

能量、动量和角动量是最基本的物理量。他们的守恒定律是自然界中的基本规律，适用范围远远超出了牛顿力学。

动量描述平动，角动量描述转动。

本节从牛顿力学出发导出动量的定义，推导出动量守恒定律，并讨论在牛顿力学中的应用。

力的**累积**效应



$$\vec{F}(t) \text{ 对 } t \text{ 积累} \rightarrow \vec{p}, \vec{I}$$
$$\vec{F} \text{ 对 } \vec{r} \text{ 积累} \rightarrow W, E$$



车辆超载容易
引发交通事故



车辆超速容易
引发交通事故

◆ 动量

$$\vec{p} = m \vec{v}$$



动量

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

单位：在国际单位制中，动量的单位是
千克·米/秒，符号是 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ；

动量是矢量：方向由速度方向决定，动量的
方向与该时刻速度的方向相同；

动量是描述物体运动状态的物理量，是**状态量**；

动量是相对的，与参考系的选择有关。

注意：物体的动量，总是指物体在某一时刻的动
量，即具有瞬时性，故在计算时相应的速度应取
这一时刻的瞬时速度

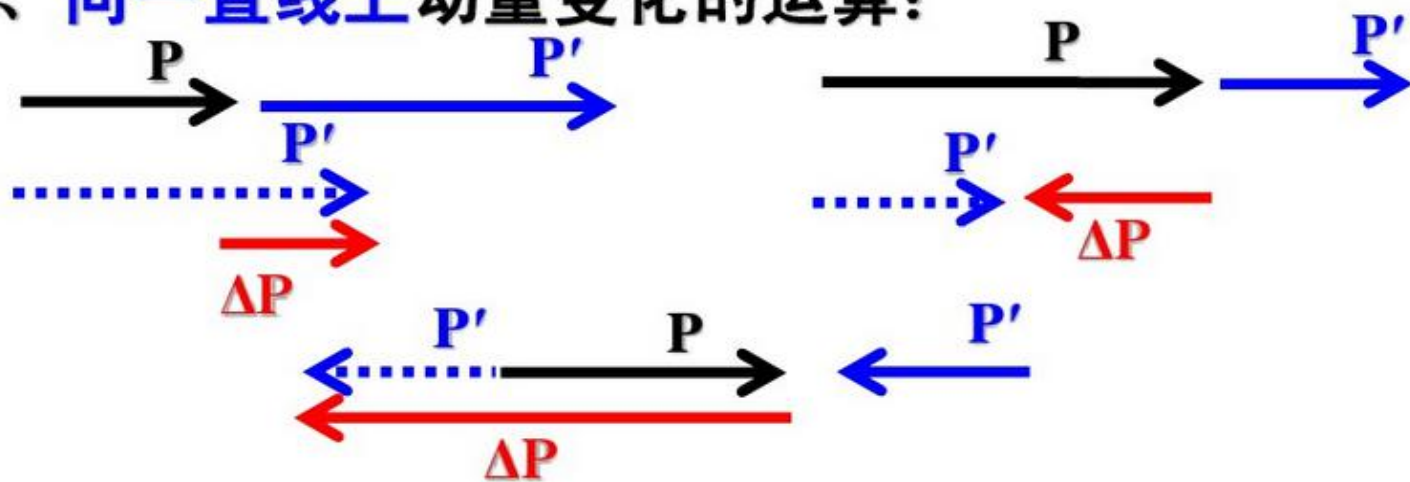
动量的变化 Δp

1、某段运动过程（或时间间隔）**末状态的动量** p' 跟**初状态的动量** p 的矢量差，称为动量的变化（或动量的**增量**），即 $\Delta p = p' - p$

2、动量变化的三种情况：

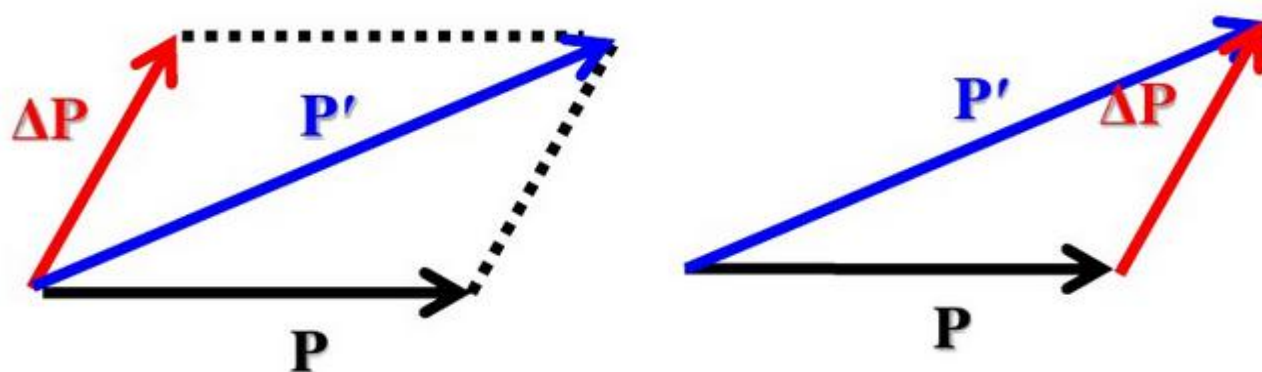
大小变化、方向改变或大小和方向都改变。

3、同一直线上动量变化的运算：



动量的变化 Δp

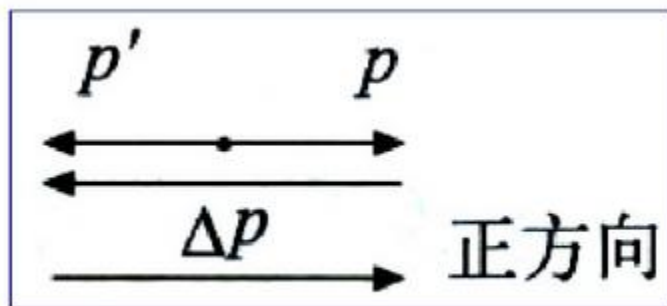
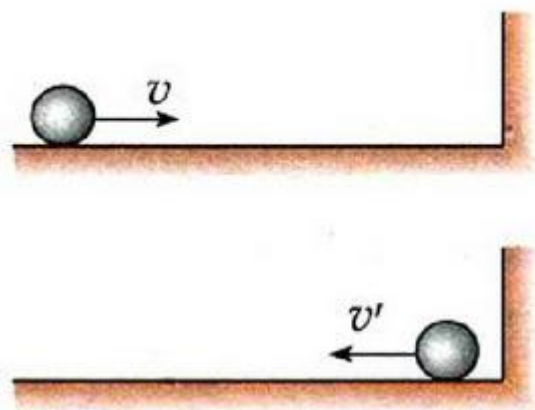
不在同一直线上的动量变化的运算，遵循**平行四边形定则**：



也称**三角形法则**：从初动量的矢量末端指向末动量的矢量末端



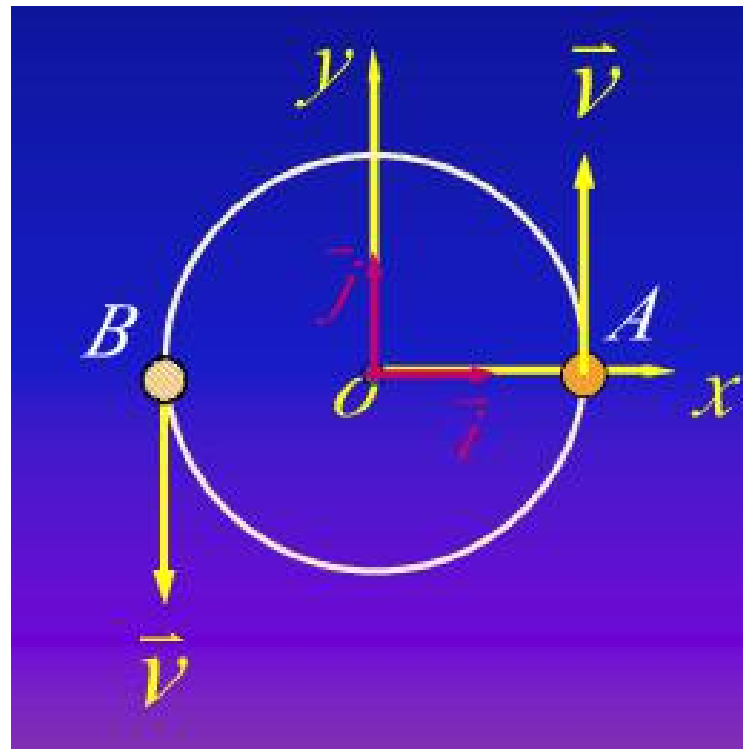
一个质量是 0.1kg 的钢球，以 6m/s 的速度水平向右运动，碰到一个坚硬物后被弹回，沿着同一直线以 6m/s 的速度水平向左运动（如图），碰撞前后钢球的动量各是多少？碰撞前后钢球的动量变化了多少？



思考题

图示质点 m 在水平面上做半径为 R 的匀速圆周运动，速率为 v ，从A点逆时针运动到B点的半圆周内，问：

- (1) 小球的动量变化为多少？
- (2) 向心力的平均值为多少？



一 冲量 质点的动量定理

◆ 冲量 力对时间的积分（**矢量**）

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

恒力的冲量：

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot (t_2 - t_1)$$



运动员在投掷标枪时，伸直手臂，尽可能的延长手对标枪的作用时间，以提高标枪出手时的速度。



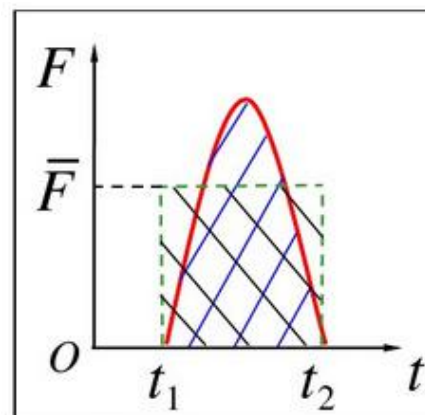
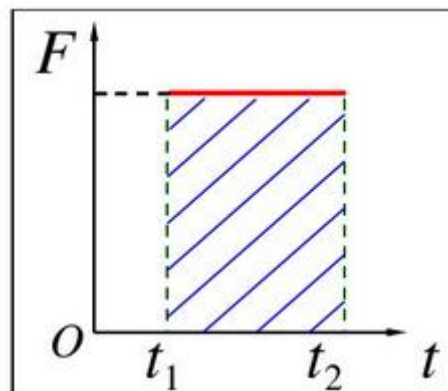
讨论

(1) F 为恒力

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

(2) F 为变力

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{F}dt = d\vec{p} = d(m\vec{v})$$

F 作用时间很短时，可用力的平均值来代替。

由此可求平均作用力

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt &= \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \\ &= m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \end{aligned}$$



• **讨论** 设作用在质量为1 kg的物体上的力 $F=6t+3$ (SI). 如果物体在这一力的作用下, 由静止开始沿直线运动, 在0到2.0 s的时间间隔内, 这个力作用在物体上的冲量大小 $I=$ _____.

答案: 18 N·s



合冲量的计算方法:

- ①、若合外力是恒力，可以先求出合力，再由 $I = F_{\text{合}} t$ 求冲量
- ②、若受几个力均为恒力，可求每一个力的冲量，再求矢量合。
- ③、若在全过程中受力情况不同，对应时间不同，可求出每个力的冲量，然后求矢量合。

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1$$

动量定理 在给定的时间内，外力作用在质点上的冲量，等于质点在此时间内动量的增量。

冲量的单位 Ns 动量 kg m/s $1\text{Ns}=1\text{kg m/s}$

冲量是有大小方向的矢量，由这段时间内的所有微分冲量 Fdt 的矢量和决定，而不能由某一瞬时的 F 决定。

若力为恒力 \vec{I} 与 \vec{F} 方向一致

力为变力 \vec{I} 与 \vec{F} 方向可能不一致



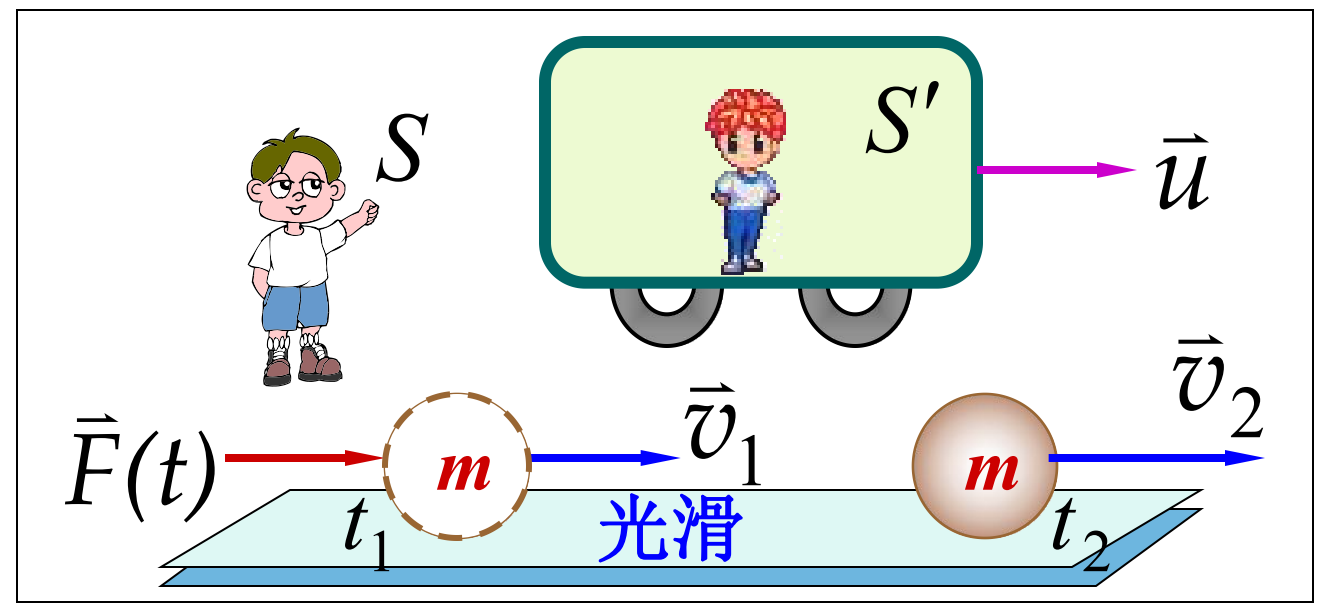
分量形式

$$\vec{I} = I_x \vec{i} + I_y \vec{j} + I_z \vec{k} \left\{ \begin{array}{l} I_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x dt = mv_{2x} - mv_{1x} \\ I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y dt = mv_{2y} - mv_{1y} \\ I_z = \int_{t_1}^{t_2} F_z dt = mv_{2z} - mv_{1z} \end{array} \right.$$



讨论

➤ 动量的相对性和动量定理的不变性



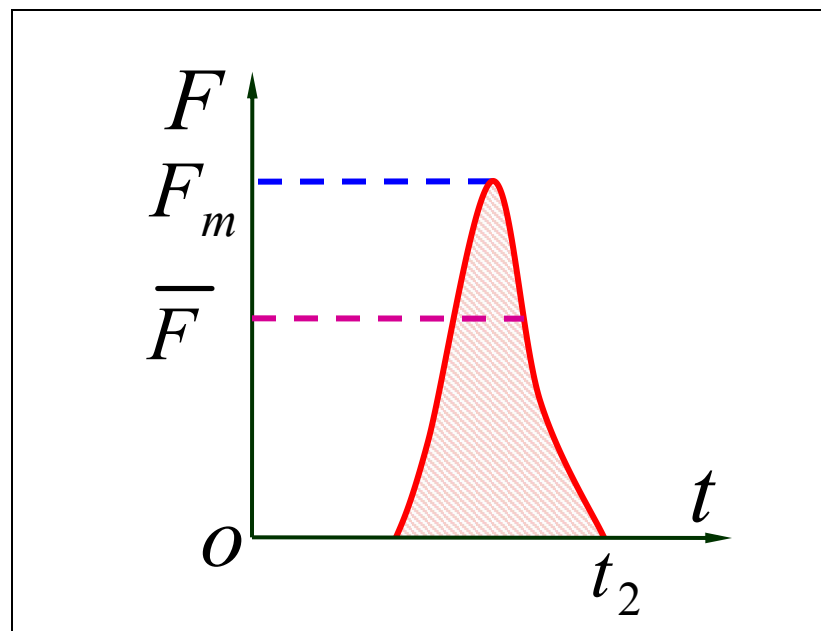
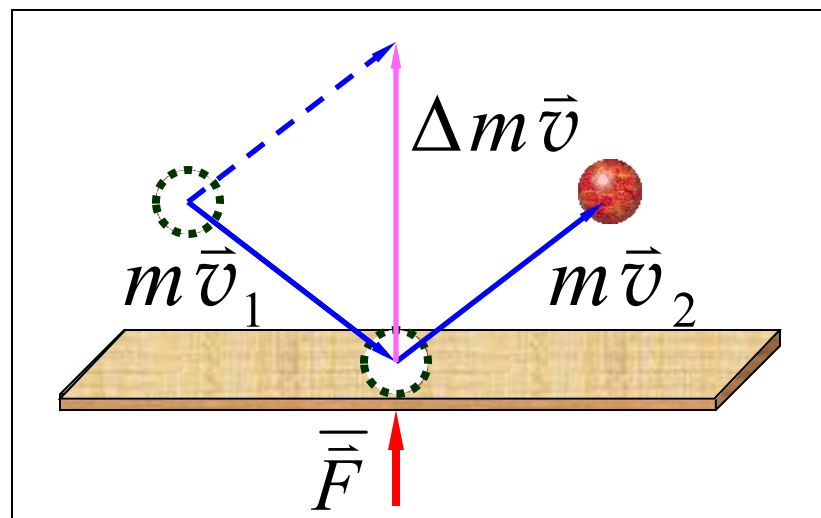
参考系	t_1 时刻	t_2 时刻	动量定理
S系	$m\vec{v}_1$	$m\vec{v}_2$	$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$
S'系	$m(\vec{v}_1 - \vec{u})$	$m(\vec{v}_2 - \vec{u})$	

动量定理常应用于碰撞问题

$$\bar{F} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt}{t_2 - t_1} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

注意

在 $\Delta \vec{p}$ 一定时
 Δt 越小, 则 \bar{F} 越大.
例如人从高处跳下、飞机与鸟相撞、打桩等碰撞事件中, 作用时间很短, 冲力很大.



报道1、1962年，一架“子爵号”客机，在美国的伊利奥特市上空与一只天鹅相撞，客机坠毁，十七人丧生。

报道2、1980年，一架英国的“鸽式”战斗机在威夫士地区上空与一只秃鹰相撞，飞机坠毁，飞行员弹射逃生……



问题：小小飞禽何以能撞毁飞机这样的庞然大物？

思考与讨论

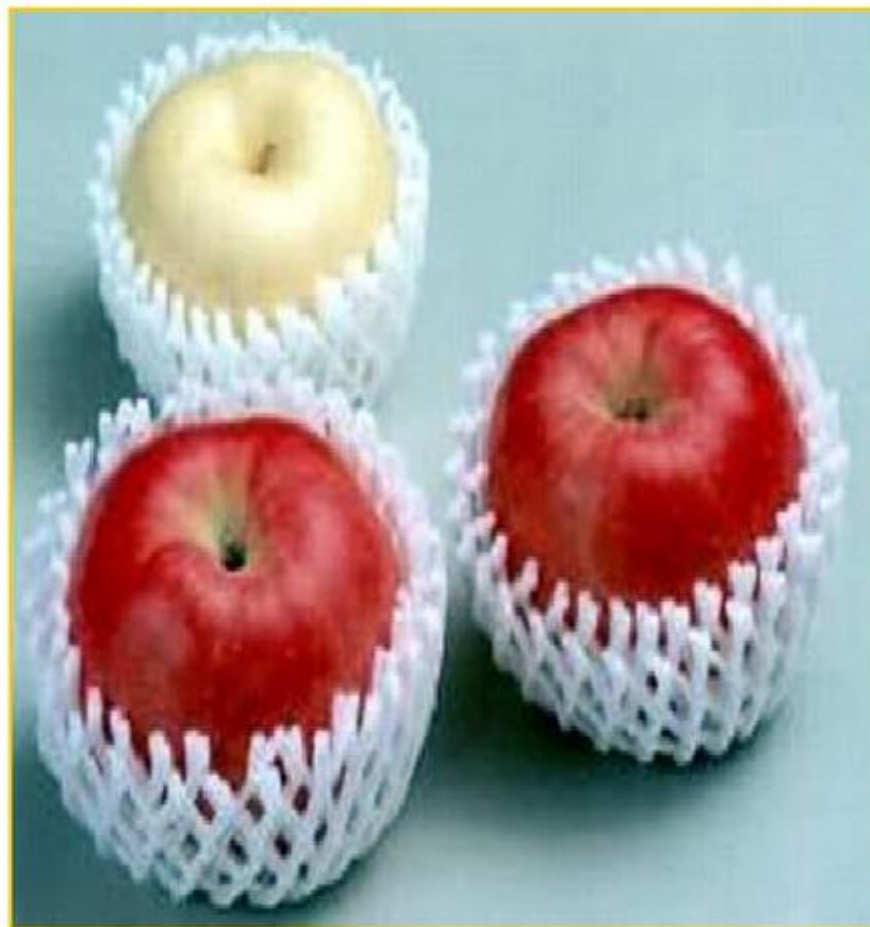
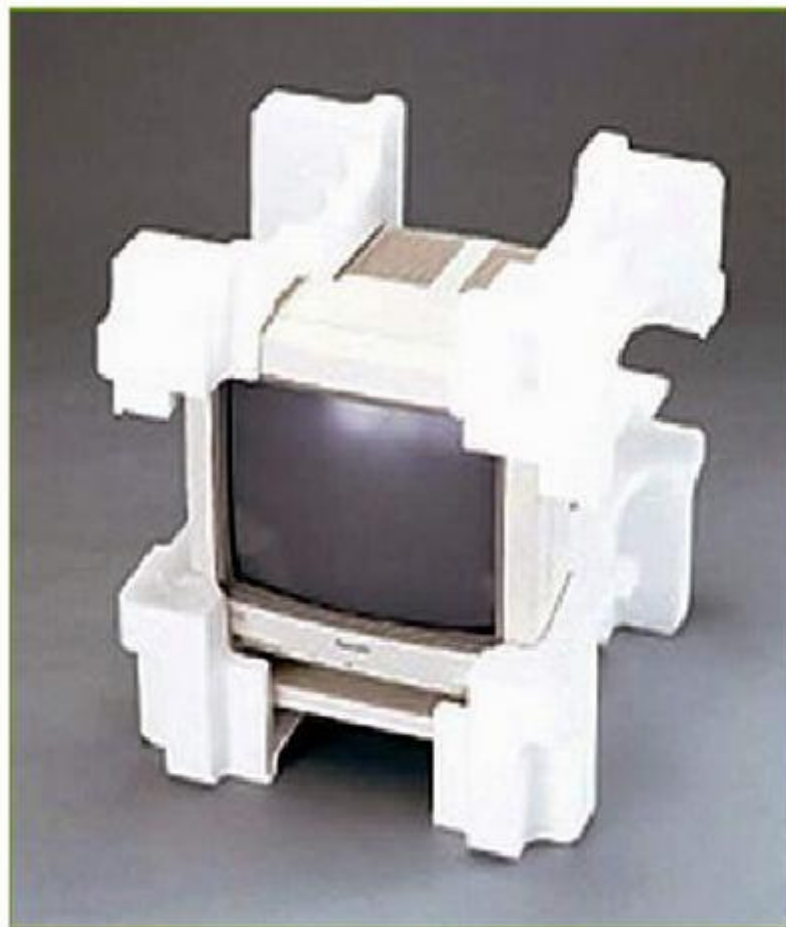
1、在足球场上，你常看到运动员用头去顶球的现象，试设想如果迎面飞来的不是足球而是一块大石头，他们会用头去顶吗？



2、用锤子使劲压钉子，就很难把钉子压入木块中去，如果用锤子以一定的速度敲钉子，钉子就很容易钻入木块，这是为什么？



生活中的应用



包装用的泡沫材料

生活中的应用



船靠岸时边缘上的废旧轮胎



生活中的应用



摩托车头盔里的衬垫



问：为什么迅速地把盖在杯上的薄板从侧面打去，鸡蛋就掉在杯中；慢慢地将薄板拉开，鸡蛋就会和薄板一起移动？



答：因为鸡蛋和薄板间的摩擦力有限，若棒打击时间很短， $\therefore \vec{F}_f \Delta t \rightarrow 0, \therefore \Delta \vec{P}_{\text{蛋}} \rightarrow 0$ 所以鸡蛋就掉在杯中。



动量定理的适用范围

- 1、动量定理不但适用于恒力，也适用于随时间变化的变力，对于变力，动量定理中的 F 应理解为变力在作用时间内的平均值；
- 2、动量定理不仅可以解决匀变速直线运动的问题，还可以解决曲线运动中的有关问题，将较难的计算问题转化为较易的计算问题；
- 3、动量定理不仅适用于宏观低速物体，也适用于微观现象和变速运动问题。

动量定理的优点：不考虑中间过程，只考虑初末状态。



二 质点系的动量定理

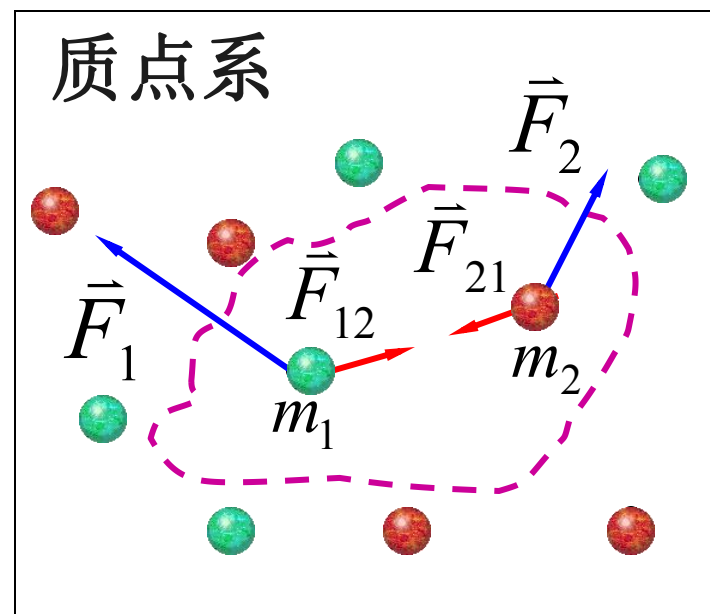
$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_1 + \vec{F}_{12}) dt = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_{10}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_2 + \vec{F}_{21}) dt = m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_{20}$$

因为内力 $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$ ，故

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) dt = (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) - (m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20})$$

◆ **质点系动量定理** 作用于系统的合外力的冲量等于系统动量的增量。



$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}^{\text{ex}} dt = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i - \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i0}$$

$$\vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}^{\text{ex}} dt = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i - \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i0}$$

注意：在过程中，要求质点系包含的质点不变

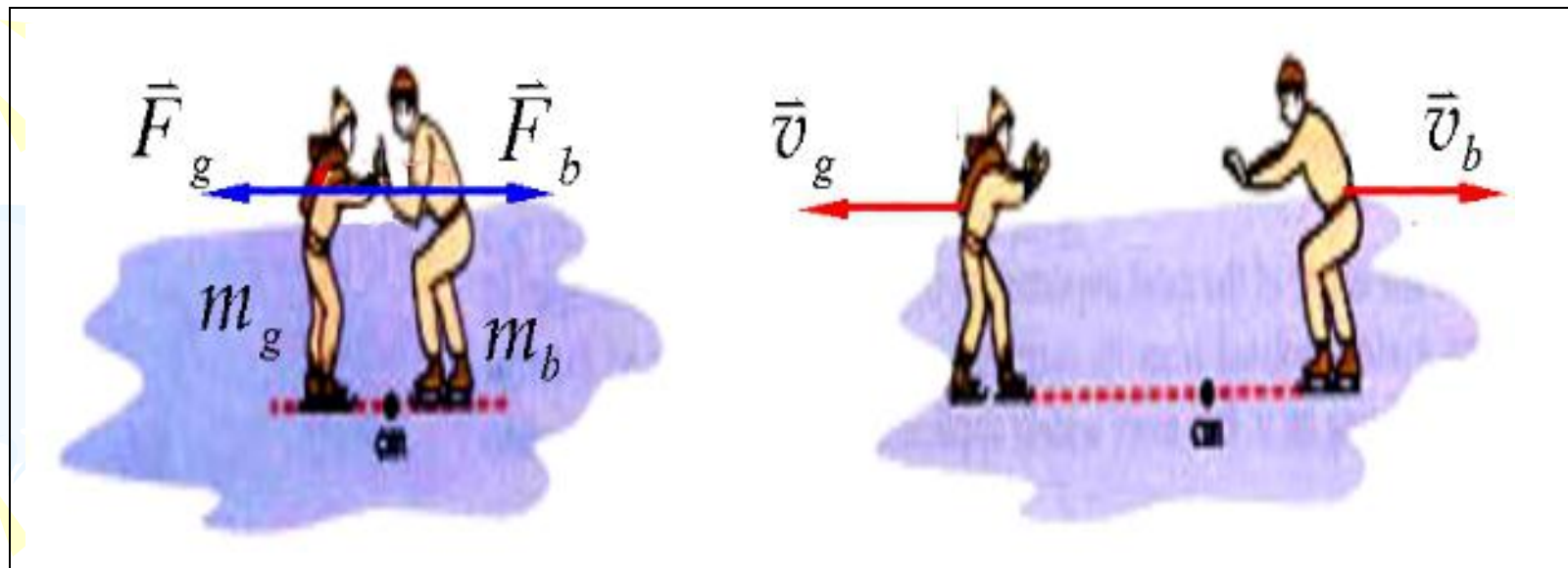
三、动量守恒定律

若 $\sum \vec{F}_{i\text{外}} = 0$ 则有 $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i2} - \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i1} = 0$

一个孤立的力学系统（系统不受外力作用）或合外力为零的系统，系统内各质点间动量可以交换，但系统的总动量保持不变。即：动量守恒定律。

注意

内力不改变质点系的动量



初始速度 $v_{g0} = v_{b0} = 0$ $m_b = 2m_g$ 则 $\vec{p}_0 = 0$

推开后速度 $v_g = 2v_b$ 且方向相反 则 $\vec{p} = 0$

推开前后系统动量不变 $\vec{p} = \vec{p}_0$

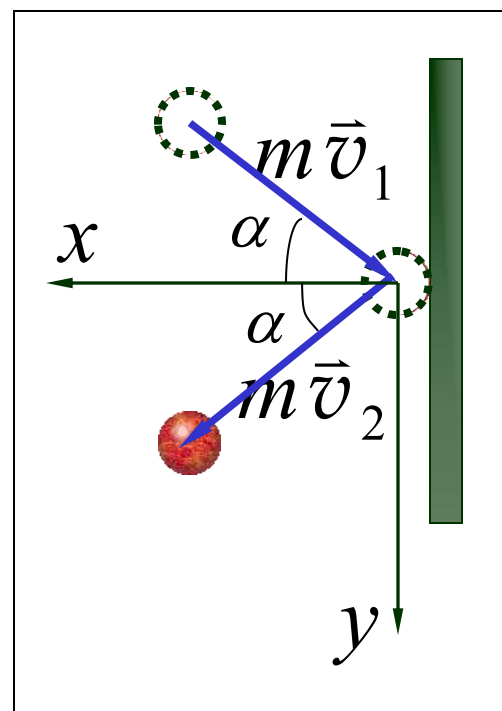
例 1 一质量为 0.05kg 、速率为 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的刚球,以与钢板法线呈 45° 角的方向撞击在钢板上,并以相同的速率和角度弹回来.设碰撞时间为 0.05s .求在此时间内钢板所受到的平均冲力 \bar{F} .

解 建立如图坐标系,由动量定理得

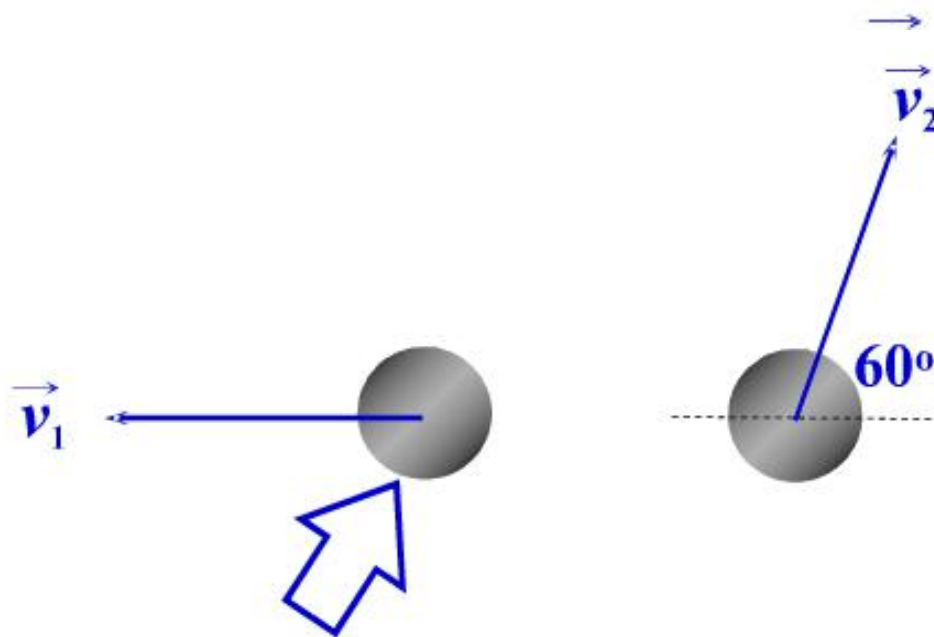
$$\begin{aligned}\bar{F}_x \Delta t &= mv_{2x} - mv_{1x} \\ &= mv \cos \alpha - (-mv \cos \alpha) \\ &= 2mv \cos \alpha\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{F}_y \Delta t &= mv_{2y} - mv_{1y} \\ &= mv \sin \alpha - mv \sin \alpha = 0\end{aligned}$$

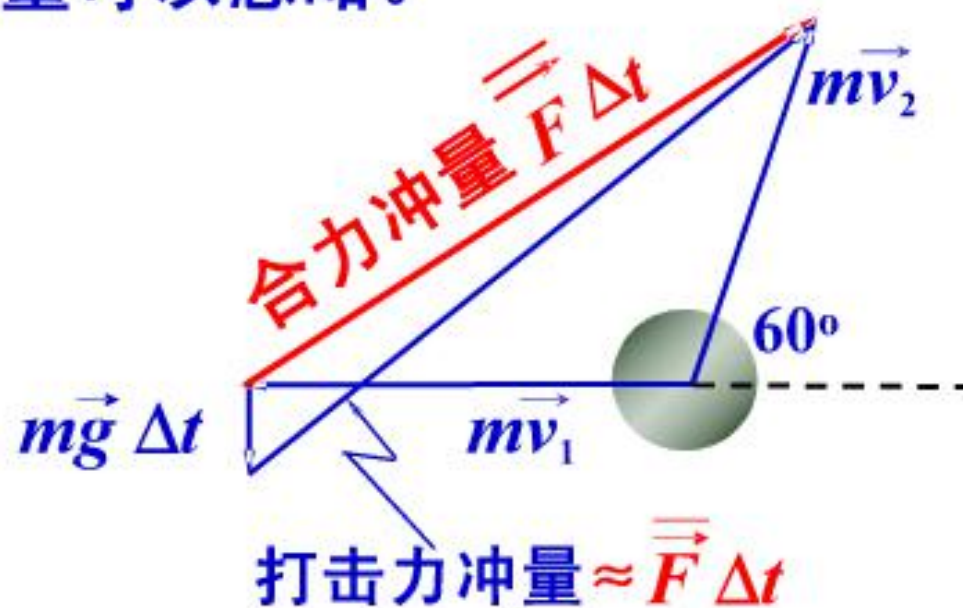
$$\bar{F} = \bar{F}_x = \frac{2mv \cos \alpha}{\Delta t} = 14.1 \text{ N} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴反向}$$



【例】 质量 $m=140\text{g}$ 的垒球以速率 $v=40\text{m/s}$ 沿水平方向飞向击球手，被击后以相同速率沿仰角 60° 飞出。求棒对垒球的平均打击力。设棒和球的接触时间为 $\Delta t=1.2\text{ ms}$ 。



因打击力很大，所以由碰撞引起的质点的动量改变，基本上由打击力的冲量决定。**重力、阻力的冲量可以忽略。**



$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1$$

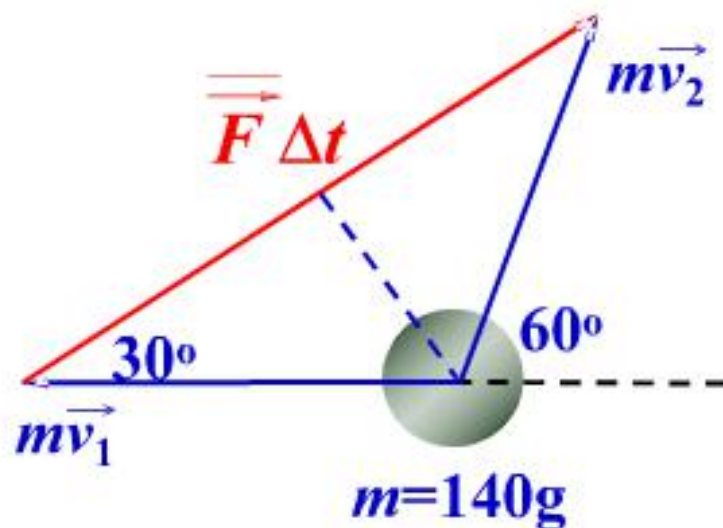
$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1$$

$$v_2 = v_1 = v$$

$$\bar{F} = \frac{2mv \cos 30^\circ}{\Delta t}$$

$$= \frac{2 \times 0.14 \times 40 \times \cos 30^\circ}{1.2 \times 10^{-3}}$$

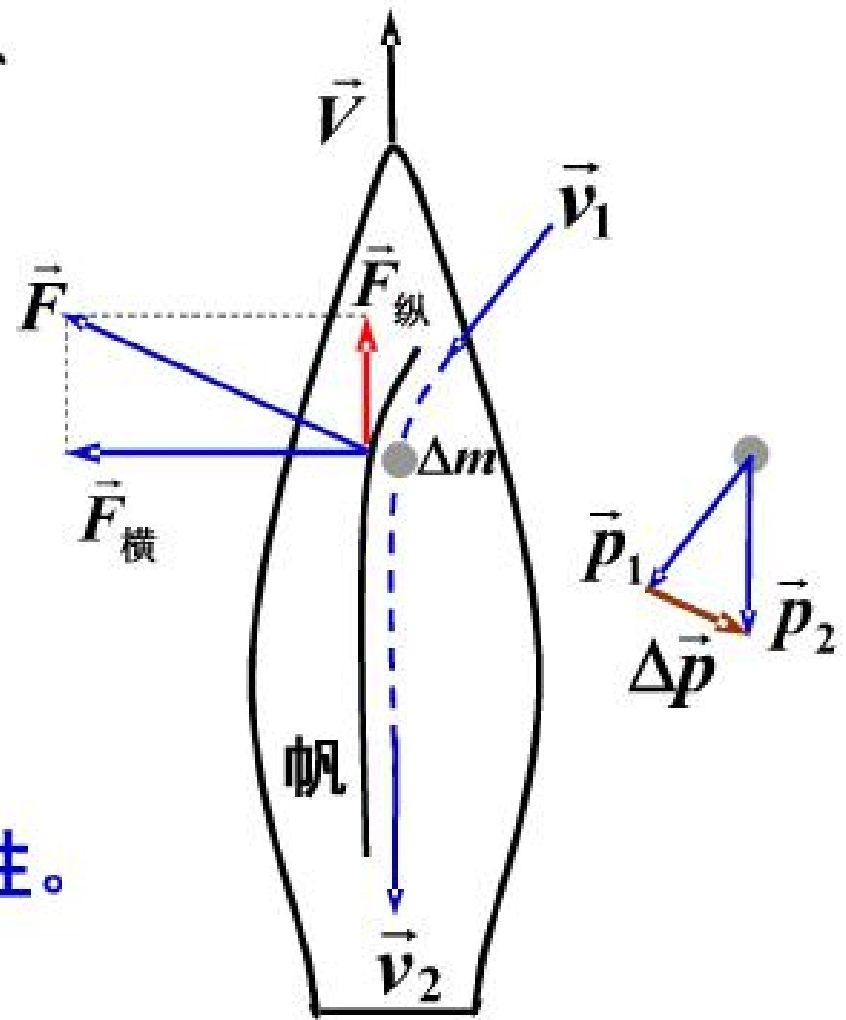
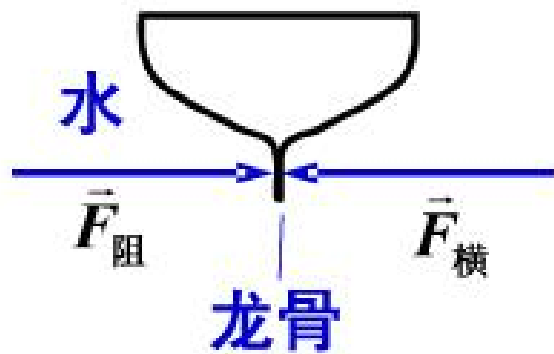
$$= 8.1 \times 10^3 \text{ (N)}$$



平均打击力约为垒球自重的5900倍！在碰撞过程中，物体之间的碰撞冲力是很大的。



【演示实验】逆风行舟



显示动量定理的矢量性。