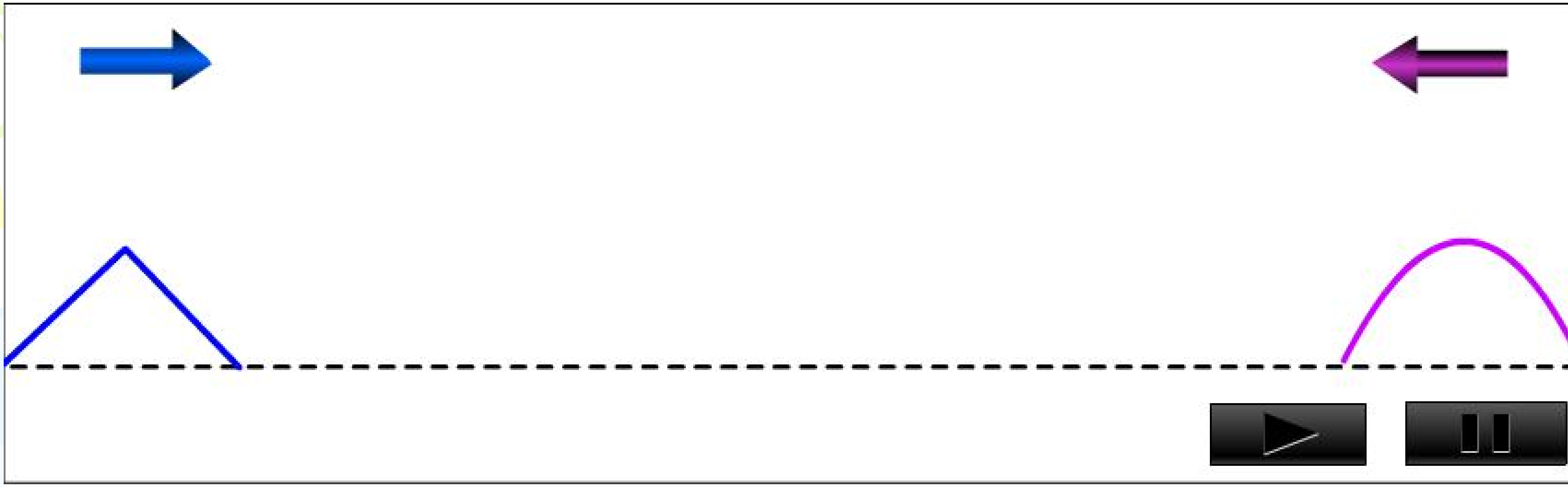
一 波的叠加原理

波传播的独立性原理或波的叠加原理



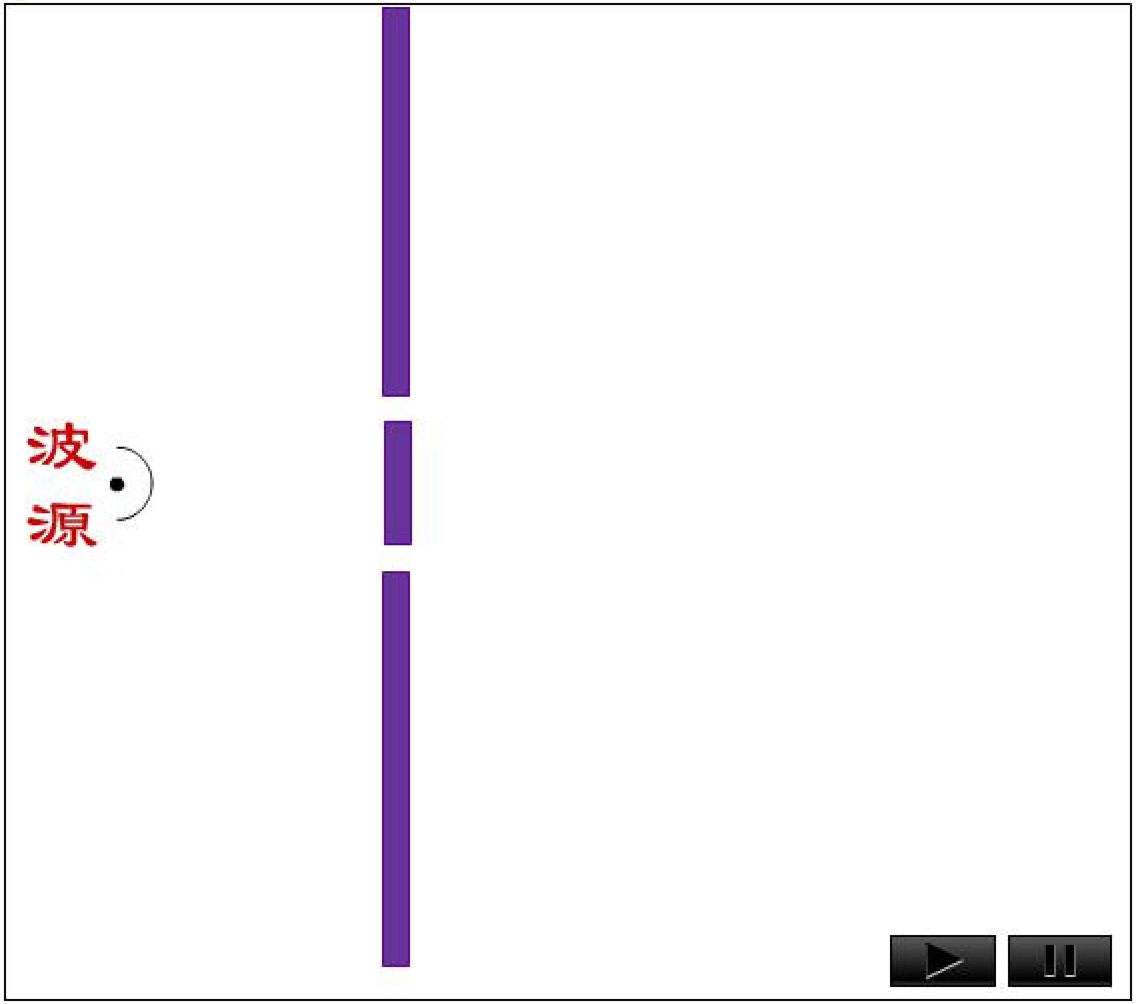
几列波相遇之后，仍然保持它们各自原有的特征（频率、波长、振幅、振动方向等）不变，并按照原来的方向继续前进，好象没有遇到过其他波一样.

在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和.

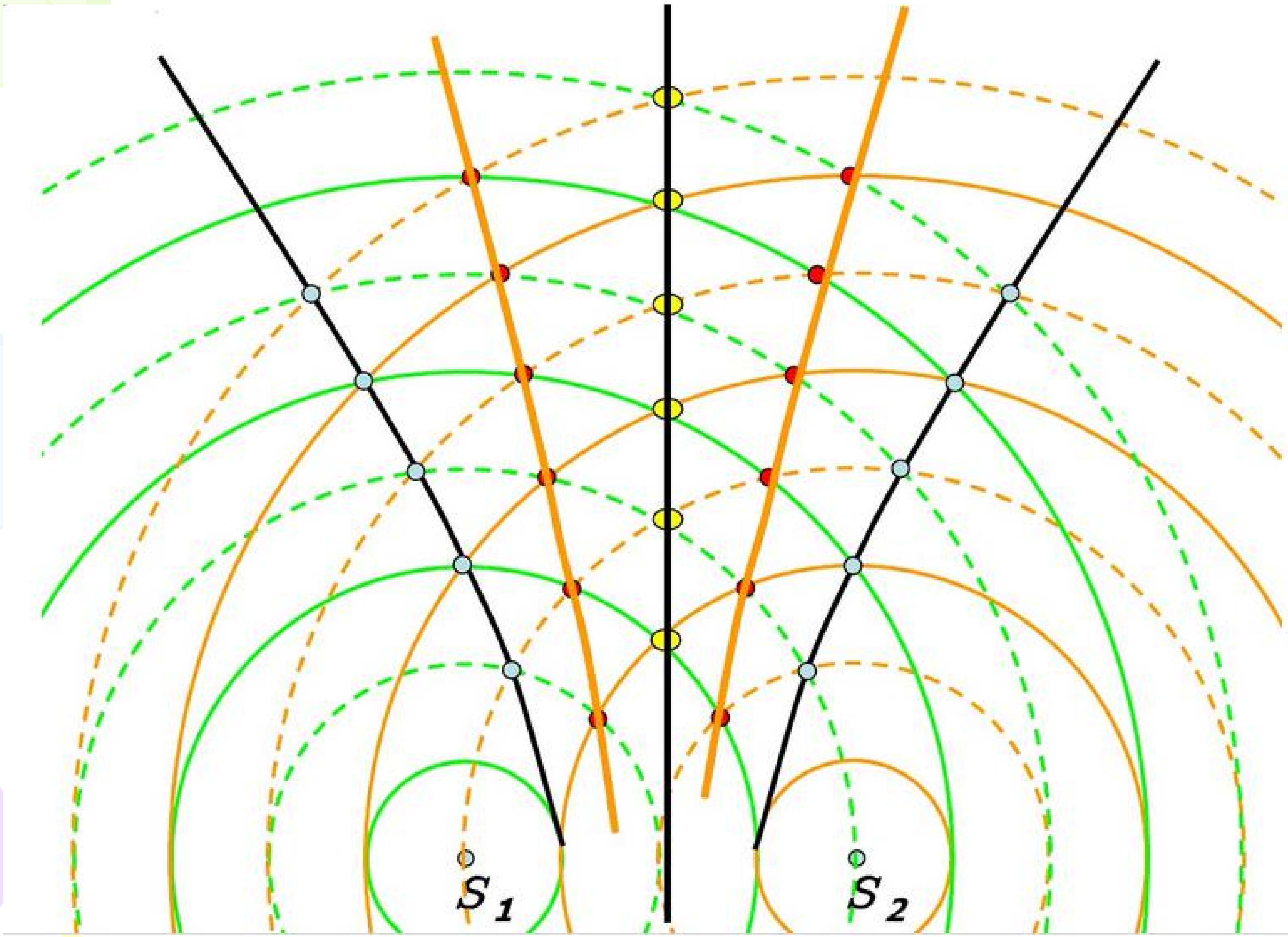
•多人一起聊天时，能分辨不同的声音正是这个原因

各种乐器发出的声波独立传播

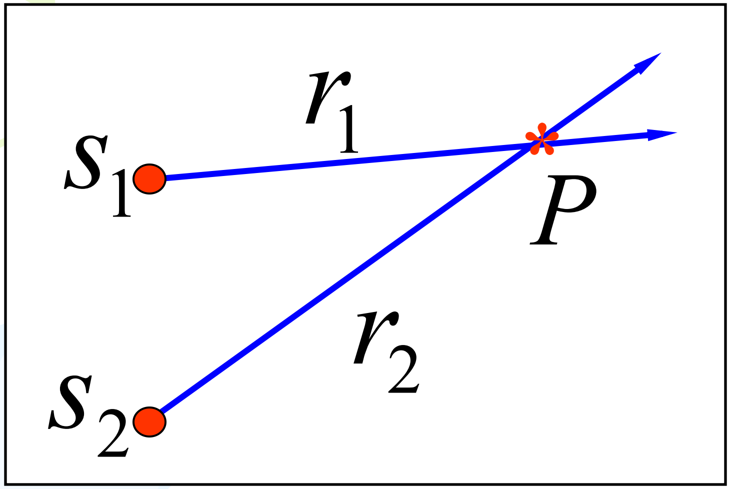
二 波的干涉



频率相同、振动方向平行、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱的现象，称为**波的干涉现象.**


S_1
S_2

在p点的振动为同方向同频率振动的合成。



➢ 波的相干条件

1）频率相同；

2）振动方向平行；

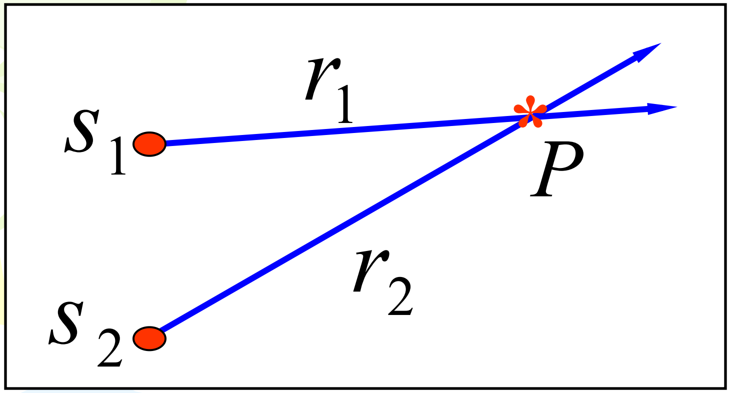
3）相位相同或相位差恒定.

波源振动

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

点***P*** 的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1p} = A_1\cos(\omega t + \boxed{\varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_1}{\lambda})} \\ y_{2p} = A_2\cos(\omega t + \boxed{\varphi_2 - 2\pi\dfrac{r_2}{\lambda})} \end{cases}$$



点P的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1p} = A_1\cos(\omega t + \boxed{\varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_1}{\lambda}}) \\ y_{2p} = A_2\cos(\omega t + \boxed{\varphi_2 - 2\pi\dfrac{r_2}{\lambda}}) \end{cases}$$

$$y_p = y_{1p} + y_{2p} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin(\varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\sin(\varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1\cos(\varphi_1 - \dfrac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2\cos(\varphi_2 - \dfrac{2\pi r_2}{\lambda})}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

常量

讨论

$$\begin{cases} A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\dfrac{r_2-r_1}{\lambda} \end{cases}$$

由于波的强度正比于振幅的平方，所以合振动的强度为：

$$\boxed{I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi}$$

1） 合振动的振幅（波的强度）在空间各点的分布随位置而变，但是稳定的.

2）

$$\begin{cases} \Delta\varphi=\pm 2k\pi \quad k=0,1,2,\cdots \\ \quad A=A_1+A_2 \quad \text{振动始终加强} \\ \Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi \quad k=0,1,2,\cdots \\ \quad A=\left|A_1-A_2\right| \quad \text{振动始终减弱} \\ \Delta\varphi=\text{其他} \quad \left|A_1-A_2\right|<A<A_1+A_2 \end{cases}$$

讨 论

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \\ \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} \end{cases}$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$ 则 $\Delta\varphi = -2\pi\dfrac{\delta}{\lambda}$

波程差 $\delta = r_2 - r_1$

3）

$\delta = \pm k\lambda \quad k = 0,1,2,\cdots$

$A = A_1 + A_2$ 振动始终加强

$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ 相长干涉

$\delta = \pm(k + 1/2)\lambda \quad k = 0,1,2,\cdots$

$A = |A_1 - A_2|$ 振动始终减弱

$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ 相消干涉

$\delta =$ 其他 $|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$

对空间不同的位置，都有恒定的$\Delta\varphi$，因而合强度在空间形成稳定的分布，即有干涉现象。

当两相干波源为同相波源时，相干条件：

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm k\lambda, \qquad k = 0,1,2,3,\ldots$$ 相长干涉

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad k = 0,1,2,3,\ldots$$ 相消干涉

两列相干波叠加时，空间各处的强度并不是简单的等于两列波强度之和，反映出能量在空间的重新分布，这种能量的重新分布在时间上是稳定的，在空间上是周期性的强弱相间分布。

波的非相干叠加 $$I = I_1 + I_2$$

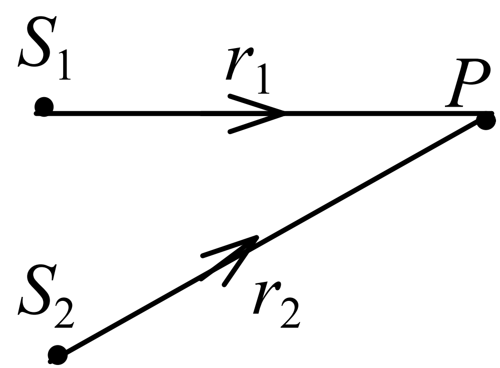
【生活中波的干涉实例】

生活实例：声波的干涉——操场上装有很多个相同的扬声器，当它们同时发声时，若绕操场一周，将会听到某些地方声音加强，某些地方声音减弱。

如图所示，两列波长为λ的相干波在P点相遇，波在S_1点振动的初相是φ_1，S_1到P点的距离是r_1；波在S_2点的初相是φ_2，S_2到P点的距离是r_2，以k代表零或正、负整数，则P点是干涉极大的条件为：

（A） $r_2 - r_1 = k\lambda$

（B） $\phi_2 - \phi_1 = 2k\pi$



（C） $\phi_2 - \phi_1 + 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda = 2k\pi$

（D）√ $\phi_2 - \phi_1 + 2\pi(r_1 - r_2)/\lambda = 2k\pi$

关于两列波的稳定干涉现象，下列说法正确的是（ ）

A.任意两列波都能产生稳定干涉现象

B.发生稳定干涉现象的两列波，它们的频率一定相同

C.在振动减弱的区域，各质点都处于波谷

D.在振动加强的区域，有时质点的位移等于零

关于两列波的干涉现象，下列说法中正确的是（　　）

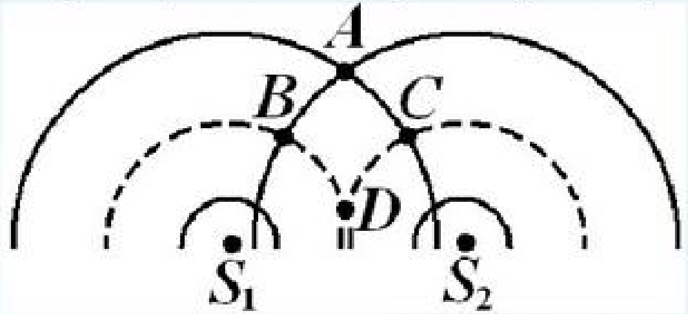
A.任意两列波都能产生干涉现象

B.发生干涉现象的两列波，它们的频率一定相同

C.在振动减弱的区域，各质点都处于波谷

D.在振动加强的区域，质点的位移不可能是0

如图所示，S_1、S_2是两个频率相等的波源，它们在同一种介质中传播，以S_1、S_2为圆心的两组同心圆弧分别表示同一时刻两列波的波峰（实线）和波谷（虚线）则以下说法正确的是：（　　）



√

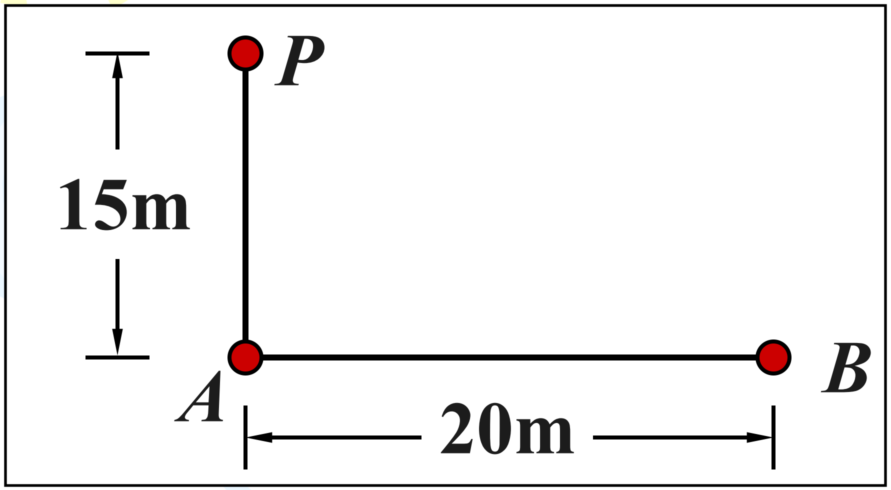
A. 质点A是振动加强点

B. 质点D是振动减弱点

C. 再过半周期，质点B、C是振动加强

D. 质点A始终处于最大位移

例 如图所示，*A*、*B* 两点为同一介质中两相干波源.其振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，但当点 *A* 为波峰时，点*B* 适为波谷.设波速为10m/s，试写出由*A*、*B* 发出的两列波传到点*P* 时干涉的结果.



解 $BP=\sqrt{15^2+20^2}\,\text{m}=25\,\text{m}$

$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{10}{100}\,\text{m}=0.10\,\text{m}$$

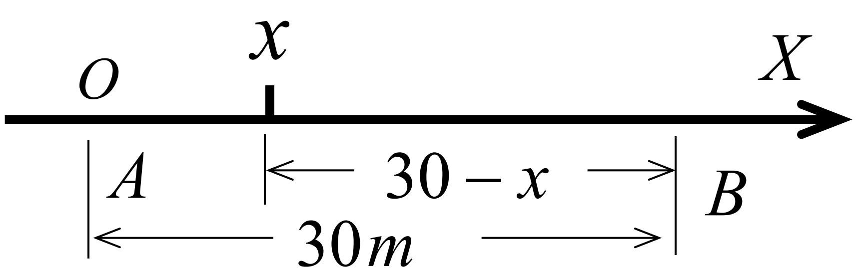
设 *A* 的相位较 *B* 超前，则 $\varphi_A-\varphi_B=\pi$.

$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{0.1}=-201\pi$$

点*P* 合振幅　$A=|A_1-A_2|=0$

例　位于A、B两点的两个波源，振幅相等，频率都是100赫兹，相位差为π，其A、B相距30米，波速为400米/秒，求:A、B连线之间因干涉而静止的各点的位置。

解：如图所示，取A点为坐标原点，A、B联线为X轴，取A点的振动方程 ：

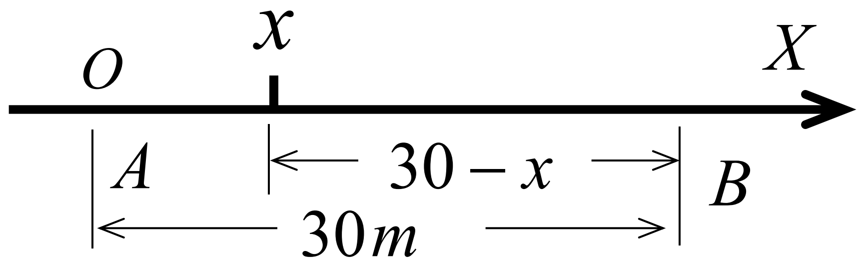


$$y_A = A\cos(\omega t + \pi)$$

在X轴上A点发出的行波方程：

$$y_A = A\cos(\omega t + \pi - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

B点的振动方程 ：



$$y_B = A\cos(\omega t + 0)$$

在X轴上B点发出的行波方程：

$$y_B = A\cos[\omega t + 0 - \frac{2\pi(30-x)}{\lambda}]$$

因为两波同频率，同振幅，同方向振动，所以相干为静止的点满足：

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi(30-x)}{\lambda} = (2k+1)\pi$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\Delta\varphi = \pi + \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi(30-x)}{\lambda} = (2k+1)\pi$$

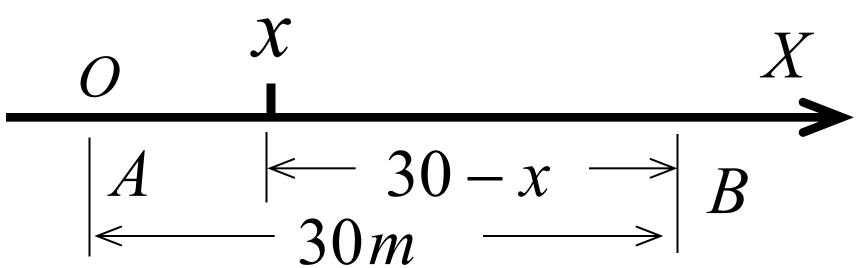
$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

干涉相消的点需满足：　$-30 + 2x = k\lambda$

因为：$\lambda = \dfrac{u}{\nu} = 4m$

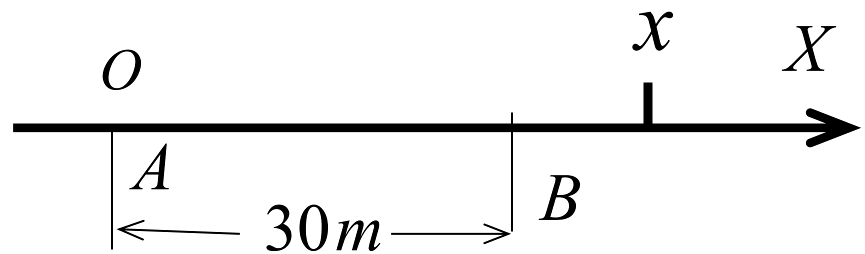
$$x = 15 + k \times 2$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



$$x = 1,3,5,7,9,\ldots\ldots 25,27,29\,m$$

位于A、B两点的两个波源，振幅相等，频率都是100赫兹，相位差为π，其A、B相距30米，波速为400米/秒，问A点左侧、B点右侧，有没有因干涉而静止的点？



没有。

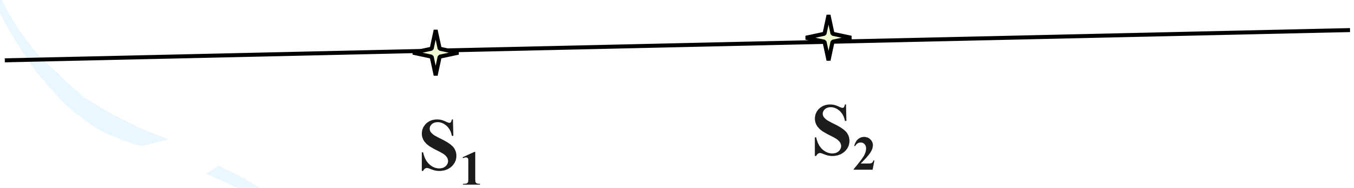
$$\Delta\varphi = \pi - \left[\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi(x-30)}{\lambda}\right] = -14\pi$$

处处干涉相长

练习：S_1和S_2为两相干波源，振幅均为A_1，相距$\lambda/4$，S_1较S_2位相超前$\pi/2$，求：

（1）S_1外侧各点的合振幅和强度

（2）S_2外侧各点的合振幅和强度



解：（1）在S_1外侧，距离S_1为r_1的点，S_1S_2传到该点引起的位相差

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}[r_1 - (r_1 + \frac{\lambda}{4})] = \pi$$

合振幅 $A=A_1-A_1=0$ $I=A^2=0$

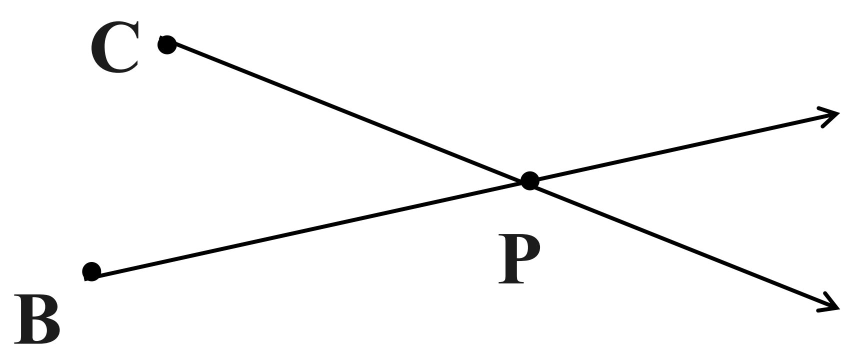
（2）在S_2外侧，距离S_2为r_2的点，S_1S_2传到该点引起的位相差

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 + \frac{\lambda}{4} - r_2) = 0$$

合振幅 $A=A_1+A_1=2A_1$ $I=A^2=4A_1^2$

练习:B点发出的平面横波沿BP方向传播，它在B点的振动方向为 $y_1 = 2\times10^{-3}\cos(2\pi t)$；C点发出的平面横波沿CP方向传播，它在C点的振动方向为：$y_2 = 2\times10^{-3}\cos(2\pi t+\pi)$（y以m计，t以s计）。设BP=0.1m,CP=0.5m，波速u为0.2m/s，求（1）两波传到P点时的位相差

（2）当这两列波的振动方向相同时，P处合振动的振幅



解（1） $$\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(\overline{CP}-\overline{BP})$$

$$=\pi-\frac{\omega}{u}(\overline{CP}-\overline{BP})$$

$$=\pi-\frac{2\pi}{0.2}(0.5-0.4)=0$$

（2）P点是相长干涉，且振动方向相同，所以

$$A=A_1+A_2=4\times10^{-3}m$$