第2章 规则金属波导

2.1导波原理

2. 2矩形波导

2.3圆形波导

2.4波导的激励与耦合

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

$$k_{cmn}^2=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (2-2-15)$$

◆①截止波长与相移常数

- 将m=1, n=0 代入式（2-2-15），得TE_{10}模截止波数为

$$k_c=\frac{\pi}{a} \quad (2-2-21)$$

- 截止波长为$\lambda_{cTE_{10}}=\dfrac{2\pi}{k_c}=2a \quad (2-2-22)$

- 相移常数为

$$\beta=\sqrt{k^2-k_c^2}=\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{2\pi}{2a}\right)^2}=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \quad (2-2-23)$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆②波导波长与波阻抗

- TE_{10}模波导波长为 $\lambda_g = \dfrac{2\pi}{\beta} = \dfrac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}}$ (2-2-24)
- TE_{10}模的波阻抗为

$$Z_{TE_{10}} = \left|\frac{E_t}{H_t}\right| = \left|\frac{E_y}{H_x}\right| = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{2\pi f\mu}{\beta} = \frac{2\pi\frac{c}{\lambda}\mu}{\beta} = \frac{2\pi\frac{1}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\mu}{\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}} \quad (2\text{-}2\text{-}25)$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆③相速与群速

⊕TE_{10}模的**相速** $\upsilon_p = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{2\pi v/\lambda}{2\pi/\lambda_g} = v\dfrac{\lambda_g}{\lambda} = v\Big/\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda}{2a}\right)^2} > v \quad (2-2-26)$

⊕TE_{10}模的**群速** $\upsilon_g = \dfrac{d\omega}{d\beta}$ $\qquad \beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - k_c^2}$

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{2}\frac{2\omega\mu\varepsilon}{\sqrt{k^2-k_c^2}} = \frac{\dfrac{k^2}{\omega^2}\omega}{\sqrt{k^2-k_c^2}} = \frac{\dfrac{k^2}{\omega^2}\omega}{\sqrt{k^2-k_c^2}} = \frac{\upsilon_p}{v^2}$$

$$\upsilon_g = \frac{v^2}{\upsilon_p} = v\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} < v \quad (2-2-27) \qquad \upsilon_g\upsilon_p = v^2$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

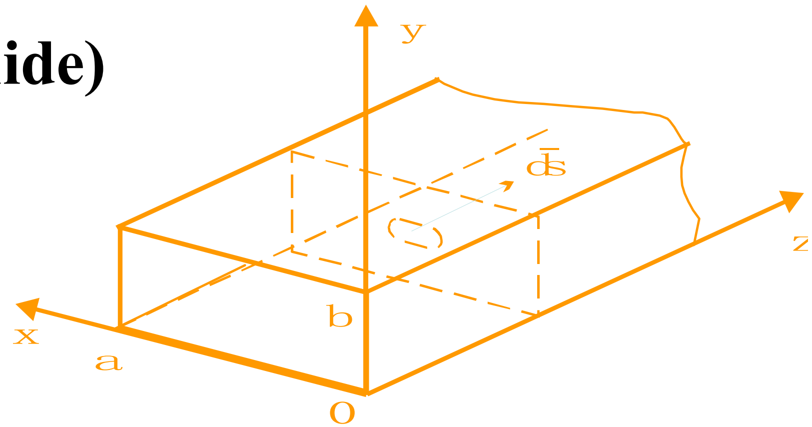


图 计算功率时的面积元

◆④传输功率

由式（2-1-19）得矩形波导TE_{10}模的**传输功率**为

$$P=\frac{1}{2}Re\int_S(E\times H^*)\cdot dS=\frac{1}{2}Re\int_S(E_t\times H_t^*)\cdot a_z dS=\frac{1}{2Z}\int_S|E_t|^2 dS$$

$$P=\frac{1}{2Z_{TE_{10}}}\iint|E_y|^2 dxdy=\frac{abE_{10}^2}{4Z_{TE_{10}}}$$

$E_{10}=\frac{\omega\mu a}{\pi}H_{10}$

是E_y分量在波导宽边中心处的振幅值

波导传输TE_{10}模时的**功率容量**为

$$p_{br}=\frac{abE_{10}^2}{4Z_{TE_{10}}}=\frac{abE_{br}^2}{480\pi}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}\quad(2-2-29)$$

E_{br}为击穿电场幅值

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆④传输功率

⊕波导传输TE_{10}模时的功率容量为 $p_{br}=\dfrac{abE_{10}^2}{4Z_{TE_{10}}}=\dfrac{abE_{br}^2}{480\pi}\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda}{2a}\right)^2}$

⊕空气的击穿场强为30kV/cm, 故空气矩形波导的功率容量为

$$P_{br0}=0.6\,ab\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}\ MW \quad (2-2-30)$$

⊕讨论:

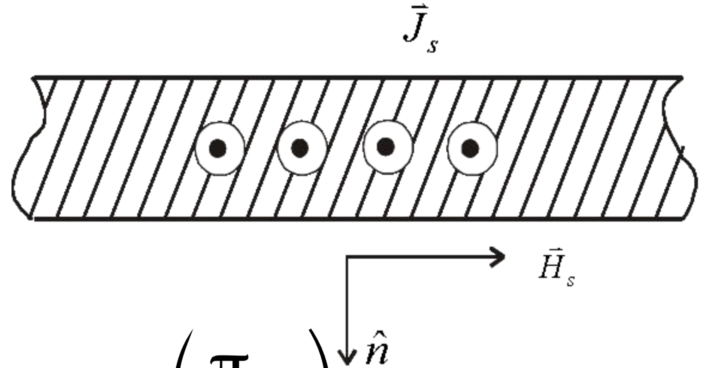
(1)功率容量P_{br}与波导面积ab成正比。波导尺寸越大, 频率越高, 则功率容量越大

(2)而当负载不匹配时, 由于形成驻波, 电场振幅变大, 功率容量变小, 则不匹配时的功率容量和匹配时的功率容量的关系为

$$P_{br}'=\frac{P_{br}}{\rho}$$

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑤表面电流

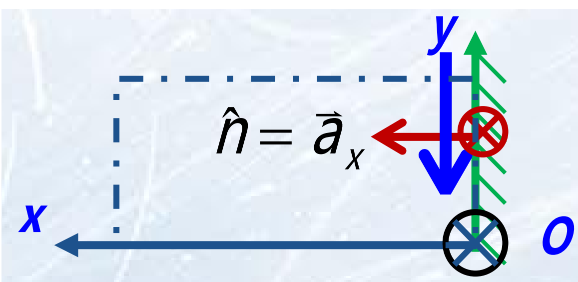


➢导体上表面电流 $\vec{J}_s = \hat{n}\times\vec{H}_s$

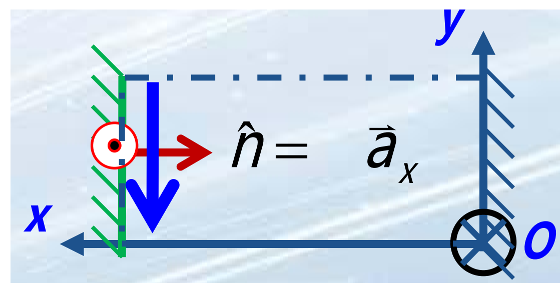
$$\vec{H} = \frac{j\beta a}{\pi}H_{10}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}\vec{a}_x + H_{10}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}\vec{a}_z$$

$x=0 \quad \vec{H} = H_{10}\, e^{-j\beta z}\vec{a}_z$

$x=a \quad \vec{H} = -H_{10}\, e^{-j\beta z}\vec{a}_z$



$$\vec{J}_s\big|_{x=0} = \vec{a}_x\times\vec{H}_s$$
$$= \vec{a}_x\times H_{10}\, e^{-j\beta z}\vec{a}_z$$
$$= -\vec{a}_y H_{10}\, e^{-j\beta z}$$

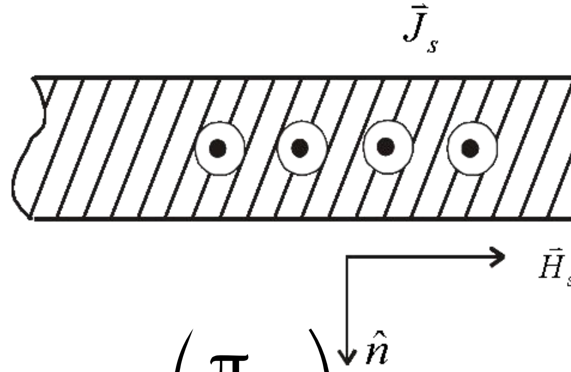


$$\vec{J}_s\big|_{x=a} = -\vec{a}_x\times\vec{H}_s$$
$$= -\vec{a}_x\times\left(-H_{10}\, e^{-j\beta z}\vec{a}_z\right)$$
$$= -\vec{a}_y H_{10}\, e^{-j\beta z}$$

➢**结论：** 左右两壁，对应点电流大小相等，方向相同

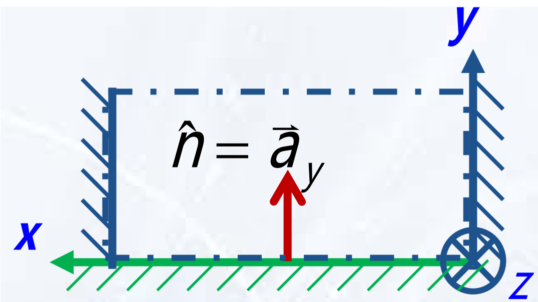
(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑤表面电流



➢导体上表面电流 $\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}_s$

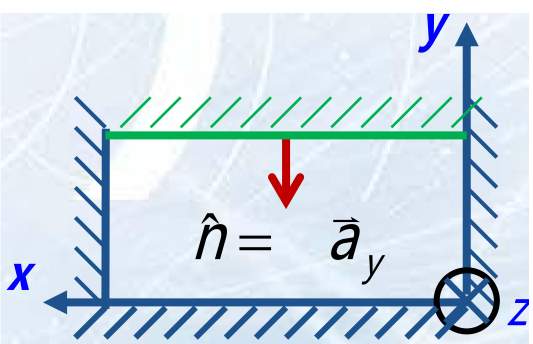
$$\vec{H} = \frac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_x + H_{10} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_z$$



$$\vec{J}_s\Big|_{y=0} = \vec{a}_y \times \left(\vec{H}_x + \vec{H}_z\right)$$

$$= -\frac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_z + H_{10} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

$$\vec{J}_s\Big|_{y=0} = -\vec{J}_s\Big|_{y=b}$$



$$\vec{J}_s\Big|_{y=b} = -\vec{a}_y \times \left(\vec{H}_x + \vec{H}_z\right)$$

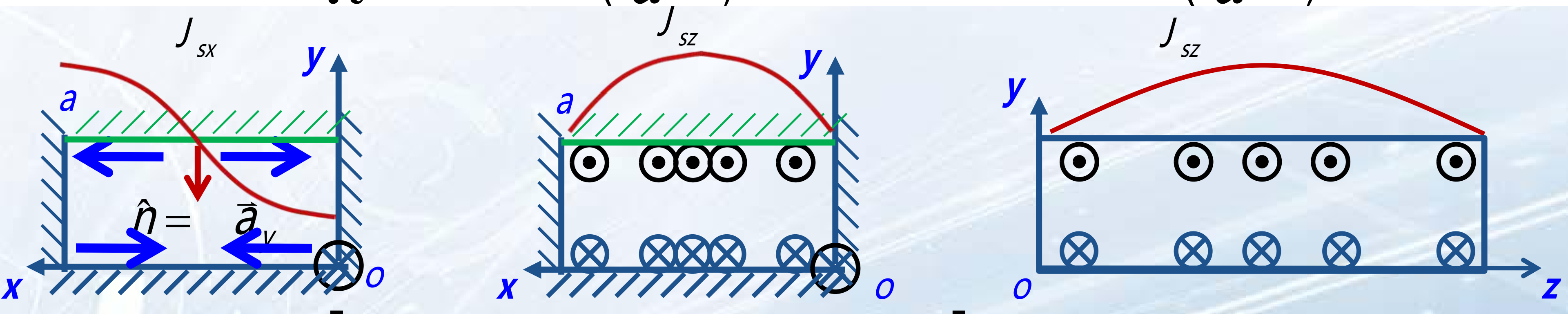
$$= \frac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_z - H_{10} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \vec{a}_x$$

➢**结论：**上下两壁，对应点电流大小相等，方向相反

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑤表面电流 $\left.J_{sz}\right|_{y=b}$ $\left.J_{sx}\right|_{y=b}$

$$\left.\vec{J}_s\right|_{y=b}=\underbrace{\frac{j\beta a}{\pi}H_{10}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}\vec{a}_z}_{\left.J_{sz}\right|_{y=b}}-\underbrace{H_{10}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}\vec{a}_x}_{\left.J_{sx}\right|_{y=b}}$$



$$\left.\vec{J}_{sz}\right|_{y=b}=\mathrm{Re}\left[\frac{j\beta a}{\pi}H_{10}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-j\beta z}e^{j\omega t}\vec{a}_z\right]$$

$$=\mathrm{Re}\left\{\frac{j\beta a}{\pi}H_{10}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\left[\cos\left(\omega t-\beta z\right)+j\sin\left(\omega t-\beta z\right)\right]\vec{a}_z\right\}$$

$$=-\frac{\beta a}{\pi}H_{10}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\omega t-\beta z\right)\vec{a}_z$$

2.2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

- 当电磁波沿传输方向传播时，由于波导金属壁的热损耗和波导内填充的介质的损耗必然会引起能量或功率的递减。对于空气波导，由于空气介质损耗很小，可以忽略不计，而导体损耗是不可忽略的。

- 设导行波沿z方向传输时的衰减常数为α，则沿线电场，磁场按$e^{-\alpha z}$规律变化，即

$$\begin{cases} E(z) = E_0 e^{-\alpha z} \\ H(z) = H_0 e^{-\alpha z} \end{cases} \quad (2-2-32)$$

- 传输功率的变化规律 $P = P_0 e^{-2\alpha z}$ (2-2-33)

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

- 传输功率的变化规律 $P = P_0 e^{-2\alpha z}$ (2-2-33)
- 上式两边对z求导 $\dfrac{dP}{dz} = -2aP_0 e^{-2az} = -2aP$ (2-2-34)
- 沿线功率减少率等于传输系统单位长度上的损耗功率Pl, 即

$$P_l = -\frac{dP}{dz} \quad (2-2-35)$$

- 比较式（2-2-34）和式（2-2-35）可求得衰减常数α

$$a = \frac{P_l}{2P} \ \mathrm{Np/m} \quad (2-2-36)$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

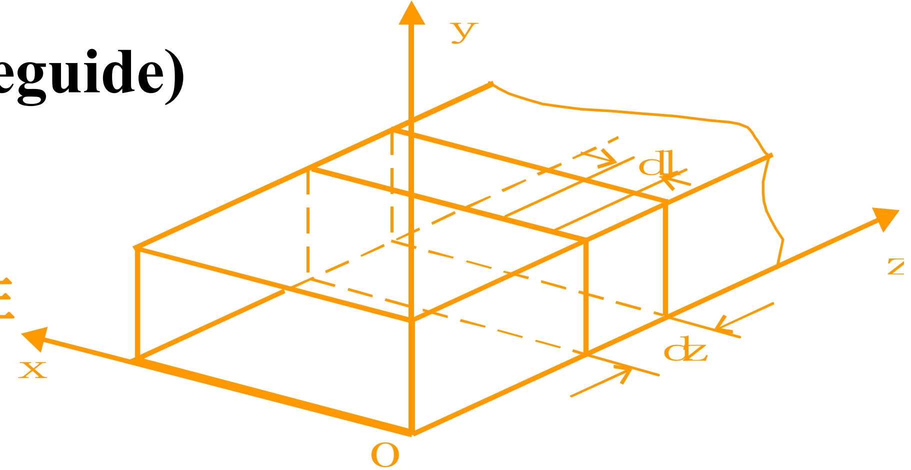


图 衰减计算用图

在波导内表面壁***ds=dldz***上衰减功率 $\delta P_l = \dfrac{1}{2} J_{sm}^2 R_s dldz$

J_{sm}:表面电流密度
Rs:表面电阻

$$dP = \oint_C \delta P_l = \frac{1}{2}\oint_c J_{sm}^2 R_s dldz = \frac{1}{2} R_s dz \oint J_{sm}^2 dl$$

$$= \frac{1}{2} R_s dz \oint H_{sm}^2 dl$$

$$-\frac{dP}{dz} = P_l = \frac{1}{2} R_s \oint H_{sm}^2 dl$$

$$P = \frac{Z}{2}\int_S |H_t|^2 dS$$

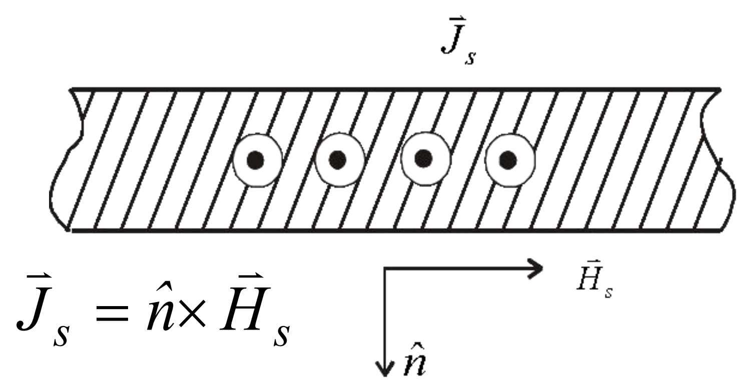


图 波导管内壁电流

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

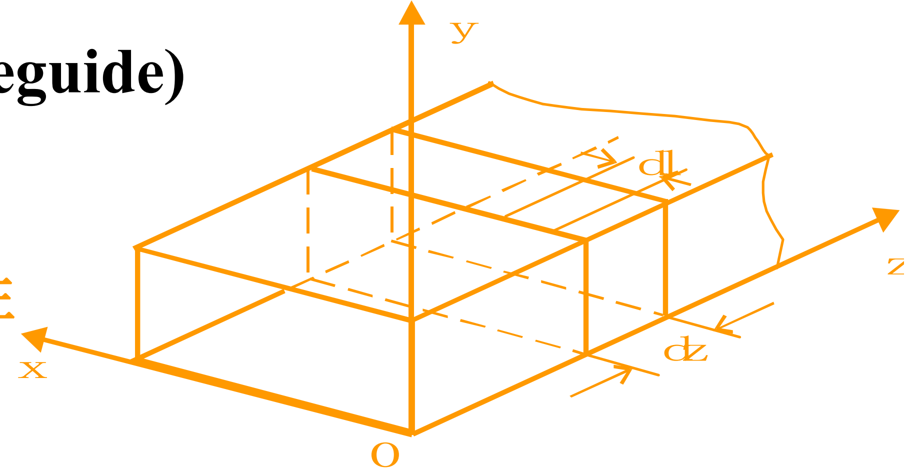


图 衰减计算用图

◆⑥衰减特性

$$-\frac{dP}{dz}=P_l=\frac{1}{2}R_s\oint H_{sm}^2 dl$$

$$P=\frac{Z}{2}\int_S |H_t|^2 dS$$

$$a=\frac{P_l}{2P}=\frac{R_s}{2Z}\frac{\oint_C H_{sm}^2 dl}{\int_s H_{tm}^2 ds}$$

其中：$Z=\frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}}$， $R_s=\sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}}$

给出的是Np/m，一般应采用dB/m，有1Np/m=8.686dB/m

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

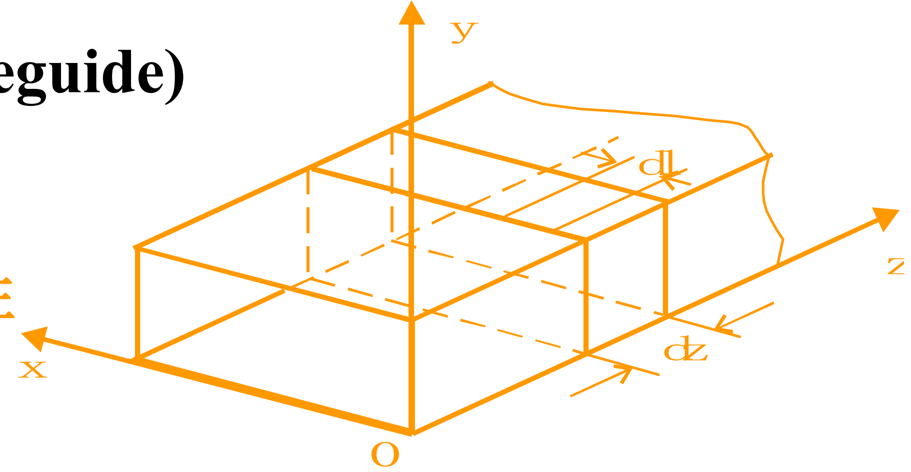


图 衰减计算用图

矩形波导中 $\oint H_{sm}^2 dl = 2\int_0^a \left(H_x^2 + H_z^2\right)\Big|_{y=0} dx + 2\int_0^b H_z^2\Big|_{x=0} dy$

$$= aH_{10}^2\left[\left(\frac{\beta a}{\pi}\right)^2 + 1\right] + 2bH_{10}^2$$

$$\int_s H_{tm}^2 ds = \int_0^a \int_0^b H_x^2 \, dxdy = \frac{ab}{2}\left(\frac{\beta a}{\pi}\right)^2 H_{10}^2$$

$$a = \frac{R_s}{2Z}\frac{\oint_C H_{sm}^2 dl}{\int_s H_{tm}^2 ds} = \frac{R_s}{b\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda}{2a}\right)^2}}\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right]$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

⌖矩形波导中 $$a=\frac{R_s}{2Z}\frac{\oint_C H_{sm}^2 dl}{\int_s H_{tm}^2 ds}=\frac{R_s}{b\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}\left[1+\frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right]$$

其中: $$\frac{\beta a}{\pi}=\frac{2a}{\lambda_g},\quad \left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2=\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{2a}\right)^2$$

$$\boxed{a=\frac{8.68R_s}{b\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}\left[1+\frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right]dB/m\quad(2-2-37)}$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

$$a=\frac{8.68R_s}{b\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}\left[1+\frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right]dB/m\quad(2-2-37)$$

⊕讨论：

①衰减与波导的材料有关, 因此要选导电率高的非铁磁材料, 使R_S尽量小。

②增大波导高度b能使衰减变小, 但当b＞a/2时单模工作频带变窄, 故衰减与频带应综合考虑。

③衰减还与工作频率有关, 给定矩形波导尺寸时, 随着频率的提高先是减小, 出现极小点, 然后稳步上升。如图 2-5 所示。

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、主模TE_{10}的场分布及其工作特性

(2) TE_{10}模的传输特性

◆⑥衰减特性

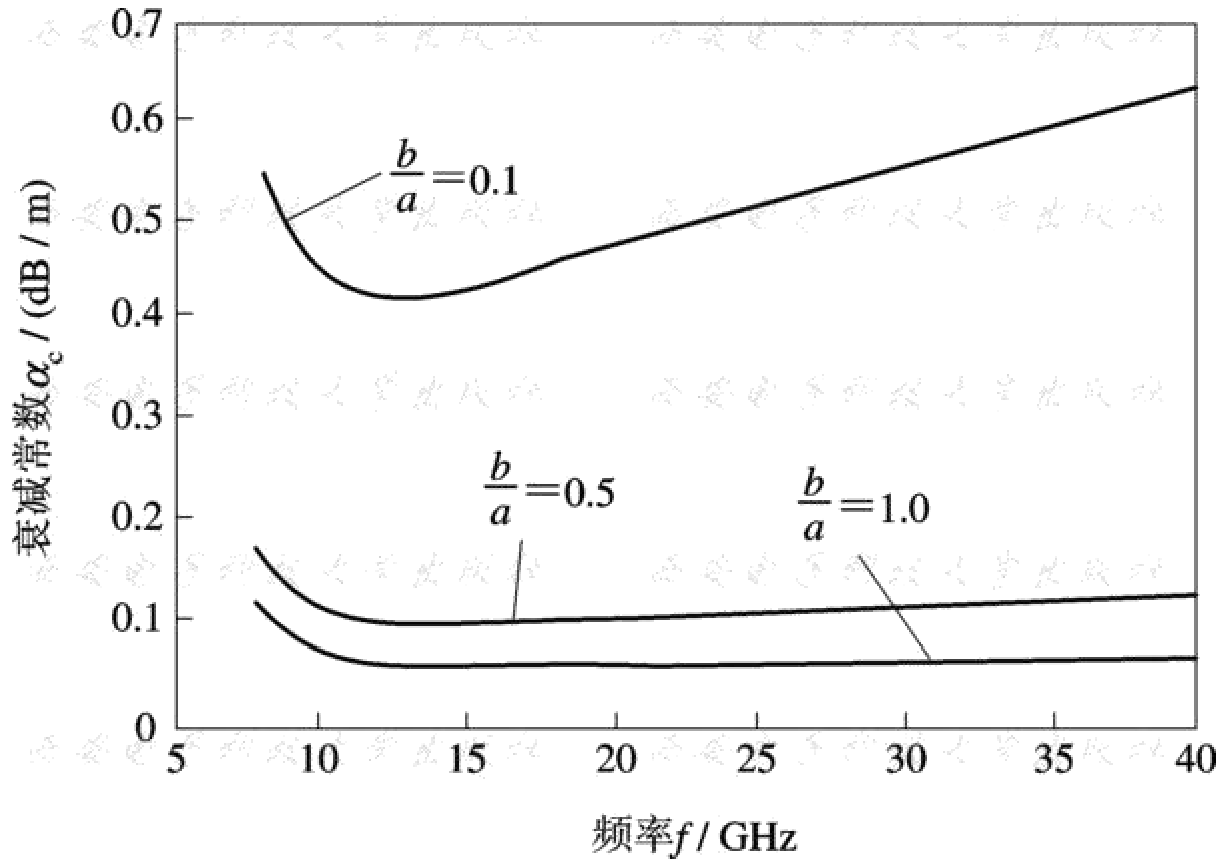


图2-5　TE_{10} 模衰减常数随频率变化曲线

2.2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、矩形波导尺寸选择原则

(1)波导带宽问题

◆TE_{10}单模传播条件 $$\begin{cases} \lambda_{cTE_{20}} < \lambda < \lambda_{cTE_{10}} \\ \lambda_{cTE_{01}} < \lambda < \lambda_{cTE_{10}} \end{cases} \quad \mathbf{(2-2-38)}$$

◆将TE_{10}模、 TE_{20}模和TE_{01}模的截止波长代入上式得

$$\begin{cases} a < \lambda < 2a \\ 2b < \lambda < 2a \end{cases} \text{或写作} \begin{cases} \lambda/2 < a < \lambda \\ 0 < b < \lambda/2 \end{cases}$$

◆即取 $b < a/2$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

二、矩形波导的传输特性

2、矩形波导尺寸选择原则

(2)波导功率容量问题

$$p_{br}=\frac{abE_{10}^2}{4Z_{TE_{10}}}=\frac{abE_{br}^2}{480\pi}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \quad (2-2-29)$$

◆在传播所要求的功率时，波导不致于发生击穿。由式（**2-2-29**）可知，适当增加 **b**可增加功率容量，故 **b** 应尽可能大一些。

(3)波导的衰减问题

$$a=\frac{8.68R_s}{b\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}\left[1+\frac{2b}{a}\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right] dB/m \quad (2-2-37)$$

◆通过波导后的微波信号功率不要损失太大。由式（**2-2-37**）知，增大**b**也可使衰减变小，故**b**应尽可能大一些。

◆综合上述因素，矩形波导的尺寸一般选为

$$\begin{cases} a=0.7\lambda \\ b=(0.4-0.5)a \end{cases} \quad (2-2-39)$$

◆标准波导：**b = a/2**

高波导：**b＞a/2**

扁波导： **b＜a/2**

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

【例题】矩形波导截面尺寸为a×b=72mm×30mm，波导内充满空气，信号源频率为3GHz，试求：

(1)波导中可以传播的模式；

(2)该模式的截止波长、相移常数、波导波长、相速、群速和波阻抗。

解：(1)由信号源频率可求得其波长为 $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3\times 10^8}{3\times 10^9} = 10\,cm$

矩形波导中，TE_{10}、TE_{20}的截止波长为

$$\lambda_{cTE_{10}} = 2a = 14.4\,cm \qquad \lambda_{cTE_{20}} = a = 7.2\,cm$$

因此，波导中只能传输TE_{10}模

$$\lambda_{cTE_{mn}} = \lambda_{cTM_{mn}} = \frac{2\pi}{k_{cmn}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} \quad (2-2-16)$$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

【例题】矩形波导截面尺寸为a×b=72mm×30mm，波导内充满空气，信号源频率为3GHz，试求：

(1)波导中可以传播的模式；

(2)该模式的截止波长、相移常数、波导波长、相速、群速和波阻抗。

解：(2)①TE_{10}的截止波长为$\lambda_{cTE_{10}} = 2a = 14.4\,cm$

②截止波数为 $k_c = \dfrac{2\pi}{\lambda_c} = \dfrac{\pi}{a} = 13.89\pi$

自由空间波数为 $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = 20\pi$

相移常数为$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = 45.2$

③波导波长 $\lambda_g = \dfrac{2\pi}{\beta} = 13.9\,cm$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

【例题】矩形波导截面尺寸为a×b=72mm×30mm，波导内充满空气，信号源频率为3GHz，试求：

(1)波导中可以传播的模式；

(2)该模式的截止波长、相移常数、波导波长、相速、群速和波阻抗。

解：(2)④相速为 $v_p = \dfrac{\omega}{\beta} = 4.17\times 10^8\ m/s$

⑤群速为 $v_g = \dfrac{d\omega}{d\beta} = c\sqrt{1-(\lambda/2a)^2} = 2.16\times 10^8\ m/s$

⑥波阻抗 $Z_{TE_{10}} == \dfrac{120\pi}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}} = 166.8\pi\Omega$

2. 2矩形波导(Rectangular Waveguide)

作业：2.4，2.6