

## باسمه تعالی

### جبر خطی کاربردی – تکلیف سری چهارم

مهلت تحویل: چهارشنبه ۱۲ دی ۱۴۰۳

- تمرین‌های زیر (به جز مسئله آخر) از کتاب *Linear Algebra and Its Applications*, D.C. Lay, S.R. Lay, J.J. McDonald, 6<sup>th</sup> edition, 2022
- توجه بفرمایید که در این کتاب، توضیح یک مسئله ممکن است قبل از خود مسئله بین شده باشد.
- برای مسائل عددی، سعی کنید جواب خود را با نرم‌افزار صحت سنجی کنید.

#### ۱- قسمت CHAPTER 3 SUPPLEMENTARY EXERCISES، صفحه ۲۲۱

- مسائل ۱۹ و ۲۹

#### ۲- قسمت 5.1 EXERCISES، صفحه ۳۰۴

- مسائل ۳۳ و ۳۷

#### ۳- قسمت 5.2 EXERCISES، صفحه ۳۱۲

- مسئله ۳۱

#### ۴- قسمت 5.3 EXERCISES، صفحه ۳۱۹

- مسائل ۳۷ و ۳۸

#### ۵- قسمت 5.6 EXERCISES، صفحه ۳۴۳

- مسئله ۱۷ (برای قسمت C از نرم‌افزار استفاده کنید).

#### ۶- قسمت CHAPTER 5 SUPPLEMENTARY EXERCISES، صفحه ۳۶۹

- مسائل ۲۴ و ۴۰

#### ۷- قسمت 7.4 EXERCISES، صفحه ۴۷۲

- مسائل ۱۷ و ۱۸

#### ۸- قسمت CHAPTER 7 SUPPLEMENTARY EXERCISES، صفحه ۴۸۱

- مسائل ۱۸ و ۲۳

- ۹- مسئله ۹,۱ (صفحه ۷۶) از کتاب *Boyd*. در ادامه نقطه تعادل سیستم را محاسبه کرده و پاسخ حالت دائمی سیستم را با استفاده از نرم‌افزار تحلیل کنید.

## تمرین‌های اختیاری (نیازی به تحویل نیست)

۱- نشان دهید:

- a. اگر  $\lambda$  مقدار ویژه ماتریس  $A$  باشد،  $\lambda$  مقدار ویژه  $A^T$  نیز هست.
- b. اگر  $\lambda$  یک مقدار ویژه ماتریس وارون‌پذیر  $A$  باشد،  $\lambda^{-1}$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  است.
- c. اگر جمع عناصر هر سطر ماتریس  $A$  برابر  $s$  باشد،  $s$  یک مقدار ویژه  $A$  است.
- d. اگر جمع عناصر هر ستون ماتریس  $A$  برابر  $s$  باشد،  $s$  یک مقدار ویژه  $A$  است.
- e. اگر  $Q$  وارون‌پذیر باشد، دو ماتریس  $AQ$  و  $QA$  همانند هستند.
- f. اگر ماتریس وارون‌پذیر  $A$  قطری‌پذیر باشد، آنگاه  $A^{-1}$  نیز قطری‌پذیر است.
- g. فرض کنید  $\{q_1, \dots, q_n\}$  یک پایه یک‌متعامد و  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  اعداد حقیقی هستند. نشان دهید  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  مقادیر ویژه ماتریس  $A = \lambda_1 q_1 q_1^T + \dots + \lambda_n q_n q_n^T$  هستند.

### ۲- قسمت 3.1 EXERCISES، صفحه ۲۰۱

- مسائل ۲۵ تا ۳۰، ۳۸ تا ۴۲ (درست-غلط)

### ۳- قسمت 3.2 EXERCISES، صفحه ۲۰۹

- مسائل ۱۵ تا ۲۰، ۳۷ تا ۳۴ (درست-غلط)، ۴۶،

### ۴- قسمت 3.3 EXERCISES، صفحه ۲۱۹

- مسائل ۵ و ۶

### ۵- مسائل قسمت CHAPTER 3 SUPPLEMENTARY EXERCISES، صفحه ۲۲۱

- مسائل ۱ تا ۱۵ (درست-غلط)، ۱۷، ۱۸، ۲۸، ۲۹

### ۶- مسائل قسمت 5.1 EXERCISES، صفحه ۳۰۴

- مسائل ۱۹، ۲۰، ۲۱ تا ۳۰ (درست-غلط)، ۳۷، ۳۸

### ۷- مسائل قسمت 5.2 EXERCISES، صفحه ۳۱۲

- مسائل ۲۱ تا ۳۰ (درست-غلط)، ۳۲،

### ۸- مسائل قسمت 5.3 EXERCISES، صفحه ۳۱۹

- مسائل ۲۱ تا ۲۸ (درست-غلط)، ۳۵

### ۹- مسائل قسمت 5.4 EXERCISES، صفحه ۳۲۶

- مسائل ۱۷ تا ۱۸ (درست-غلط)، ۲۱ تا ۲۸

### ۱۰- مسائل قسمت 5.6 EXERCISES، صفحه ۳۴۳

- مسائل ۱ و ۲

### ۱۱- مسائل قسمت CHAPTER 5 SUPPLEMENTARY EXERCISES، صفحه ۳۶۹

- مسائل ۱ تا ۲۳ (درست-غلط)، ۲۹، ۳۴، ۳۶

### ۱۲- مسائل قسمت 7.1 EXERCISES، صفحه ۴۴۷

- مسائل ۲۵ تا ۳۲ (درست-غلط)، ۳۳، ۳۴، ۴۱

۱۳- مسائل قسمت **7.2 EXERCISES**، صفحه ۴۵۴

- مسائل ۲۱ تا ۳۰ (درست-غلط)، ۳۲، ۳۳، ۳۴

۱۴- مسائل قسمت **7.4 EXERCISES**، صفحه ۴۷۲

- مسائل ۱۵، ۱۶، ۱۹، ۲۰، ۲۲، ۲۳

۱۵- مسائل قسمت **CHAPTER 7 SUPPLEMENTARY EXERCISES**، صفحه ۴۸۱

- مسائل ۱ تا ۱۷ (درست-غلط)، ۲۴، ۲۷

۱۶- نشان دهید **I-A** وارون پذیر است اگر اندازه تمام مقادیر ویژه **A** کمتر از یک باشد (اندازه یک عدد حقیقی قدر مطلق آن و اندازه یک عدد مختلط، همان اندازه آن است).

۱۷- در این تمرین، یک تصویر را با روش **SVD** فشرده می کنید. برای شروع یک تصویر غیررنگی (gray scale) با ابعاد کمتر از  $800 \times 1000$  انتخاب کرده سپس مراحل زیر را انجام دهید:

- تصویر را در نرم افزار فراخوانی کرده و ماتریس داده آن را به دست آورید.
- مقادیر منفرد تصویر را به دست آورده و آنها را به ترتیب نزولی روی یک نمودار رسم کنید.
- تجزیه **SVD** تصویر را محاسبه کنید.
- با استفاده از روش بیان شده در کلاس، تصویر فشرده را با نگهداری ۱۰، ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ مقدار منفرد محاسبه کرده و نمایش دهید.
- با بررسی تصویر و مقادیر منفرد، فکر می کنید با نگهداری چند مقدار ویژه، می توان با حفظ کیفیت تصویر، حجم آن را تا حد ممکن کاهش داد.