一、选择题

DCDCD CCBAD

二、填空题

11. $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$，$\dfrac{q}{6}$，

12. $-\dfrac{6\sqrt{3}Qq}{4\pi\varepsilon_0 a}$

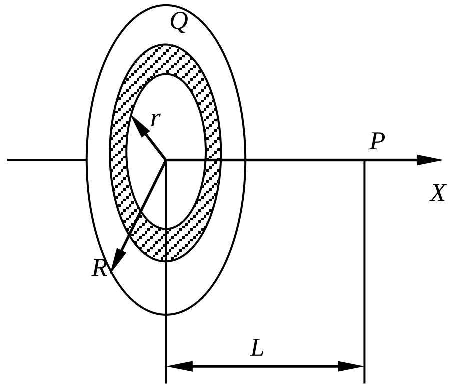
13. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{R}\right)$

14. $\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{r^2}$，向上

15. $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$

三、计算题

16.



(1)　如图所示，取坐标OX轴过盘心垂直于盘面，原点O位于盘心处。在圆盘上取一距圆心为r，宽度为$\mathrm{d}r$的圆环带$\mathrm{d}S$，$\mathrm{d}S=2\pi r\mathrm{d}r$，为圆环带的面积，带电量为$\mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S=\dfrac{Q}{\pi R^2}\mathrm{d}S$。$\mathrm{d}q$在$P$点的电势为

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{L^2+r^2}}=\frac{Q2\pi r\mathrm{d}r}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2\sqrt{L^2+r^2}}$$

所以，整个带电圆盘在P点产生的电势为

$$V=\int_Q \mathrm{d}V=\int_0^R\frac{Qr\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0 R^2\sqrt{L^2+r^2}}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\sqrt{R^2+L^2}-L\right)$$

(2)　根据P点的电势，可知X轴上电势与坐标的函数关系为

$$V(x)=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\sqrt{R^2+x^2}-x\right)$$

因此，根据电势梯度法，有

$$E(x)=-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}=-\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{R^2+x^2}}-1\right)=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)$$

则P点场强为

$$E_P=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1-\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}\right).$$

由对称性分析可知，P 点场强 E 方向在 X 轴方向上，若 $Q>0$，沿 X 轴正向，若 $Q<0$，沿 X 负向。

17.

(1)　设内外球壳分别带电为+Q, −Q, 球壳间电位移大小

$$D=\frac{Q}{4\pi r^2}$$

电场强度大小

$$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

两球间的电势差

$$U_{12}=\int_{R1}^{R2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{Q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}$$

(2) 电介质极化强度 $P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}$，与电场同向

内表面极化电荷面密度 $\sigma_{\mathrm{e}}=\dfrac{(1-\varepsilon_r)Q}{4\pi\varepsilon_r R_1^2}$

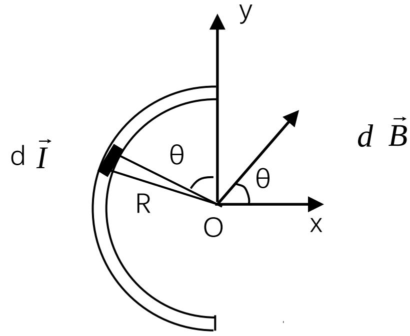
外表面极化电荷面密度 $\sigma_{\mathrm{e}}=\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R_2^2}$

(3)　电容　　$C=\dfrac{Q}{U}=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}{R_2-R_1}$

电场能量　$W_{\mathrm{e}}=\dfrac{CU^2}{2}=\dfrac{2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2U_{12}^2}{R_2-R_1}$

18.

(1)　如图所示，首先将半圆柱形通电金属薄片分割为无穷多个平行于轴线的无限长直载流导线。每个直导线所载电流 $\mathrm{d}I=j\mathrm{d}l$，其中 $j=\dfrac{I}{\pi R}$；$\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$。该直导线在 0 点产生的磁场为



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\mathrm{d}\theta$$

由对称性分析可知，各长直载流导线在 0 点磁场的迭加只有 y 方向分量不为零，x 方向的分

量均相互抵消。

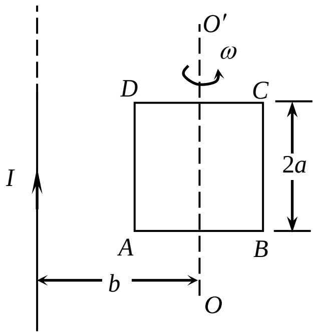
$$B=\int \mathrm{d}B\sin\theta=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

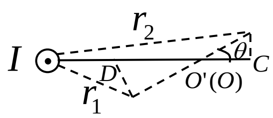
(2)　载流直导线与半圆柱形金属薄片电流反向，故直导线受到的单位长度的排斥力为

$$\frac{\mathrm{d}\vec{F}}{\mathrm{d}l}=\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}{\mathrm{d}l}=\frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}\vec{i}$$

$\vec{i}$ 为 x 方向单位适量。

19.





解：由于线圈 ABCD 在磁场中旋转，穿过其上的磁通量发生变化，则由法拉第电磁感应定律可知，将在线圈中产生感应电动势，当线圈转过任意角度 $\theta=\omega t$ 时，如图所示，这时通过线圈的磁通量与通过 $\theta=0$ 位置时某一等效线圈的两侧磁通量相等，此等效线圈的两侧边分别与长直导线相距 r_1 和 r_2，则通过此等效线圈的磁通量为

$$\varPhi=\int \mathrm{d}\varPhi=\int_s B\cdot dS=\frac{\mu_0 aI}{\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

式中 r_1,r_2 可由余弦定理求得

$$r_1^2=a^2+b^2-2ab\cos\theta=a^2+b^2-2ab\cos\omega t$$

$$r_2^2=a^2+b^2+2ab\cos\theta=a^2+b^2+2ab\cos\omega t$$

代入上式，得

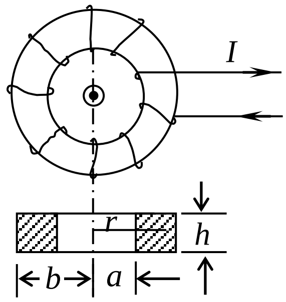
$$\varPhi=\frac{\mu_0 aI}{\pi}\ln\sqrt{\frac{a^2+b^2+2ab\cos\omega t}{a^2+b^2-2ab\cos\omega t}}$$

不难看出，Φ 随时间变化。于是，线圈中的感应电动势为

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{\mu_0 a^2 b\omega I}{\pi}\left(\frac{1}{a^2+b^2-2ab\cos\omega t}+\frac{1}{a^2+b^2+2ab\cos\omega t}\right)\sin\omega t$$

ε 的方向作周期性变化。



20.

解 (1)在环内取半径为 r 的圆，由对称性可知圆周上各点磁场与圆相切，大小相等，由安培环路定理

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = NI$$

得 $H = \dfrac{IN}{2\pi r}$，$B = \mu_0\mu_r H = \dfrac{\mu_0\mu_r IN}{2\pi r}$， $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 方向由右手法则确定。穿过螺绕环的磁通量

$$\Psi = N\int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\int_a^b \frac{\mu_0\mu_r NI}{2\pi r}h\cdot \mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_r N^2 hI}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

所以自感系数 $$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0\mu_r N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

磁能 $$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\mu_0\mu_r N^2 hI^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

(2) 磁介质磁化强度 $M = (\mu_r - 1)H = \dfrac{(\mu_r-1)IN}{2\pi r}$，取右手法则方向为正

表面磁化电流面密度为 $i_s = M = \dfrac{(\mu_r-1)IN}{2\pi r}$，

表面磁化电流

$$I_s = 2\pi r i_s = (\mu_r - 1)IN$$

当 $\mu_r > 1$ 时，磁化电流与导线电流同向，当 $\mu_r < 1$ 时，磁化电流与导线电流反向

(3)无限长直电流 I_1 的在螺绕环内部产生磁场

$$B = \frac{\mu_0\mu_r I_1}{2\pi r}$$

则螺绕环中的磁通量

$$\Psi_{21} = N\int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\int_a^b \frac{\mu_0\mu_\mathrm{r} I_1}{2\pi\, r} h \cdot \mathrm{d}r = \frac{\mu_0\mu_\mathrm{r} N h I_1}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

所以互感系数为 $M = \dfrac{\Psi_{21}}{I_1} = \dfrac{\mu_0\mu_\mathrm{r} N h}{2\pi} \ln\dfrac{b}{a}$。