

«بسمہ تعالیٰ» تکالیف چہارم ہوش صوفی  
ستون 1 ہر ایک ستون غلبہ کنڈ  
ستون 2 ہر ایک ستون غلبہ کنڈ

رائد ادل:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & -2 & -5 & -3 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & -5 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & -3 & -4 & 0 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & -1 & 3 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & -1 & -3 & 3 & 3 & 2 \end{array}$$

باز بکس سستی کا رستہ های 6 و 5 و 4 را با غلبہ کناری گذارد۔

**سورن 3 براین سورن**

غلطی کند  
↑  
شماره 1 → 2 → 3

ما کات داریم

$$\Rightarrow \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -5 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & -4 & -5 \\ 3 & -2 & -3 & -4 \\ 4 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & -1 & -3 \end{matrix}$$

**سور 4 براین سور**

غلطی کند  
↓  
سور 4 بر این سور غلطی کرد

$$\Rightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & -4 & -5 \\ 4 & 2 & 1 & -1 \end{matrix}$$

کارت 3 و بازیکن سفیدی کارت 4 است

15. (بازی می کند و بازیکن سقری) 1 امتیاز بازیکن

ستوری می دهد و کارت های 3 بازتابی ششوی و 4 ستوری

$$\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\ 1 \quad \left[ \begin{array}{ccccc} -2 & -5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 5 & 0 & -1 & 3 & 3 & 2 \end{array} \right] \end{array}$$

پس باز یکس سری کارت های 1 و 4 و 5 و 6 را کنار می گذاریم

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2}{5} \\ 2 & -4 \\ 3 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

سپ بازنگری ستونی کارت 2 وسطی کارت 2  $\rightarrow [-1]$

5. رابازی می کند و سفری<sup>۱</sup> امتیاز به ستوی می دهد و

25 کارت 2 ستوی و 5 ستوی هم از بازی حذف می شوند.

کارت 1 برای کارت 6 ~

$$1 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

رانند 3:

در این راندهم در نهایت  
بازنشین سطر 7 امتیاز  
از بازنشین ستون  
می گیرند.

$$1 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 1 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow -2$$

$$2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow 1$$

$$3 \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow -2$$

$$\Rightarrow \maximin = 1 \rightarrow$$

مردن maximin و minimax برابر نیستند پس

نقطه زنی نداریم و باید از روش ترکیبی استفاده کنیم:

$$\minimax = 3$$

$$x_1 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x_2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow y_1 + y_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 1 - y_1$$

محاسبه استراتژی mix بهینه برای بازیکن سطر:

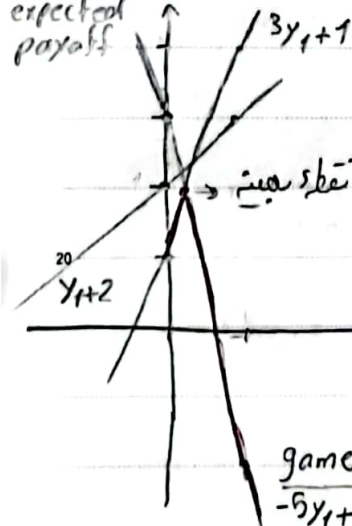
اگر بازیکن ستونی یکی از استراتژی هاس را pure بازی کند برای expected payoff بازیکن سطر داریم:

$$(x_1, x_2, x_3) = (1, 0, 0) \rightarrow \text{expected payoff} = -2y_1 + 3y_2 = -2y_1 + 3(1 - y_1) = -5y_1 + 3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = (0, 1, 0) \rightarrow \text{expected payoff} = 4y_1 + y_2 = 4y_1 + 1 - y_1 = 3y_1 + 1$$

$$(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 1) \rightarrow \text{expected payoff} = 3y_1 + 2y_2 = 3y_1 + 2(1 - y_1) = y_1 + 2$$

expected payoff



نقطه بهینه

$$-5y_1 + 3 = 3y_1 + 1 \Rightarrow 8y_1 = 2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{4}$$

$$y_2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

پس استراتژی بهینه بازیکن سطر این است که کارت های 1 و 2 را

به ترتیب با احتمال  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{3}{4}$  بازی کند.

محاسبه استراتژی بهینه بازیکن ستونی:  $x_1^*$  و  $x_2^*$  و  $x_3^*$  ترکیب بهینه

در صورتی که بازیکن ستونی بهینه بازی کند expected payoff سطر به صورت زیر می شود:

$$x_1^* (-5y_1 + 3) + x_2^* (3y_1 + 1) + x_3^* (y_1 + 2) \leq \frac{7}{4}$$

$$y_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{7}{4} x_1^* + \frac{7}{4} x_2^* + \frac{9}{4} x_3^* = \frac{7}{4}$$

$$y_1 = 0, x_3^* = 0 \Rightarrow 3x_1^* + x_2^* = \frac{7}{4}$$

$$y_1 = 1, x_3^* = 0 \Rightarrow -2x_1^* + 4x_2^* = \frac{7}{4}$$

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{3}{8} \text{ و } x_2^* = \frac{5}{8} \\ x_3^* = 0 \end{cases}$$

پس بازیکن ستونی هم باید کارت های 1 و 4 و 5 را به ترتیب با احتمال  $\frac{3}{8}$  و  $\frac{5}{8}$  و 0 بازی کند

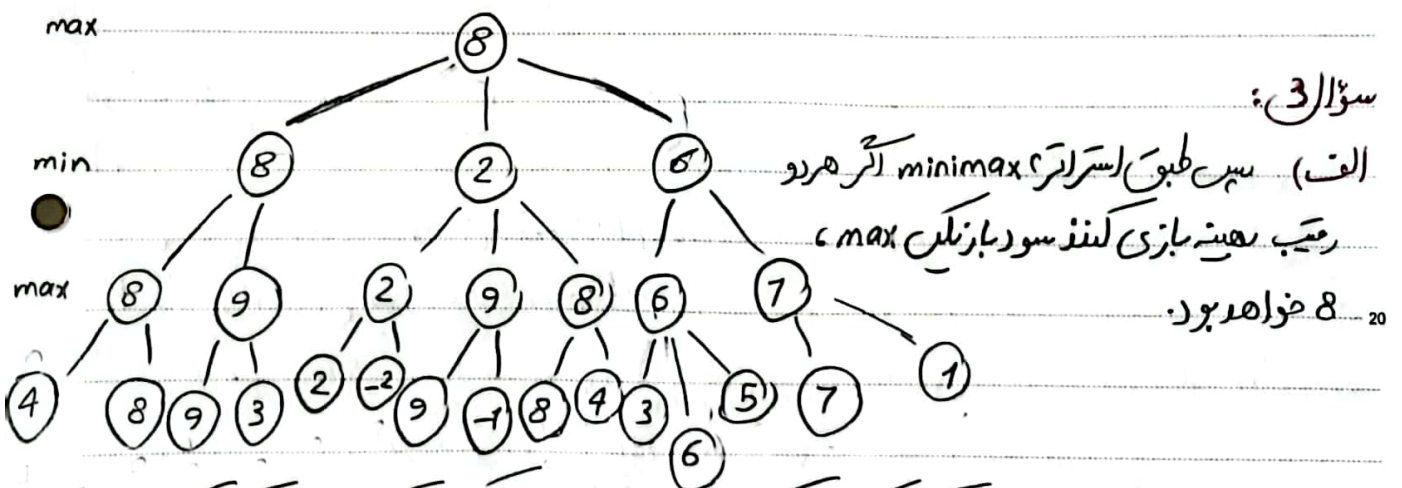


سؤال 9 :

- الف) غیر ممکن نیست. اگر صرفاً زیر بهینه باشد ما حداقل به اندازه بازی در برابر یک رقیب بهینه payoff خواهیم داشت. زیرا الگوریتم minimax استراتژی‌هایی را به دو طرف پیشنهاد می‌دهد که اگر هر دو آن را در سرتیغ بگیرند بهینه بازی کنند. max کمینه سود من سود و min حداکثر بردافتی است min و سود. حال اگر یکی از بازیکنان طبق استراتژی پیشنهادی minimax پیش رود و بهینه بازی کند در حالی که دیگری در برون حرکات از minimax تخلف کند و به صورت زیر بهینه بازی کند، آن بازیکن یا سودش ثابت مانده یا کمتر از استراتژی بهینه است و سود و چون بازی Zero Sum است دیگری سودش یا ثابت می‌ماند یا افزایش می‌یابد پس سود ما در برابر صرف بهینه نسبت به صرف زیر بهینه سلیکتر خواهد بود.

- 10 ب) بله ممکن است. مثلاً فرض کنیم استفاده از استراتژی پیشنهادی minimax به حالت تساوی در بازی ختم شود ولی یک حرکت برای بازیکن max باشد که به وضعیت منجر می‌شود که در آن از پس تمام حرکاتی که بازیکن min می‌تواند بزند 90٪ حرکات به برد max و 10٪ حرکات به باخت max منجر می‌شوند اگر بازیکن max بداند هزینه گرفتن آنقدر هستند و بهینه نیست که یکی از آن 10٪ در هر حرکت که به برد منجر می‌شود را انتخاب کند و احتمالاً خودش خواهد برد می‌تواند از پیشنهاد minimax تخلف کند و سود خود را افزایش دهد.

سؤال 3 :



- ب) طبق درخت بازی (اولین حرکتی که بازیکن max انتخاب می‌کند حرکتی است که آن را از A به B می‌برد.)

- 25 ج) هر سه  $\alpha - \beta$  مانند DFS روی درخت حرکت می‌کنند. پس اول max حرکات  $A \rightarrow B$  و  $B \rightarrow E$  در  $E \rightarrow L$  را انجام می‌دهد و به سبب  $E \geq 4$  می‌رسد سپس روی M می‌آید و به سبب  $E = 8$  می‌رسد سپس سراغ F می‌رود (پس N می‌رود)  $(F \geq 9)$ . اینجا max با جودی گوید که min پس  $E = 8$  و  $F \geq 9$  قطعاً E را انتخاب می‌کند و نیاز نیست به F مقدار نزوی تواند پیش برسد و نزد O را هر سه می‌کند و  $B = 8$  می‌شود.

سپس سرانغ C می رود و دیال های  $G \rightarrow C$  و  $P \rightarrow G$  حرکت می کنند ( $G \geq 2$ ) سپس سرانغ های رد دی عقد  $G=2$  است،  $C \leq 2$  است و چون  $\max$  بین  $B=8$  و  $C \leq 2$ ،  $B=8$  را انتخاب می کند، نودهای  $A$  و  $H$  و  $R$  و  $S$  و  $T$  و  $U$  هرس می شوند. سپس سرانغ نود  $P$  رفته و دیال های  $P \rightarrow D$  و  $T \rightarrow J$  را می رود ( $J \geq 2$ ) و سپس به  $S$  و  $X$  می رود و می عقد  $K=6$  و  $D \leq 6$  و چون  $\max$  بین  $B=8$  و  $D \leq 6$ ،  $B=8$  را انتخاب می کند نودهای  $K$  و  $Y$  و  $Z$  هم هرس می شوند و الگوریتم خاتمه می یابد.

سپس نودهای  $O$  و  $H$  و  $I$  و  $R$  و  $S$  و  $T$  و  $U$  و  $K$  و  $Y$  و  $Z$  هرس می شوند.

(د) اگر گره ها را از راست به چپ پیمایش کنیم تغییری در مقدار محاسبه شده برای رسته نخواهیم داشت. چون در هر گره انتخاب  $\min$  یا  $\max$  با توجه به فرزندان آن گره مشخص است و فرقی ندارد فرزندان را از چپ ترین بررسی کنیم یا راستی ترین. ولی تعداد گره های هرس شده توسط الگوریتم  $\beta$ - $\alpha$  می تواند متفاوت باشد (با توجه به وضعیت درخت بازی).

۱۵ در این حالت هیچ یک از گره ها هرس نمی شوند.

سوال ۲:

الف) بازی deterministic است چون در آن بازیکنان از وسایل تعدادی مانند تاس و سکه برای مشخص کردن حرکت بعدی استفاده نمی کنند. two-player است. turn taking و نوبتی است و هزبان حرکتشان را اعلام نمی دهند. perfect information است و هر دو بازیکن به تمام صفحه و وضعیت بازی آگاهی دارند و zero-sum است. چون هر حرکتی که یک بازیکن می کند یکی به اندازه  $\alpha$  سودی می کند دیگری ضرری می کند. با استقرایی توان نشان داد بازی zero-sum است:

پایه استقرا: وقتی بازیکن اول و سپس بازیکن دوم همه ها نشان را امراری دهند بازیکن ۲ به اندازه  $\alpha$  و اول به اندازه  $\alpha$  سودی کند که جمع آنها صفر می شود.

گام استقرا: فرض کنیم تا پایان half move شماره  $n-1$ ، امتیاز بازیکن ۲ برابر  $\alpha$  و بازیکن ۱ برابر  $\alpha$  باشد که جمع آنها صفر شود یا برعکس امتیاز اولی  $\alpha$  و دومی  $\alpha$  باشد. حال فرض کنیم حرکت بعدی نوبت بازیکن ۱ یا بازیکن ۲ باشد پس امتیاز اولی  $\alpha+\beta$  و دومی  $\alpha-\beta$  می شود که باز هم عریضه

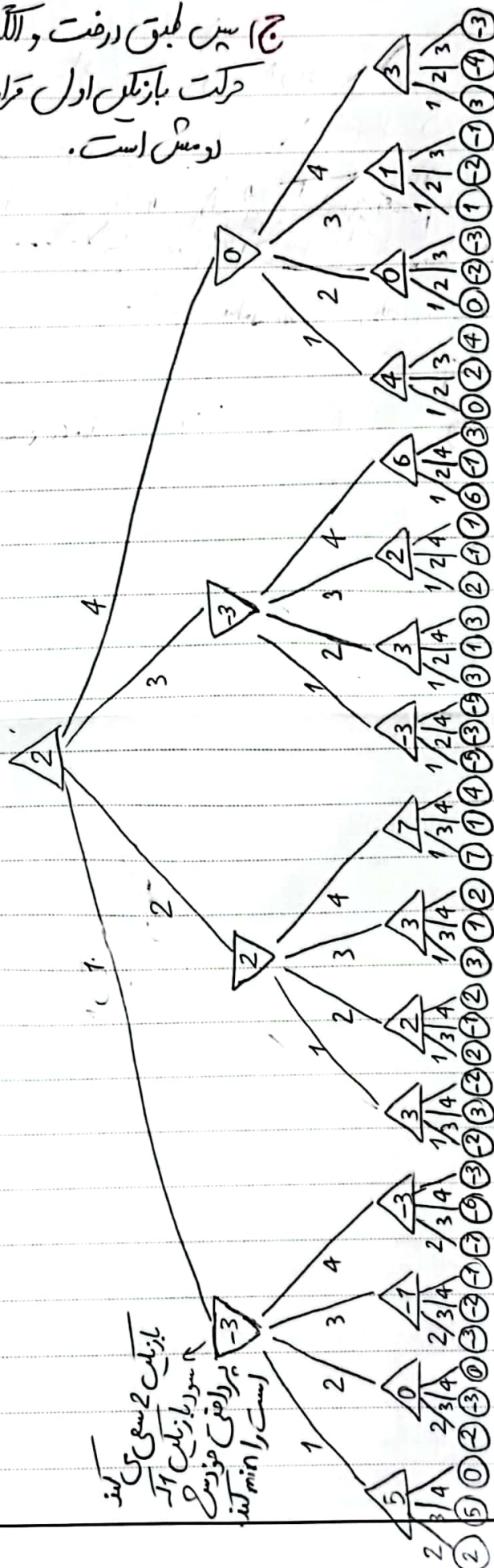
اند و جمعشان صفر می شود.

پس بازی zero-sum است.



بازنیک اول  $\Delta$  بازنیک دوم  $\nabla$

ج ۱. پس طبق درخت و الگوریتم minimax اولین حرکت بازنیک اول قراردادن همراه درستی دومش است.



بازنیک دوم سی می کند  
بازنیک اول  
سود بازنیک دوم  
پس بازنیک اول  
است را minimax

سود بازنیک اول در  
درستای حرکت بازنیک