2018 春季 A 卷参考答案

一、0.6； $\frac{4}{9}$ ； $1-e^{-\frac{1}{2}}$ ； $N(-4,25)$ ； t(2); (4.71,5.69)

二、 CBDAAA

三、共 58 分.

1.

（1）设迟到记为事件 A，乘火车、轮船、汽车、飞机分别记为事件 B_1,B_2,B_3,B_4 由全概率公式，$P(A)=\sum_{i=1}^{4}P(B_i)P(A|B_i)=0.3\times0.25+0.2\times0.5+0.1\times0.5=0.225$

（2）由贝叶斯公式，$P(B_1|A)=\frac{P(AB_1)}{P(A)}=\frac{0.3\times0.25}{0.225}=\frac{1}{3}$

2.

（1） $f_X(x)=\begin{cases}6(x-x^2),0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$； $f_Y(y)=\begin{cases}6(\sqrt{y}-y)，0<y<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

（2） $f_X(x)f_Y(x)\neq f(x,y)$, 不独立；

3

(1). $F(y)=\begin{cases}0, y<0\\ \int_0^y 2tdt=y^2, 0<y<1\\ 1, y>1\end{cases}$

(2) $E(Y)=\int_0^1 2y^2dy=2\frac{y^3}{3}|_0^1=\frac{2}{3}$

$P\{Y<E(Y)\}=P\{Y<\frac{2}{3}\}=F(\frac{2}{3})=\frac{4}{9}$

(3) $Cov(X,Z)=Cov(X,XY)=E(X^2Y)-E(X)E(XY)$

$EX=0, EX^2=1$

$\Rightarrow Cov(X,Z)=E(X^2Y)=E(X^2)E(Y)=\frac{2}{3}$

4.

(1)$\overline{X}=EX=\frac{1+\theta}{2}\Rightarrow\hat{\theta}_1=2\overline{X}-1$ ；

$E[\hat{\theta}_1]=2E[\overline{X}]-1=2\times\frac{1+\theta}{2}-1=\theta$，是无偏估计

（2） $\hat{\theta}_2=\max_{1\le i\le n}\{X_i\}$

$$F_{X_i}(x)=\begin{cases}0, x\le 1\\ \dfrac{x-1}{\theta-1}, 1<x<\theta\\ 1, x\ge\theta\end{cases}\Rightarrow F_{\hat{\theta}_2}(x)=\begin{cases}0, x\le 1\\ (\dfrac{x-1}{\theta-1})^n, 1<x<\theta\\ 1, x\ge\theta\end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{\hat{\theta}_2}(x)=\begin{cases}\dfrac{n}{\theta-1}(\dfrac{x-1}{\theta-1})^{n-1}, 1<x<\theta\\ 0, \quad 其它\end{cases}=\begin{cases}\dfrac{n}{(\theta-1)^n}(x-1)^{n-1}, 1<x<\theta\\ 0, \quad 其它\end{cases}$$

5. 由题意知, 样本均值为 $\overline{x}=66.6$ ，样本标准差 $s=15$ ，样本容量 $n=36$

$H_0:\mu=70 \qquad H_1:\mu\ne 70$

检验统计量 $t=\dfrac{\overline{X}-70}{S/\sqrt{n}}$

临界点为 $\pm t_{0.025}(35)=\pm 2.0301$; 拒绝域为 $(2.0301,+\infty)\cup(-\infty,-2.0301)$

代入观察值，计算得 $t=\dfrac{\overline{x}-70}{s/\sqrt{n}}=\dfrac{66.5-70}{15/\sqrt{36}}=-1.4$，没有落在拒绝域内，不能拒绝原假设。

四、证: $E(\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}EX_i^2=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2=\sigma^2$；

$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)\Rightarrow E[\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}]=n-1\Rightarrow E(S^2)=\sigma^2$ 或者

$$E[S^2]=E[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2]=E[\frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2-n\overline{X}^2)]=\frac{1}{n-1}[\sum_{i=1}^{n}E(X_i{}^2)-nE(\overline{X}^2)]$$

$$=\frac{1}{n-1}[n\sigma^2-n\frac{\sigma^2}{n}]=\sigma^2$$