中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

_2013_年_秋季学期　考试科目：__高等数学 II-1__学院：_数学科学学院

试卷类型：__B__卷　命题人：_《高等数学》教研组_　审核人：__________

考试说明：本课程为闭卷考试，共_2_页。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题(共 11 题，每题 3 分，共 33 分)

1. 已知 $f'(x_0)=-1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0-2x)-f(x_0+3x)}{2x}=$__________________；

2. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}(\sin\dfrac{\pi}{n}+\sin\dfrac{2\pi}{n}+\cdots\sin\dfrac{n\pi}{n})=$__________________；

3. 设 $g(x)$ 在 $x=a$（$a\neq 0$）的某邻域内有定义，$f(x)=(x^2-a^2)g(x)$，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 点可导的充要条件是__________________；

4. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x-a}{x+a})^x=e^3$，则 $a=$__________________；

5. 若 $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，则 $y''=$__________________；

6. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，则方程 $\int_a^x f(t)dt+\int_b^x\dfrac{1}{f(t)}dt=0$ 在 (a,b) 内有

   __________个实根；

7. 曲线 $y=\dfrac{x^3-3x}{x^2+1}$ 的渐近线是__________________；

8. 曲线 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 围成的区域绕 y 轴旋转一周所产生的旋转体的体积为_____；

9. 已知 $f(x^2-1)=\ln\dfrac{x^2}{x^2-2}$，且 $f[\varphi(x)]=\ln x$，则 $\int\varphi(x)dx=$__________________；

10. 求导数 $\dfrac{d}{dx}\int_{x^2}^{0}x\cos t^2dt=$__________________；

11. 过点(1,2,1)且垂直于两平面 $x+y=0$ 和 $5y+z=0$ 的平面方程是__________________；

学号：______　姓名：______　专业年级：______　授课教师：______　考场教室号：______　座号：______

装　订　线

二、计算题(共 6 题，每题 8 分，共 48 分)

1. 已知$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$存在， $f(0)=0$，当$x\neq 0$时，有

$$(1+x)f(x)=\frac{3\sin x}{\ln(1+x)}-2\lim_{x\to 0} f(x),$$

试求 $f(x)$的表达式；

2. 已知可微函数 $y=f(x)$在 x 点满足 $\Delta y=\frac{x}{1+x^2}\Delta x+o(\Delta x)$，且 $f(0)=1$，求函数 $f(x)$；

3. 求由摆线$\begin{cases} x=a(t-\sin t), \\ y=a(1-\cos t), \end{cases}$ $(0\le t\le 2\pi)$， $(a>0)$，及 $y=0$所围成的图形的面积；

4. 已知 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 0, \\ e^x, & x>0 \end{cases}$，求$\phi(x)=\int_{-1}^{x} f(t)dt$；

5. 设 $f(x)=\int_0^x \frac{\sin t}{\pi - t}dt$，计算$\int_0^{\pi} f(x)dx$；

6. 一抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 通过 $(0,0),(1,2)$ 两点，且 $a<0$，确定 a,b,c 的值，使得抛物线与 x 轴所围图形的面积最小。

三、证明题(共 2 题，第 1 题每题 9 分，第 2 题 10 分，共 19 分)

1. 设 $f(x)$有二阶导数，且 $f(0)=f(1)=0,\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0$，则在（0, 1）内至少存在一点$\xi$，使 $f''(\xi)=0$；

2. 设函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续且单调增加，证明：

$$\int_a^b xf(x)dx \ge \frac{a+b}{2}\int_a^b f(x)dx。$$