一、选择题（请把选项直接写在题后括号内）(共 5 题，每题 3 分，共 15 分)

1. 设 $f(x,y,z)=\ln(xy+z)$，则全微分 $df(1,2,0)=$（　　）

A. $dx+\frac{1}{2}dy+\frac{1}{2}dz$　　　　B. $\frac{1}{2}dx+dy-\frac{1}{3}dz$

C. $3dx+\frac{1}{4}dy+\frac{1}{5}dz$　　　　D. $\frac{1}{2}dx-dy+\frac{1}{2}dz$

2. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则二次积分 $\int_{-1}^{0}dx\int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$ 等于（　　）

A. $\int_0^1 dy\int_{-1}^{0}f(x,y)dx$　　　　B. $\int_0^1 dy\int_{-1}^{y+1}f(x,y)dx$

C. $\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{y-1}f(x,y)dx$　　　　D. $\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{0}f(x,y)dx$

3. 设平面曲线 L 为下半圆周 $y=-\sqrt{1-x^2}$，则曲线积分 $\int_L (x^2+y^2)ds=$（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. 0　　C. $-\pi$　　D. π

4. 力 $\vec{F}=(x+y)^m(y\vec{i}-x\vec{j})$ 构成力场（$y>0$）。若已知质点在此力场内运动时场力所做的功与路径无关，则 $m=$（　　）

A. -2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 0

5. 下列级数中条件收敛的是（　　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^{2/3}}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^{3/2}}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{2}$

二、简答题（共 5 题，每题 6 分，共 30 分）

1. 设 $z=x\ln(xy)$，求 $\frac{\partial^3 z}{\partial x\partial y^2}$。

2. $u=xy^2z$ 在点 $P(1,-1,2)$ 处沿什么方向的方向导数最大？求此方向导数的最大值。

3. 已知抛物线 $y^2=x$ 与直线 $y-x+2=0$ 所围平面图形为 D，计算 $I=\iint_D dxdy$。

4. 已知 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，它在 $[-\pi,\pi]$ 上的取值为 $f(x)=\begin{cases}-x,-\pi\le x<0\\ x-\pi,0\le x\le\pi\end{cases}$，

若 $S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅里叶级数的和函数，分别计算 $S(0),S(\frac{3\pi}{2})$。

5. 求微分方程 $\frac{dy}{dx}+3y=8$ 满足初始条件 $y(0)=2$ 的特解。

三、计算题（共 5 题，每题 8 分，共 40 分）

1. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^z+yz+x^2=e+\ln(1-x)$ 所确定，求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$ 。

2. 计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} x^2dxdydz$，其中：$\Omega$ 是由平面 $z=0,z=y,y=1$ 以及抛物柱面 $y=x^2$ 所围区域。

3. 计算 $I=\iint\limits_{\Sigma} z^2dxdy$，其中 Σ 是球面 $z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的下侧。

4. 将函数 $f(x)=\frac{1}{(1+x)(2-x)}$ 展开成 x 的幂级数。 .

5. 求微分方程 $y''+2y'+y=2e^{-x}$ 的通解。

四、应用与证明题（共 2 题，第一题 10 分，第二题 5 分，共 15 分）

1. 修建一座形状为长方体的仓库，已知**库顶**每平方米造价为 300 元，**墙壁**每平方米造价为 200 元，**地面**每平方米造价为 100 元，**其它**花费共需 2 万元。现投资 14 万元，问：不考虑仓库库顶、墙壁、地面的厚度时，仓库的长、宽、高如何设计才能使其容积最大？

2. 证明：若数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}+a_{2n})$ 收敛，且 $\lim_{n\to\infty}a_n=0$，则数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛。