座号：______ 考场教室号：______ 授课教师：______ 专业年级：______ 姓名：______ 学号：______

装 订 线

郎丰贡

# 中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷

2015 年 秋 季学期 考试科目： 高等数学 II-1 学院： 数学科学学院

试卷类型： A 卷 命题人： 高等数学课题组 审核人： 赵元章

考试说明：本课程为闭卷考试，共 2 页，除考场规定的必需用品外还可携带的文具有______。

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | |

郎频-11

## 一、选择题（共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1. 下列说法（写法）正确的是（ C ）；

（A）$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)g(x)=0$ 的充要条件是 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$ 或 $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$；

（B）$\lim\limits_{x\to 0} x\sin\dfrac{1}{x}=\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}=0$；

（C）若 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=A$ 且 $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$，则 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$；

$f(x)=\begin{cases}1, & x\geq 1\\ -\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x, & x<1\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases}x+1 & x\neq 1\\ 3 & x=1\end{cases}$

（D）若 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$，$\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 一定不存在。

2. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 的某邻域有定义，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1+x)-f(1-2x)}{x}=3$，则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处必（ B ）；

（A）不可导；（B）不一定可导；（C）可导 $f'(1)=3$；（D）可导 $f'(1)=1$。

3. 反常积分 $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\arctan x}{x^2}dx$ 的收敛性是（ A ）；

（A）收敛到 $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\ln 2$；（B）收敛到 $\dfrac{\pi}{4}+\ln 2$；（C）收敛到 $\dfrac{\pi}{4}$；（D）发散。

4. 若设 $f(x)=\dfrac{d}{dx}\int_0^x \sin(t-x)dt$，则必有（ A ）；

（A）$f(x)=-\sin x$；（B）$f(x)=-1+\cos x$；（C）$f(x)=\sin x$；（D）$f(x)=1-\sin x$。

5. 平面 $x-y+2z-6=0$ 与平面 $2x+y+z-5=0$ 的夹角为（ C ）；

（A）$\dfrac{\pi}{2}$；（B）$\dfrac{\pi}{6}$；（C）$\dfrac{\pi}{3}$；（D）$\dfrac{\pi}{4}$。

## 二、多项选择题（共 1 题，每题 4 分，共 4 分，多选、少选均不得分）

1. 下列说法错误的是（ AB~~D~~E~~F~~

（A）若 $f(x)$，$g(x)$ 在点 $x_0$ 处均不连续，则 $f(x)+g(x)$ 在 $x_0$ 处也不连续；

（B）若 $f(x)$ 在点 $x_0$ 处连续，$g(x)$ 在点 $x_0$ 处不连续，则 $f(x)g(x)$ 在 $x_0$ 处必不连续；

（C）若 $f(x)$ 在 $x_0$ 处连续且 $f(x_0)\neq 0$，则 $f(x)$ 在 $x_0$ 的某邻域内 $f(x)\neq 0$；✓

（D）若 $f(x)$ 在 $x_0$ 处连续，则 $|f(x)|$ 在 $x_0$ 处也连续；

（E）若 $f(x)$，$g(x)$ 在点 $x_0$ 处均不连续，则 $f(x)g(x)$ 在 $x_0$ 处也不连续；$\cancel{|x| \quad |x|^2}$

（F）$f(x)$ 在 $x_0$ 处连续的充要条件是 $f(x)$ 在该点左、右都连续；

## 三、填空题(共 7 题，每题 3 分，共 21 分)

$\left(\frac{1}{x+a}\right)^{(n)}=(-1)^n\frac{n!}{(a+x)^{n+1}}$

1. 函数$y=\ln(1-2x)$在$x=0$处的$n$阶导数$y^{(n)}(0)$=______________；

$\ln 2\cdot 2^{xy}(y+xy')=1+y'$

2. 设函数$y=y(x)$是由方程$2^{xy}=x+y$所确定，则$dy|_{x=0}$= $(1-\ln 2)dx$；

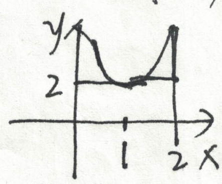
3. 曲线$y=x^2+x(x<0)$上曲率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$的点的坐标为 $(-1,0)$；$K=\dfrac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$

4. 当$x\to 0$时，$e^x-(ax^2+x+1)$是比$x^2$高阶的无穷小，则$a=$ $\frac{1}{2}$；

5. 设$f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\cdot\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$，则$\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$= $\frac{\pi}{4-\pi}$；

6. 由曲线$y=x+\dfrac{1}{x}$，$x=2$及$y=2$所围成的图形的面积为 $\ln 2-\frac{1}{2}$；

7. 设$f'(\cos^2 x)=\sin^2 x$，且$f(0)=0$，则$f(x)$= $x-\frac{x^2}{2}$；




## 四、计算题(共 6 题，每题 10 分，共 60 分)

1. 求$a,b$的值，使得函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+3, & x\le 0,\\ ax+b, & x>0\end{cases}$ 在$(-\infty,+\infty)$内连续、可导；

$b=3$

$a=2$

2. 求函数$y=(x-1)e^{\frac{\pi}{2}+\arctan x}$的极值，并求此函数表示的曲线的渐近线；

$x\to+\infty \quad e^2x-2e^2$

$x\to-\infty,\ x-2$

$-1$ 极大；$0$ 极小

3. 设函数$f(x)=x^2\sin x$，求$f^{(2015)}(0)$；4. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\le 0\\ \sin x & x>0\end{cases}$，求 $f(x)$ 的不定积分；

$(uv)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}C_n^k u^{(n-k)}v^{(k)}$

$\begin{cases}1-\cos x+C, & x>0\\ \frac{x^3}{3}+C, & x\le 0\end{cases}$

5. 设$\int_0^\pi[f(x)+f''(x)]\sin xdx=5, f(\pi)=2$, 求 $f(0)$；$=3$

6. 设$0\le t\le\dfrac{\pi}{2}$，曲线 $y=\sin x$ 与三条直线 $x=t, x=2t$ 及 $y=0$ 所围部分绕 $x$ 轴旋转而成的旋转体的体积为$V(t)$，问$t$为何值时$V(t)$最大。

$V(t)=\int_t^{2t}\pi\sin^2 x\,dx=\frac{\pi}{2}\int_t^{2t}(1-\cos 2x)dx$

$=\frac{\pi}{2}\left[x-\frac{\sin 2x}{2}\right]_t^{2t}$

$=\frac{\pi}{2}\left(t-\frac{\sin 2t-\sin 4t}{2}\right)$



$V'(t)=\frac{\pi}{2}[1-\cos 2t+2\cos 4t]$

$=\frac{\pi}{2}(2\cos^2 2t-\cos 2t-1)$ $\quad t=\frac{\pi}{3}$