

第2章 规则金属波导

2.1 导波原理

2.2 矩形波导

2.3 圆形波导

2.4 波导的激励与耦合



2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

四、圆波导的传输特性

1、圆波导中TE波和TM波有无限多个

⊕(1)n=0表示第0个根，也即 $\mu_{m0} = \nu_{m0} \equiv 0$

也即TE_{m0}，TM_{m0}波不存在。

⊕(2)但可以存在TE_{0n}，TE_{mn}，TM_{0n}和TM_{mn}波，其中m=0表示在圆周方向不变化。

TE波

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\rho} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \mu m a^2}{\mu_{mn}^2 \rho} H_{mn} J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \sin m \varphi \\ \cos m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_{\varphi} = \pm \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \mu a}{\mu_{mn}} H_{mn} J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \cos m \varphi \\ \sin m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_z = 0 \\ H_{\rho} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j\beta a}{\mu_{mn}} H_{mn} J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \cos m \varphi \\ \sin m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_{\varphi} = \pm \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\beta m a^2}{\mu_{mn}^2 \rho} H_{mn} J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \sin m \varphi \\ \cos m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_z = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} H_{mn} J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \cos m \varphi \\ \sin m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \end{array} \right.$$

TM波

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\rho} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j\beta a}{\nu_{mn}} E_{mn} J'_m \left(\frac{\nu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \cos m \varphi \\ \sin m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_{\varphi} = \pm \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\beta m a^2}{\nu_{mn}^2 \rho} E_{mn} J_m \left(\frac{\nu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \sin m \varphi \\ \cos m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_z = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} J_m \left(\frac{\nu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \cos m \varphi \\ \sin m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_{\rho} = \mp \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \epsilon m a^2}{\nu_{mn}^2 \rho} E_{mn} J_m \left(\frac{\nu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \sin m \varphi \\ \cos m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_{\varphi} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j\omega \epsilon a}{\nu_{mn}} E_{mn} J'_m \left(\frac{\nu_{mn}}{a} \rho \right) \begin{pmatrix} \sin m \varphi \\ \cos m \varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_z = 0 \end{array} \right.$$

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

四、圆波导的传输特性

2、截止波长

⊕(1)TE波截止波长取决于m阶Bessel函数导数第n个根

$$k_{cTE_{mn}} = \mu_{mn} / a \quad \lambda_{cTE_{mn}} = 2\pi / k_{cTE_{mn}} = 2\pi a / \mu_{mn}$$

⊕(2)TM波截止波长取决于m阶Bessel函数第n个根

$$k_{cTM_{mn}} = \nu_{mn} / a \quad \lambda_{cTM_{mn}} = 2\pi / k_{cTM_{mn}} = 2\pi a / \nu_{mn}$$

TE 模 式		μ_{mn}	λ_{cTE}	TM 模 式		ν_{mn}	λ_{cTM}
	H_{11}	1.841	3.41a		E_{01}	2.405	2.62a
	H_{21}	3.054	2.06a		E_{11}	3.832	1.64a
	H_{01}	3.832	1.64a		E_{21}	5.135	1.22a

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

四、圆波导的传输特性

2、截止波长

TE 模式		μ_{mn}	λ_{cTE}
	H_{11}	1.841	3.41a
	H_{21}	3.054	2.06a
	H_{01}	3.832	1.64a

TM 模式		ν_{mn}	λ_{cTM}
	E_{01}	2.405	2.62a
	E_{11}	3.832	1.64a
	E_{21}	5.135	1.22a

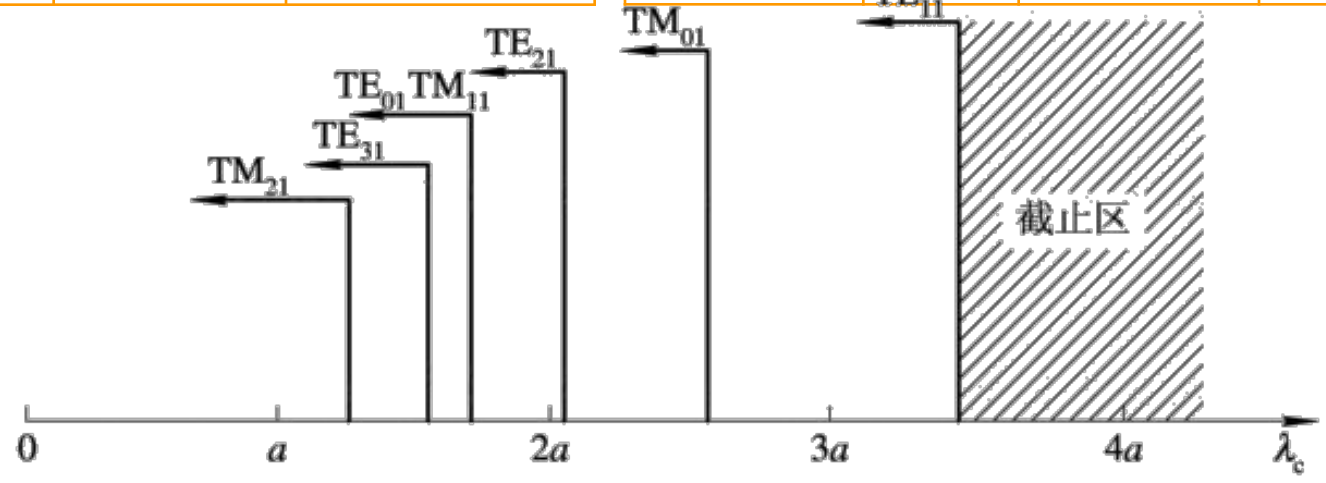


图 2-7 圆波导中各模式截止波长的分布图

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

四、圆波导的传输特性

3、简并模(Degenerate)

⊕(1)定义：不同模式具有同样的截止波长

⊕(2)极化简并：即 $\cos m\phi$ 和 $\sin m\phi$ 两种，相互旋转 90°

圆波导波型的极化简并，使传输造成不稳定，这是圆波导应用受限的主要原因

⊕(3) E_{1n} 和 H_{0n} 截止波长 λ_c 相同

⊕Bessel函数有递推公式 $xJ'_n + nJ_n = xJ_{n-1}$

⊕取 $n=0$ ，有 $J'_0 = -J_1$

⊕ H_{0n} 是 J_0' 的第 n 个根， E_{1n} 是 J_1 的第 n 个根，显见，这两类波型将发生简并。

⊕圆形波导中，由于TE、TM截止波长的不同物理意义， TE_{mn} 和 TM_{mn} 不发生简并

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

四、圆波导的传输特性

4.波型指数m、n的含义

●m—沿圆周分布的整驻波数，n—沿半径分布场的最大值个数

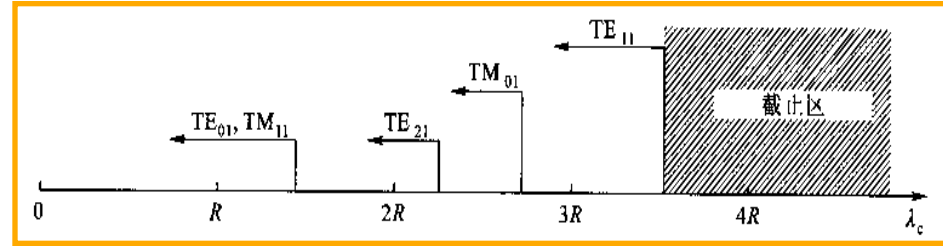
5.传输功率

由式(2-1-19)可以导出TE_{mn}模和TM_{mn}模的传输功率分别为

$$P_{TE_{mn}} = \frac{\pi a^2}{2\delta_m} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 Z_{TE} H_{mn}^2 \left(1 - \frac{m^2}{k_c^2 a^2} \right) J_m^2(k_c a) \quad (2-3-18)$$

$$P_{TM_{mn}} = \frac{\pi a^2}{2\delta_m} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 \frac{E_{mn}^2}{Z_{TM}} J_m'^2(k_c a) \quad (2-3-19)$$

$$\text{其中 } \delta_m = \begin{cases} 2 & m \neq 0 \\ 1 & m = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S (\mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^*) \cdot \mathbf{a}_z dS \\ &= \frac{1}{2Z} \int_S |\mathbf{E}_t|^2 dS = \frac{Z}{2} \int_S |\mathbf{H}_t|^2 dS \quad (2-1-19) \end{aligned}$$

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

1. 传输主模—— H_{11} 模

●① H_{11} 模截止波长最长, $\max \lambda_c = 3.412a$, 是最低型波也即传输主模

●②场表示为

其中 $u_{11}=1.841$, $m=1$ 、 $n=1$

●③波导波长

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3.41a}\right)^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\rho = \pm \frac{j\omega\mu}{k_c^2\rho} H_{11} J_1\left(\frac{\mu_{11}}{a}\rho\right) \begin{pmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_\varphi = \frac{j\omega\mu}{k_c} H_{11} J_1'\left(\frac{\mu_{11}}{a}\rho\right) \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ E_z = 0 \\ H_\rho = \frac{j\beta}{k_c} H_{11} J_1'\left(\frac{\mu_{11}}{a}\rho\right) \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_\varphi = \pm \frac{j\beta}{k_c^2\rho} H_{11} J_1\left(\frac{\mu_{11}}{a}\rho\right) \begin{pmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \\ H_z = H_{11} J_1\left(\frac{\mu_{11}}{a}\rho\right) \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \end{array} \right.$$

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

1. 传输主模—— H_{11} 模

- ④场结构图
- ⑤电场分布

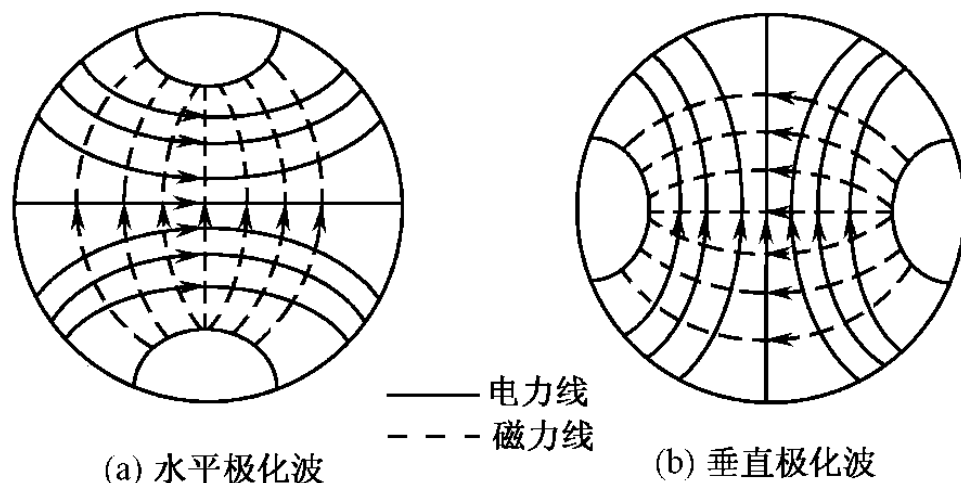
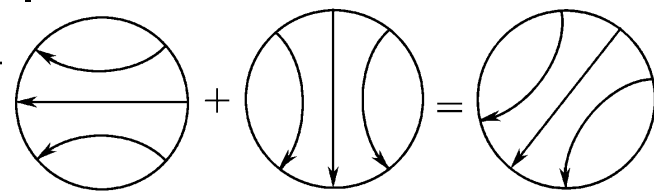


表1 TE_{11} 模的电场分布

m=1	$\varphi = 0 \quad E_\rho = 0$ $\varphi = 90^\circ \quad E_\rho \rightarrow max$ $\varphi = 180^\circ \quad E_\rho = 0$ $\varphi = 270^\circ \quad E_\rho \rightarrow -max$	
n=1	$\rho = 0 \quad E_\varphi = max$ \downarrow $\rho = a \quad E_\varphi = 0$	

圆波导 TE_{11} 模横截面场分布



TE_{11} 波的极化简并

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

1. 传输主模—— H_{11} 模

- ⑥圆波导中 H_{11} 波与矩形波导 TE_{10} 波场型极相似，因此微波工程中方圆过渡均采用 H_{11} 模。
- ⑦**注意：** H_{11} 模有两种极化方向。因此一般很少用于微波传输线，而只用于微波元件。

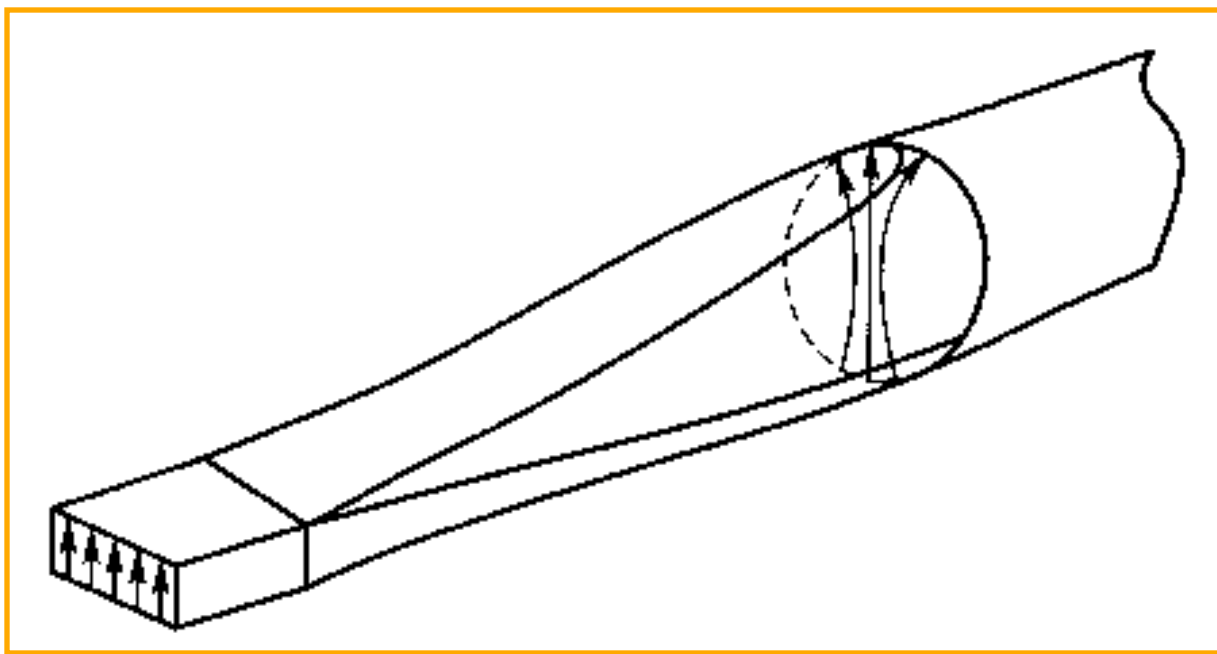


图2-9 方圆波导变换器

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

2. 损耗最小的模—— H_{01} 模

●①场方程

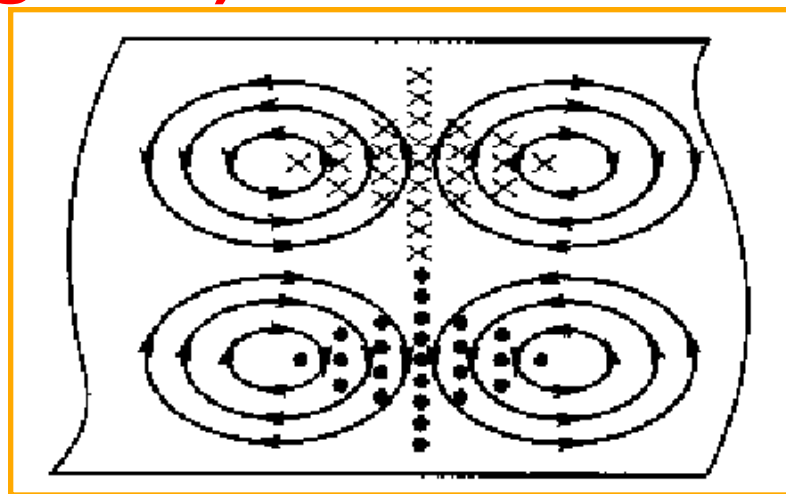
$$\begin{cases} E_{\varphi} = j\omega\mu H_{01}J_1\left(\frac{3.832}{a}\rho\right)e^{-j\beta z} \\ H_{\rho} = -j\beta H_{01}J_1\left(\frac{3.832}{a}\rho\right)e^{-j\beta z} \\ H_z = H_{01}J_0\left(\frac{3.832}{a}\rho\right)e^{-j\beta z} \end{cases}$$

●②截止波长 $\lambda_c = \frac{2\pi a}{3.832} = 1.641a$

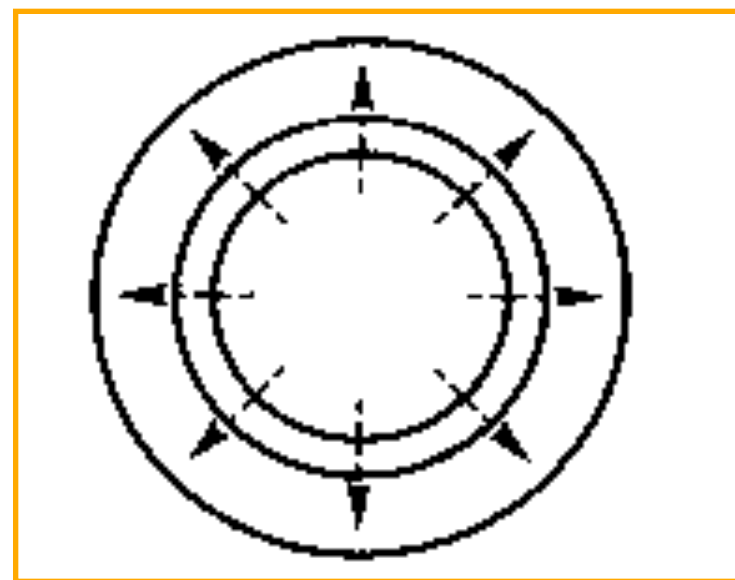
●③波导波长

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{1.641a}\right)^2}}$$

●④场结构图



(b)横截面上场分布图



(a)横截面上场分布图

图4 圆波导 H_{01} 模

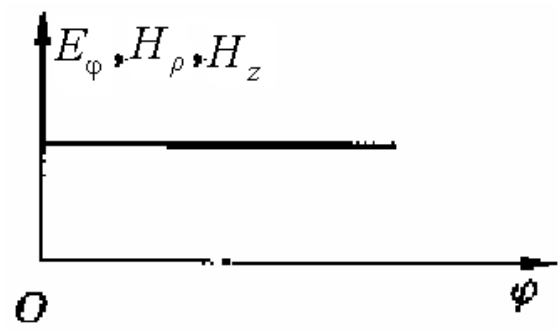
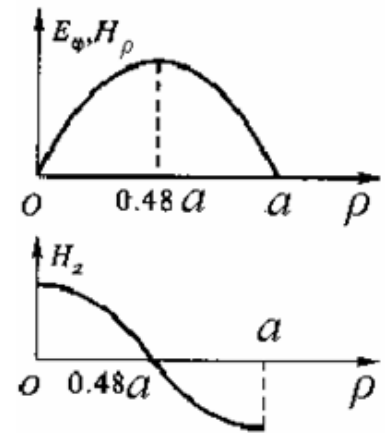
2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

2. 损耗最小的模——H₀₁模

●⑤电场和磁场

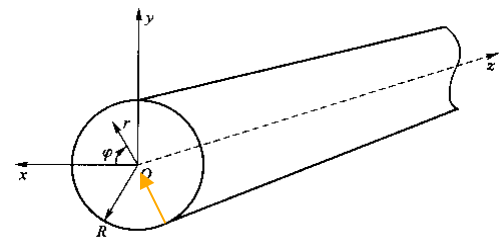
表2 H₀₁模的电场和磁场

m=0	圆对称，即在圆周方向不变	
n=1	<p>E_ϕ, H_ρ 沿ρ方向有一最大值</p> <p>$J_1(x)$在 $x = 1.841$有极大值</p> <p>$\frac{3.832}{a} \rho = 1.841 \quad \rho = \frac{1.841}{3.832} a \approx 0.48 a$</p>	

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

二、圆波导中三种主要波型

2. 损耗最小的模—— H_{01} 模



- ⑥壁电流 $\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}_z = -\hat{r}_0 \times \vec{H}_z = |H_z| \hat{\phi}$

- ⑦电流只有一个方向分量，也即 H_{01} 模壁电流只有横向分量，衰减系数 α 随 f 上升而下降

$$\alpha_{H_{01}} = \frac{8.686 R_s}{a \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \text{dB/m}$$

- ⑧作为对比，给出 H_{11} 模衰减系数

$$\alpha_{H_{11}} = \frac{8.686 R_s}{a \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \frac{\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 + 0.42\right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \text{dB/m}$$

- ⑨ H_{01} 波可以做高Q谐振腔和毫米波远距离传输

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

●3. 轴对称模—— E_{01} 模

●①场方程

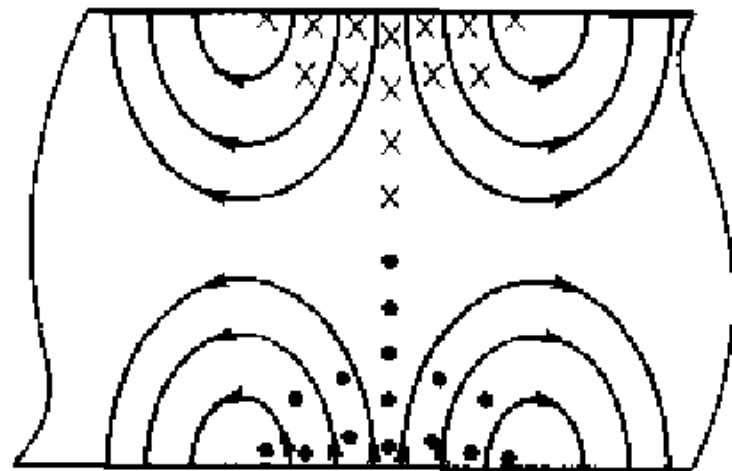
$$\begin{cases} E_{\rho} = -j\beta E_{01} J_1\left(\frac{2.405}{a}\rho\right) e^{-j\beta z} \\ E_z = E_{01} J_0\left(\frac{2.405}{a}\rho\right) e^{-j\beta z} \\ H_{\varphi} = -j\omega \varepsilon E_{01} J_1\left(\frac{2.405}{a}\rho\right) e^{-j\beta z} \end{cases}$$

●②截止波长: $u_{01}=2.405, \lambda_c=2.62a$

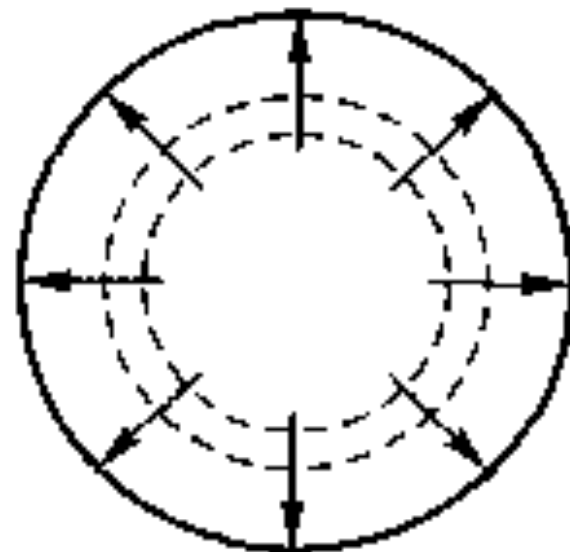
●③波导波长

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2.62a}\right)^2}}$$

●④场结构图



(b) 横截面上场分布图



(a) 横截面上场分布图

图2-10 圆波导 E_{01} 模

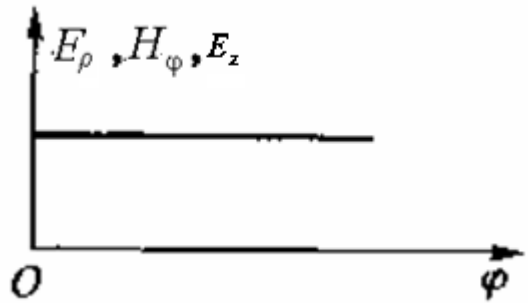
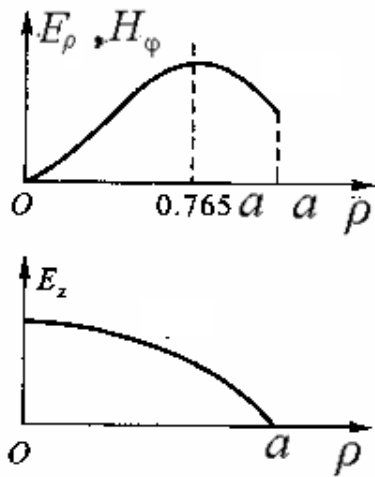
2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

3. 轴对称模——E₀₁模

●⑤电场和磁场

表3 E₀₁模的电场和磁场

m=0	轴对称，沿圆周方向场分量不变	
n=1	<p>E_ρ, H_φ 沿ρ方向有一最大值</p> <p>J₁(x)在 x = 1.841 有 max</p> <p>$\frac{2.405}{a}\rho = 1.841 \quad \rho = \frac{1.841}{2.405}a \approx 0.765a$</p>	

2.3 圆形波导(Circular Waveguide)

五、圆波导中三种主要波型

3. 轴对称模—— E_{01} 模

- ⑥由于 E_{01} 模的特点，常作雷达的旋转关节

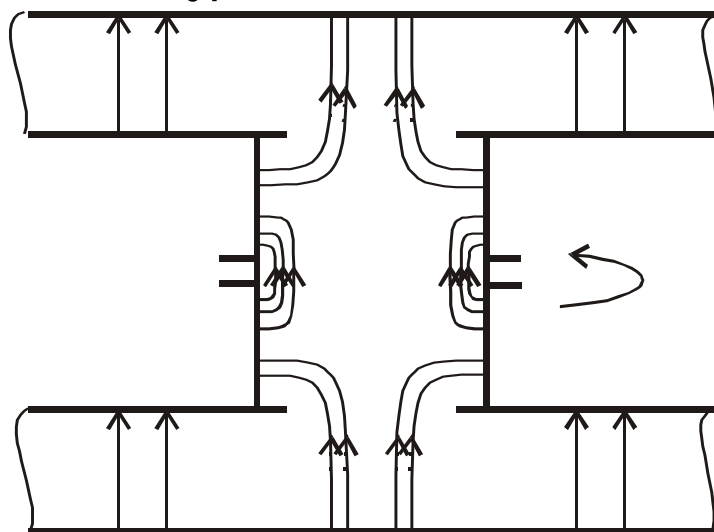


图 旋转关节(Ratation Junction)

- ⑦ E_{01} 模衰减系数

$$\alpha_{E_{01}} = \frac{8.686 R_S}{a \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2.62a} \right)^2}} \text{ dB/m}$$

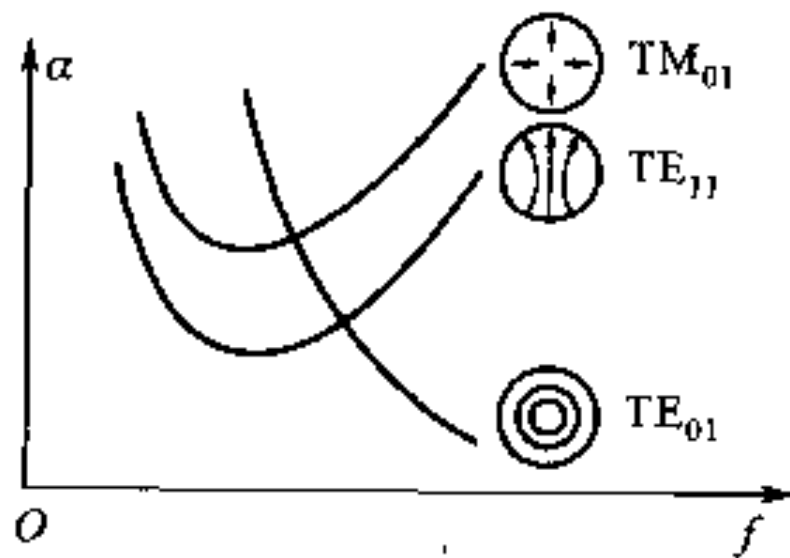


图2-12 圆波导不同模式的衰减曲线

第2章 规则金属波导

2.1 导波原理

2.2 矩形波导

2.3 圆形波导

2.4 波导的激励与耦合



主要内容:

1. 激励与耦合的定义
2. 激励的方法

基本要求:

1. 理解激励与耦合的定义
2. 了解激励波导的方法通常有三种：电激励、磁激励和电流激励

习题: 2.12-2.15

2.4 波导的激励与耦合

◆波导的激励方法通常有三种：电激励、磁激励和电流激励

一.电激励(Electrial Encouragement)

⊕(1)将同轴线内的导体延伸一小段，沿电场方向插入矩形波导内，构成探针激励，如图2-13(a)所示。

⊕(2)为了提高功率耦合效率，在探针位置两边波导与同轴线的阻抗应匹配，为此往往在波导一端接上一个短路活塞，如图2-13(b)所示。

⊕(3)调节探针插入深度 d 和短路活塞位置 l ，使同轴线耦合到波导中去的功率达到最大。

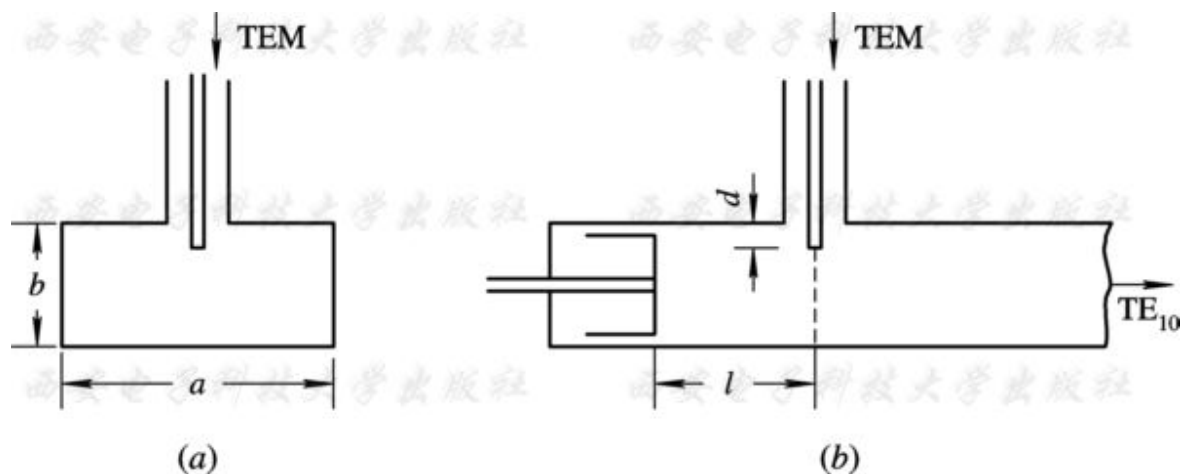


图2-13 探针激励及其调配
(a)横截面结构；(b)纵剖面结构

2.4 波导的激励与耦合

二.磁激励(Magnetic Encouragement)

⊕(1)将同轴线的内导体延伸一小段后弯成环形， 将其端部焊在外导体上， 然后插入波导中所需激励模式的磁场最强处， 并使小环法线平行于磁力线， 如图 2-14 所示。

⊕(2)也可连接一短路活塞以提高功率耦合效率。

⊕(3)缺点： 由于耦合环不容易和波导紧耦合， 而且匹配困难， 频带较窄， 最大耦合功率也比探针激励小， 因此在实际中常用探针耦合。

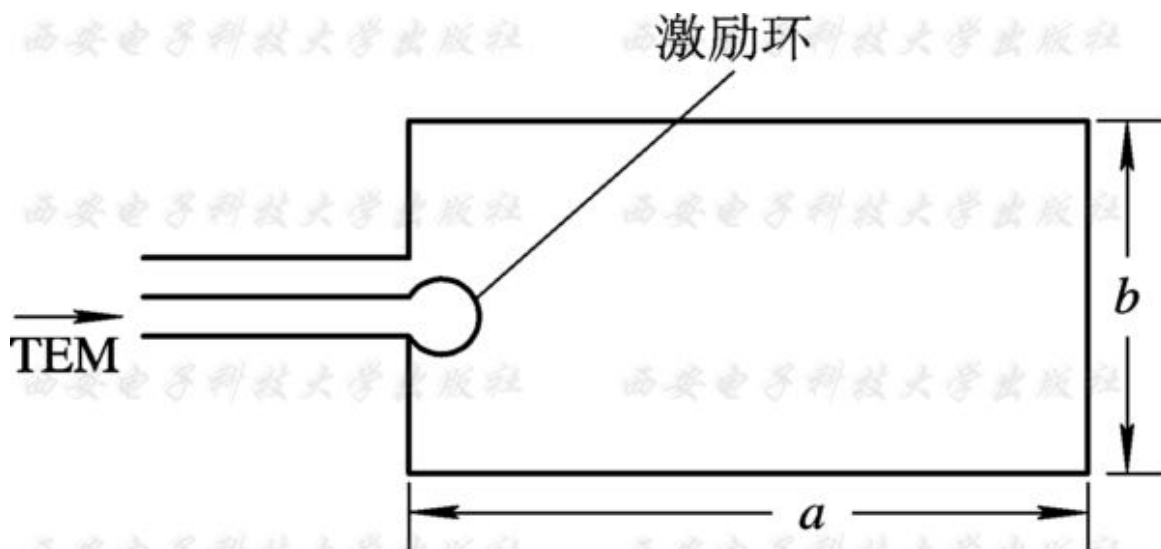


图2-14 磁激励示意图

2.4 波导的激励与耦合

三. 电流激励(Current Encouragement)

⊕(1)在波导之间的激励往往采用小孔耦合，即在两个波导的公共壁上开孔或缝，使一部分能量辐射到另一波导去，以此建立所要的传输模式。

⊕(2)小孔耦合最典型的应用是定向耦合器。它在主波导和耦合波导的公共壁上开有小孔，以实现主波导向耦合波导传送能量，如图2-15所示。

⊕(3)小孔或缝的激励还可采用波导与谐振腔之间的耦合、两条微带之间的耦合等。

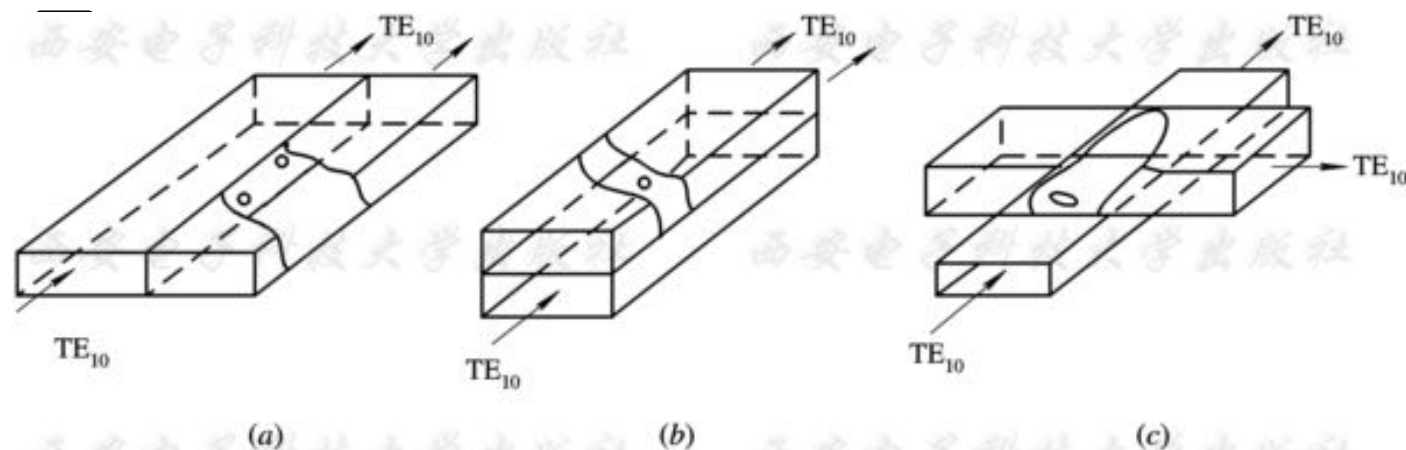


图2-15 波导的小孔耦合

(a)平行波导侧孔耦合；(b)平行波导上下孔耦合；(c)正交波导上下孔耦合

2. 4波导的激励与耦合

作业： 2.8, 2.11, 2.12-2.15

习题2-1：空心波导内不能传播TEM波

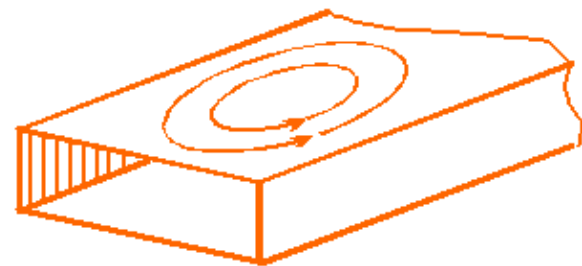
■约定：“空心”管子称为Waveguide，证明空心波导内不能传播TEM波

(1) 由于波导要传输电磁能量。必须要有z方向的Poyningting矢量

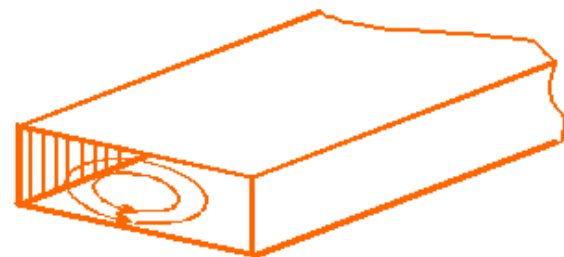
(2) 必须具有横向的电场和磁场

(3) 磁场必须是封闭成圈的，因而只有如图a和b两种可能。

(4) 根据Maxwell方程要求 $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$



(a) 小巢在x-z平面



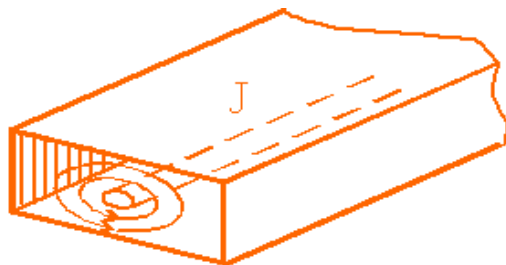
(b) 小巢在x-y平面上
图6 磁场的两种可能

● (a) 所示明显有Hz分量，不满足TEM模要求

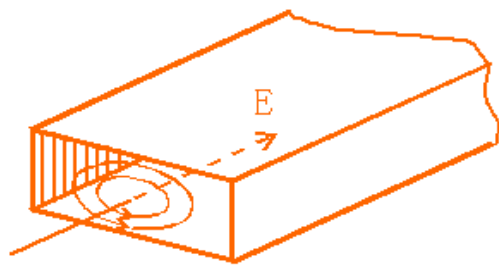
● (b) 所示小巢中间要么有传导电流密度J，要么有E

✓ 情况(A) 有中心导体，也即同轴线，可以传TEM模，但不属于空心波导范围

✓ 情况(B) 明显存在Ez分量，当然不是TEM模



(A) 有中心导体



(B) 有中心电场

■结论：空心波导不存在TEM模，若传输TEM波，中心有导体，即同轴线