专题四： 有关天线阵

(antenna arrays)

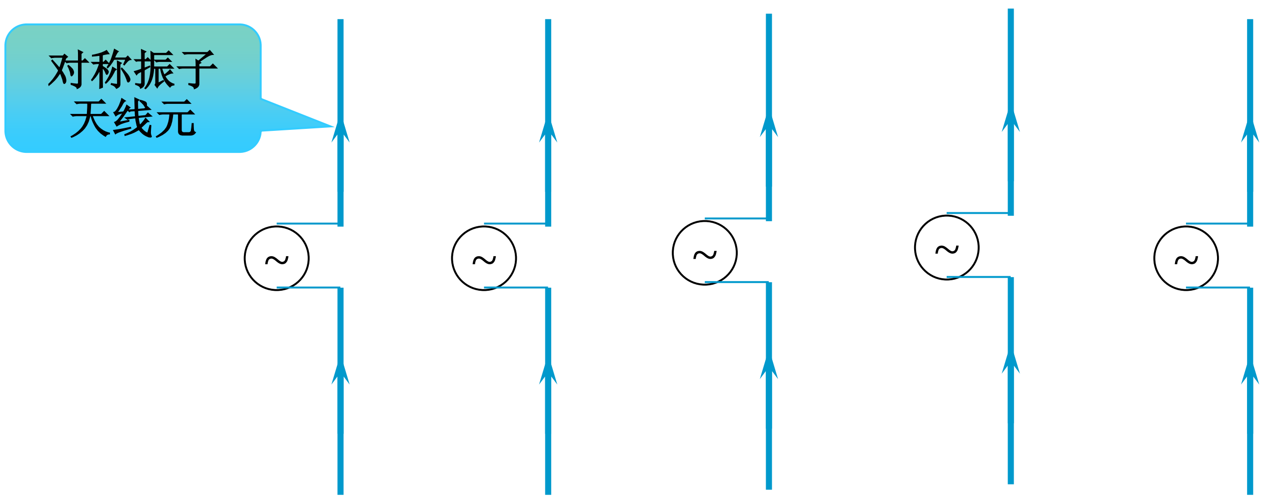
1

专题四： 有关天线阵

天线阵:由若干单元天线按某种方式排列所构成的天线系统；

天线元（阵元）：构成天线阵的辐射单元天线；

相似元：形状与尺寸相同、且以相同姿态排列的各阵元；



专题四： 有关天线阵

排阵基本目的

1. 增强方向性，提高增益

2. 改变方向图
   - 改变最大辐射方向
   - 改变副瓣大小

控制N元阵方向图的因素

- 单元方向图及其取向;
- 单元间距;
- 电流相位分布;
- 电流振幅分布.

天线阵的排列方式：

- 直线阵
- 平面阵
- 立体阵

专题四： 有关天线阵

内　容

- 1.5 天线阵的方向性
- 1.7无限大理想导电反射面对天线电性能的影响

一．二元阵与方向图乘积定理

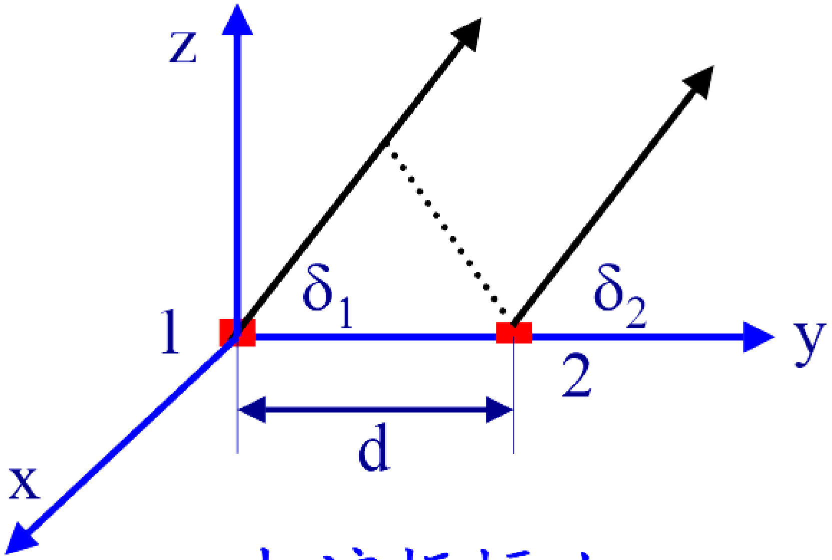
- 方向图的画法：零值、 极值点法

  ——以阵因子方向图为例

- 天线阵方向图的画法

二. 无限大理想导电反射面对天线电性能的影响

一、二元阵与方向图乘积定理(重点)



$$I_2 = mI_1 e^{j\xi}$$

m： 电流振幅比

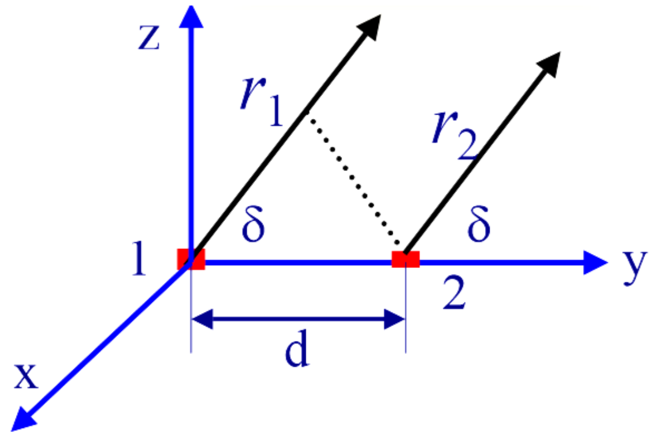
ξ： I_2与I_1的相位差 $\xi>0$ I_2超前

$\xi<0$ I_2落后

专题四： 有关天线阵

$$E_1 = j\frac{60 I_1}{r_1} f_1(\theta, \varphi) e^{-jkr_1}$$

$$E_2 = j\frac{60 I_2}{r_2} f_2(\theta, \varphi) e^{-jkr_2}$$



叠加规则

(1) r_1 r_2对振幅的影响不计

(2) $r_2 = r_1 - \Delta r = r_1 - d\cos\delta$对相位的影响必计

对上式提取公因子的条件

(1)要求两振子相同

(2)且空间配置相同（平行）

——相似阵

专题四： 有关天线阵

$$E = j\frac{60I_1}{r}f_1(\theta,\varphi)e^{-jkr_1}(1+me^{j\xi}e^{jk\Delta r})$$

$$= E_1(1+me^{j\Psi})$$

总相位差 $\Psi=\xi+k\Delta r$

方向函数

$$f(\theta,\varphi)=f_1(\theta,\varphi)\left|1+me^{j\psi}\right|=f_1(\theta,\varphi)f_a(\theta,\varphi)$$

阵因子 $\boxed{f_a(\theta,\varphi)=\left|1+me^{j\psi}\right|=\sqrt{1+m^2+2m\cos\psi}}$

专题四： 有关天线阵

方向图乘积定理 $$f(\theta,\varphi)=f_1(\theta,\varphi)f_a(\theta,\varphi)$$

由相似元组成的二元阵，其方向函数（或方向图）等于单元天线的方向函数（或方向图）与阵因子的方向函数（或方向图）的乘积。

应用条件

①单元天线同一形式，尺寸相同

②空间配置相同(即相互平行，这样θ,φ取向一致，才能提取公因子，得乘积定理)

- 方向图乘积定理适用于由相似元组成的多元阵。

专题四： 有关天线阵

方向图乘积定理 $f(\theta,\varphi)=f_1(\theta,\varphi)f_a(\theta,\varphi)$

$f_1(\theta,\varphi)$. 元因子只与单元天线的结构和架设方位有关;

$f_a(\theta,\varphi)$ 阵因子取决于单元天线的电流比以及相对位置（组阵方式），与单元天线无关;

m=1 等幅 $f_a=\left|2\cos\frac{\psi}{2}\right|$ $\Psi=\xi+k\Delta r$

- **方向图的画法**：零值、 极值点法

——例如：单元天线方向图、阵因子方向图

1. 求函数的**零值点**
2. 求函数的**极大值点**及**极大值**
3. 根据两个极大值之间必定有一个极小值（零值）， 两个极小值（零值）之间必定有一个极大值，画出极大值之间、极小值之间的**参考点**。

专题四： 有关天线阵

- **天线阵**方向图的画法

已知：单元天线方向图 、 阵因子方向图

1. 阵方向图的零值方向

零与任何数相乘仍为零——无论单元方向图的零值方向，还是阵因子图的零值方向，都肯定是乘积方向图（天线阵方向图）的零值方向，而且不会再出现其他的零值方向。

2. 阵方向图的极大值点

① 极大值与极大值相乘的方向必定是极大值方向；

② 在两个零点之间必有一个极大值方向，于是，在两个零点之间必定可以画出一个“**波瓣**”。

专题四： 有关天线阵

- 已知： 单元天线方向图 阵因子方向图

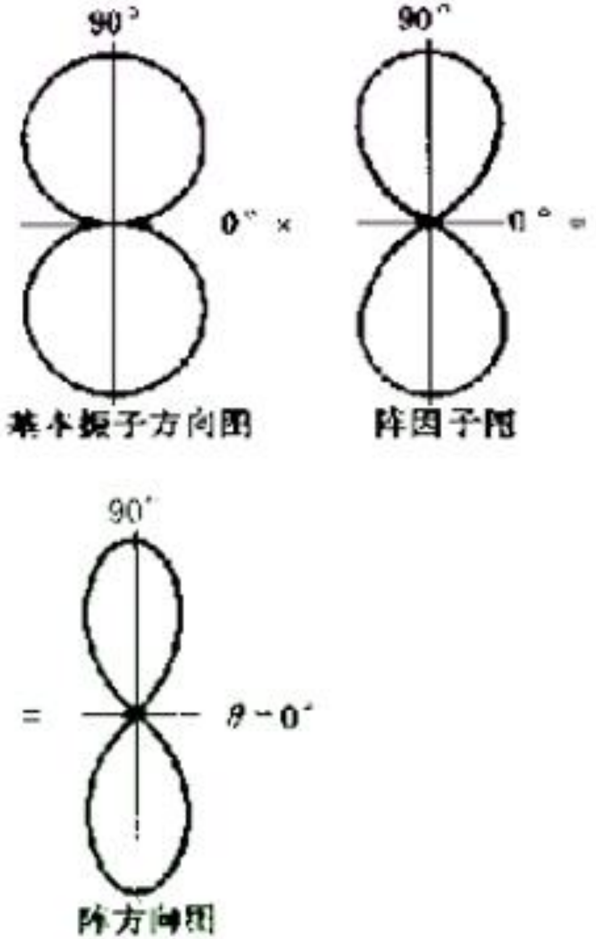
  求： **天线阵**方向图的画法

（1）阵方向图的零值方向

零与任何数相乘仍为零——无论是单元方向图的零值方向还是阵因子图的零值方向，都肯定是乘积方向图的零值方向，而且不会再出现其他的零值方向。

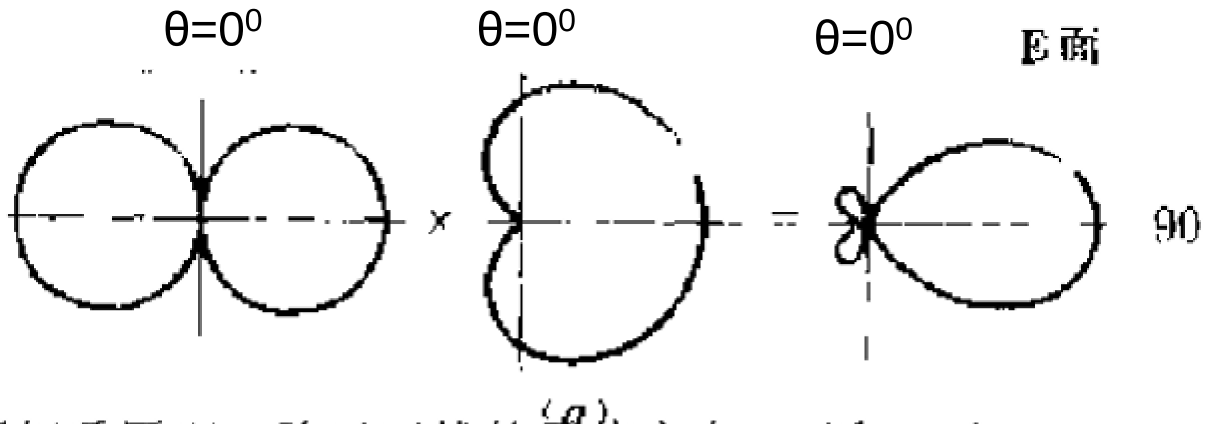
（2）求阵方向图的极大值点

在两个零点之间必有一个极大值，在两个零值方向之间必有一个极大值方向，于是，在两个零点之间必可画出一个“波瓣”，**极大值与极大值相乘的方向必定是极大值方向**



专题四： 有关天线阵

例4：



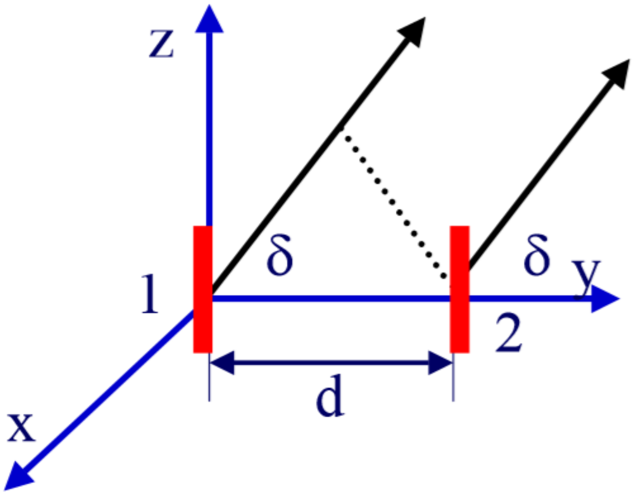
方向图相乘原理：阵元天线的零值方向：0^0和180^0
阵因子的零值方向：270^0
阵方向图零值方向共有三个：0^0，180^0和270^0

在两个零点之间画出一个波瓣，故 0^0和180^0之间、 180^0和270^0之间、以及270^0和 0^0之间分别画得—个波瓣，即阵方向图共有三个波瓣。

无论是单元振子还是阵因子，在90^0方向都为最大值，所以，阵方向图在90^0的方向为最大值，相应的瓣称为主瓣，其余的两个瓣称为副瓣

专题四： 有关天线阵

例1：如图，两半波振子等幅同相馈电，$I_1=I_2$，$\mathbf{d}=\lambda$，试求E面和H面的方向函数，并概画方向图。

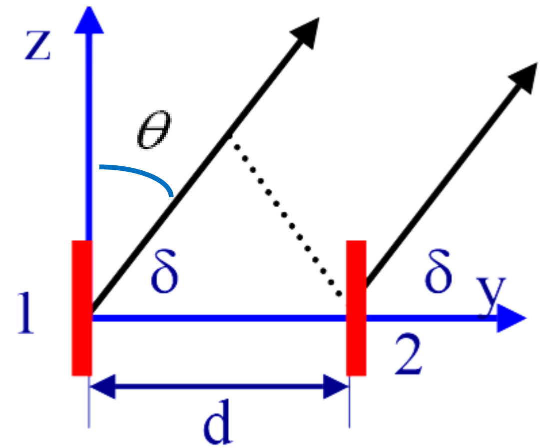


解：E面：YOZ面

H面：XOY面

专题四： 有关天线阵

E面



$$\because \quad \theta = 90^\circ - \delta$$

元因子

（半波振子）
$$f_1(\delta) = \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \right| = \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\delta\right)}{\cos\delta} \right|$$

阵因子

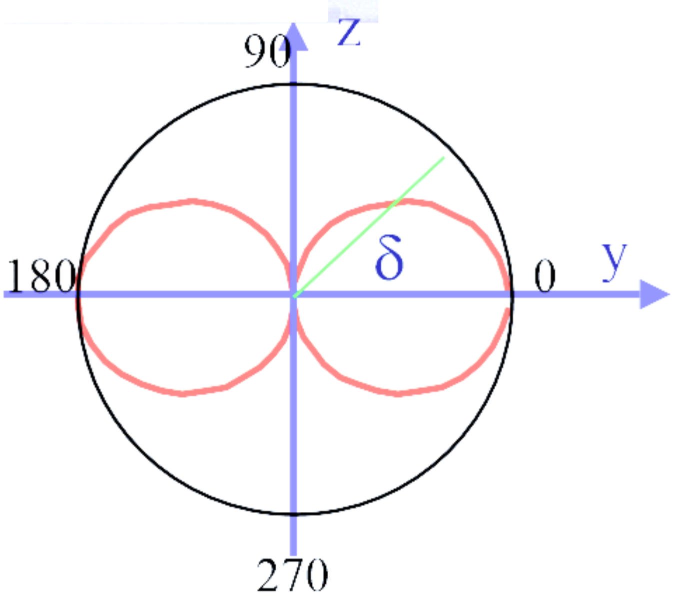
$$f_a(\delta) = \left| 2\cos\frac{\psi_E}{2} \right|$$

$$\psi_E = \xi + k\Delta r = kd\cos\delta = 2\pi\cos\delta$$

天线阵的归一化方向函数：

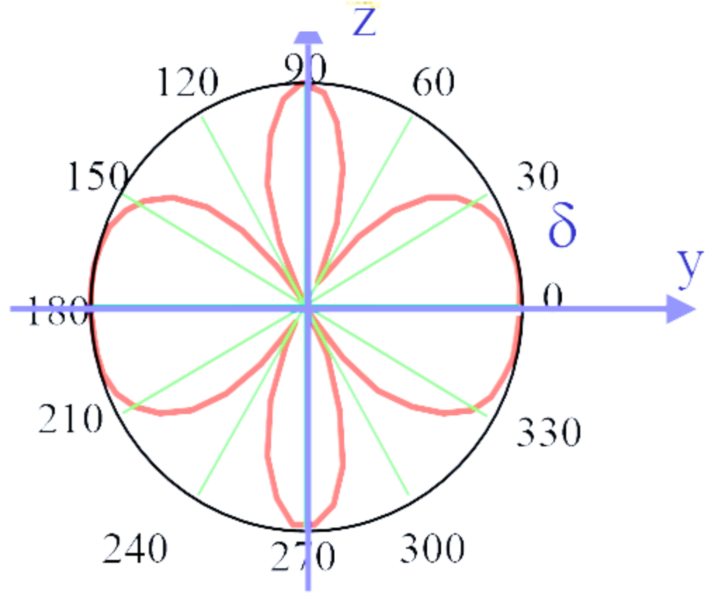
$$F_E(\delta) = F_1(\delta)\cdot F_a(\delta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\delta\right)}{\cos\delta} \right] \cdot \left| \cos(\pi\cos\delta) \right|$$

专题四： 有关天线阵



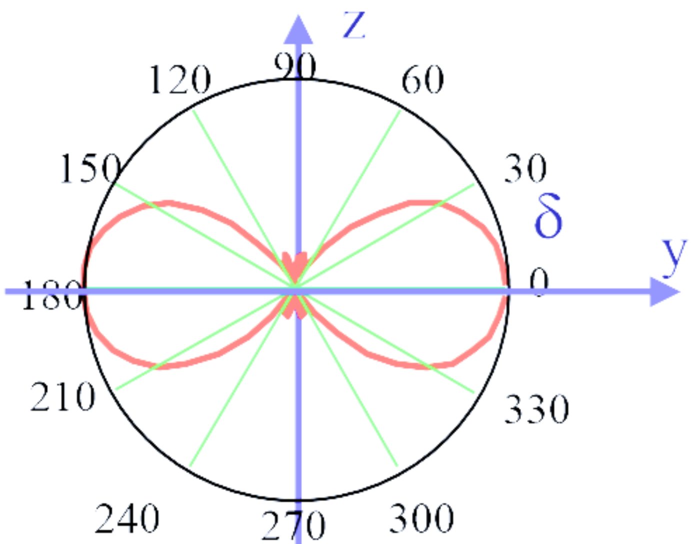
F_{1E}

×



F_{aE}

=



F_E

专题四： 有关天线阵

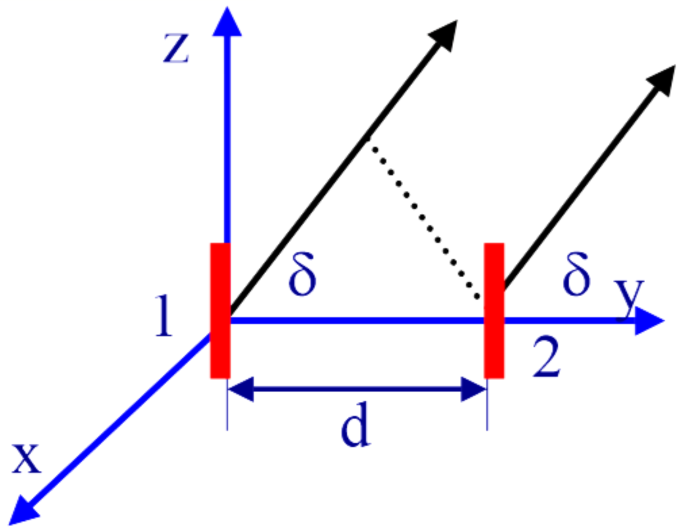
H面方向图：XOY面

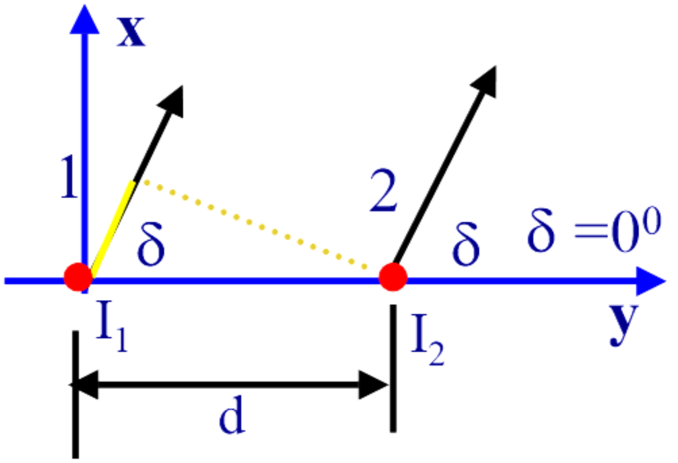
$f_1(\theta=90^0)=1$

$f_a(\delta)=2\left|\cos\psi_H/2\right|$

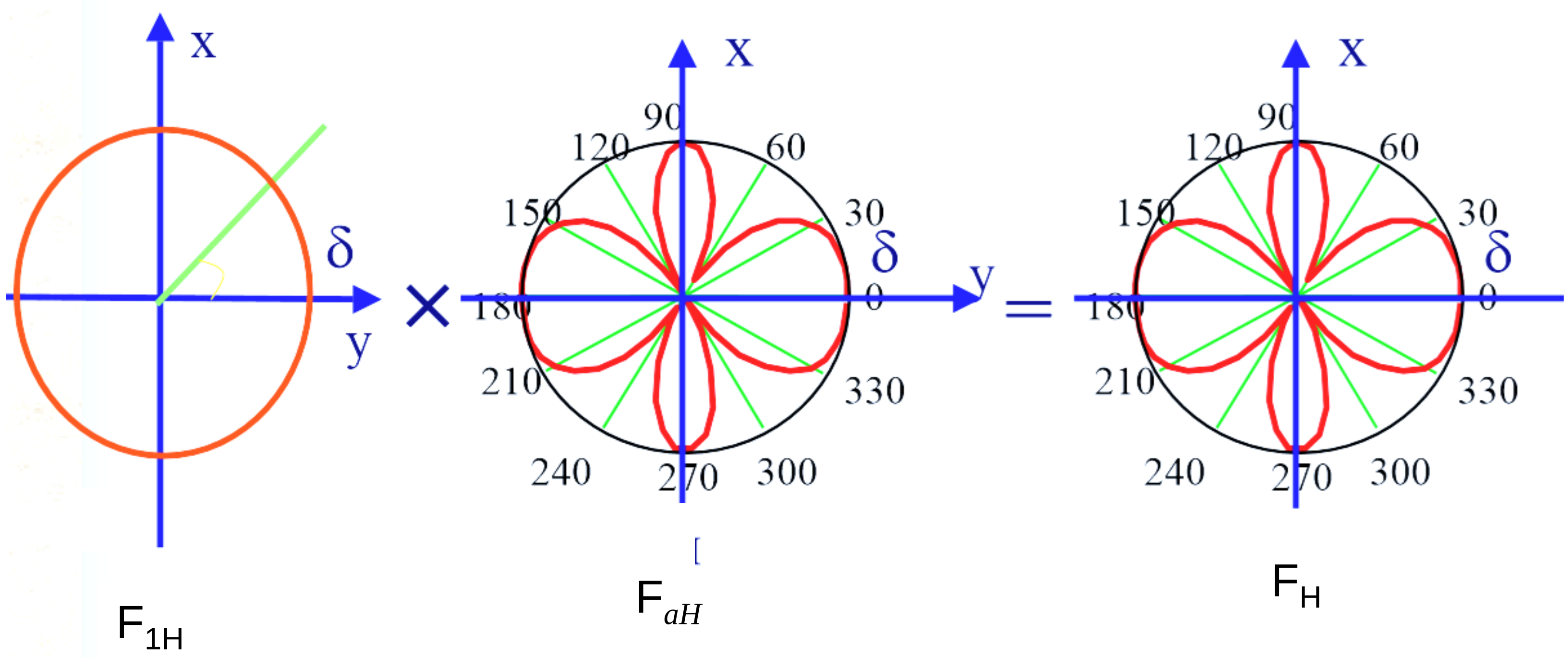
$\psi_H=\xi+k\Delta r=kd\cos\delta=2\pi\cos\delta$

形式与ψ_E一致





H面方向图：XOY面


x
δ
y
×
x
90
120
60
150
30
δ
y
180
0
210
330
240
270
300
=
x
90
120
60
150
30
δ
180
0
210
330
240
270
300
F_{1H}
F_{aH}
F_H

阵因子方向图----总结

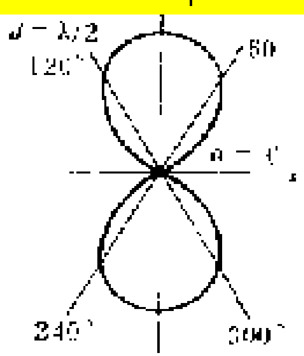
1. 等幅同相 $m=1, \xi=0$

$$f_a(\theta,\phi)=\left|2\cos\frac{(\xi+kd\cos\delta)}{2}\right|$$

$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\cos\frac{\psi}{2}\right|=2\left|\cos\frac{\xi+kd\cos\delta}{2}\right|=2\left|\cos\frac{\pi d\cos\delta}{\lambda}\right|$$

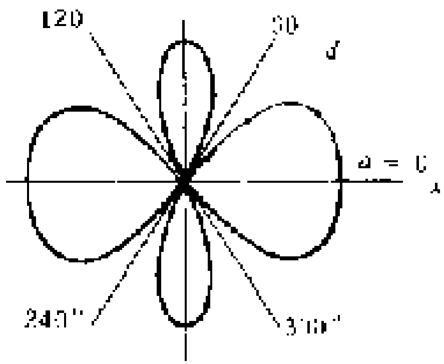
$$d=\frac{\lambda}{2}$$

$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\cos\frac{\pi}{2}\cos\delta\right|$$



$$d=\lambda$$

$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\cos\pi\cos\delta\right|$$



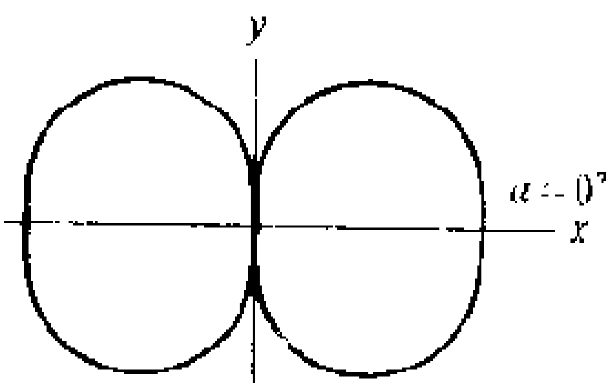
专题四： 有关天线阵

2. 等幅反相 $m=1,\xi=\pi$

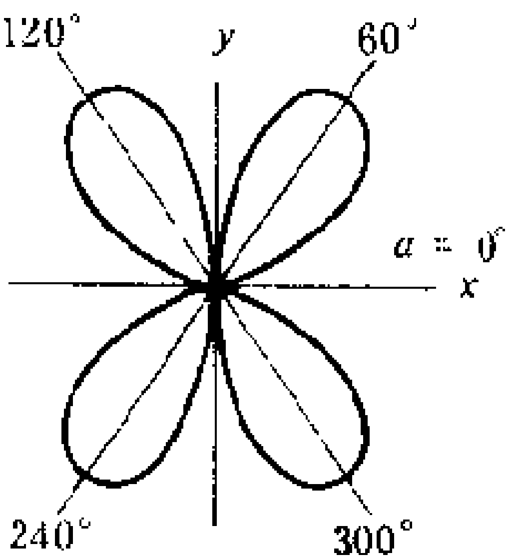
$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\cos\frac{\psi}{2}\right|=2\left|\cos\frac{\pi+kd\cos\delta}{2}\right|=2\left|\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi d\cos\delta}{\lambda}\right|$$

$d=\frac{\lambda}{2};\ f(\vartheta,\varphi)=2\left|\sin\frac{\pi}{2}\cos\delta\right|$

$d=\lambda;\ f(\vartheta,\varphi)=2\left|\sin\pi\cos\delta\right|$



(a)



(b)

专题四： 有关天线阵

- **方向图的画法**： 零值、 极值点法

——以阵因子方向图为例

$$m=1,\xi=\pi,d=\frac{\lambda}{2}$$

$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\sin\frac{\pi}{2}\cos\delta\right|$$

（1） 求函数的零值点 $f(\vartheta,\varphi)=2\left|\sin\frac{\pi}{2}\cos\delta\right|=0$

$$\frac{\pi}{2}\cos\delta=\pm n\pi \Rightarrow \cos\delta=\pm 2n$$

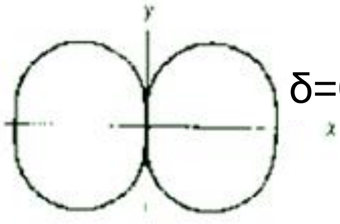
$$|\cos\delta|\le 1\ n=0\ \therefore\ \delta=\cos^{-1}0 \qquad \Rightarrow \delta_0=\begin{cases}\frac{\pi}{2}\\ \frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

（2） 求函数的极大值点及极大值

$$\frac{\pi}{2}\cos\delta=\pm n\pi+\pi/2 \quad \cos\delta=\pm 2n+1$$

$$\Rightarrow \delta_{max}=\begin{cases}0\\ \pi\end{cases}$$

根据两个极大值之间必定有一个极小值（零值），两个极小值（零值）之间必定有一个极大值，画出极大值之间、极小值之间等处的参考点。

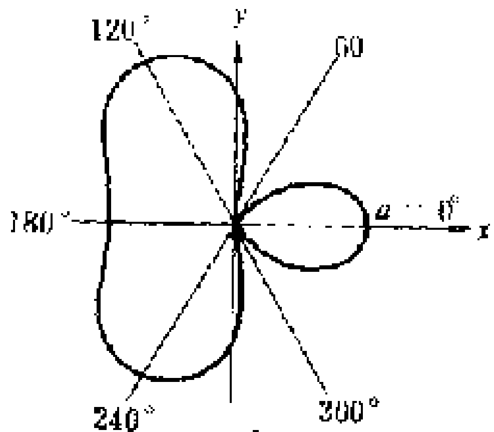


$\delta=0^0$

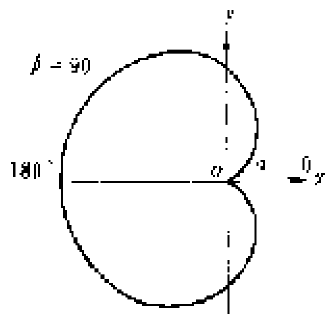
专题四： 有关天线阵

3． 等幅90度相位差 $m=1,\xi=\dfrac{\pi}{2}$

$$\xi=\frac{\pi}{2}$$

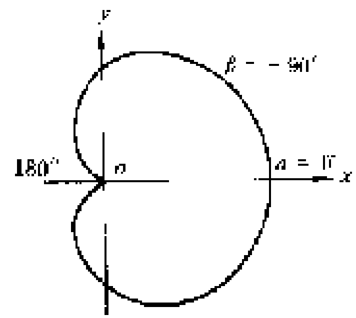


$$d=\frac{\lambda}{2}$$



$$\xi=\frac{\pi}{2}$$

d= λ /4



$$\xi=-\frac{\pi}{2}$$

d= λ /4

专题四： 有关天线阵

例3： $m=1, \xi=\dfrac{\pi}{2}, d=\dfrac{\lambda}{2}$

$$f(\vartheta,\varphi)=2\left|\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}+\pi\cos\delta}{2}\right)\right|=2\left|\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cos\delta\right)\right|$$

（1）求函数的零值点

$$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cos\delta=\pm(2n+1)\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos\delta=\pm(2n+1)-\frac{1}{2}\ (n\text{为整数})$$

$$\delta=\cos^{-1}\left(\pm(2n+1)-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow n=0$$

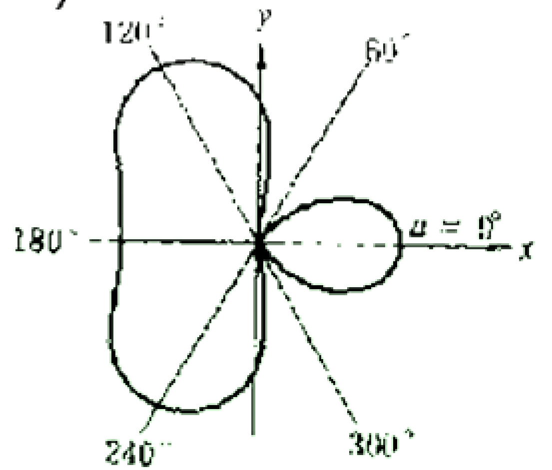
$$\delta=\cos^{-1}\left(\pm1-\frac{1}{2}\right)=\begin{cases}\cos^{-1}\left(-\dfrac{3}{2}\right)\\ \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow\delta=\begin{cases}60^\circ\\300^\circ\end{cases}\end{cases}$$

（2）求函数的极大值点及极大值

$$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\cos\delta=\pm n\pi\Rightarrow\cos\delta=2\left(\pm n-\frac{1}{4}\right)(n\text{为整数})$$

$$\delta=\cos^{-1}\left(2\left(\pm n-\frac{1}{4}\right)\right)\Rightarrow n=0$$

$$\delta=\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\delta=\begin{cases}120^\circ\\240^0\end{cases}$$



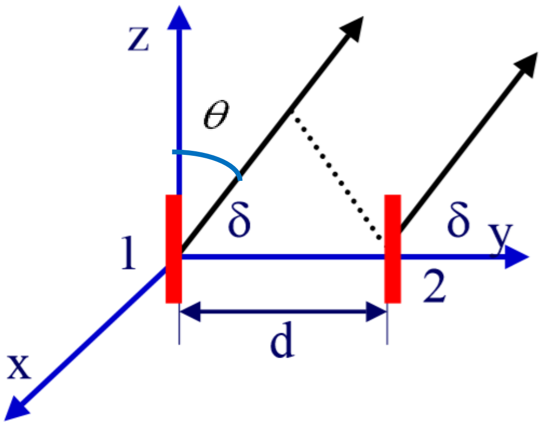
根据两个极大值之间必定有一个极小值（零值）， 两个极小值（零值）之间必定有一个极大值，

画出极大值之间、极小值之间等处的参考点。

专题四： 有关天线阵

教材例题1-5-1

$$f(\theta,\phi)=f_1(\theta,\phi)\times f_a(\theta,\phi)$$



元因子

（半波振子） $f_1(\delta)=\left|\dfrac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\right|$

专题四： 有关天线阵

$$f_1(\theta,\phi)=\left|\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\right|$$

$$m=1,\xi=\frac{\pi}{2};d=\frac{\lambda}{4}$$

$$\psi=\xi+kd\cos\delta=\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}\sin\vartheta\sin\varphi=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\sin\vartheta\sin\varphi$$

m=1 等幅 $\boxed{f_a=\left|2\cos\frac{\psi}{2}\right|}$

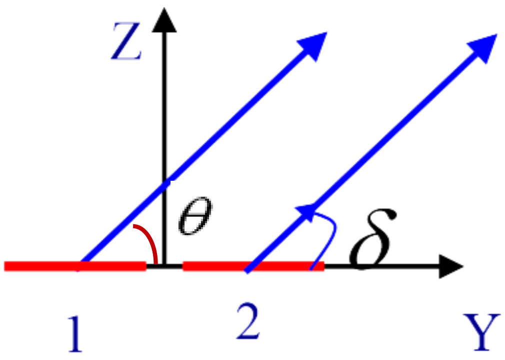
$$f_{2元阵}(\theta,\phi)=f_1(\vartheta,\varphi)f_a(\vartheta,\varphi)=\left|\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\right|\left|2\cos\frac{\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\sin\vartheta\sin\varphi\right)}{2}\right|$$

由上式可通过编程绘制二元阵的**立体方向图**

例2 有一等幅同相共线二元阵，其间隔距离d=0.5λ、1λ，求E面和H面的方向函数，概画方向图。

解： E面（YOZ面）：

方向函数



$$f_{\text{阵列}}(\delta)=\left|\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\delta\right)}{\sin\delta}\right|\times\left|\cos\left(\pi\frac{d}{\lambda}\cos\delta\right)\right|$$

专题四： 有关天线阵

H面 (XOZ面)：

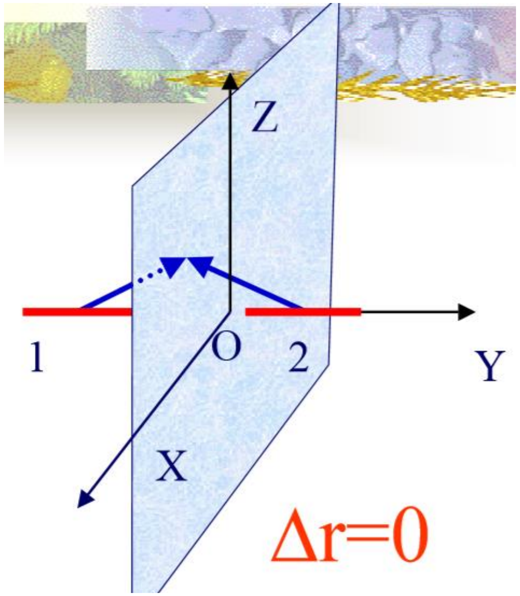
$$(I_2 = I_1)$$

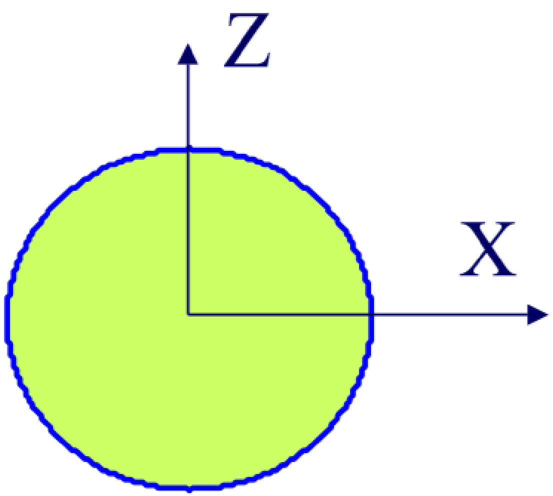
$$f_{阵列}(\varphi)$$

$$= F_1(\varphi) \cdot f_a(\varphi)$$

$$=1 \times 1$$

$$=1$$





专题四： 有关天线阵

二元阵方向性总结:

1. 间隔距离增大会导致方向图的波瓣个数变多;

2. 初始电流相位差会使方向图的最大辐射方向发生变化;

3. 两振子的电流比也会改变方向图.

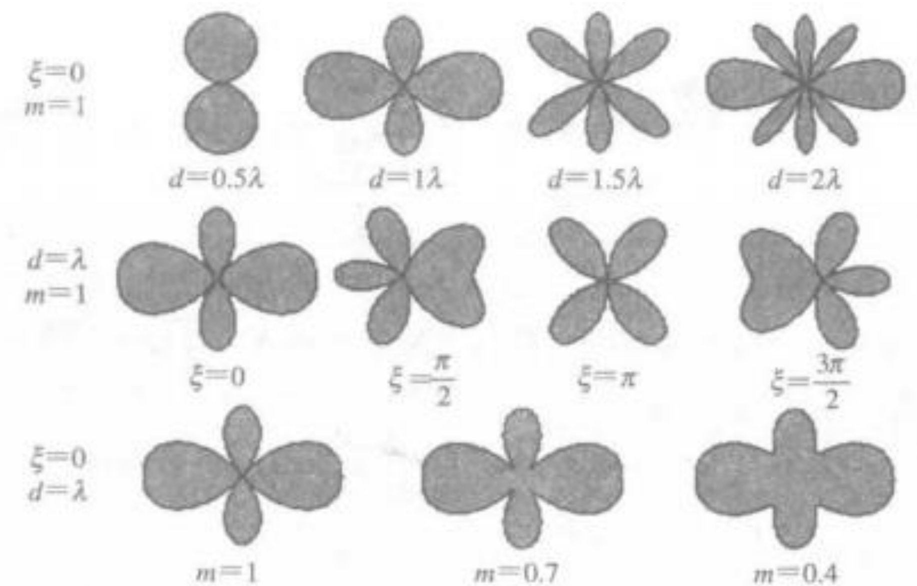
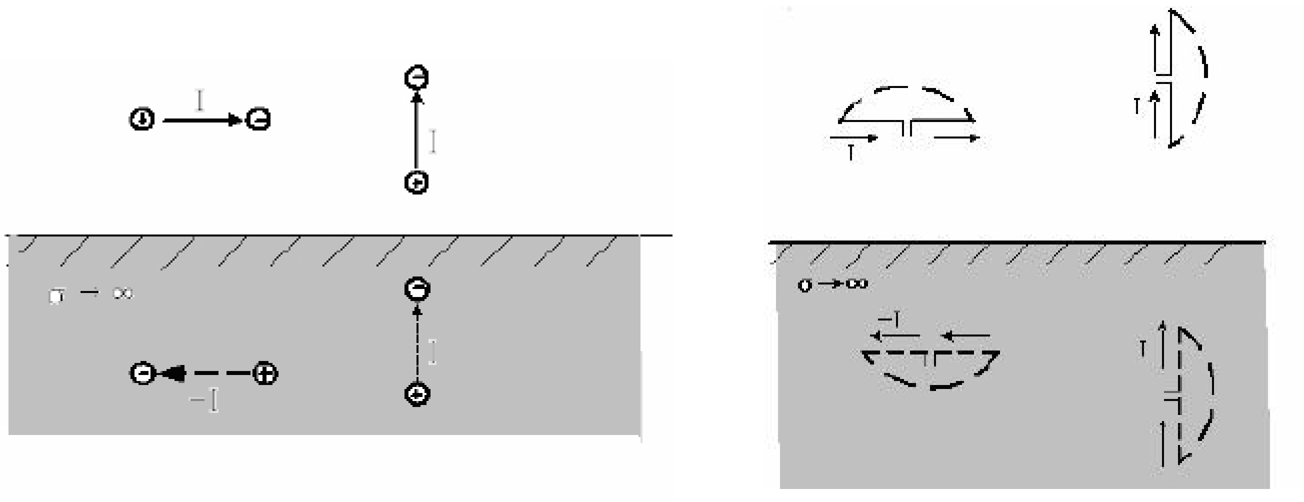


图 1-5-12 二元阵阵因子图形

专题四： 有关天线阵

二、 导体平面上的对称振子

镜像原理：



（a）电流元的镜像　　　　（b）对称振子的镜像

电流元和对称振子的镜像

水平振子为负镜像
直立振子为正镜像

作业P.50：

26

27a $d=\lambda/2$

27c $d=\lambda$

28a $d=\lambda/2$

28c $d=\lambda/2$