



第5章 模拟调制系统

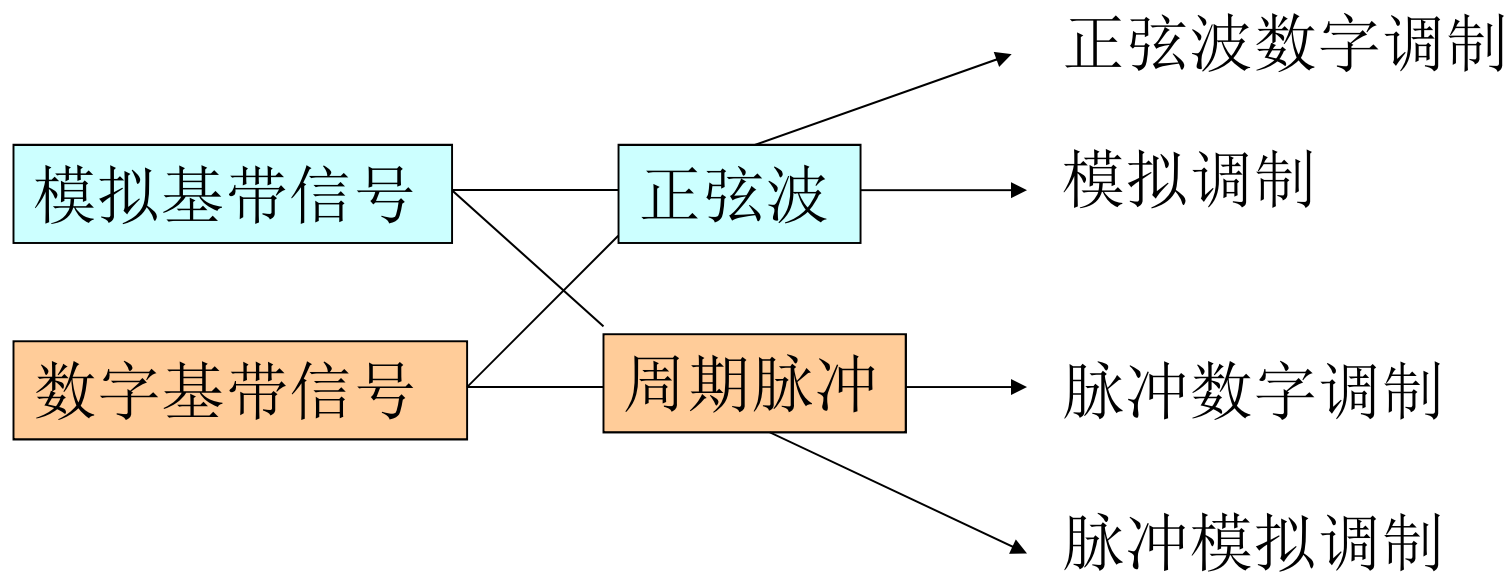
- 幅度调制（线性调制）的原理及抗噪声性能
- 角度调制（非线性调制）的原理及抗噪声性能
- 各种模拟调制系统的比较
- 频分复用（FDM）



调制的定义：是按原始电信号的变化规律去改变载波某些参量的过程。

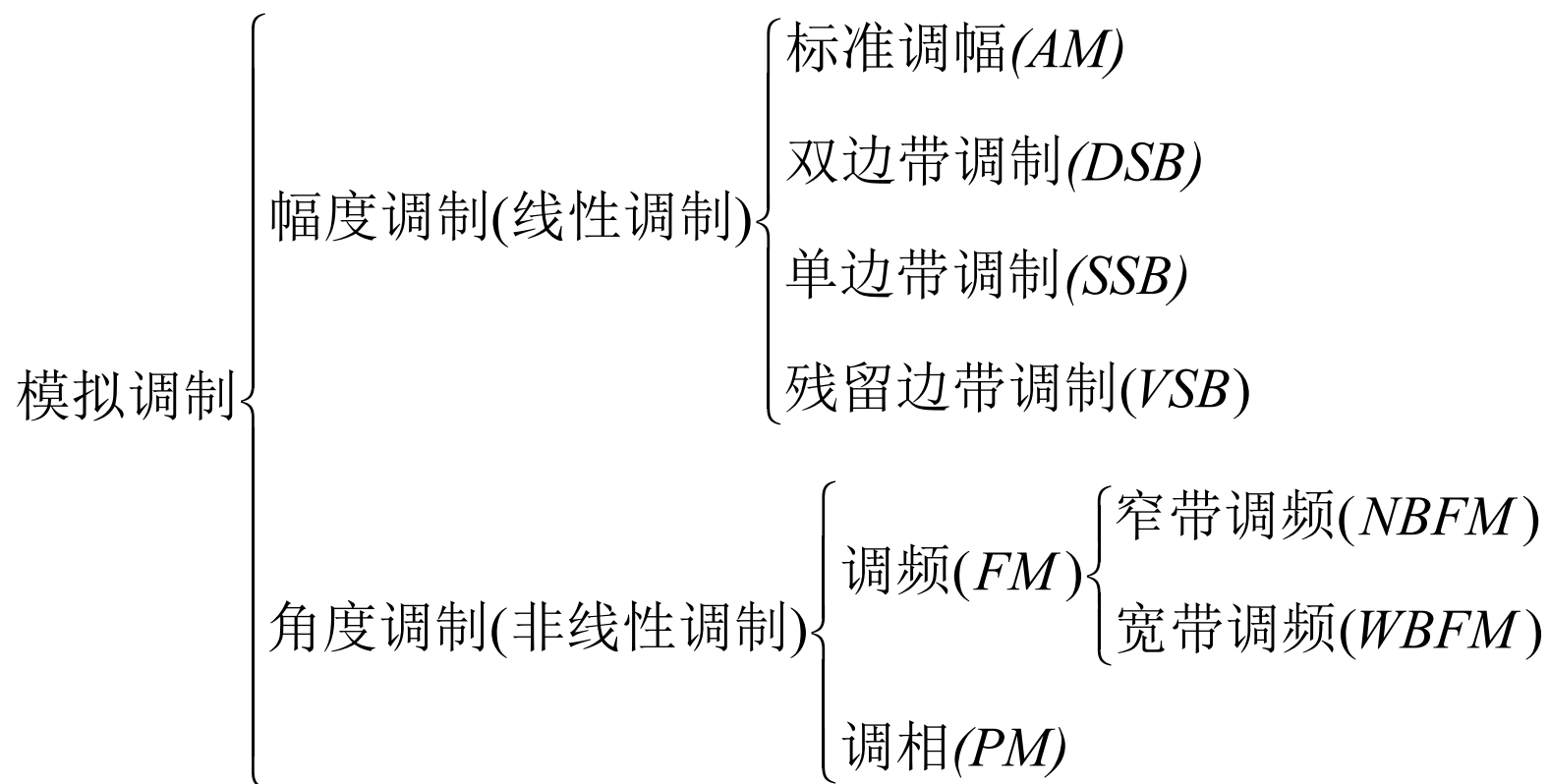
调制的目的：进行频谱搬移，把调制信号的频谱搬移到所希望的位置上，从而提高系统信息传输的性能。

调制的方式：模拟调制和数字调制；
正弦波和脉冲调制。





模拟调制的分类





本章的主要内容

- 模拟调制的调制解调原理（有效性）
- 模拟调制的抗噪性能分析（可靠性）
- 频分复用（FDM）

主要分析方法

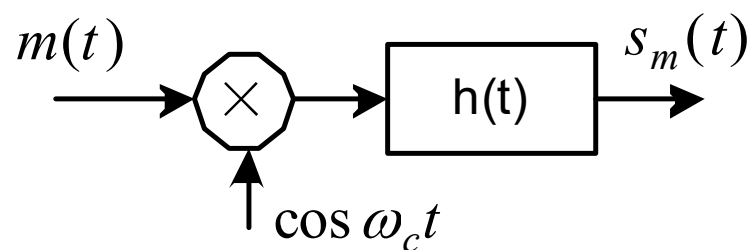
- 图解法
 - 原理框图
 - 波形图
 - 频谱图
- 解析法



幅度调制的原理

幅度调制的一般模型

定义：用调制信号去控制高频正弦载波的幅度，使其按调制信号的规律变化的过程。



幅度调制器的一般模型

$$s_m(t) = [m(t) \cos \omega_c t] * h(t)$$

$$S_m(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] H(\omega)$$

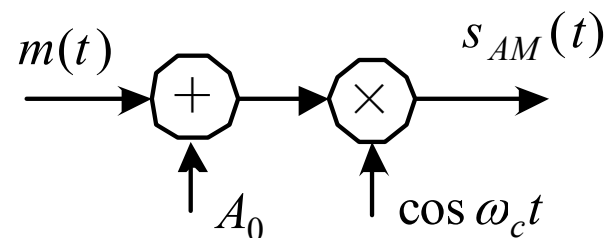


常规双边带调幅 (AM)

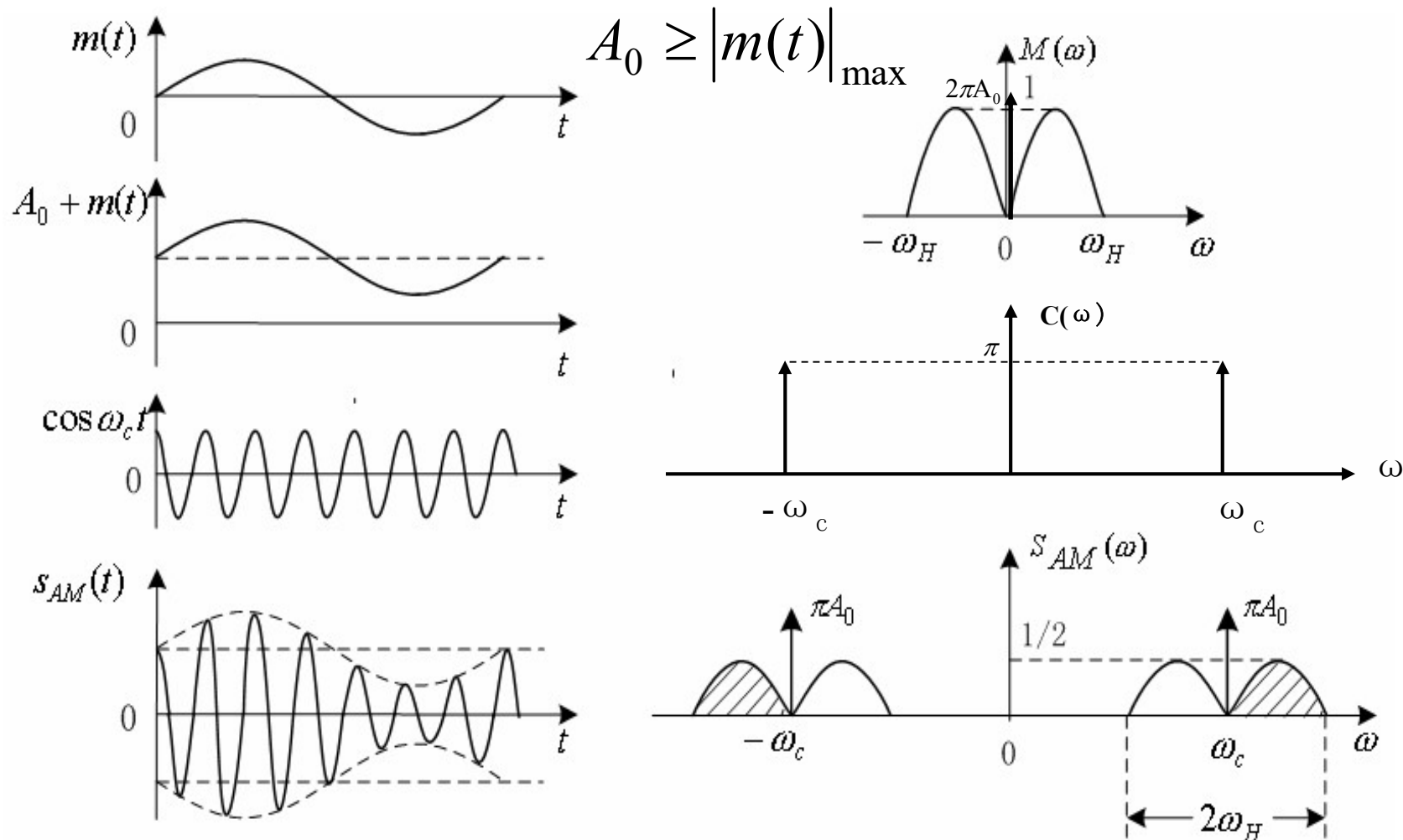
1. AM信号的表达式、频谱及带宽

若假设滤波器为全通网络:

$$\begin{aligned}s_{AM}(t) &= [A_0 + m(t)] \cos \omega_c(t) \\ &= A_0 \cos \omega_c(t) + m(t) \cos \omega_c(t)\end{aligned}$$



$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$



为了保证包络检波时不发生失真，必须满足 $A_0 + m(t) \geq 0$



由图中可得出以下几点结论：

1. AM使原始频谱 $M(\omega)$ 搬移了 $\pm \omega_c$ ；
2. AM信号是带有载波的双边带信号，带宽为基带信号带宽的两倍，即 $B_{AM} = 2B_m = 2f_H$ ；
3. 需满足 $A_0 \geq |m(t)|_{\max}$ ，否则会出现过调制；
4. 需满足 $\omega_c \gg \omega_H$ ，否则会出现频谱交叠；
5. 单音调制时， $m(t) = A_m \cos \omega_m t$ ，

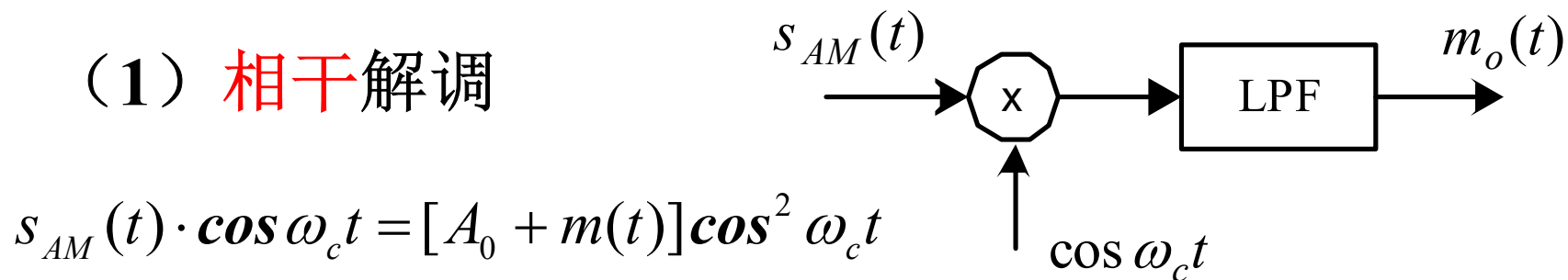
定义 $\beta_{AM} = A_m/A_0$ 叫做调制指数或调制度。



2. AM信号的解调

AM信号的解调方法有两种：相干解调和包络检波。

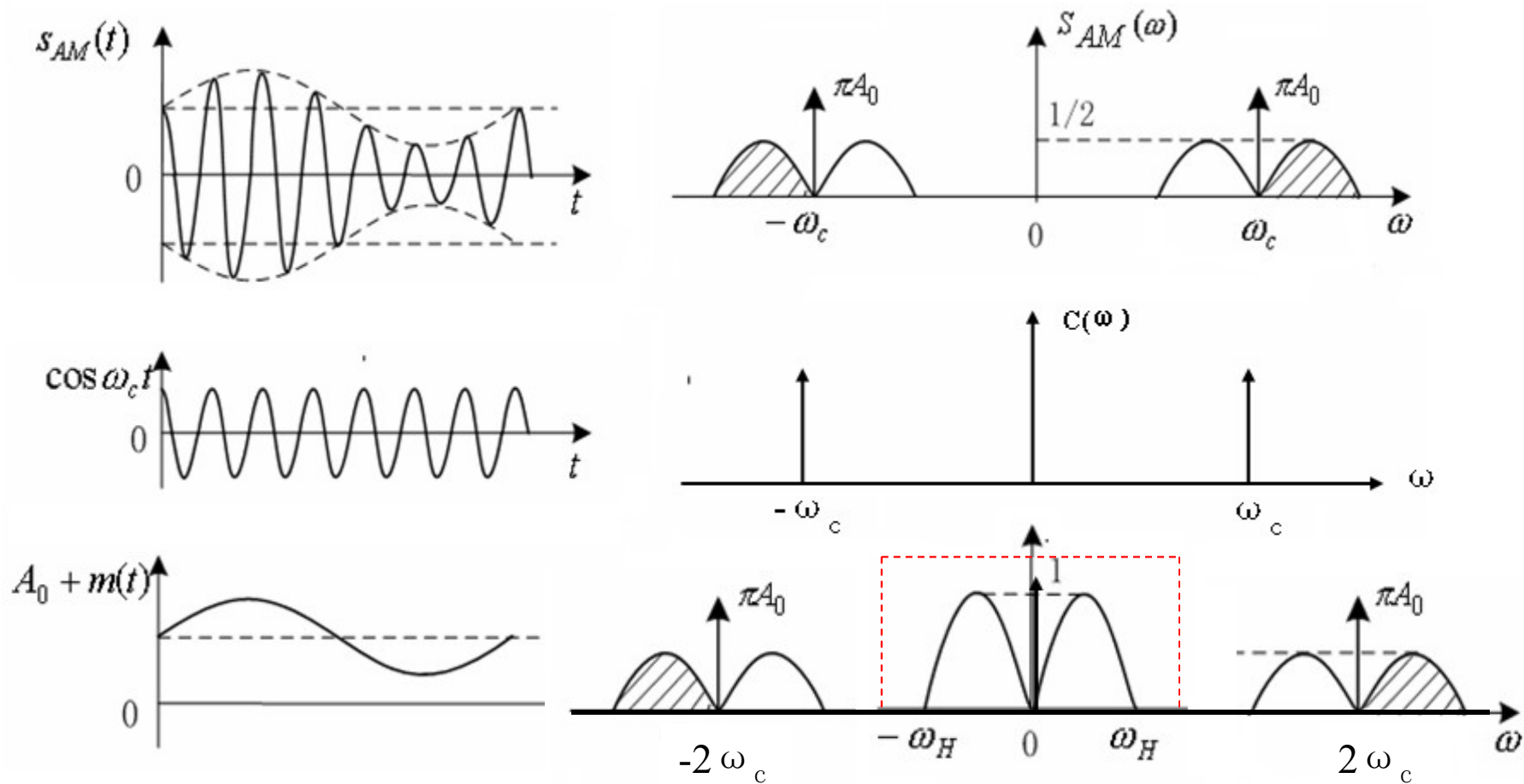
(1) 相干解调



$$\begin{aligned} s_{AM}(t) \cdot \cos \omega_c t &= [A_0 + m(t)] \cos^2 \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} [A_0 + m(t)] + \frac{1}{2} [A_0 + m(t)] \cos 2\omega_c t \end{aligned}$$

用一个低通滤波器，就无失真的恢复出原始的调制信号：

$$m_o(t) = \frac{1}{2} [A_0 + m(t)]$$





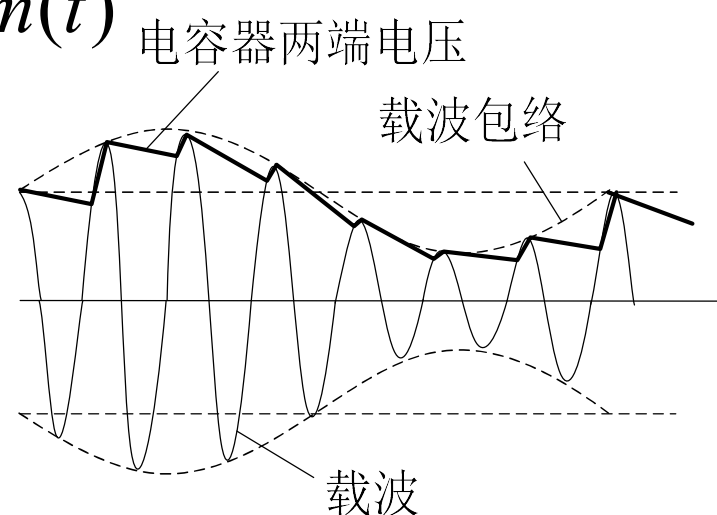
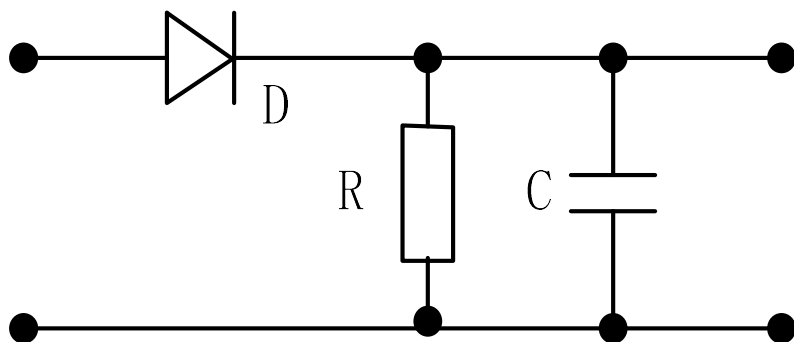
(2) 包络检波法

电路由二极管**D**、电阻**R**和电容**C**组成。**RC**满足

条件:
$$\frac{1}{\omega_c} \ll RC \ll \frac{1}{\omega_H}$$

这时，包络检波器的输出与输入信号的包络十

分相近，即: $m_o(t) \approx A_0 + m(t)$





3. AM信号的功率分配及调制效率

已调信号功率为：

$$\begin{aligned} P_{AM} &= \overline{s_{AM}^2(t)} = \overline{[A_0 + m(t)]^2 \cos^2 \omega_c t} \\ &= \overline{A_0^2 \cos^2 \omega_c t} + \overline{m^2(t) \cos^2 \omega_c t} + \overline{2A_0 m(t) \cos^2 \omega_c t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{AM} &= \frac{A_0^2}{2} + \frac{\overline{m^2(t)}}{2} = P_c + P_s \\ \text{调制效率: } \eta_{AM} &= \frac{P_s}{P_{AM}} = \frac{\overline{m^2(t)}}{A_0^2 + \overline{m^2(t)}} \end{aligned}$$

显然，AM信号的调制效率总是小于1(单音调制时小于33%)。

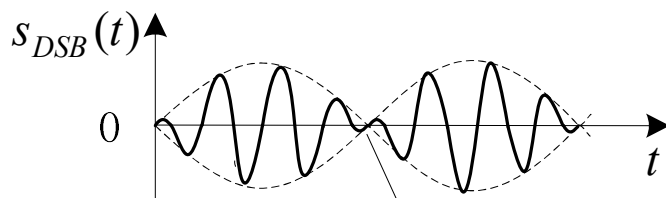
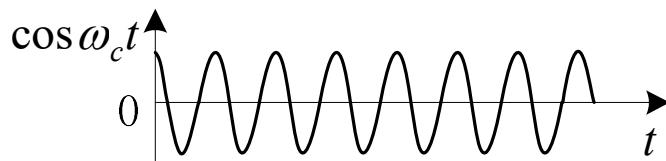
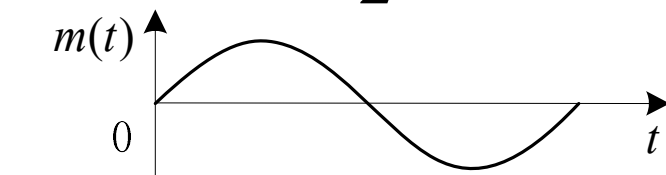
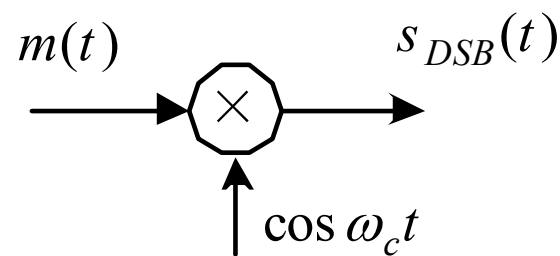


抑制载波的双边带调幅 (DSB-SC)

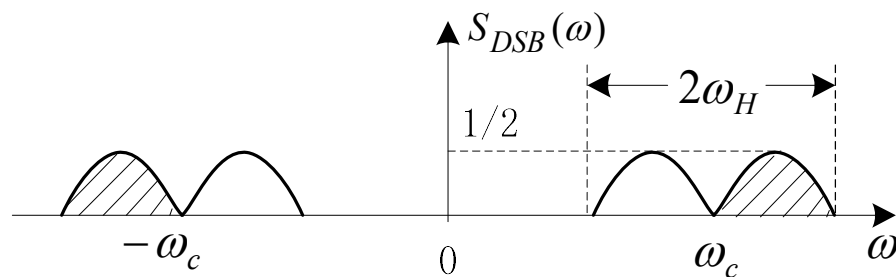
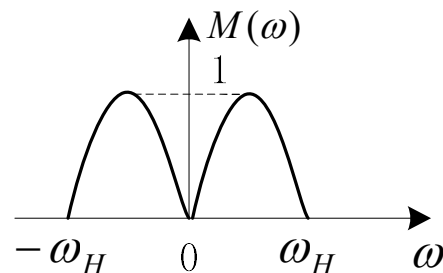
1. DSB信号的表达式、频谱及带宽

$$s_{DSB}(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

$$S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$



载波反向点



通信原理



DSB信号除不含有载频分量离散谱外，**DSB**信号的频谱由上下对称的两个边带组成。故**DSB**信号是不带载波的双边带信号，它的带宽为基带信号带宽的两倍。 $B_{DSB} = B_{AM} = 2B_m = 2f_H$

2. DSB信号的功率分配及调制效率

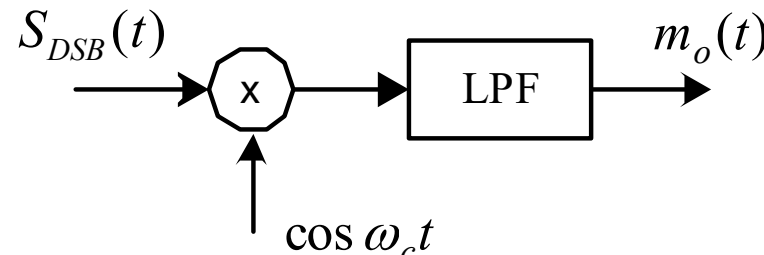
$$P_{DSB} = P_s = \frac{1}{2} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} P_m$$

显然，**DSB**信号的调制效率为**100%**。



3. DSB信号的解调

DSB信号不能进行包络检波，只能采用相干解调，则乘法器输出为：

$$S_{DSB}(t) \cdot \cos \omega_c t = m(t) \cos^2 \omega_c t$$
$$= \frac{1}{2} m(t) + \frac{1}{2} m(t) \cos 2\omega_c t$$


经低通滤波器滤除高次项，得

$$m_o(t) = \frac{1}{2} m(t)$$

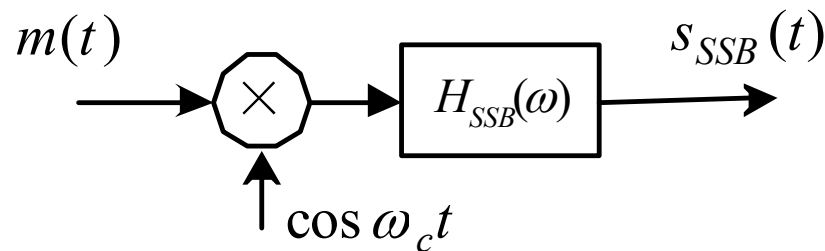


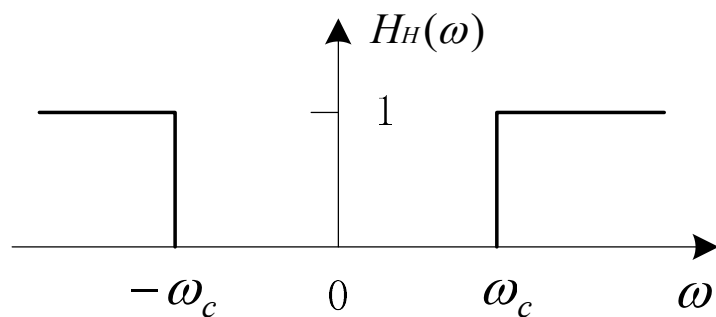
单边带调制 (SSB)

由于DSB信号的上、下两个边带是完全对称的，皆携带了调制信号的全部信息，因此，从信息传输的角度来考虑，仅传输其中一个边带就够了。

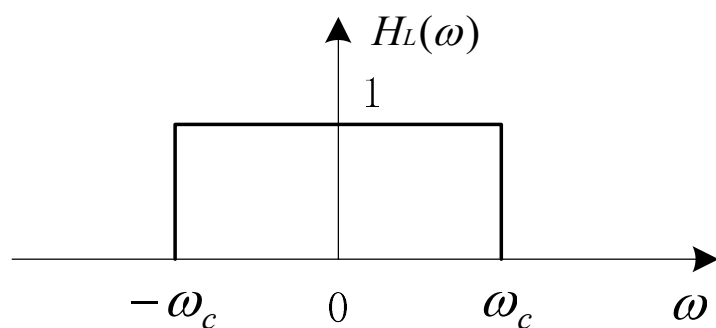
1. SSB信号的产生

(1) 滤波法

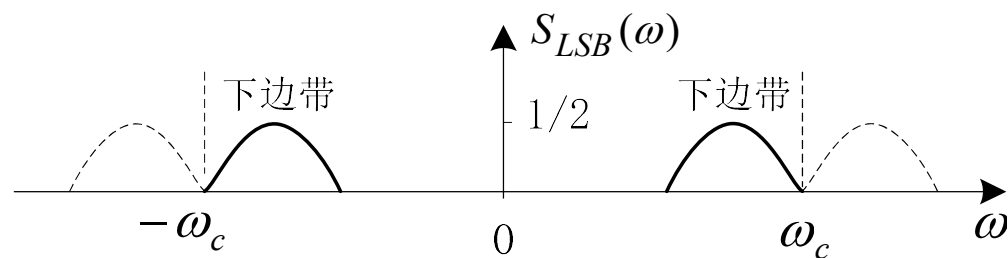
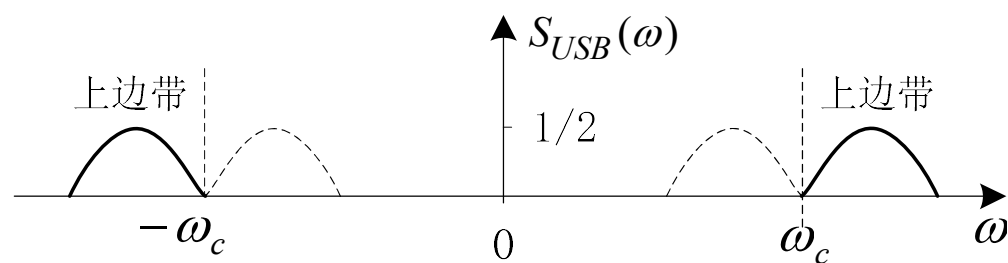
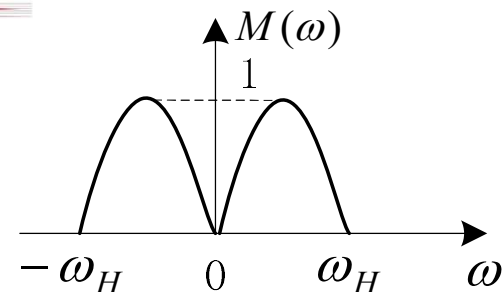




(a)



(b)



$$S_{SSB}(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] H(\omega)$$

$$H_{LPF}(\omega) = \frac{1}{2} [\text{sgn}(\omega + \omega_c) - \text{sgn}(\omega - \omega_c)]$$



可以证明，SSB信号的时域表示式为：

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

式中，“-”对应上边带信号，“+”对应下边带信号； $\hat{m}(t)$ 是 $m(t)$ 的希尔伯特变换

。



*希尔伯特变换

- 将信号的所有频率成分相移 $-\frac{\pi}{2}$ ，可得到其希尔伯特变换（即二者是正交的）。

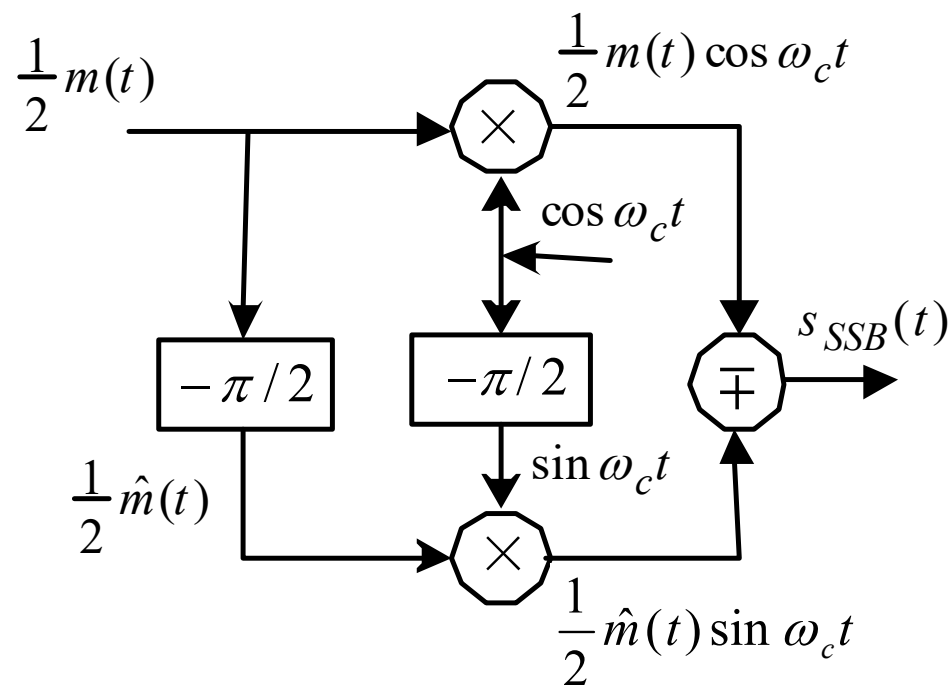
$$\begin{cases} \hat{f}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau \\ f(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{f}(\tau)}{t - \tau} d\tau \end{cases}$$

- 重要性质： $|f(t)| = |\hat{f}(t)|$



(2) 用相移法形成SSB信号

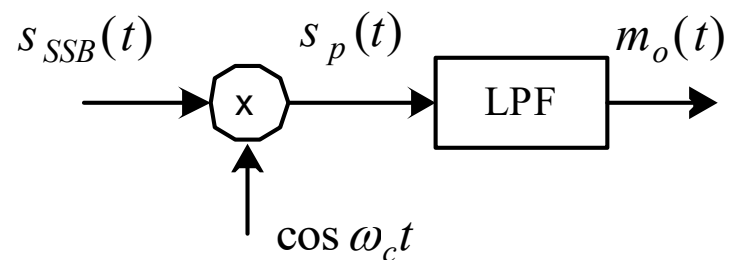
$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$





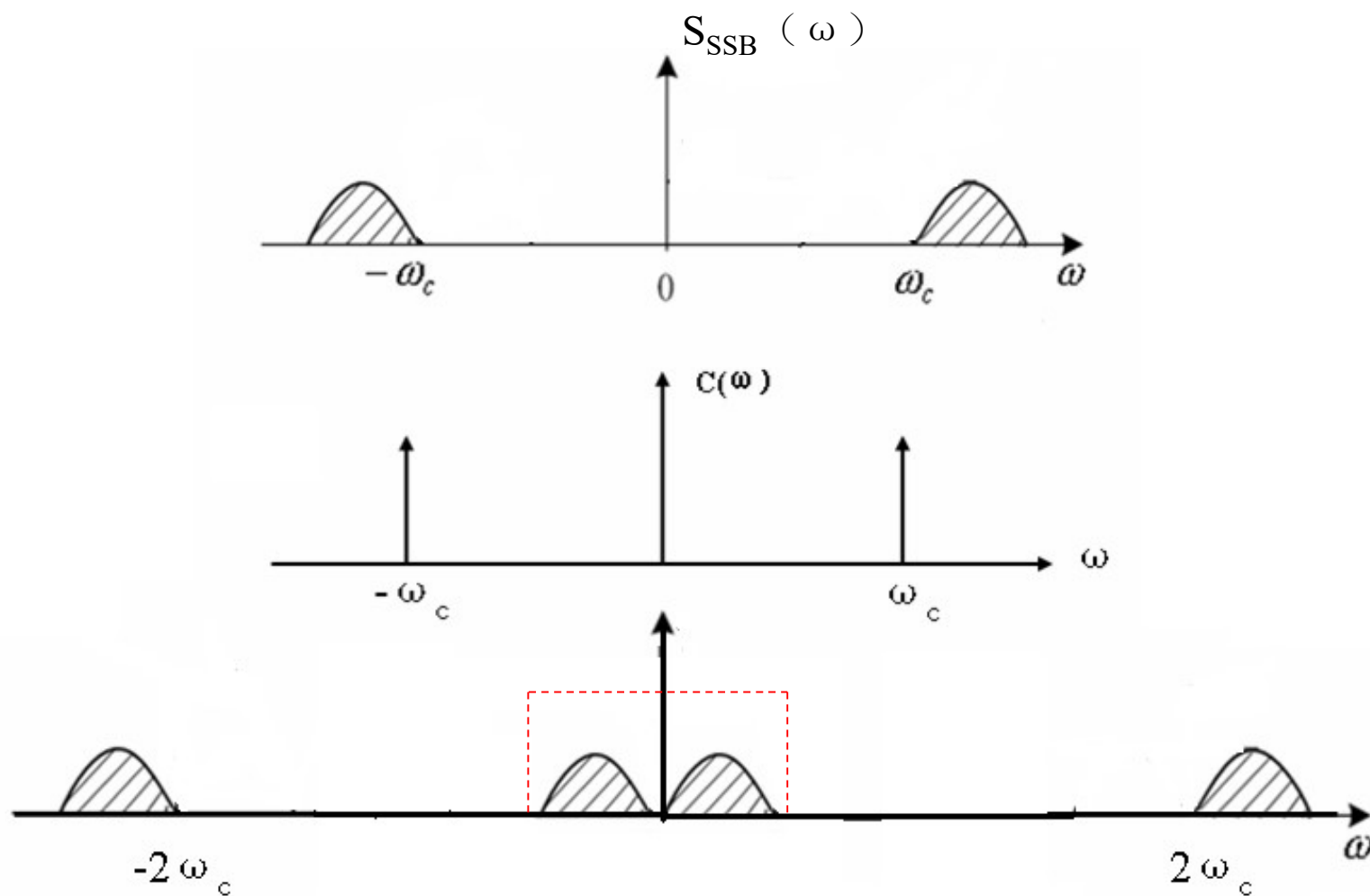
2. SSB信号的解调

乘法器输出为：



$$\begin{aligned} s_p(t) &= s_{SSB}(t) \cdot \cos \omega_c t = \frac{1}{2} [m(t) \cos \omega_c t \mp \hat{m}(t) \sin \omega_c t] \cos \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} m(t) \cos^2 \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{m}(t) \cos \omega_c t \sin \omega_c t \\ &= \frac{1}{4} m(t) + \frac{1}{4} m(t) \cos 2\omega_c t \mp \frac{1}{4} \hat{m}(t) \sin 2\omega_c t \end{aligned}$$

经低通滤波后的解调输出为 $m_o(t) = \frac{1}{4} m(t)$





3. SSB信号带宽、功率和调制效率

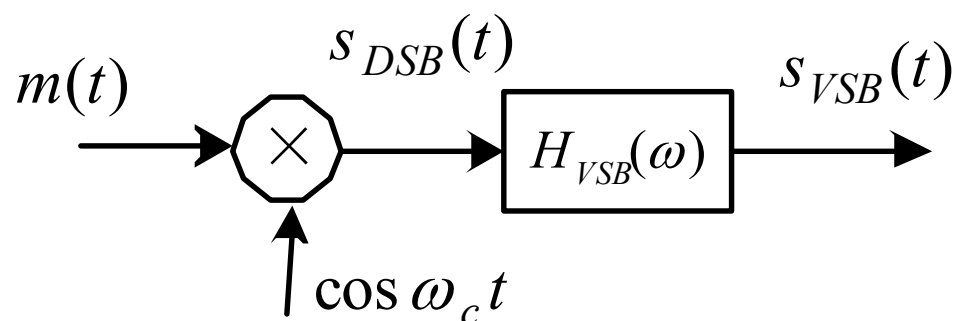
$$B_{SSB} = \frac{1}{2} B_{DSB} = B_m = f_H$$

$$P_{SSB} = \frac{1}{2} P_{DSB} = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)}$$

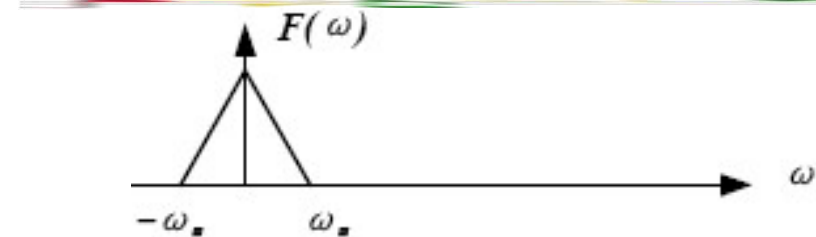


残留边带调制 (VSB)

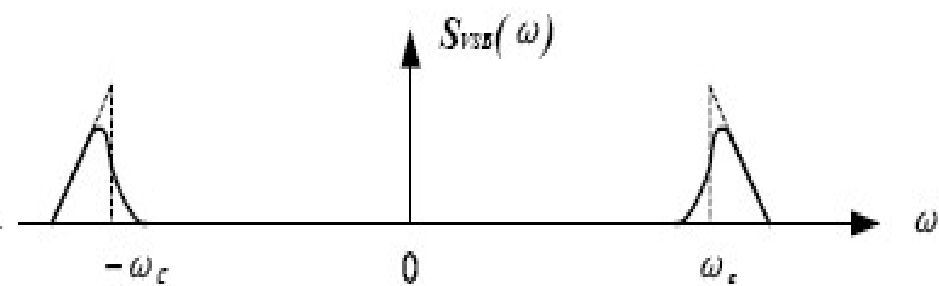
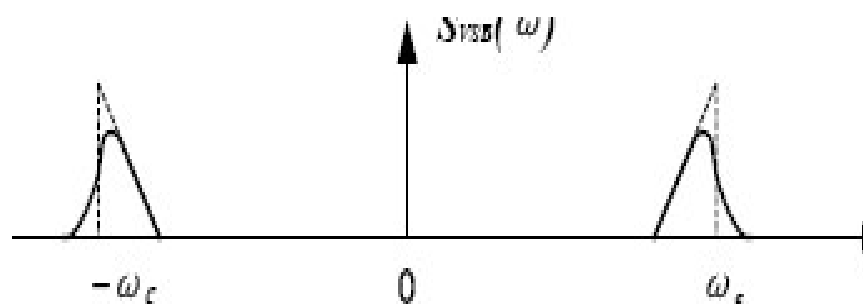
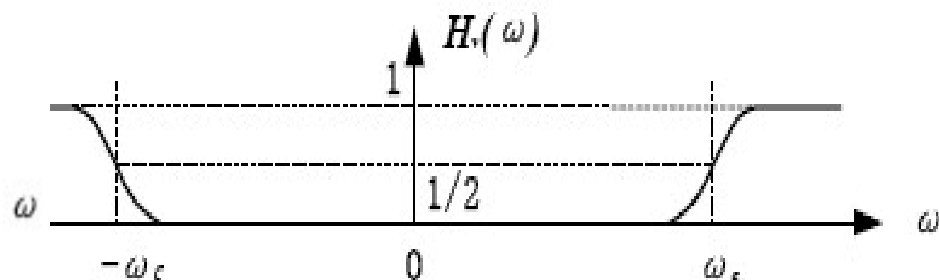
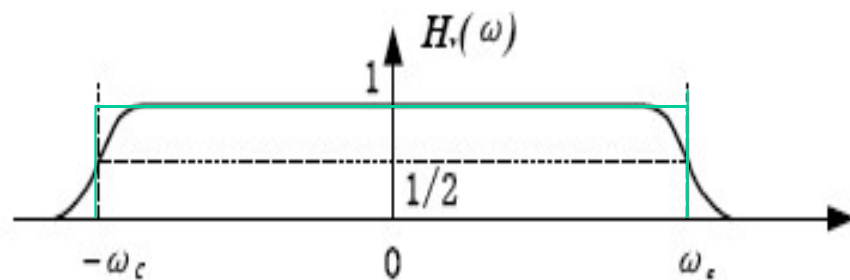
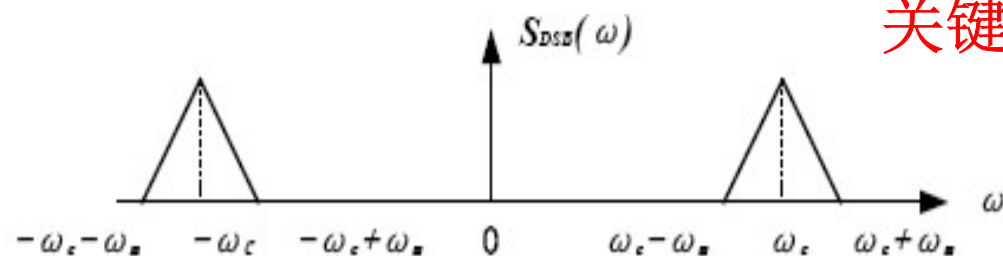
1. 残留边带信号的产生



$$S_{VSB}(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] H_{VSB}(\omega)$$



关键：残留边带滤波器的传输特性。



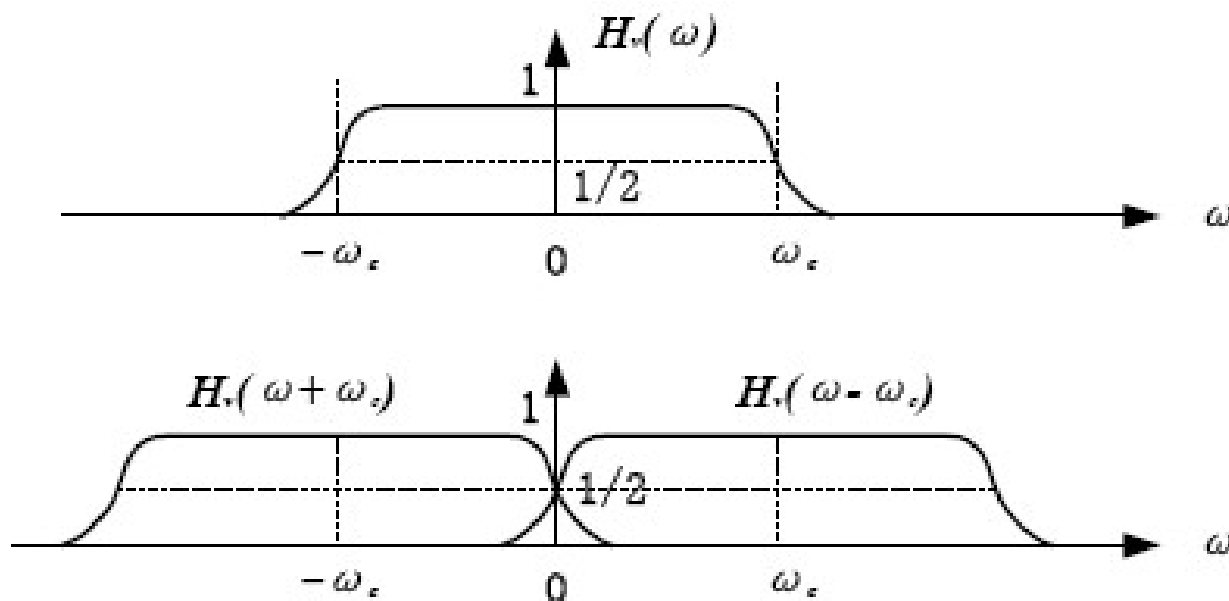


可以证明：要想正确恢复VSB信号， $H(\omega)$ 必须满足

$$H_{VSB}(\omega + \omega_c) + H_{VSB}(\omega - \omega_c) = \text{常数}, \quad |\omega| \leq \omega_H$$

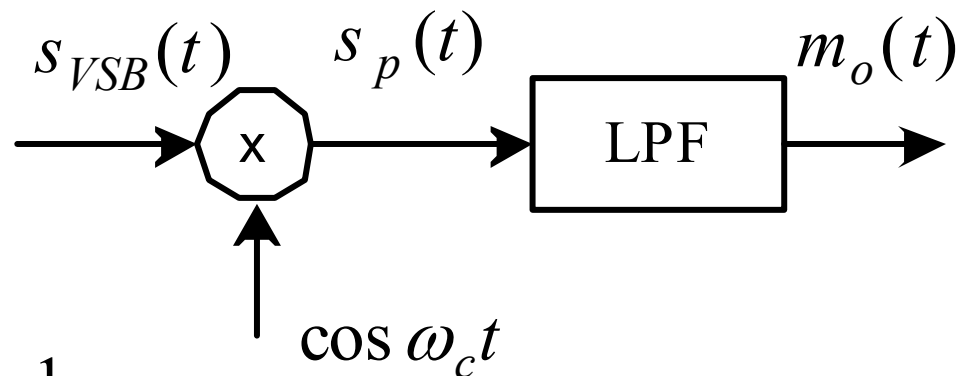
即 $H(\omega + \omega_c)$ 、 $H(\omega - \omega_c)$ 在 $\omega=0$ 处互补对称（滚降）；

或 $H(\omega)$ 在 ω_c 处互补对称。（证明见P93）





2. 残留边带信号的解调



$$S_p(\omega) = \frac{1}{2} [S_{VSB}(\omega - \omega_c) + S_{VSB}(\omega + \omega_c)]$$

$$S_p(\omega) = \frac{1}{4} H_{VSB}(\omega - \omega_c) [M(\omega - 2\omega_c) + M(\omega)] \\ + \frac{1}{4} H_{VSB}(\omega + \omega_c) [M(\omega) + M(\omega + 2\omega_c)]$$

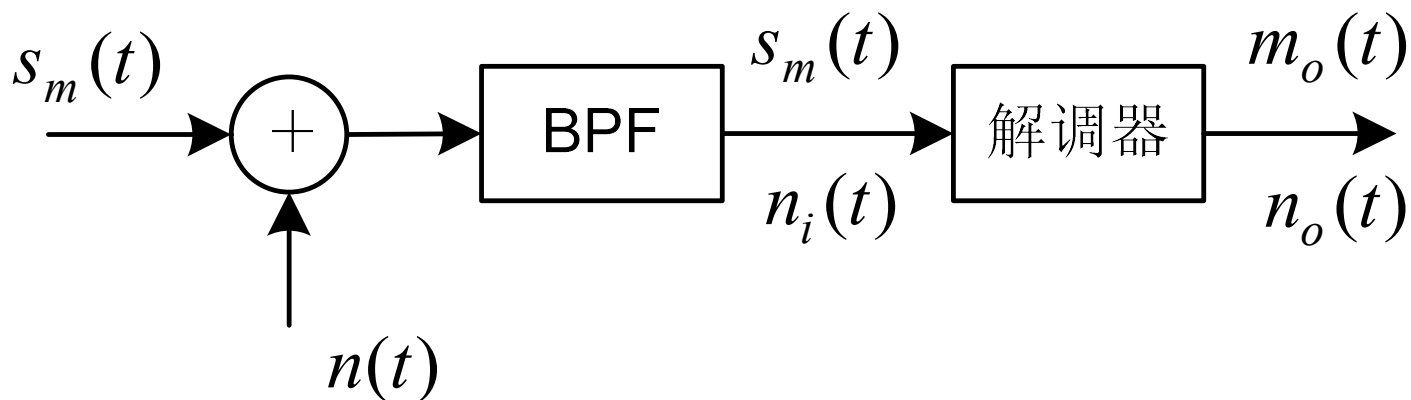
$$M_o(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega) [H_{VSB}(\omega - \omega_c) + H_{VSB}(\omega + \omega_c)]$$



线性调制系统的抗噪声性能

本节将要研究的问题是，信道存在加性高斯白噪声时各种线性系统的抗噪性能。

通信系统抗噪性能分析模型



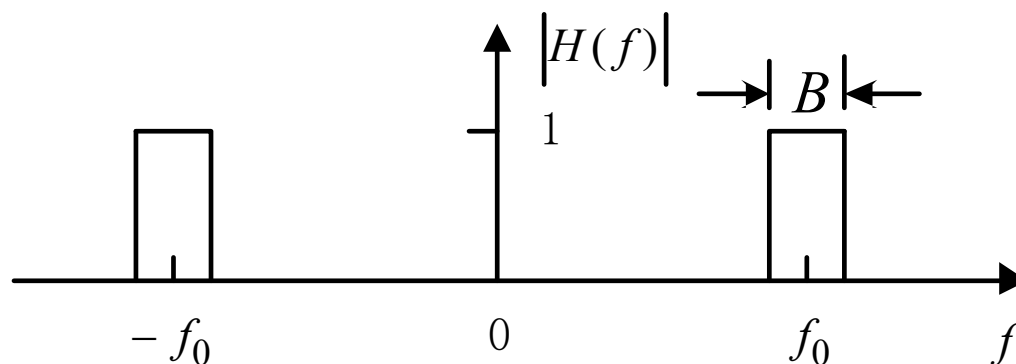


$n_i(t)$ 为窄带高斯噪声，可以表示为：

$$n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_0 t - n_s(t) \sin \omega_0 t$$

其功率为： $N_i = n_0 B$

$$\overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = N_i$$





输出信噪比定义为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\text{解调器输出有用信号的平均功率}}{\text{解调器输出噪声的平均功率}} = \frac{\overline{m_o^2(t)}}{\overline{n_o^2(t)}}$$

输入信噪比

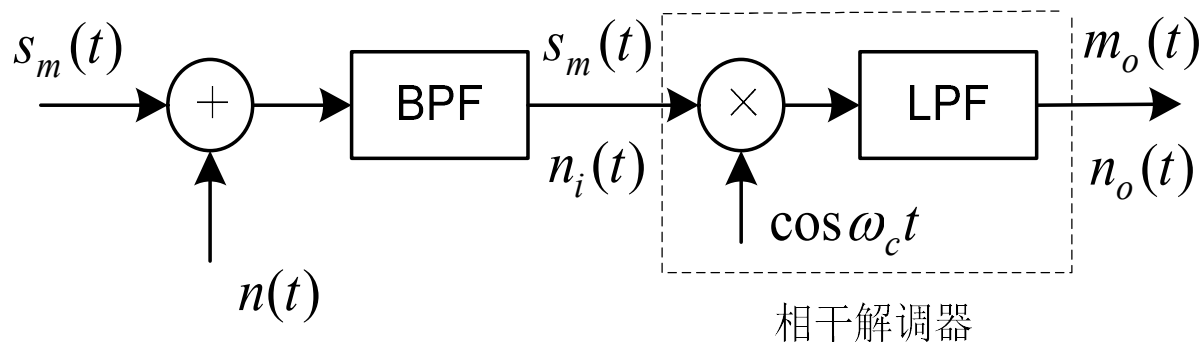
$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\text{解调器输入已调信号的平均功率}}{\text{解调器输入噪声的平均功率}} = \frac{\overline{s_m^2(t)}}{\overline{n_i^2(t)}}$$

人们常用信噪比增益作为不同调制方式下解调器抗噪性能的度量。它可以定义为：

$$G = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i}$$



线性调制相干解调的抗噪声性能



1. DSB调制系统的性能

(1) 输出信号的功率

$$s_m(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

$$m(t) \cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} m(t) + \frac{1}{2} m(t) \cos 2\omega_c t$$

$$m_o(t) = \frac{1}{2} m(t) \quad S_o = \overline{m_o^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)}$$



(2) 输出噪声的功率

$$n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$$

$$\begin{aligned} n_i(t) \cos \omega_c t &= [n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t] \cos \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} n_c(t) + \frac{1}{2} [n_c(t) \cos 2\omega_c t - n_s(t) \sin 2\omega_c t] \end{aligned}$$

解调器最终的输出噪声为

$$n_o(t) = \frac{1}{2} n_c(t) \quad N_o = \overline{n_o^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_c^2(t)}$$

$$N_o = \frac{1}{4} \overline{n_i^2(t)} = \frac{1}{4} N_i = \frac{1}{4} n_o B$$



(3) DSB的抗噪性能

解调器输入信号平均功率为

$$S_i = \overline{s_m^2(t)} = \overline{[m(t) \cos \omega_c t]^2} = \frac{1}{2} \overline{m^2(t)}$$

解调器的输入和输出信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\frac{1}{2} \overline{m^2(t)}}{n_0 B} \quad \frac{S_o}{N_o} = \frac{\frac{1}{4} \overline{m^2(t)}}{\frac{1}{4} N_i} = \frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B}$$

因而调制制度增益为

$$G_{DSB} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 2$$

结论：DSB解调使抗噪性能改善了2倍。



2. SSB调制系统的性能

(1) 输出信号的功率 $s_m(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$

与相干载波相乘，并经低通滤波器滤除高频成分后，得解调器输出信号和功率为：

$$m_o(t) = \frac{1}{4}m(t) \quad S_o = \overline{m_o^2(t)} = \frac{1}{16}\overline{m^2(t)}$$

(2) 输出噪声的功率

$$N_o = \frac{1}{4}\overline{n_i^2(t)} = \frac{1}{4}N_i = \frac{1}{4}n_oB$$



(3) 输入信号的功率

$$S_i = \overline{s_m^2(t)} = \overline{\left[\frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \right]^2} = \frac{1}{8} [\overline{m^2(t)} + \overline{\hat{m}^2(t)}]$$

$$S_i = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)}$$

解调器输入信号平均功率为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\frac{1}{4} \overline{m^2(t)}}{n_0 B} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 B}$$

解调器的输出信噪比和调制制度增益为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\frac{1}{16} \overline{m^2(t)}}{\frac{1}{4} n_0 B} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 B} \quad G_{SSB} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 1$$



DSB与SSB抗噪性能的比较:

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{DSB} = G_{DSB} \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{DSB} = 2 \cdot \frac{S_i}{N_{iDSB}} = 2 \cdot \frac{S_i}{n_0 B_{DSB}} = \frac{S_i}{n_0 f_H}$$

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{SSB} = G_{SSB} \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{SSB} = 1 \cdot \frac{S_i}{N_{iSSB}} = \frac{S_i}{n_0 B_{SSB}} = \frac{S_i}{n_0 f_H}$$

DSB解调器的调制制度增益是**SSB**的二倍。但不能因此就说，双边带系统的抗噪性能优于单边带系统，二者的抗噪性能是相同的。



5-11 某线性调制系统的输出信噪比 20dB, 输出噪声功率为 10^{-9}W , 由发射机输出端到解调器输入端之间总的传输损耗为 100dB, 试求:

- (1) DSB/SC 时的发射机输出功率;
- (2) SSB/SC 时的发射机输出功率。



解: (1) $\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{DSB}} = 100 \quad G = 2 \quad \therefore \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{\text{DSB}} = 50$

$$N_i = 4N_o = 4 \times 10^{-9} (\text{W})$$

$$S_i = 50N_i = 4 \times 10^{-9} \times 50 = 2 \times 10^{-7} (\text{W})$$

$$P_i = S_i \times 10^{10} = 2000 (\text{W})$$

(2) $\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{SSB}} = 100 \quad G = 1 \quad \therefore \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{\text{SSB}} = 100$

$$N_i = 4N_o = 4 \times 10^{-9} (\text{W})$$

$$S_i = 100N_i = 4 \times 10^{-7} (\text{W})$$

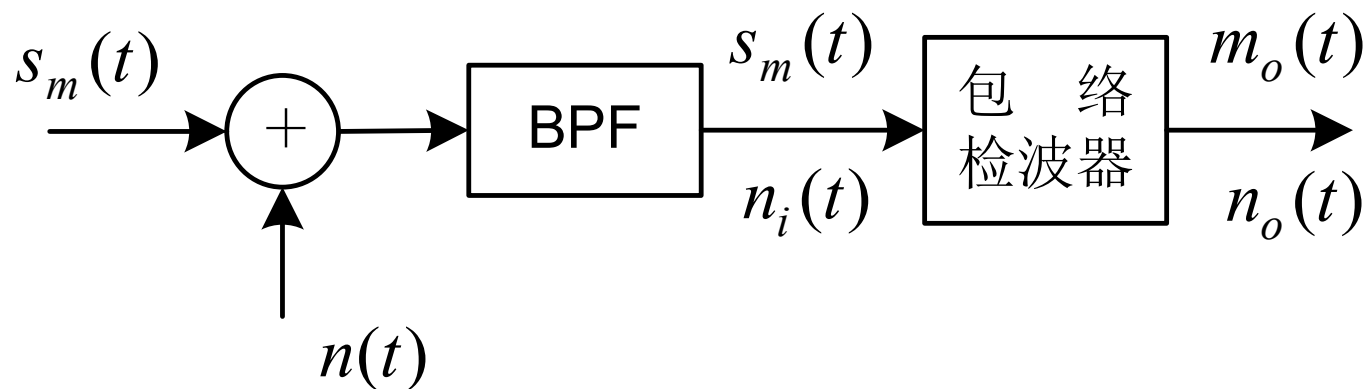
$$P_i = S_i \times 10^{10} = 4000 (\text{W})$$

\therefore 要获得相同的输出信噪比: $(P_i)_{\text{DSB}}$ 小于 $(P_i)_{\text{SSB}}$ (N_i 相同前提下) 原理



3. 常规调幅包络检波的抗噪声性能

AM信号可采用相干解调或包络检波，具体原理见图。





解调器输入信号为： $s_m(t) = [A + m(t)] \cos \omega_c t$

输入噪声为： $n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$

输入的信号功率、噪声功率和信噪比：

$$S_i = \overline{s_m^2(t)} = \frac{A^2}{2} + \frac{1}{2} \overline{m^2(t)}$$

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A^2 + \overline{m^2(t)}}{2n_0B}$$

$$N_i = \overline{n_i^2(t)} = n_0B$$



解调器输入的信号加噪声的合成波形是：

$$\begin{aligned} s_m(t) + n_i(t) &= [A + m(t) + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \\ &= E(t) \cos[\omega_c t + \psi(t)] \end{aligned}$$

其中合成包络：

$$E(t) = \sqrt{[A + m(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$$

为简化起见，我们考虑两种特殊情况。

(1) 大信噪比情况

$$E(t) \approx A + m(t) + n_c(t)$$



$$\begin{aligned}
 E(t) &= \sqrt{[A_0 + m(t)]^2 + 2[A_0 + m(t)]n_c(t) + n_c^2(t) + n_s^2(t)} \\
 &\approx \sqrt{[A_0 + m(t)]^2 + 2[A_0 + m(t)]n_c(t)} \\
 &\approx [A_0 + m(t)] \left[1 + \frac{2n_c(t)}{A_0 + m(t)} \right]^{1/2} \\
 &\approx [A_0 + m(t)] \left[1 + \frac{n_c(t)}{A_0 + m(t)} \right] \\
 &= A_0 + m(t) + n_c(t)
 \end{aligned}$$

这里,我们利用了近似公式,即

$$(1+x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2} \quad |x| \ll 1$$



输出信号功率、噪声功率和信噪比：

$$S_o = \overline{m^2(t)}$$

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B}$$

$$N_o = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = n_0 B$$

调制制度增益： $G_{AM} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = \frac{\overline{2m^2(t)}}{\overline{A^2 + m^2(t)}}$

对于**100%**调制（即 $A = |m(t)|_{\max}$ ），且又是单音频正弦信号时：

$$\overline{m^2(t)} = A^2 / 2 \quad G_{AM} = \frac{2}{3}$$



(2) 小信噪比情况

此时噪声幅度远大于输入信号幅度，即

$$n_c(t), n_s(t) \gg [A + m(t)]$$

$$\begin{aligned} E(t) &= \sqrt{[A + m(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \\ &\approx \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t) + 2n_c(t)[A + m(t)]} \\ &= R(t) \sqrt{1 + \frac{2[A + m(t)]}{R(t)} \cos \theta(t)} \\ &\approx R(t) \left[1 + \frac{A + m(t)}{R(t)} \cos \theta(t) \right] \\ &= R(t) + [A + m(t)] \cos \theta(t) \end{aligned}$$

其中

$$R(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \quad \text{包络函数}$$

$$\cos \theta(t) = \frac{n_c(t)}{R(t)}$$

$$\theta(t) = \arctg \frac{n_s(t)}{n_c(t)} \quad \text{随机相位函数}$$



门限效应

定义：当包络检波器的输入信噪比降到某一个特定值(门限值)后，信号被噪声“湮没”检波器输出信噪比出现急剧恶化的现象。

门限效应是非相干解调所特有的。



结论：

在大信噪比情况下，AM信号包络检波器的性能几乎与同步检测器相同；但随着信噪比的减小，包络检波器将在一个特定输入信噪比值上出现门限效应。一旦出现门限效应，解调器的输出信噪比将急剧变坏。



角度调制（非线性调制）的原理及抗噪声性能

- 角度调制
 - 频率调制（**FM**）
 - 相位调制（**PM**）
- 优点：抗干扰性强
- 缺点：占用频带宽，设备复杂

已调波功率=载波功率



角度调制的基本概念

角度调制信号的一般表达式为

$$s_m(t) = A \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

瞬时相位

—— 瞬时相位偏移

$$d[\omega_c t + \varphi(t)] / dt$$

瞬时频率

$$d\varphi(t) / dt$$

瞬时频偏

$$\Delta\varphi = |\varphi(t)|_{\max}$$

最大相偏

$$\Delta\omega = |d\varphi(t) / dt|_{\max}$$

最大频偏



所谓相位调制，是指 $\varphi(t) = K_P m(t)$

调相信号可表示为：

$$s_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_P m(t)]$$

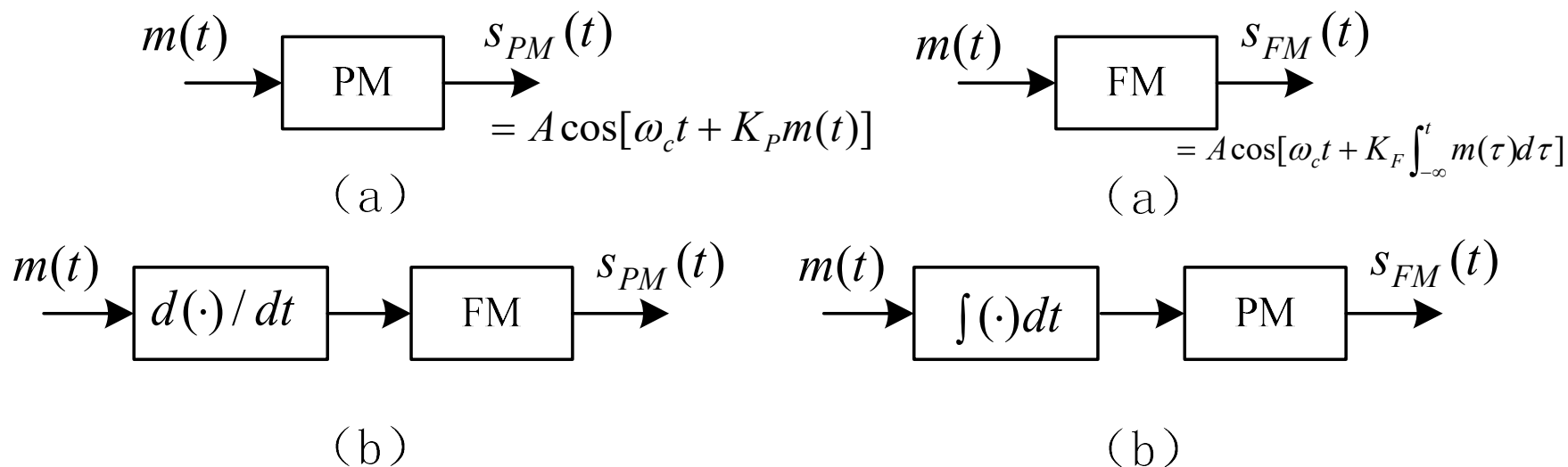
所谓频率调制，是指瞬时频率偏移随基带信号而线性变化，即 $\frac{d\varphi(t)}{dt} = K_F m(t)$ $\varphi(t) = K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$

则可得调频信号为

$$s_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$



FM和PM非常相似，如果预先不知道调制信号的具体形式，则无法判断已调信号是调频信号还是调相信号。



从以上分析可见，调频与调相并无本质区别，两者之间可以互换。



特例：单音调制

若 $m(t) = A_m \cos \omega_m t$

则 $S_{\text{FM}}(t) = A \cos[\omega_c t + k_F \int A_m \cos \omega_m t dt]$

$$= A \cos[\omega_c t + \frac{A_m k_F}{\omega_m} \sin \omega_m t]$$

$$= A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t]$$

定义 $m_f = \frac{k_f A_m}{\omega_m}$ 为调频指数，即FM的最大相偏。

此时，最大频偏 $\Delta\omega = k_F A_m = m_f \omega_m$

所以 $m_f = \Delta\varphi(t) = \frac{k_F A_m}{\omega_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$



窄带调频与宽带调频

根据调制后载波瞬时相位偏移的大小，可将频率调制分为宽带调频（**WBFM**）与窄带调频（**NBFM**）。

$$\text{当 } \left| K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right|_{\max} \ll \frac{\pi}{6}$$

时，称为窄带调频。否则，称为宽带调频。

1. 窄带调频（**NBFM**）

$$\begin{aligned} s_{FM}(t) &= \cos[\omega_c t + K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \\ &= \cos \omega_c t \cos[K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] - \sin \omega_c t \sin[K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \end{aligned}$$



$$S_{NBFM}(t) \approx \cos \omega_c t - [K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \sin \omega_c t$$

经推导可得**NBFM**信号的频域表达式:

$$S_{NBFM}(\omega) = \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \\ + \frac{K_F}{2} \left[\frac{M(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{M(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]$$

将上式与**AM**信号的频谱比较很相似

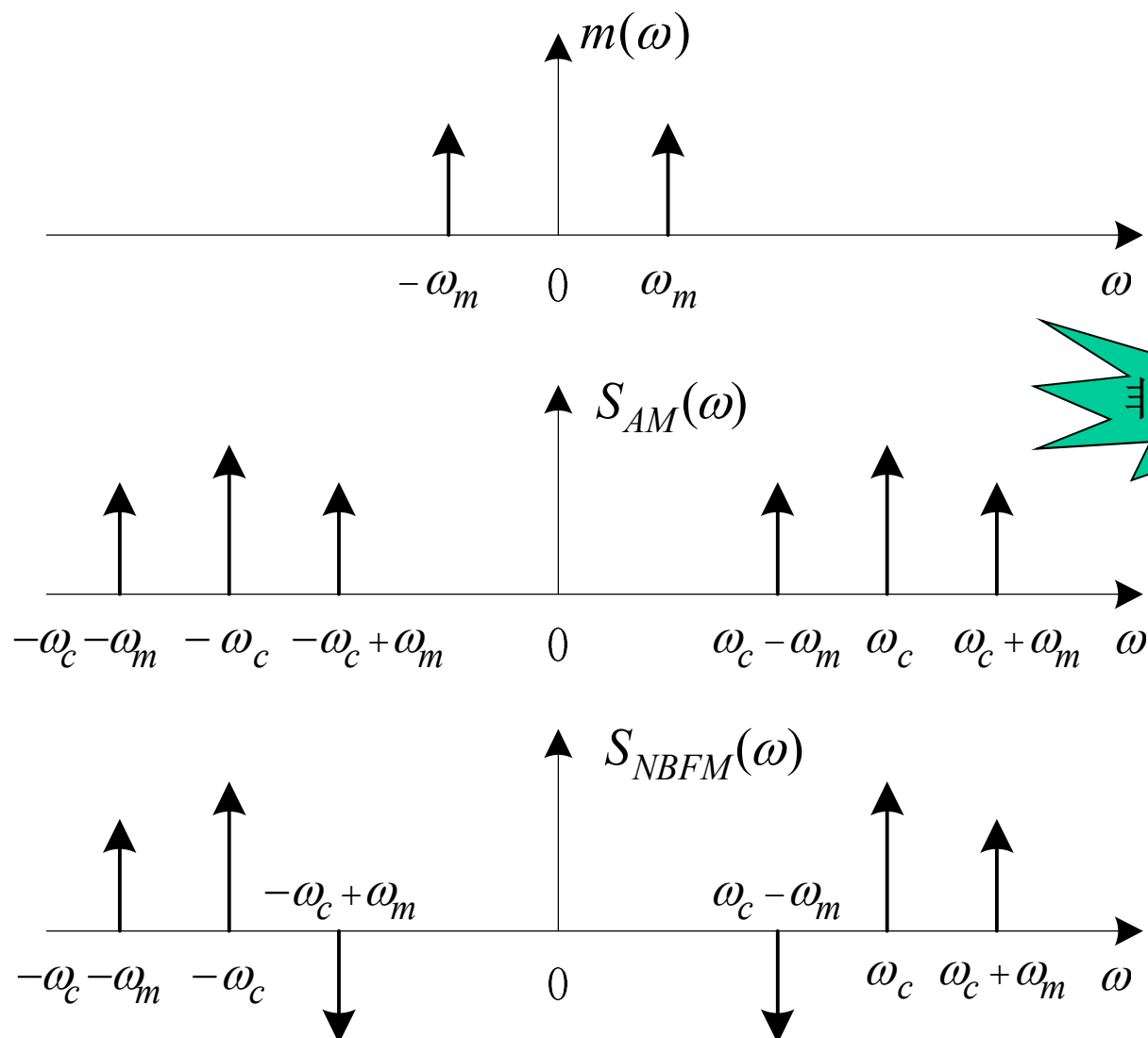
$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]]$$

进行比较, 它们的带宽相同, 即

$$B_{NBFM} = B_{AM} = 2B_m = 2f_H$$



对于单音调制的特殊情况，可以得到频谱如下。



非线性调制



2. 宽带调频 (WBFM)

为使问题简化，我们先研究单音调制的情况，然后把分析的结果推广到多音情况。

(1) 单频调制时宽带调频信号的频域表达

设单频调制信号为 $m(t) = A_m \cos \omega_m t$

则单音调频信号的时域表达式为：

$$\begin{aligned} s_{FM}(t) &= A \cos[\omega_c t + K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \\ &= A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t] \end{aligned}$$

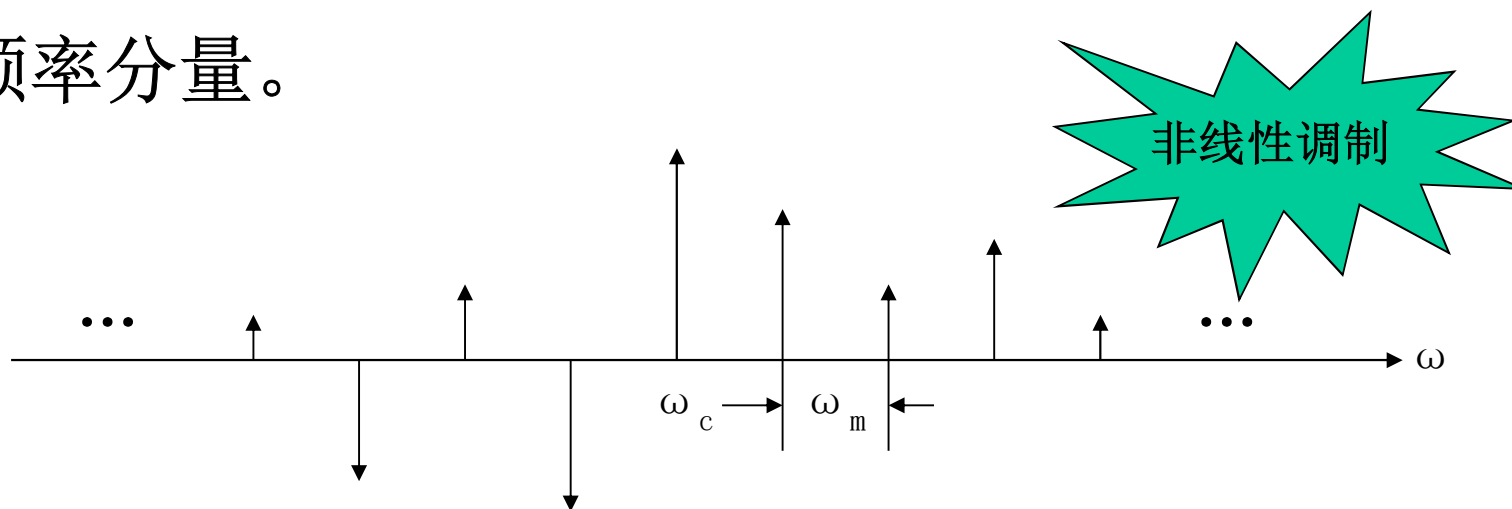


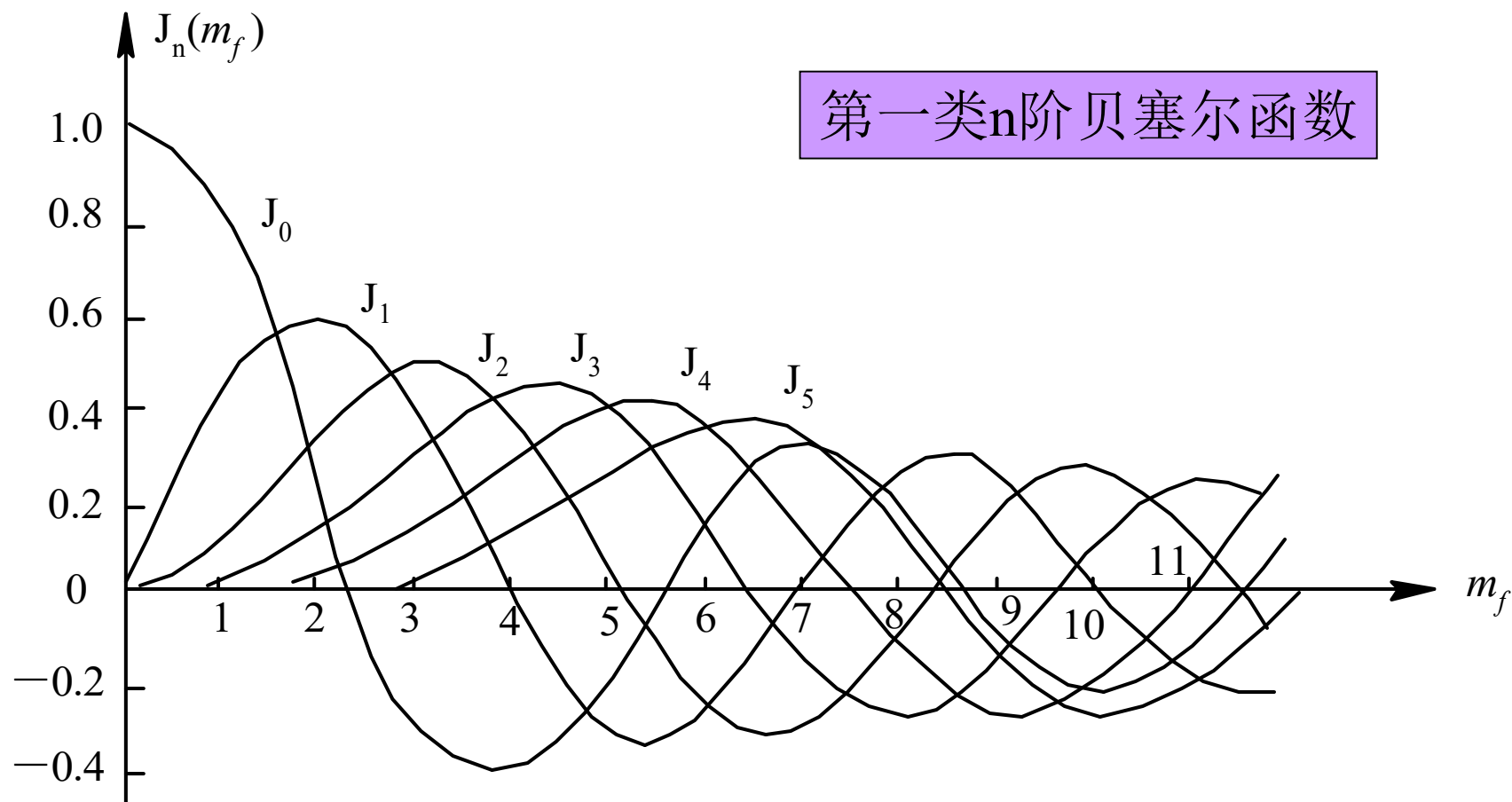
调频指数为: $m_f = \frac{K_F A_m}{\omega_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$

傅氏变换即为频谱:

$$S_{FM}(\omega) = \pi A \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_n(m_f) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)]$$

从上式可以看到调频信号的频谱中含有无穷多个频率分量。







➤ 可见:

- ✓ WBFM频谱由载频分量和无穷多对边频组成。
- ✓ 边频分量对称分布于载频两侧， n 为奇数时，两边符号相反； n 为偶数时，两边符号相同。
- ✓ 随 n 值增加，边频幅度减小，且分别按奇偶以不同程度递减。
- ✓ 相邻两频率间间隔为 ω_m 。
- ✓ 载频中不含信息，可利用贝塞尔函数的零点特性令 $I_0(m_f) = 0$ 此时功率全部集中在携带信息的边频中。



单频调制时的频带宽度(卡森带宽)

一个广泛用来计算调频波频带宽度的公式为:

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$$

特殊情况 $m_f \ll 1$, $B_{FM} \approx 2f_m$ (NBFM)

$$m_f \gg 1, \quad B_{FM} \approx 2\Delta f \text{ (WBFM)}$$



为提高传输调频波的质量，可以增加边频的数目，如令

$$\omega_{FM} \approx 2(\Delta\omega + 2\omega_m)$$

例：调频广播，最大频偏为75KHz，最高调制频率为15KHz

则卡森带宽： $B = 2(\Delta f + f_m) = 180KHz$

而 $B = 2(\Delta f + 2f_m) = 210KHz$

实际应用中采用带宽为200KHz。

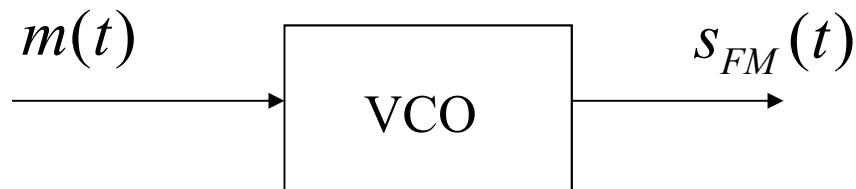


调频信号的产生与解调

1. 调频信号的产生

(1) 直接法

就是利用调制信号直接控制振荡器的频率，使其按调制信号的规律线性变化。



缺点：

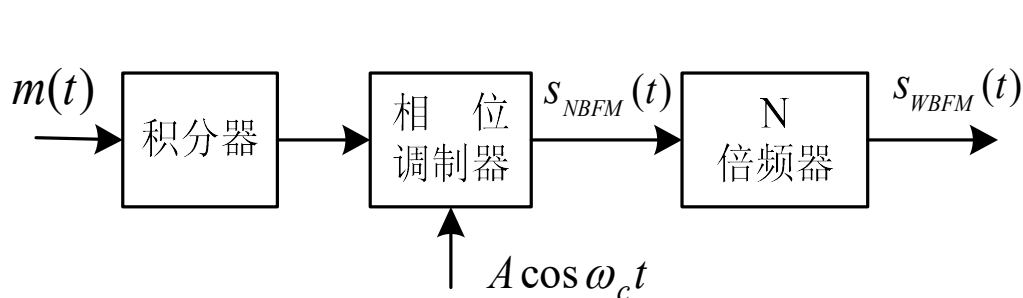
频率稳定度不高

$$\omega_o(t) = \omega_c + K_F m(t)$$

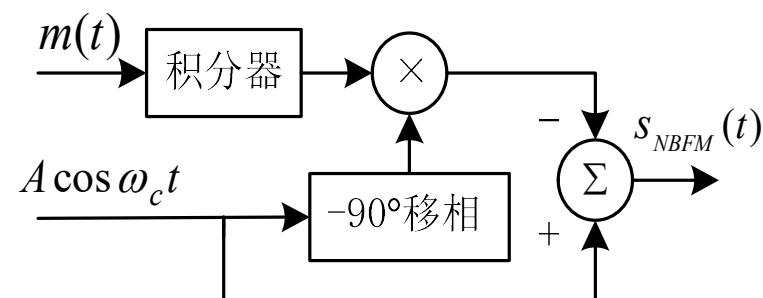


(2) 间接法

$$s_{NBFM}(t) \approx \cos \omega_c t - [K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \sin \omega_c t$$

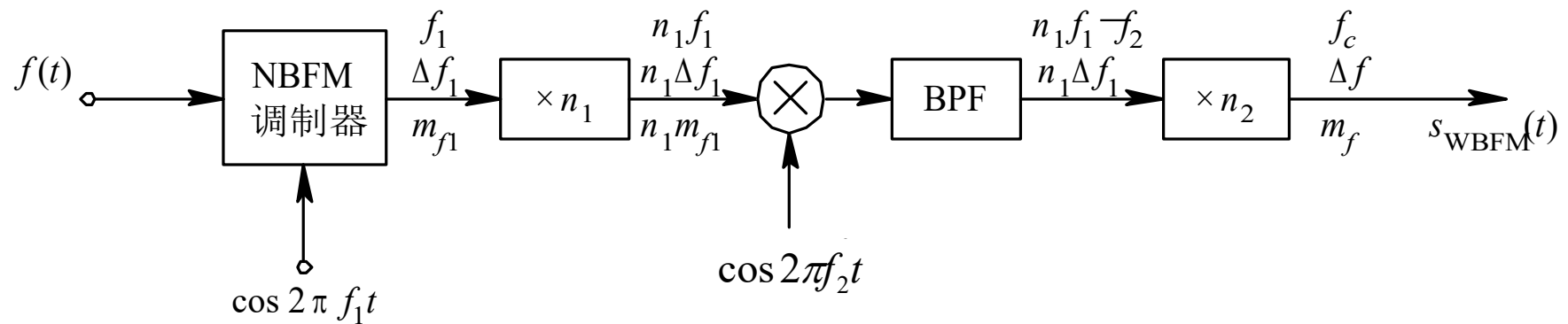


WBFM信号产生



NBFM信号产生

经N次倍频后可以使调频信号的载频和调制指数增为N倍。



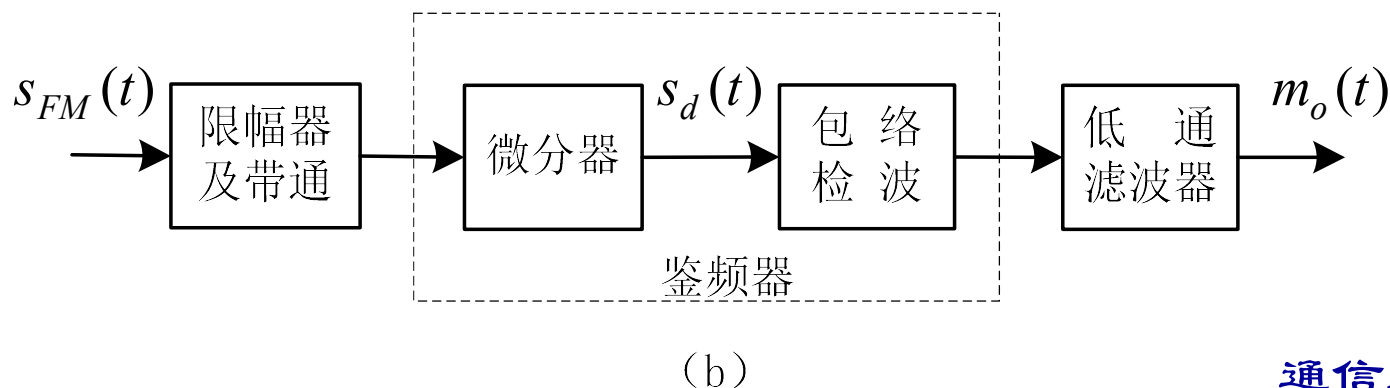
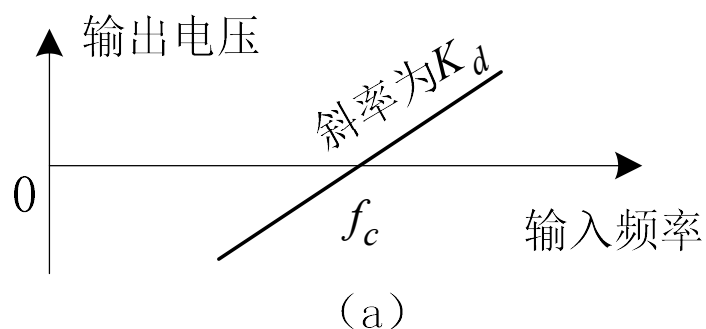
Armstrong间接法



2. 调频信号的解调

(1) 非相干解调-鉴频器解调

最简单的解调器是具有频率-电压转换作用的鉴频器。





理想鉴频器可看成是微分器与包络检波器的级联。

则微分器输出

$$s_d(t) = -A[\omega_c + K_F m(t)] \sin[\omega_c t + K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

用包络检波器取出其包络，并滤去直流后输出：

K_d 称为鉴频器灵敏度。

$$m_o(t) = K_d K_F m(t)$$



[例4.2] 已知某单频调频波的振幅为**10V**，瞬时频率为 $f(t) = 10^6 + 10^4 \cos 2\pi \times 10^3 t$ 。
试求：

- (1) 此调频波的数学表示式； $S_{FM}(t) = 10 \cos[2\pi \times 10^6 t + 10 \sin 2\pi \times 10^3 t]$
- (2) 此调频波的最大频偏、调频指数和频带宽度；
- (3) 调制信号的频率提高到 $2 \times 10^3 \text{ Hz}$ ，再求上问。

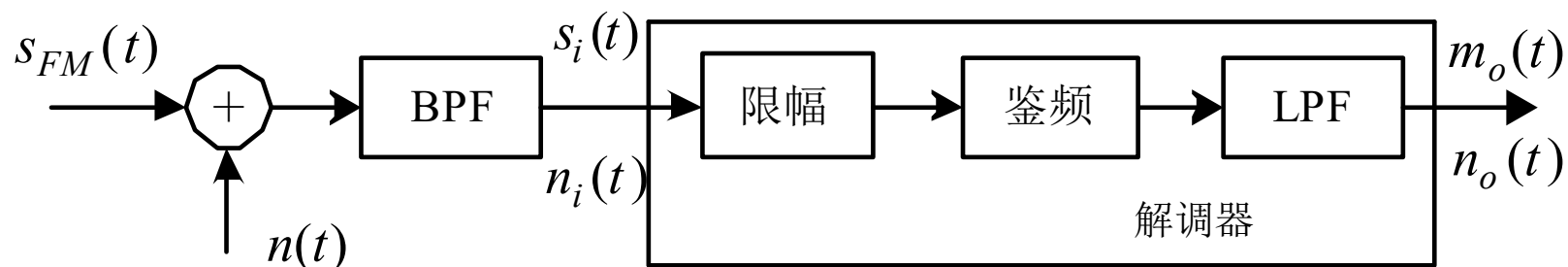
$$m_f = 10; \quad \Delta f = m_f \cdot f_m = 10^4 \text{ Hz}; \quad B = 2(\Delta f + f_m) = 22 \text{ KHz}$$

$$\Delta f = 10^4 \text{ Hz}; \quad m_f = \frac{\Delta f}{f_m} = 5; \quad B = 2(\Delta f + f_m) = 24 \text{ KHz}$$



调频系统的抗噪声性能

调频系统抗噪性能分析与解调方法有关，这里只讨论非相干解调系统的抗噪性能。



1. 输入信噪比

设输入调频信号为： $s_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_F \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$



输入信号功率： $S_i = \frac{A^2}{2}$

输入噪声功率： $N_i = n_0 B_{FM}$

输入信噪比： $\frac{S_i}{N_i} = \frac{A^2}{2n_0 B_{FM}}$

2. 输出信噪比及调制制度增益

(1) 大信噪比情况

经推导可以得到： $\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A^2 K_F^2 \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3}$

宽带调频系统制度增益为：

$$G_{FM} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = \frac{3K_F^2 B_{FM} \overline{m^2(t)}}{4\pi^2 f_m^3}$$



下面考虑**单频调制**时的情况，设调制信号为： $m(t) = \cos \omega_m t$ ，则 $\overline{m^2(t)} = \frac{1}{2}$

这时的调频信号为： $s_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t]$

式中 $m_f = \frac{K_F}{\omega_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$

解调器输出信噪比： $\frac{S_o}{N_o} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{A^2 / 2}{n_0 f_m}$

解调器制度增益： $G_{FM} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{B_{FM}}{f_m}$

宽带调频时，信号带宽为： $B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$

所以，上式还可以写成： $G_{FM} = 3m_f^2(m_f + 1) \approx 3m_f^3$



(2) 小信噪比情况与门限效应

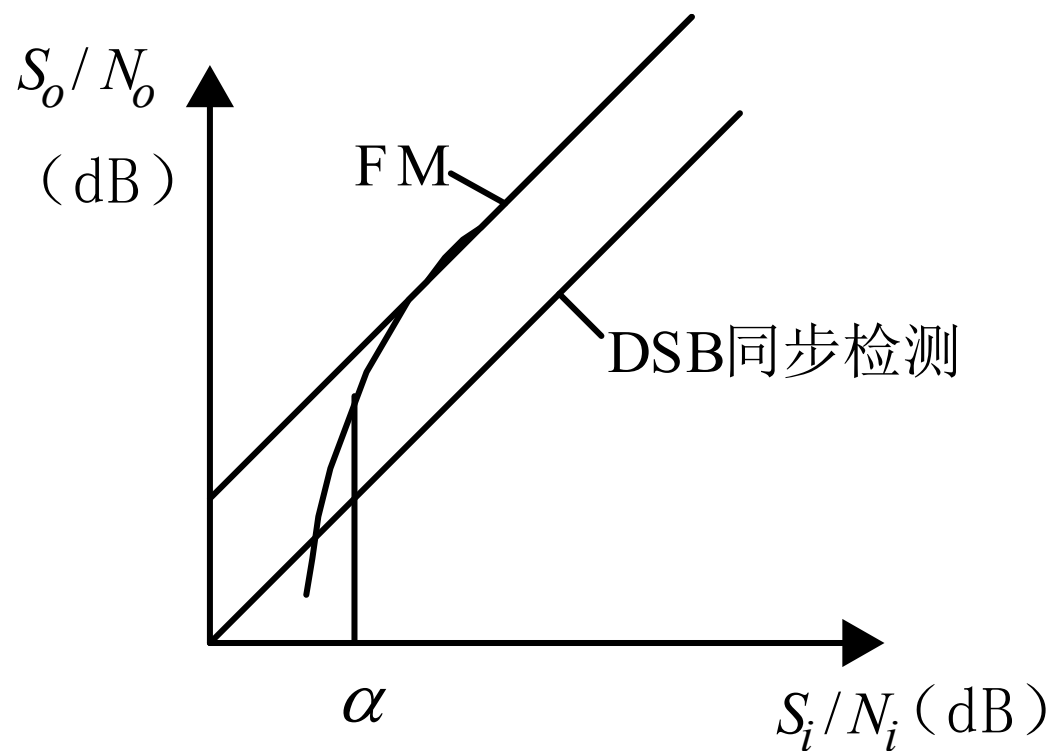


图 5-11 解调器性能曲线示意图

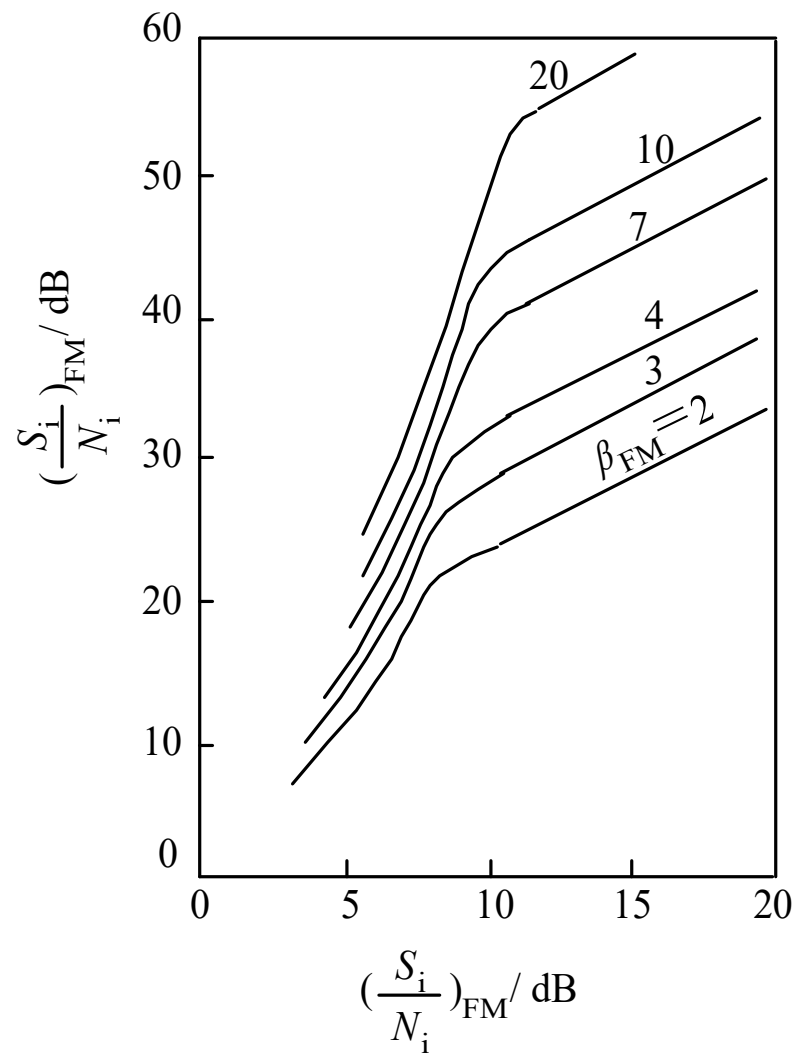


图5-30 非相干解调的门限效应

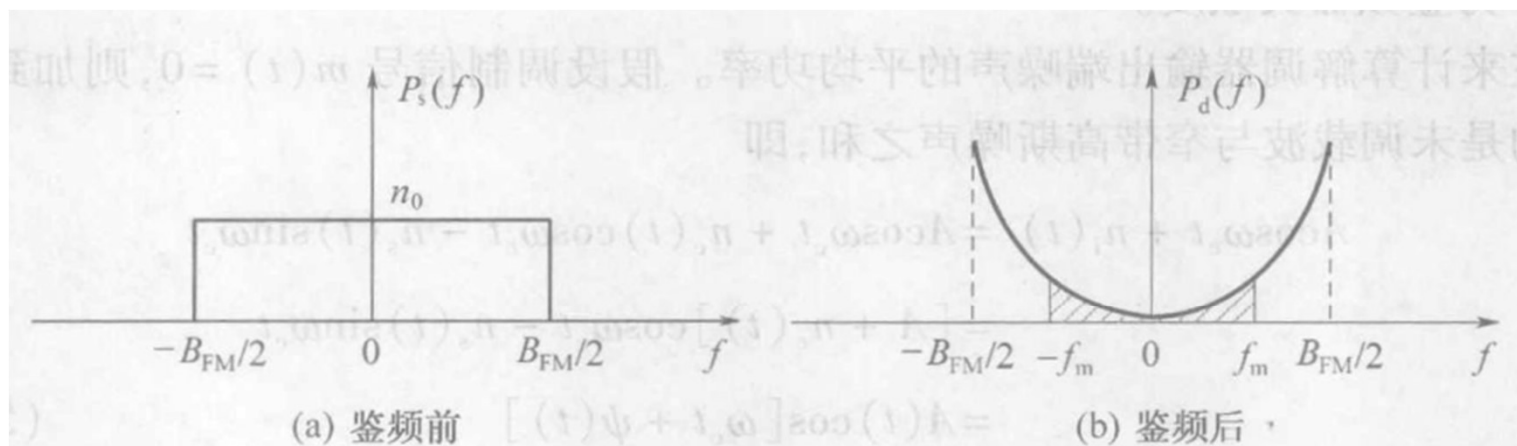
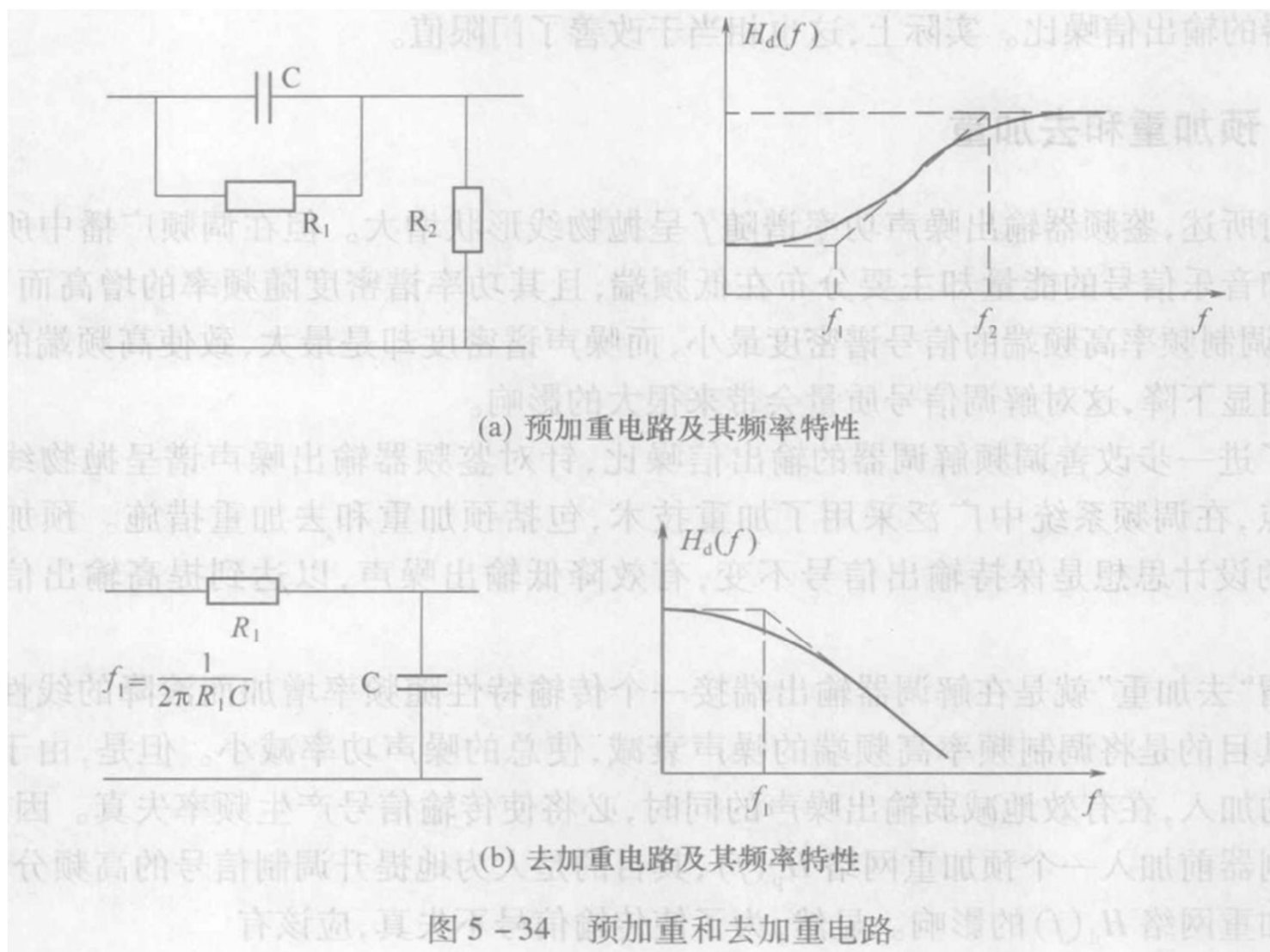


图 5-31 鉴频器前、后的噪声功率谱密度



改善门限效应的方法—预加重与去加重

- 预加重：在噪声引入前采用预加重网络，人为加重信号的高频分量。
- 去加重：在接收机鉴频器输出端采用去加重网络，将噪声高频端分量衰减，并恢复原来的信号功率分配。
- 加重技术的应用：杜比（Dolby）降噪





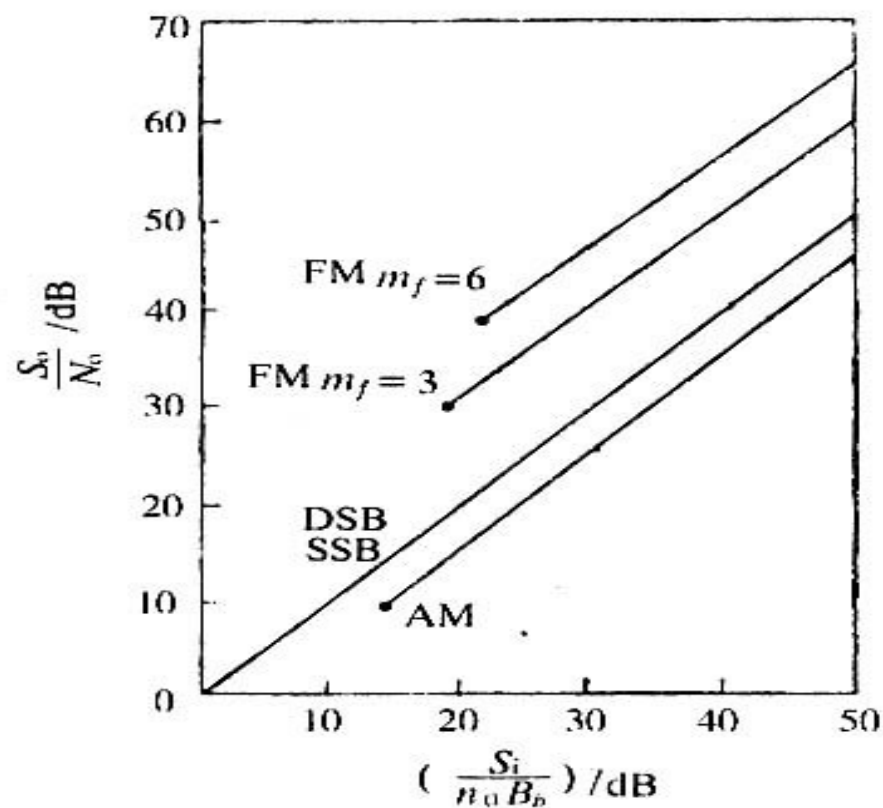
各种模拟调制系统的比较

1. 各种模拟调制方式总结

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{m(t)} = 0 \\ \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} \\ |m(t)|_{\max} = 1 \end{array} \right. \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{\text{DSB}} = \left(\frac{S_i}{n_0 B_b} \right) \\ \left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{\text{SSB}} = \left(\frac{S_i}{n_0 B_b} \right) \\ \left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{\text{AM}} = \frac{1}{3} \left(\frac{S_i}{n_0 B_b} \right) \\ \left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{\text{FM}} = \frac{3}{2} m_f^2 \left(\frac{S_i}{n_0 B_b} \right) \end{array}$$



各种模拟调制系统的性能曲线





各种模拟调制系统的比较

2. 各种模拟调制方式性能比较

抗噪性能：**WBFM**最好，**DSB**、**SSB**、**VSB**次之，**AM**最差。**NBFM**与**AM**接近。

频带利用率：**SSB**最好，**VSB**与**SSB**接近，**DSB**、**AM**、**NBFM**次之，**WBFM**最差。



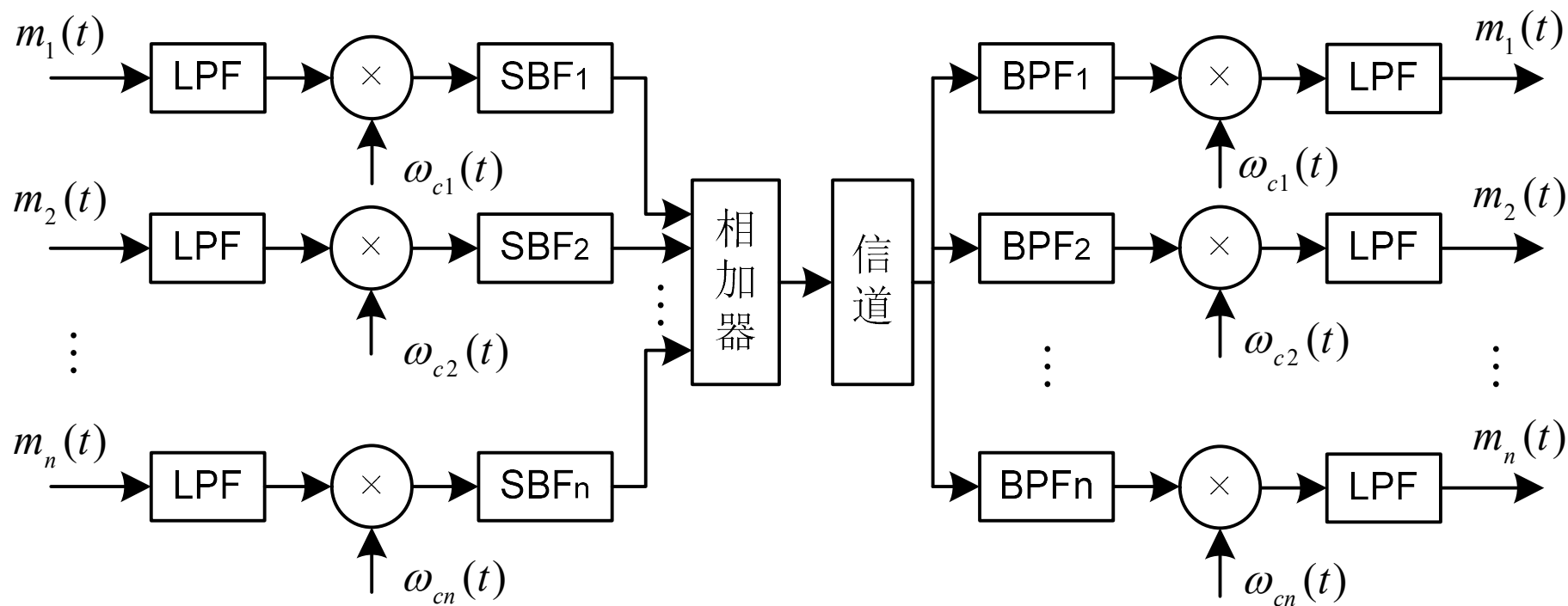
3. 各种模拟调制方式的特点与应用

调制方式	信号带宽	制度增益	S_o / N_o	设备复杂度	主要应用
DSB	$2f_m$	2	$\frac{S_i}{n_0 f_m}$	中等：要求相干解调，常与 DSB 信号一起传输一个小导频	点对点的专用通信，低带宽信号多路复用系统
SSB	f_m	1	$\frac{S_i}{n_0 f_m}$	较大：要求相干解调，调制器也较复杂	短波无线电广播，话音频分多路通信
VSB	略大于 f_m	近似 SSB	近似 SSB	较大：要求相干解调，调制器需要对称滤波	数据传输；商用电视广播
AM	$2f_m$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{S_i}{n_0 f_m}$	较小：调制与解调（包络检波）简单	中短波无线电广播
FM	$2(m_f + 1)f_m$	$\frac{m_f^2}{3}(m_f + 1)$	$\frac{3}{2} m_f^2 \frac{S_i}{n_0 f_m}$	中等：调制器有点复杂，解调器较简单	微波中继、超短波小功率电台（窄带）；卫星通信、调频立体声广播（宽带）

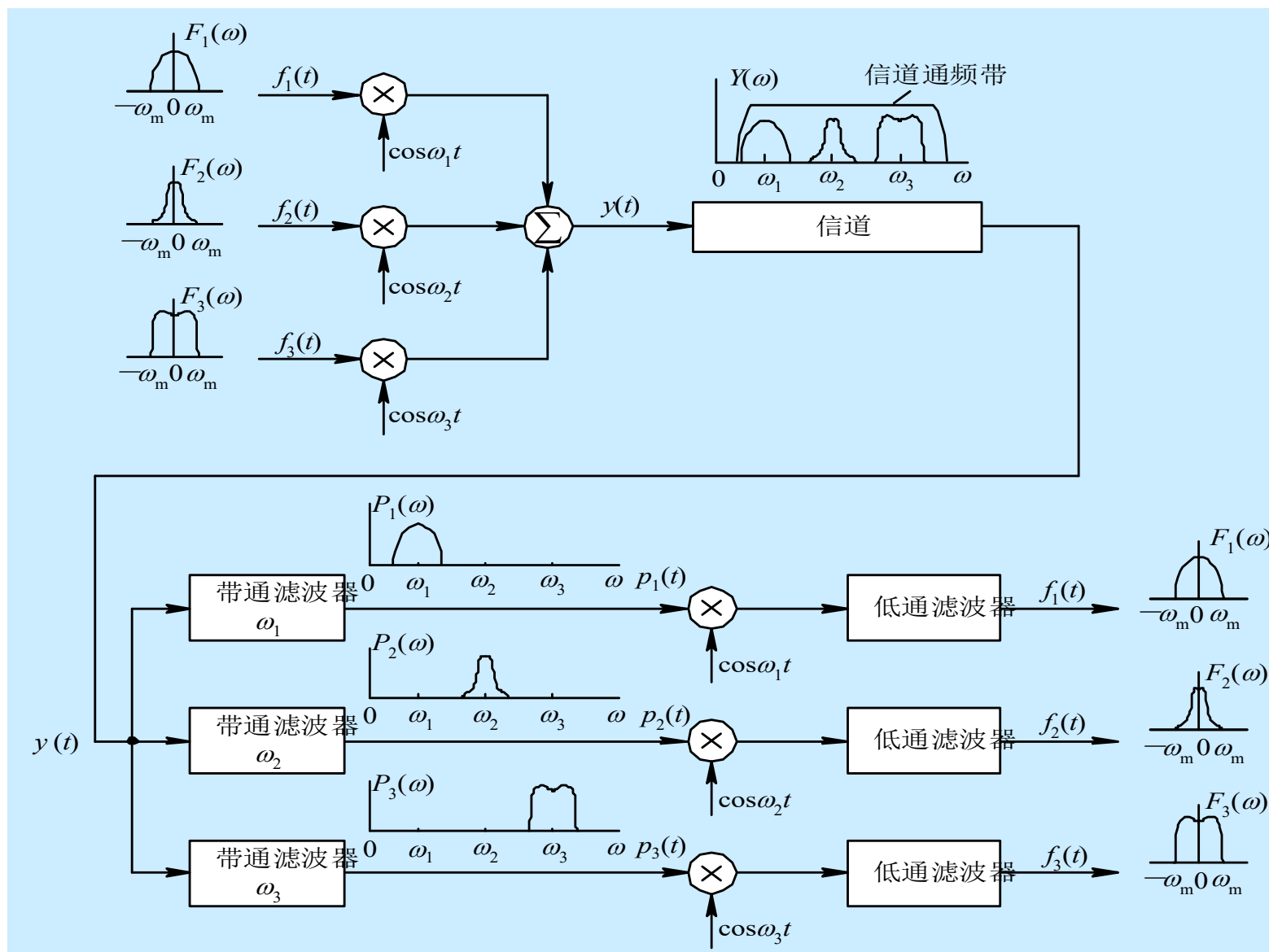


频分复用 (FDM)

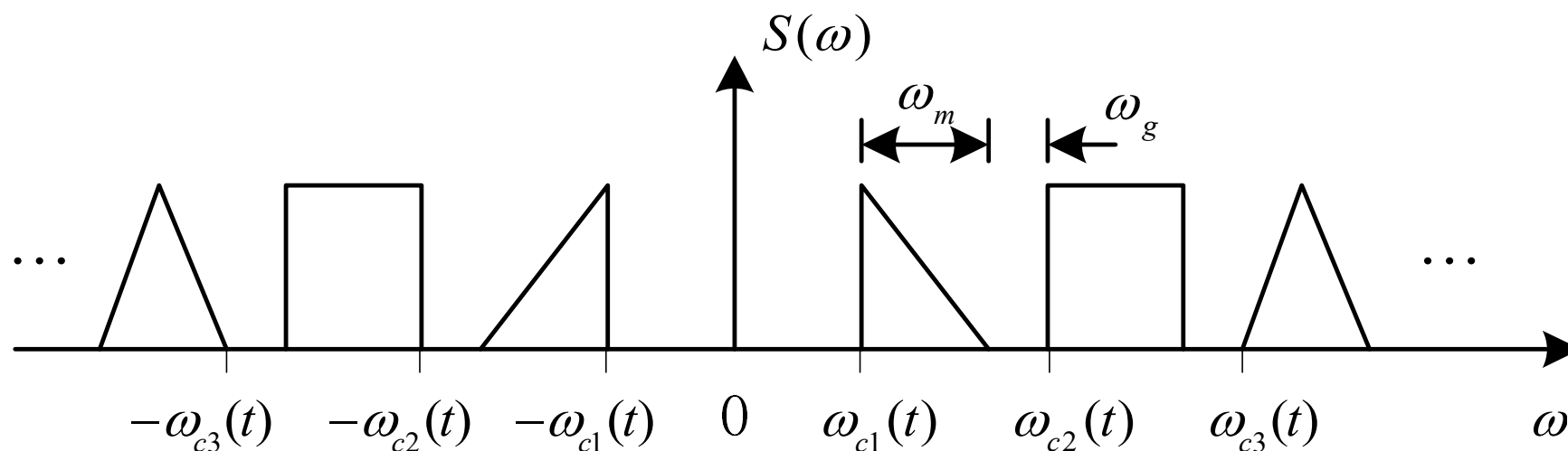
- 复用：利用同一个信道同时传输多路信号的技术。
 - ✓ 频分复用 (FDM)
 - ✓ 时分复用 (TDM)
 - ✓ 码分复用 (CDM)。
- 频分复用：同一信道中的多路信号在频率上分开。
- 理论基础：通过调制进行频谱搬移。



频分复用系统组成框图



频分复用频谱示意图



单边带信号的总频带宽度为：

$$B_n = nf_m + (n-1)f_g = (n-1)(f_m + f_g) + f_m = (n-1)B_1 + f_m$$

注：fm为单路已调信号带宽，而不是基带带宽。



FDM实例

- 我们生活中最熟悉的频分复用实例是无线电广播。普通中波段收音机的接收频段是535~1605kHz，该频段可以看成是一个物理传输信道。各地广播电台将各自的广播节目（音频信号）以AM方式调制到不同频率的载波（频分复用）上，发射出去供听众接收。听众通过旋转调台旋钮（或电子调台按钮）改变收音机内的带通滤波器的中心频率，使得滤波曲线在535~1605kHz范围内来回移动。
- 调频立体声广播（FM Stereo Broadcasting）

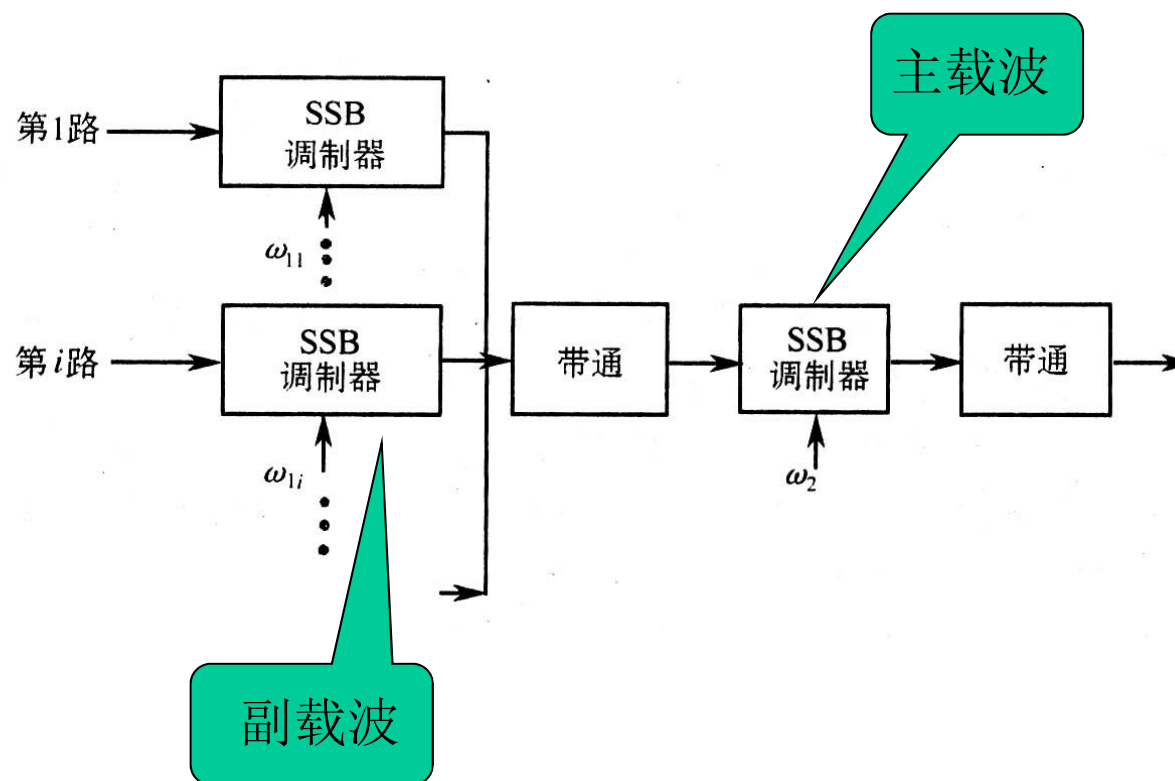


复合调制及多级调制的概念

- 复合调制：对同一载波进行两种或两种以上的调制。
 - ✓ 如对一个频率调制波再进行一次振幅调制，变成了调频调幅波。
- 多级调制：将同一基带信号实施两次或更多次的调制过程。
 - ✓ 采用的调制方式可以是相同的也可以不同。

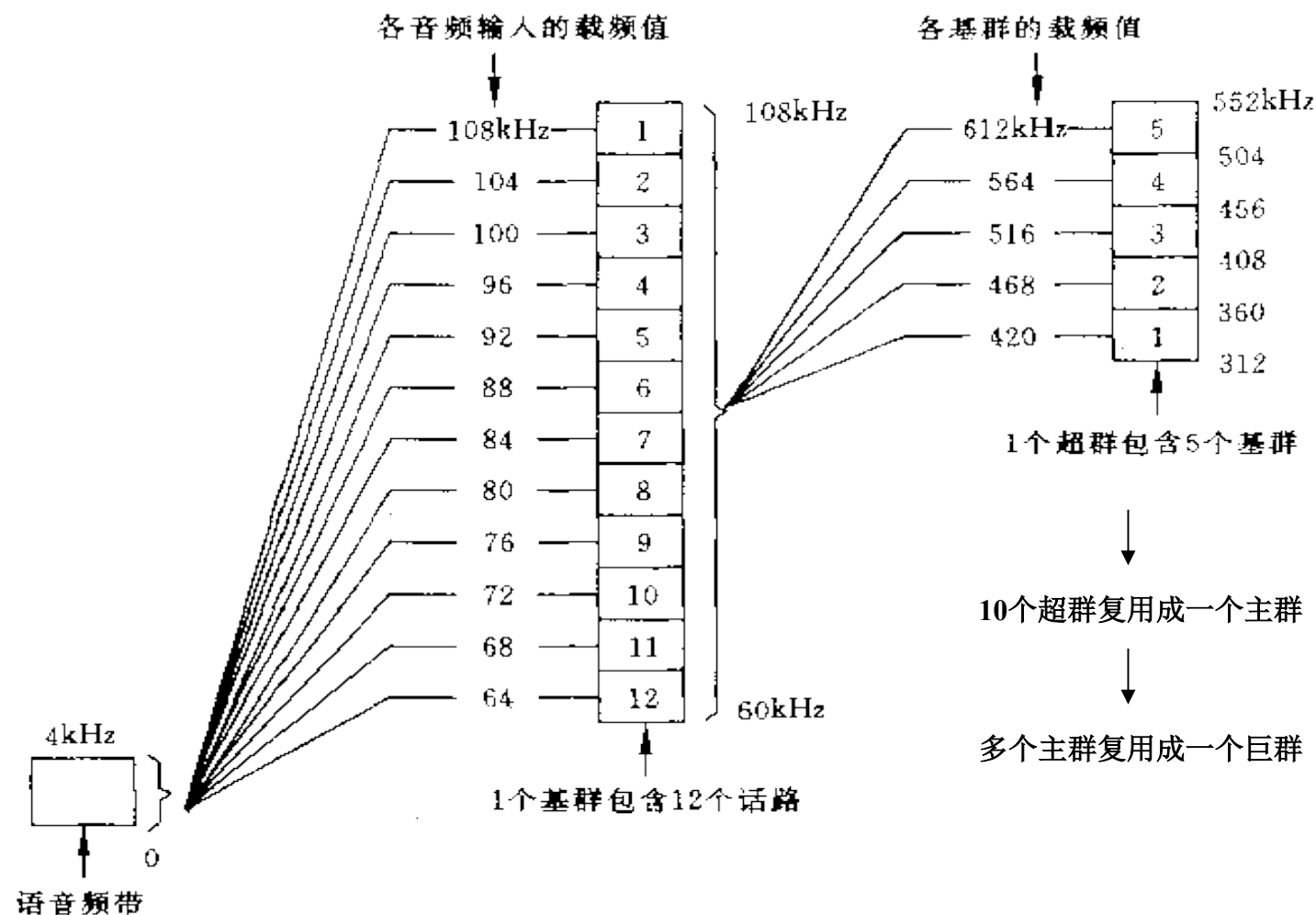


- 多级调制的示例:





多级调制实例--多路载波电话系统





[例4.5.1] 一FDM系统传输60路话音信号，每路频带限制在3.3kHz以下，防护频带为0.7kHz。副载波用DSB/SC调制，主载波用FM调制。求最大频偏为800kHz时的传输信号带宽。

解： $B_1 = 60 \times (3.3 + 0.7) \times 2 = 480 \text{ kHz}$

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2 \times (800 + 480) = 2.56 \text{ MHz}$$



小 结

➤ 幅度调制（线性调制）

- ✓ AM
 - ✓ DSB
 - ✓ SSB
- 调制解调原理（解析法与图解法）
- 系统抗噪性能： $\frac{S_i}{N_i}, \frac{S_0}{N_0}, G$
- ✓ VSB: **VSB**滤波器的传输特性。

➤ 角度调制（非线性调制）

➤ PM

➤ FM: **WBFM**的数学表示式、卡森带宽、抗噪性能

➤ 频分复用（**FDM**）：原理、复用后带宽的计算



作 业

(6) 5-7, 5-8, 5-9, 5-10, 5-13, 5-16, 5-17, 5-19

(7) 5-8, 5-9, 5-10, 5-11, 5-13, 5-15, 5-16, 5-17