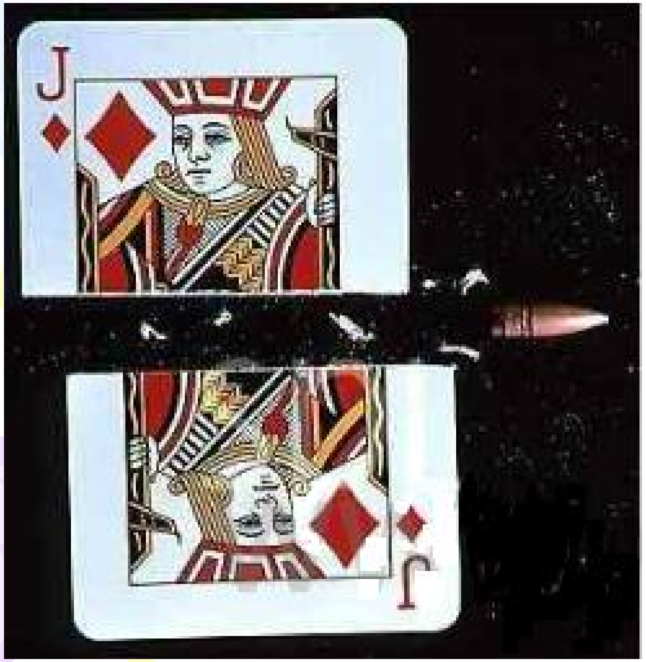
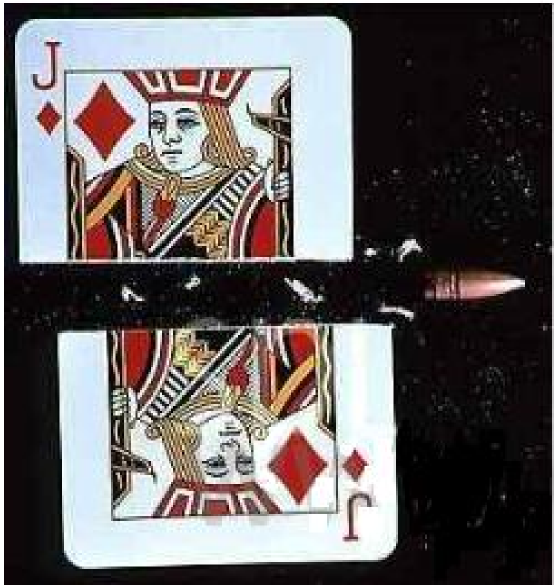


物体由于运动而具有的能叫动能。

如果乒乓球和铅球的速度相同，两者动能哪个更大?



子弹速度很小时和速度很大时，哪种情况下的动能更大？

对动能的理解 物体由于运动而具有的能量

➢表达式: $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

➢单 位: J

➢ 标量性:动能是标量

1、动能是**标量**，且只有**正值**，动能只与物体的速度大小有关，与速度方向无关。

2、动能是**状态量**. V是**瞬时速度**。在某一时刻，物体具有一定的速度，也就具有一定的动能。

3、动能具有**相对性**，对不同的参考系，物体速度有不同的瞬时值，也就具有不同的动能，一般都以地面为参考系研究物体的运动。

力的空间累积效应：$\vec{F}$ 对 $\vec{r}$ 积累 ⟶ W，动能定理.

一 功

力对质点所作的功为力在质点位移方向的分量与位移大小的乘积．（功是标量，过程量）

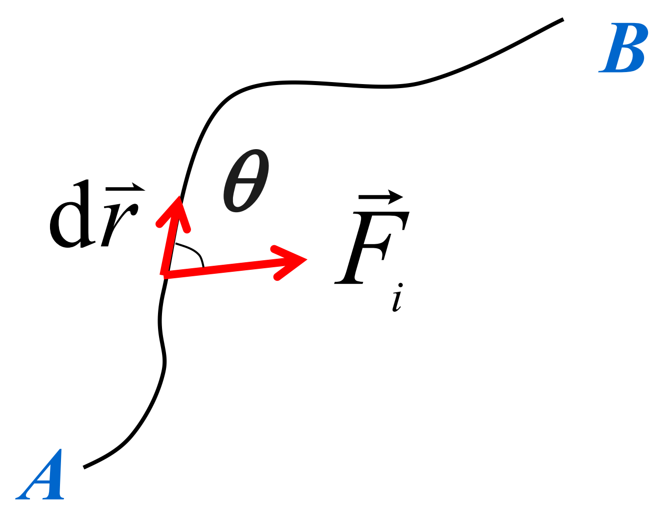
$$\mathrm{d}W = F\cos\theta\left|\mathrm{d}\vec{r}\right| = F\cos\theta\mathrm{d}s$$

$$\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ, \quad \mathrm{d}W > 0$$

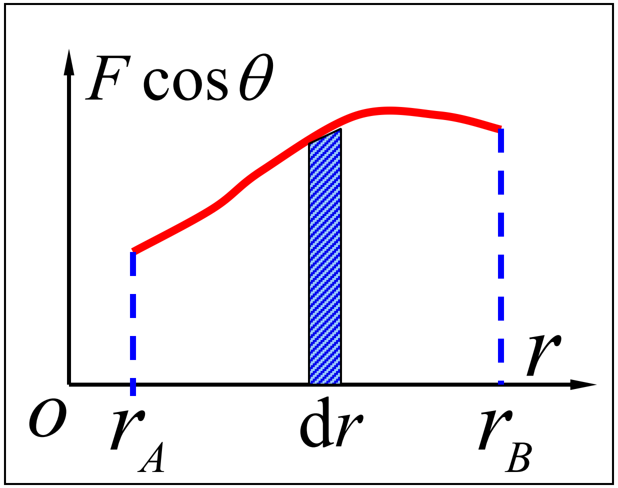
$$90^\circ < \theta < 180^\circ, \quad \mathrm{d}W < 0$$

$$\theta = 90^\circ \quad \vec{F}\perp\mathrm{d}\vec{r} \quad \mathrm{d}W = 0$$



◆ 变力的功　$\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int_A^B F\cos\theta\,\mathrm{d}r}$$



◆ 合力的功 **=** 分力的功的代数和

$$W = \int\sum\vec{F}_i\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \sum\int\vec{F}_i\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \sum_i W_i$$

$$\begin{cases}\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}\\ \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}x\vec{i} + \mathrm{d}y\vec{j} + \mathrm{d}z\vec{k}\end{cases}$$

$$W = \int F_x\mathrm{d}x + \int F_y\mathrm{d}y + \int F_z\mathrm{d}z$$

$$W = W_x + W_y + W_z$$

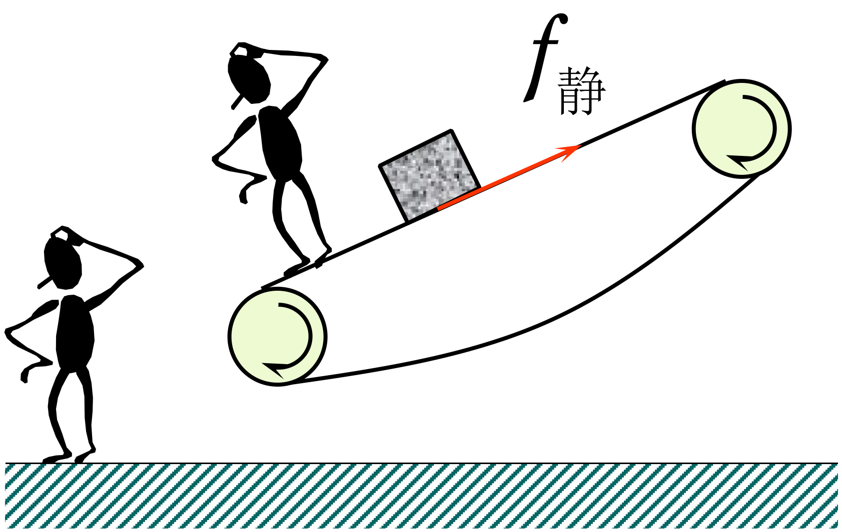
$$W=\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_A^B F\cos\theta dr$$

1，只适用于惯性系。

2，对非惯性系还应考虑惯性力做的功。

3，作功与参照系有关

例如：传送带将箱子从低处运到高处，地面上的人看摩擦力作功了，而站在传送带上的人看摩擦力没有作功。



- 功的大小与参照系有关
- 功的量纲和单位 $\dim W = \mathrm{ML^2T^{-2}}$ $\mathrm{1J = 1N \cdot m}$
- 平均功率 $\overline{P} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$
- 瞬时功率 $P = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta W}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$P = Fv\cos\theta$$

- 功率的单位 （瓦特）$\mathrm{1W = 1J \cdot s^{-1}}$ $\mathrm{1kW = 10^3\,W}$

几个功率的数量级：

睡觉 70-80W（基础代谢） 闲谈 70-80W

走路 170-380W 听课 70-140W

跑步 700-1000W 足球 630-840W

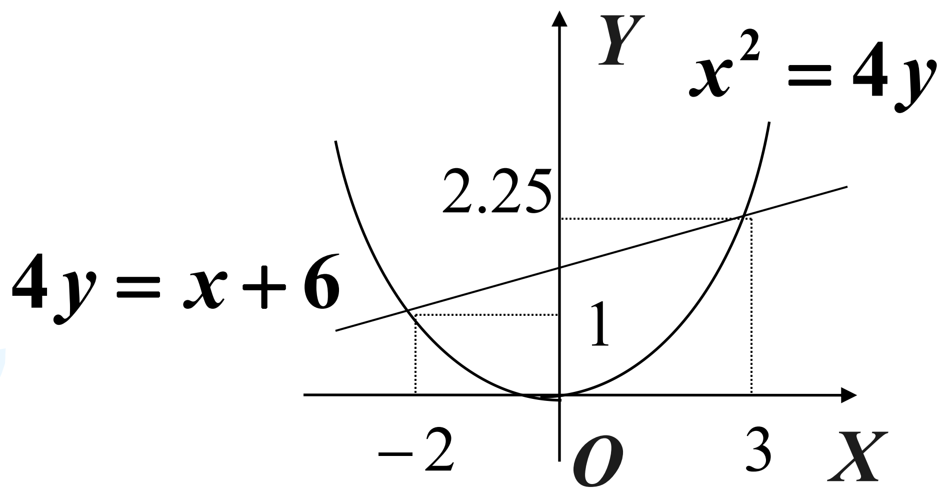
- 18 世纪末，英国物理学家瓦特为测定新制的蒸汽机的功率，把马力定义为在 1 分钟内把 1000 磅的重物升高 33 英尺的功，这就是英制马力，用字母 HP 表示。

  1 英制马力 =745.7 瓦特

练习： 作用在质点上的力为 $\vec{F}=2y\vec{i}+4\vec{j}(N)$ 在下列情况下求质点从 $x_1=-2(m)$ 处运动到 $x_2=3(m)$ 处该力作的功：

1. 质点的运动轨道为抛物线 $x^2=4y$

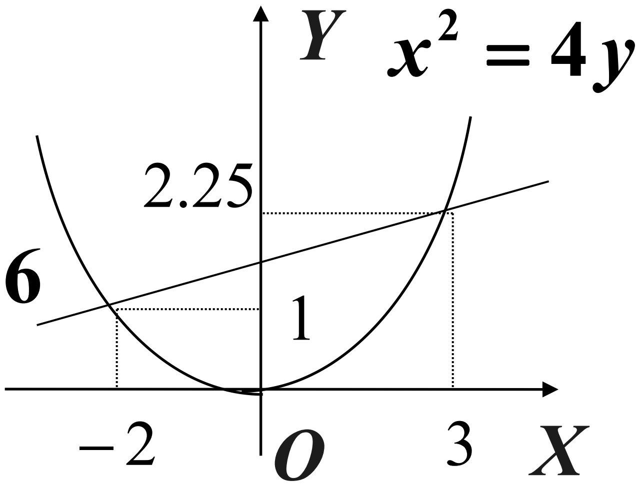
2. 质点的运动轨道为直线 $4y=x+6$



$$W=\int F_x\mathrm{d}x+\int F_y\mathrm{d}y+\int F_z\mathrm{d}z$$

$$\vec{F}=2y\vec{i}+4\vec{j}(N)$$

$$4y=x+6$$



$$W_1=\int_{x_1,y_1}^{x_2,y_2}(F_x dx+F_y dy)=\int_{x_1}^{x_2}2ydx+\int_{y_1}^{y_2}4dy$$

$$=\int_{-2}^{3}\frac{x^2}{2}dx+\int_{1}^{9/4}4dy=10.8J$$

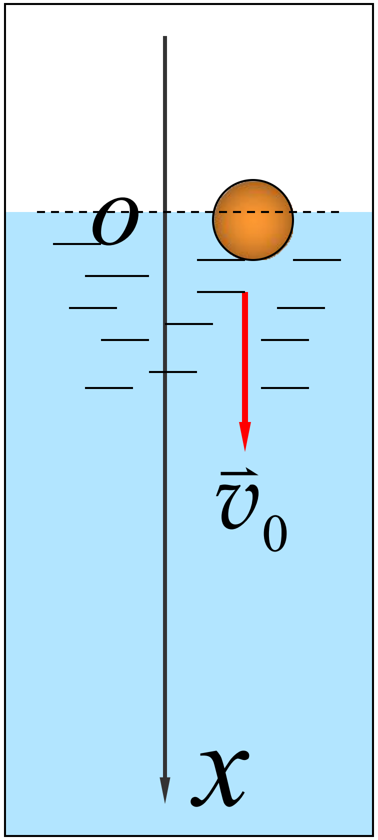
$$W_2=\int_{x_1,y_1}^{x_2,y_2}(F_x dx+F_y dy)=\int_{x_1}^{x_2}2ydx+\int_{y_1}^{y_2}4dy$$

$$=\int_{-2}^{3}\frac{1}{2}(x+6)dx+\int_{1}^{9/4}4dy=21.25J$$

做功与路径有关

例 1 一质量为 m 的小球竖直落入水中，刚接触水面时其速率为v_0. 设此球在水中所受的浮力与重力相等, 水的阻力为 $F_r = -bv$, b 为一常量. 求阻力对球作的功与时间的函数关系 .

解 如图建立坐标轴



$$W = \int \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int -bv\,\mathrm{d}x = -\int bv\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$$

即
$$W = -b\int v^2\,\mathrm{d}t$$

又由 2 - 5 节例 5 知
$$v = v_0\,\mathrm{e}^{-\frac{b}{m}t}$$

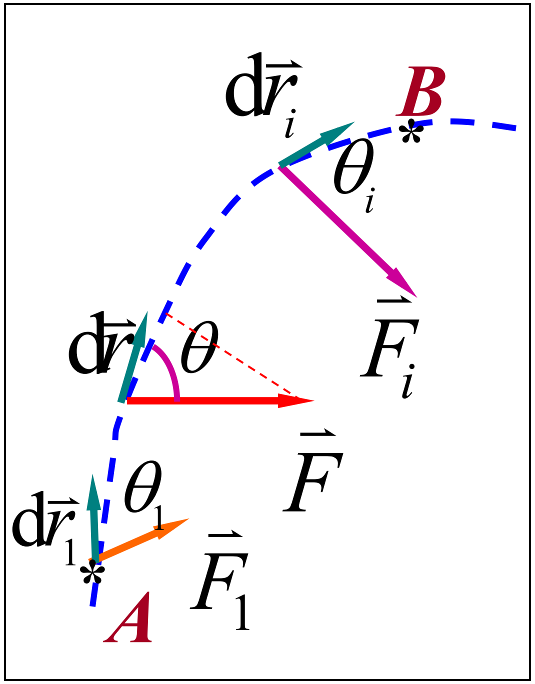
$$\therefore W = -bv_0^2\int_0^t \mathrm{e}^{-\frac{2b}{m}t}\mathrm{d}t$$

$$W = \frac{1}{2}mv_0^2(\mathrm{e}^{-\frac{2b}{m}t}-1)$$

二 质点的动能定理

$$W=\int\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int F_{\mathrm{t}}|\mathrm{d}\vec{r}|=\int F_{\mathrm{t}}\mathrm{d}s \qquad F_{\mathrm{t}}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$W=\int_{v_1}^{v_2}m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}s=\int_{v_1}^{v_2}mv\mathrm{d}v=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$



◆ 动能（状态函数）$E_{\mathrm{k}}=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{p^2}{2m}$

◆ 动能定理

合外力对质点所作的功,等于质点动能的增量．

注意 (1) 功是过程量，动能是状态量；

(2) 功和动能依赖于惯性系的选取，

但对不同惯性系动能定理形式相同．

◆动能定理 $W = E_{k2} - E_{k1}$

(1)等式左边为各个力做功的代数和，正值代表正功，负值代表负功。等式右边动能的变化。

(2)对于直线运动、曲线运动、恒力做功、变力做功，同时做功、分段做功等等都适用。是普遍适用的

(3)动能是标量，只有正值，但动能变化有正负之分

- 当外力做正功时，W>0，故 $\Delta E_k>0$，即Ek2>Ek1 动能增加。
- 当外力做负功时，W<0，故$\Delta E_k<0$， 即Ek2<Ek1 动能减少。

例2 质量为10kg 的质点，在外力作用下做平面曲线运动，该质点的速度为 $\vec{v}=4t^2\vec{i}+16\vec{j}$ 开始时质点位于坐标原点。求在质点从 $y=16\text{m}$ 到 $y=32\text{m}$ 的过程中，外力做的功。

解

$$W=\int F_x dx+F_y dy$$

$$F_x=m\frac{dv_x}{d\,t}=80t \qquad \mathrm{d}x=v_x dt=4t^2\mathrm{d}t$$

$$F_y=m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=0 \qquad W=\int 320t^3\mathrm{d}t$$

$$a_y = 0 \Longrightarrow y = v_y t = 16t$$

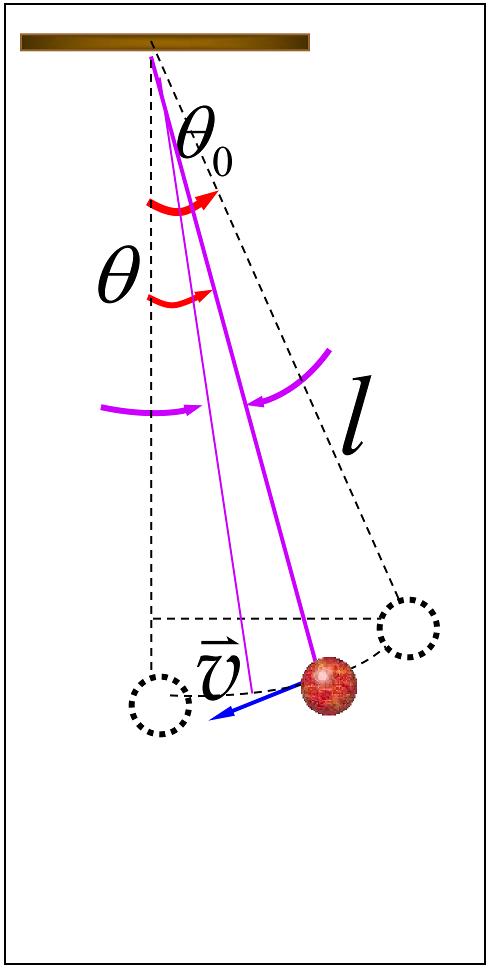
$$\Longrightarrow \quad y = 16 \qquad t = 1$$

$$y = 32 \qquad t = 2$$

$$W = \int F_x dx + \int F_y dy$$

$$= \int_1^2 320t^3 dt = 1200J$$

例 2 一质量为**1.0kg** 的小球系在长为**1.0m** 细绳下端，绳的上端固定在天花板上．起初把绳子放在与竖直线成 30° 角处，然后放手使小球沿圆弧下落．试求绳与竖直线成 10° 角时小球的速率．



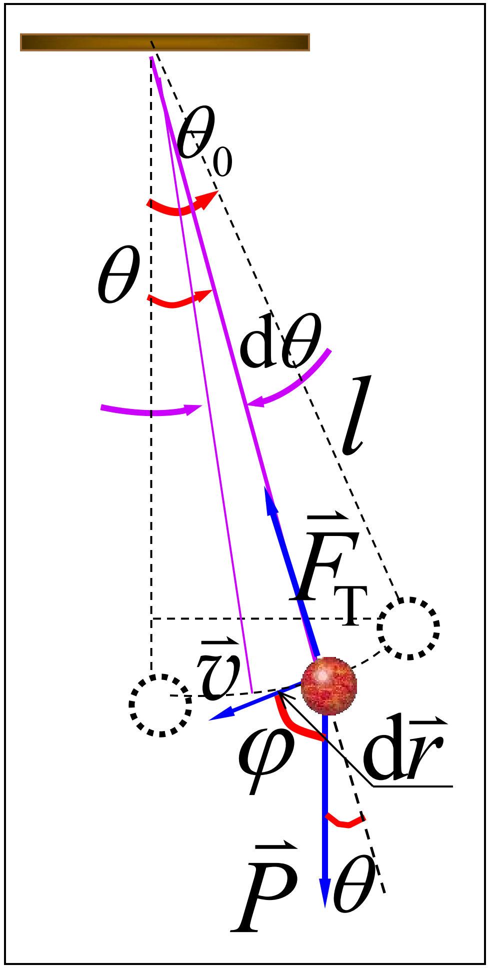
三种解法：

牛顿第二定律： 积分

功、动能：只积分“切向分力”

势能、机械能：不积分，代数运算

例 2　一质量为1.0kg 的小球系在长为1.0m 细绳下端，绳的上端固定在天花板上．起初把绳子放在与竖直线成 30° 角处，然后放手使小球沿圆弧下落．试求绳与竖直线成 10° 角时小球的速率．



解　$$\mathrm{d}W=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\vec{F}_{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{d}\vec{r}+\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$=\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=-mgl\mathrm{d}\theta\cos\varphi$$

$$=-mgl\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$W=-mgl\int_{\theta_0}^{\theta}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$=mgl(\cos\theta-\cos\theta_0)$$

$$m=1.0\text{kg}\qquad l=1.0\text{m}$$

$$\theta_0=30^\circ\qquad \theta=10^\circ$$

$$W=mgl(\cos\theta-\cos\theta_0)$$

由动能定理 $W=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2$

得 $$v=\sqrt{2gl(\cos\theta-\cos\theta_0)}$$

$$=1.53\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$