2017 秋

一．填空题

1．已知 $P(B)=0.4$，$P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$，则 $P(\bar{A})=$ (　　　　)。

2．随机变量X服从标准正态分布。　则$E[(X+1)^2e^X]=$（　　　　）。

3．设 X 服从$N(\mu,\sigma^2)$；σ^2未知，$X_1,X_2,\ldots,X_n$是取自总体 X 的简单随机样本，则检验问题H_0：$\mu=0$；H_1：$\mu\neq 0$　通常所用的统计量（　　　　）。

4．随机变量 X 、Y 的方差分别为 1 和 4；相关系数为-0.25，则随机变量 $2X+Y$ 的方差为（　　　　）。

5．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$为来自总体$N(0,\sigma^2)$的简单随机样本，$\bar{X}$ 、S^2分别为样本均值和样本方差，则$Cov(\bar{X},S^2)=$（　　　　）。

6.从分别写有自然数 1 到 10 的十张卡片中，无放回的任取三次，每次取一张。则第三次才取到偶数的概率为(　　　　)。

二．单项选择题

1．设 $f_1(x)$、$f_2(x)$分别为X_1,X_2的概率分布函数，则下列选项中一定为某一随机变量概率分布函数的是（　　　　）。

（A）$f_1^2(x)f_2(x)$；（B）$2f_1(x)-f_2(x)$;（C）$f_1(x)+f_2(x)$;（D）$f_1^2(x)+f_2(x)$。

2．设X_1、X_2的概率分布列都为:$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$，且$P(X_1X_2=0)=1$，则概率 $P(X_1+X_2=1)=$（　　　　）。

(A) 0；　(B) $\frac{1}{2}$；　(C) 1；　(D) $\frac{1}{4}$。

3．随机变量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0 & x\leq 0\\ 0.6x^2 & 0<x<1\\ 1 & 1\leq x\end{cases}$，则概率$P(X<1)=$（　　　　）。

(A) 1；　(B) 0.4;　(C) 0.6；　(D) 0.5。

4．设总体X服从参数为的θ 泊松分布，$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，

则当$n\to\infty$时，则（$\bar{X}$）^{2}依概率收敛于（　　　　）。

（A）0；　　（B）θ^2；　　（C）θ；　　（D）1。

5．总体X服从区间$[1-\theta,\ \theta+1]$上的均匀分布，$\theta>0$为未知参数；

$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体的简单随机样本。则下面选项中**不是统计量**的是（　　　　）。

（A）$\overline{X}+2$；　（B）$\sum_{i=1}^{n}X_i^2-D(X)$；　（C）$n(\overline{X})^2$；　（D）$\overline{X}+E(X)$。

6.随机变量X、Y的相关系数为1，已知 $X\sim U[0,2]$, $EY=2, DY=3$ 则

(A) $Y\sim U[-1,5]$；(B) $Y\sim N(-2,4)$；(C) $Y\sim N(2,3)$；(D) $Y\sim U[-1,4]$。

三．计算题

（一））设X的分布列为$P\{X=1\}=P\{X=2\}=0.5$；Y的分布密度函数

为$f_Y(y)=\begin{cases}2y & 0<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}$，且$X$、$Y$相互独立，$Z=X+Y$.

试求出 Z 的分布密度函数 $f_Z(z)$

（二）设二维随机变量(X,Y)的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}cye^{-x} & 0<x<+\infty,\ 0<y<x\\ 0 & 其它\end{cases}$$

1.求常数c　　　2. 求出X、Y的边际分布密度

3,分别求出关于X、Y的条件密度函数　4. 求 EX

（三）总体 X 的**概率分布函数为**:

$$F(x;\beta)=\begin{cases}1-e^{-(x-\beta)} & x>\beta \\ 0 & 其它\end{cases}\quad ,\ \beta 实数$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体 X 的简单随机样本。

1． 求参数β的矩估计$\widehat{\beta_1}$。

2. 求参数β的极大似然估计$\widehat{\beta_2}$。

3. 求出极大似然估计$\widehat{\beta_2}$的概率分布密度函数。

4. 令 $\widehat{\beta_3}=\widehat{\beta_2}-\frac{1}{\mathrm{n}}$ 验证它是参数β的无偏估计。

四．总体 X 服从$N(1\ ,\sigma^2)$ ， X_1, X_2, X_3, X_4为来自总体 X 的简单随机样本

记 $Y=\frac{X_1-X_2}{|\mathrm{X}_3+\mathrm{X}_4-2|}$ 。证明：Y 服从自由度为 1 的 t 分布

2017 秋答案

一．填空题

1．0.6 ； 2．$5e^{0.5}$ ；3．$\frac{\sqrt{n}(\bar{X})}{S}$； 4．$6$ ；5. 0 ； 6. $\frac{5}{36}$

二．单选题

1-----6 *AACBBA*

三．

（一）解：据题意

$$F_Z(z)=P\{X+Y\le z\}=P(X=1)P(X+Y\le z|X=1)+P(X=2)P(X+Y\le z|X=2)$$

$$=0.5P(Y\le z-1)+0.5P(Y\le z-2)$$

$$=0.5F_Y(z-1)+0.5F_Y(z-2)$$

所以分布密度为 $f_Z(z)=0.5f_Y(z-1)+0.5f_Y(z-2)$

所以 $$f_Z(z)=\begin{cases}(z-1) & 1<z<2\\(z-2) & 2<z<3\\0 & 其它\end{cases}$$

（二）解

（1） $\because \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=1$

$c=1$ ，

$$f(x,y)=\begin{cases}ye^{-x} & 0<x<+\infty,\ \ 0<y<x\\0 & 其它\end{cases}$$

（2）X 的边际分布密度 $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}0.5x^2e^{-x} & x>0\\0 & x\le 0\end{cases}$

Y 的边际分布密度 $f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}ye^{-y} & y>0\\0 & y\le 0\end{cases}$

（3）当$x>0$时，$f_{(Y|X)}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\frac{2y}{x^2} & 0<y<x\\0 & 其它\end{cases}$

当$y>0$时，$f_{(X|Y)}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases} e^{-(x-y)} & x>y \\ 0 & 其它 \end{cases}$

（4）　　$EX=3$

（三）

解：1. X 密度函数

$$f(x;\beta)=\begin{cases} e^{-(x-\beta)} & x>\beta \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

$E(X)=\beta+1$　　所以参数β的矩估计$\widehat{\beta_1}=\overline{\mathrm{X}}-1$

2.

似然函数$L(\beta)=\begin{cases} e^{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-\beta)} & x_i>\beta \;\; i=1,\cdots n \\ 0 & 其它 \end{cases}$

$=\begin{cases} e^{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-\beta)} & \beta<min\{\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2.\cdots\mathrm{x}_\mathrm{n}\} \\ 0 & 其它 \end{cases}$

参数β的极大似然估计$\widehat{\beta_2}=Min\{X_1,\cdots,X_n\}$

3. X 其分布函数为$F(x)=\begin{cases} 1-e^{-(x-\beta)} & x>\beta \\ 0 & 其它 \end{cases}$

$\widehat{\beta_2}=Min\{X_1,\cdots,X_n\}$的分布函数$G(x)=1-[1-F(x)]^n$

$=\begin{cases} 1-e^{-n(x-\beta)} & x>\beta \\ 0 & 其它 \end{cases}$

概率密度函数$g(x;\beta)=\begin{cases} ne^{-n(x-\beta)} & x>\beta \\ 0 & 其它 \end{cases}$

4. $E(Min(X_1\cdots,X_n)=\beta+\frac{1}{n}$　$\mathrm{E}\acute{\beta}_3=\beta$

所以 $\widehat{\beta_3}$是参数β的无偏估计

四. 证明：　略