

座号: _____

考场教室号: _____

授课教师: _____

专业年级: _____

姓名: _____

学号: _____

中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2013 年 秋季学期 考试科目: 高等数学 II-1 学院: 数学科学学院

试卷类型: A 卷 命题人: 《高等数学》教研组 审核人: _____

考试说明: 本课程为闭卷考试, 共 2 页。

题号	一	二	三	总分
得分				

一、填空题(共 11 题, 每题 3 分, 共 33 分)

- 已知 $f'(2) = 3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{\ln x - \ln 2} =$ _____;
- 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}) =$ _____;
- 设 $f(x)$ 可导, $F(x) = f(x)(1 + |x|)$, 则 $F(x)$ 在 $x=0$ 可导的充分必要条件是 _____;
- 设 $f(x+1) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n+x}{n-2})^n$, 则 $f(x) =$ _____;
- 方程 $\ln x = \frac{x}{e}$ 在 $x > 0$ 内的实根个数是 _____ 个;
- 设函数 $y = f(x)$ 有二阶导数, 且 $f'(x) > 0$, $f(0) = 1, f'(0) = 2, f''(0) = 3$, $x = \varphi(y)$ 是 $y = f(x)$ 反函数, 则 $\varphi''(1) =$ _____;
- 曲线 $y = (x+3)e^{-\frac{1}{x}}$ 的渐近线是 _____;
- 曲线 $y = \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ 与直线 $x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ 围成一个平面图形, 此平面图形绕 x 轴旋转产生的旋转体的体积是 _____;
- 设 $f'(\cos x + 2) = \sin^2 x + \tan^2 x$, 则 $f(x) =$ _____;
- 设 $f(x)$ 连续, 则 $\frac{d}{dx} \int_0^x t f(x^2 - t^2) dt =$ _____;
- 平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ 与平面 $2x + y + z - 5 = 0$ 的夹角为 _____;

二、计算题(共 6 题, 每题 9 分, 共 54 分)

1. 求常数 a 和 b , 使得函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & -\infty < x < 1, \\ ax+b, & 1 \leq x < +\infty \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导;
2. 求由参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ 所确定隐函数的导数 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$;
3. 设 $f(x) = nx(1-x)^n$, n 为自然数。试求: $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 1$ 上的最大值 $M(n)$ 及 $\lim_{n \rightarrow \infty} M(n)$;
4. 求心形线 $r = a(1 + \cos \theta)$ 所围图形的面积;
5. 已知 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1, \\ 2x, & x < 1 \end{cases}$, 求 $\int f(x)dx$;
6. 已知 $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$, 计算 $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ 。

三、证明题(共 2 题, 第 1 题 7 分, 第二题 6 分, 共 13 分)

1. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x(1-\cos x)} = -1$, 证明 $x=0$ 是驻点但不是极值点;
2. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可导, 且 $f(x) = \int_a^x f(t)dt$, 证明对任意的 $x \in [a, b]$, 有 $f(x) = 0$ 。