac{1}{2}} xf(x)dx$。运用微分中值定理以及积分中值定理相关知识证明：存在 $\xi\in(0,1)$ 使得 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$。