**中国海洋大学全日制本科课程期末考试试卷**

**学号: 姓名: 专业年级: 授课教师： 考场教室号:**  **座号:**

----------------装---------------- -------------订--- ------------------------线------------------------

**\_2015\_\_年 秋 季学期 考试科目： 线性代数 学院： 数学科学学院**

**试卷类型： A 卷 命题人: 线性代数教研组 审核人：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**考试说明**：本课程为闭卷考试，共\_3\_页，只可携带考场规定的必需用品。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |

**符号说明**：表示矩阵的秩，表示零矩阵，表示单位矩阵。

**一、填空题(共 6题，每题3分，共18分)**

1.已知均为维列向量，且，则。

解：｜A+B｜=｜2α1,α2+α3，α3-α2，β1+β2｜

=｜2α1,2α3，α3-α2，β1+β2｜

=4｜α1,α3，α3-α2，β1+β2｜

=4｜α1,α3， -α2，β1+β2｜

=4[｜α1,α3，-α2，β1｜+｜α1,α3， -α2，β2｜]

=4[｜α1, α2，α3，β1｜+｜α1,α3， -α2，β2｜]

=4·[1·(-4)+1]=-12

2.设阶方阵满足,则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

解： 3A2-2A-10I=0

(A-2I)(3A+4I)=2I

1/2(A-2I)(3A+4I)= I

（A-2I）-1= 1/2(3A+4I)

3.已知是的伴随矩阵，则。

解：由= 得 =|A|·

所以**A**=|A|·A·=|A|E

|A|==2

所以**A**=2E=

4.已知中的一组基：，另一组基：，则从到的过渡矩阵为若向量在基下的坐标为，求在基下的坐标为。

解： 设基，的矩阵A=，基的矩阵B=，过渡矩阵为C

则 B=A·C ，则C=B

因为|A|=1，=2，=-1，=-1，=1

所以==1·

所以C=B==

又因为|C|=2，=

所以=

所以y=x==

5.已知是四元非齐次线性方程组的三个解，其中=

=，则方程组的一般解为。

解：因为r（A）=3

所以 对应齐次线性方程组Ax=0的基础解系含有n- r(A)=4-3=1个向量

取=（+）-2=-（2,6，-2,8+(2,4,3,0=（0，-2,1,8

即为Ax=0的一个基础解系

所以Ax=b的一般解为+k,其中k为任意常数

6. 设阶方阵的特征值为，, 为阶单位方阵，则。

解：因为 g(x)=-x+1

所以g(2)=4-2+1=3, g(-2)=4+2-1=5, g(1)=1

所以B的特征值为3、5、1

所以|B|=3·5·1=15

**二、选择题(共8 题，每题3分，共24分。注意：1-6题为单选题，7-8题为多选题)**

1.设维行向量，矩阵，其中为阶单位矩阵，则

(A) 0 (B) (C) (D)

解：AB=(E-)(E+2)=E+2--2

因为()=

所以AB= E+2--2= E+2--=E

2.设都是阶非零方阵，且，则的秩（ ）

(A) 必有一个等于0 (B) 都小于

(C) 一个小于，一个等于 (D) 都等于

解：若r(A)=n,则A可逆，即存在

由AB=0左乘得B=0，矛盾

若r（B）=n,则B可逆，即存在

由AB=0右乘得A=0，矛盾

所以r(A)<n，r（B）<n

3.设矩阵，若集合，则线性方程组有无穷多解的充要条件为（ ）

(A)  (B) ，

(C) ， (D) ，

解：r(A，b)= r(A)<n，n=3

A=

(A，b)=

r(A)<n，则 得=1或2

r(A，b)= r(A)<n，则 =1或2

，得 =1或2

所以，

4.已知向量组线性无关，向量可由线性表出，向量不能由线性表出，则对于任意常数必有（ ）

(A) 线性无关 (B) 线性相关

(C) 线性无关 (D) 线性相关

解：已知存在不全为0的一组常数，，使得：

=++

对于选项A,B：（，，，k+）=（，，，++）(，，)

因此，r(，，，k+）= r(，，,）=4

所以，，，，k+ 线性无关。 A正确，B错误。

对于选项C：当k=0，（，，，+）（，，，）为线性相关。所以C错。

对于选项D：k=1时，（，，，+）=（，，，+）（，，，）

r（，，，+）= r（，，，）=4

所以，，，，+线性无关，所以D错。

5.设为阶方阵，将的第二行加到第一行得，再将的第一列的倍加到第列得，记，则（ ）

(A) (B) (C) (D)

解：由题意知 B=A，

C=B=A

而P=，则=

所以 C=PA

6.设矩阵，若存在使得，则( )

(A) 0 (B) (C) (D)

解：|A|==-=-

因为B0

若|A|0，则r(A)=n，则A可逆，则AB=0左乘得B=0，与题设矛盾。

所以|A|0 即（t-2）=0，t=2

**注：以下两题均为多选题**

7.设都是阶可逆方阵，则必有（ ）

(A) (B) (C)

(D) (E) (F)

解：=+

|A+B|=|B||A|

=

8.设都是阶方阵，且相似，为阶单位矩阵，则有（ ）

(A*)* (B) 有相同的特征值

(C) 有相同的特征向量

(D) 对任意常数，都有与相似

解：对于选项A：若-A=-B，则A=B，错误

对于选项B：相似矩阵有相同的特征值，是其特征多向式决定的，不代表有相同特征向量。正确。

对于选项C：由B知错误。

对于选项D：由于A、B相似，所以存在可逆矩阵，P，使AP=B，从而对于任意常数t，有（-A）P=tP-AP=t-B

**三、计算题(共3题，共26分)**

1.（8分）求阶行列式的值



2.（8分）已知矩阵满足，其中，求。

**学号: 姓名: 专业年级: 授课教师： 考场教室号:**  **座号:**

----------------装---------------- -------------订--- ------------------------线------------------------



 所以，

3.（10分）设向量组

，

求向量组的秩及其一个极大线性无关组，并将其余向量用极大线性无关组线性表出。





一个极大线性无关组：；秩为3；，

**四、证明题（8分）**设 是3阶方阵分别对应于特征值的特征向量，向量满足，证明：向量组线性无关。

证明：设 ，-------------（1）

同乘，得：

由已知得：

于是得：

所以，-------------（2）

（1）-（2）得：

因为是对应于不同特征值的特征向量，所以线性无关

因此，，从而得到：

代入（1）式得：，因为是个特征向量，所以，于是

综上可证：线性无关。

**五、（12分）**已知非齐次线性方程组

1. 当取何值时，方程组无解；
2. 当取何值时，方程组有无穷多个解，求出其一般解。



时，方程组无解

时，方程组有无穷多解。



一般解

**六、（12分）**已知二次型

其中，通过正交变换法化为标准型，求参数的值及所用的正交变换矩阵。

二次型对应的矩阵



所以*A*的三个特征值：()

于是，

因此，

 

 

 

所以，